Leçon 3 : Travail et énergie cinétique

I. Notion de l'énergie cinétique

En physique, l'énergie cinétique est l'énergie que possède un corps du fait de son mouvement par rapport un référentiel donné.

L'unité de l'énergie cinétique dans le système international des unités est le joule (J).

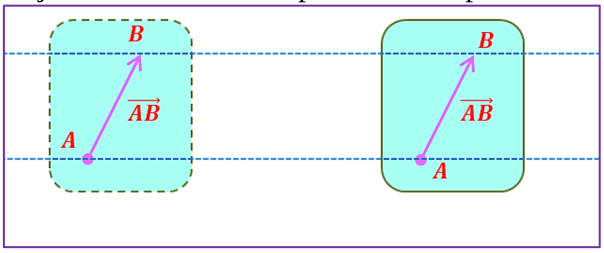
II. L'énergie cinétique d'un corps solide en translation

1) Mouvement de translation « rappel »

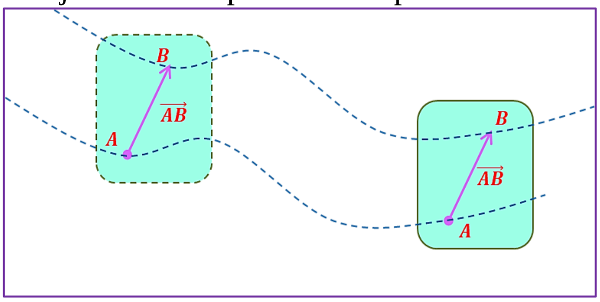
On dit qu'un corps solide est en mouvement de translation, si tout vecteur $\overrightarrow{AB}$ (avec A et B deux points du corps) conserve la même direction, le même sens et la même valeur au cours du mouvement de ce corps : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{Cte}$

On distingue trois types de mouvement de translation :

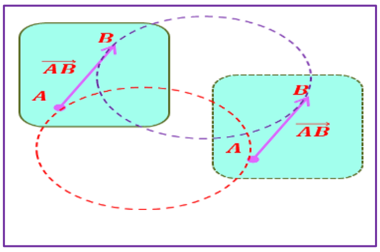
- Translation rectiligne : Les trajectoires de tous les points du corps sont des lignes droites parallèles.



- **Translation curviligne :** les trajectoires des points du corps solide sont des courbes parallèles.



- **Translation circulaire :** les trajectoires des points du corps solide sont des cercles de même rayon et de centres différents.



2) L'énergie cinétique d'un corps solide en mouvement de translation

On définit l'énergie cinétique d'un corps solide en mouvement de translation par rapport à un référentiel donné par la relation suivante : $E_C = \frac{1}{2}mV^2$ avec :

- E_C : l'énergie cinétique du corps en (J)
- m: la masse du corps en (Kg)
- V: la vitesse du corps en $(m.s^{-1})$

Application 1

On considère un corps solide (S) de masse $m = 2Kg$ en mouvement rectiligne uniforme de vitesse $v = 30m.s^{-1}$.

❶ Calculer l'énergie cinétique du corps (S)

❷ Quelle est la valeur de la vitesse du corps si son énergie cinétique est : $E_C = 1{,}7KJ$

Réponse :

❶ Calculons l'énergie cinétique de (S)

On a : $E_C = \frac{1}{2}mV^2$ A.N : $E_C = \frac{1}{2} \times 2 \times (30)^2$ On trouve : $E_C = 900J$

❷ Calculons la vitesse du corps (S) : On a : $E_C = \frac{1}{2}mV^2$ => Donc $V = \sqrt{\frac{2E_C}{m}}$

A.N : $V = \sqrt{\frac{2\times1{,}7\times10^3}{2}}$ On trouve : $V = 41{,}23m.s^{-1}$

III. L'énergie cinétique d'un corps en mouvement de rotation

1) Mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe « rappel

Un corps solide est en mouvement de rotation autour d'un axe fixe si tous ses points décrivent des trajectoires circulaires centrées sur l'axe de rotation sauf les points qui appartiennent à cet axe.

2) L'énergie cinétique d'un corps solide en mouvement de translation

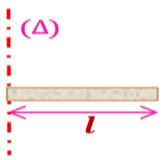
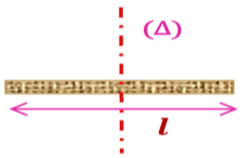
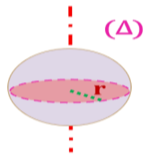
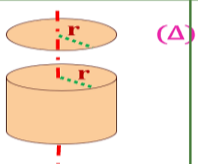
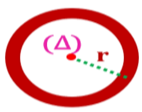
On définit l'énergie cinétique d'un corps en mouvement de rotation autour d'un axe fixe par la relation suivante : $\boldsymbol{E_C = \frac{1}{2}J_\Delta\omega^2}$ avec :

- E_C : l'énergie cinétique du corps en (J)
- J_Δ: le moment d'inertie du corps en $(Kg.m^2)$
- ω: la vitesse angulaire du corps en $(rad.s^{-1})$

Remarque

Le moment d'inertie d'un corps est une grandeur physique qui exprime la résistance de ce corps à la rotation.

