

**تصحيح تمارين الكهرباء**  
**الدارة RL**  
**السنة الثانية بكالوريا علوم فيزيائية وعلوم رياضية**

**المكثفات**  
**تمرين 1**

1 – حساب التوترين  $U_1$  و  $U_2$  بما أن المكثفين مركبين على التوالى فإن التوتر بين مربطيهما هو :  $U = U_1 + U_2$

$$U = \frac{Q}{C} \quad \text{و} \quad U_2 = \frac{Q_2}{C_2} \quad \text{و} \quad U_1 