Le tableau suivant donne l'expression du moment d'inertie pour des objets ayant des formes géométriques spécifiques.

Tige	Tige	Ballon	Cylindre	Anneau
				
$J_\Delta = \frac{1}{3}ml^2$	$J_\Delta = \frac{1}{12}ml^2$	$J_\Delta = \frac{2}{5}mr^2$	$J_\Delta = \frac{1}{2}mr^2$	$J_\Delta = mr^2$

Application 2

On considère un disque (D) de masse $m = 1{,}5Kg$ et de rayon $R = 20cm$ en mouvement de rotation uniforme avec une vitesse angulaire $\omega = 30rad.s^{-1}$.

❶ Calculer la valeur du moment d'inertie du disque.

❷ Calculer l'énergie cinétique du disque.

Réponse :

❶ On calcule le moment d'inertie du disque

On a : $J_\Delta = \frac{1}{2}mR^2$ => A.N : $J_\Delta = \frac{1}{2} \times 1{,}5 \times (20 \times 10^{-2})^2$ => On trouve : $J_\Delta = 3 \times 10^{-2}Kg.m^2$

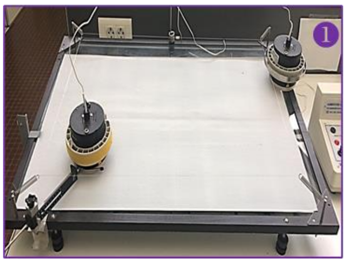
❷ On calcule l'énergie cinétique du disque

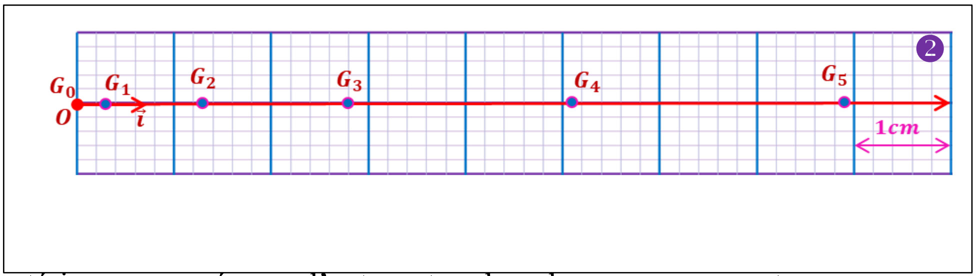
On a : $E_C = \frac{1}{2}J_\Delta\omega^2$ => A.N : $E_C = \frac{1}{2} \times 3 \times 10^{-2} \times (30)^2$ => On trouve :$E_C = 6{,}75J$

IV. Théorème de l'énergie cinétique

1) Activité 1

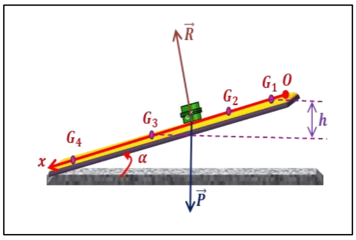
On place un autoporteur de masse $m = 650g$ sur une table à coussin d'air inclinée d'un angle $\alpha = 15°$ par rapport à l'horizontal et on fixe le générateur d'impulsion sur la valeur : $\tau = 50ms$ (la figure ❶). On libère l'autoporteur sans vitesse initiale et on enregistre les positions occupées par son centre d'inertie (la figure ❷)





❶ Faire le bilan des forces extérieures exercées sur l'autoporteur lors de son mouvement.
❷ Trouver l'expression du travail du poids de l'autoporteur lorsqu'il se déplace de la position G_1 à la position G_3 en fonction de g , m , α et la distance G_1G_3 . Déduire l'expression de la somme des travaux des forces extérieures exercées sur l'autoporteur.
❸ Trouver l'expression de l'énergie cinétique de l'autoporteur à la position G_1 en fonction de m , τ et la distance G_0G_2.
❹ Trouver l'expression de la variation de l'énergie cinétique de l'autoporteur lorsqu'il se déplace de la position G_1 à la position G_3 en fonction de τ, m , G_0G_2 et G_2G_3.
❺ En se basant sur les résultats des questions précédentes compléter le tableau suivant en calculant la somme des travaux des forces extérieurs exercées sur l'autoporteur et la variation de son énergie cinétique lorsqu'il se déplace de G_1 à G_3 et aussi de G_3 à G_4
❻ Que peut-on déduire à partir des résultats de la question précédente.

Réponses :



❶ Les forces exercées sur l'autoporteur sont :
- $\vec{P}$: poids de l'autoporteur.
- $\vec{R}$: la réaction de la table.

❷
- L'expression du travail du poids de l'autoporteur lors de son déplacement de G_1 à G_3 .
  On a : $W_{1,3}(\vec{P}) = mgh$ et d'après la figure ci-contre on a $h = G_1G_3sin(\alpha)$
  Donc $W_{1,3}(\vec{P}) = mgG_1G_3sin(\alpha)$
- La somme des travaux de forces extérieures exercées sur l'autoporteur lors de son passage de G_1 à G_3 est : $W_T(\overrightarrow{F_{ex}}) = W_{1,3}(\vec{P}) + W_{1,3}(\vec{R})$
  Et puisque : $W_{1,3}(\vec{R}) = 0$ (car $\vec{R} \perp \overrightarrow{G_1G_3}$)
  On aura : $W_T(\overrightarrow{F_{ex}}) = W_{1,3}(\vec{P}) = mgG_1G_3sin(\alpha)$

❸ Déterminons l'expression de l'énergie cinétique de l'autoporteur à la position G_1
On a : $E_{C1} = \frac{1}{2}mV_1^2$ avec $V_1 = \frac{G_0G_2}{2\tau}$
Donc :$E_{C1} = \frac{1}{2}m(\frac{G_0G_2}{2\tau})^2$

❹ Déterminons l'expression de la variation de l'énergie cinétique de l'autoporteur lors de son passage de G_1 à G_3 .
On l'énergie de l'autoporteur à la position G_1 est : $E_{C1} = \frac{1}{2}m(\frac{G_0G_2}{2\tau})^2$
On l'énergie de l'autoporteur à la position G_3 est : $E_{C3} = \frac{1}{2}m(\frac{G_2G_4}{2\tau})^2$
Donc : $\Delta E_C = E_{C3} - E_{C1}$
Alors : $\Delta E_C = \frac{1}{2}m\left[\!\left[(\frac{G_2G_4}{2\tau})^2 - (\frac{G_0G_2}{2\tau})^2\right]\!\right] = \Delta E_C = \frac{1}{8\tau^2}m[\![(G_2G_4)^2 - (G_0G_2)^2]\!]$

❺
- On calcule la somme des travaux des forces extérieures exercées sur l'autoporteur et la variation de son énergie cinétique lorsqu'il se déplace de G_1 à G_3 et aussi de G_3 à G_4 .
  Lors du déplacement de G_1 à G_3
  On : $W_T(\overrightarrow{F_{ex}}) = mgG_1G_3sin(\alpha)$
  A.N : : $W_T(\overrightarrow{F_{ex}}) = 0{,}65 \times 9{,}81 \times 2{,}5 \times 10^{-2} \times sin(15)$
  On trouve : : $W_T(\overrightarrow{F_{ex}}) \approx 4{,}1 \times 10^{-2}J$

Et on a : $\Delta E_C = \frac{1}{8\tau^2} m[\![(G_2G_4)^2 - (G_0G_2)^2]\!]$

A.N : $\Delta E_C = \frac{1}{8(50\times10^{-3})^2} \times 0{,}65[\![(0{,}038)^2 - (0{,}013)^2]\!]$

On $\Delta E_C \approx 4{,}1 \times 10^{-2} J$

- Calculons la somme des travaux des forces extérieures exercées sur l'autoporteur et la variation de son énergie cinétique lorsqu'il se déplace de G_3 à G_4 .

  On : $W'_T(\overrightarrow{F_{ex}}) = mgG_3G_4 sin(\alpha)$

  A.N : : $W'_T(\overrightarrow{F_{ex}}) = 0{,}65 \times 9{,}81 \times 2{,}3 \times 10^{-2} \times sin(15)$

  On trouve : : $W'_T(\overrightarrow{F_{ex}}) \approx 3{,}8 \times 10^{-2} J$

  Et on a : $\Delta E'_C = \frac{1}{8\tau^2} m[\![(G_3G_5)^2 - (G_2G_4)^2]\!]$

  A.N : $\Delta E'_C = \frac{1}{8(50\times10^{-3})^2} \times 0{,}65[\![(0{,}051)^2 - (0{,}038)^2]\!]$

  On $\Delta E'_C \approx 3{,}8 \times 10^{-2} J$

- Le tableau suivant montre les résultats obtenus.

Déplacement	De G_1 à G_3	De G_3 à G_4
La variation de l'énergie cinétique ΔE_C en (J)	$4,1 \times 10^{-2}$	$3,8 \times 10^{-2}$
La somme de travaux des forces exercées $W_T(\overrightarrow{F_{ex}})$ en (J)	$4,1 \times 10^{-2}$	$3,8 \times 10^{-2}$

2) Conclusion

Dans un repère galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un corps solide indéformable en mouvement de translation ou en mouvement de rotation autour d'un axe fixe entre deux instants est égale à la somme algébrique des travaux des forces extérieures qui s'exercent sur ce corps entre ces deux instants : $\Delta E_{C_{AB}} = \sum W_{AB}(\overrightarrow{F_{ex}})$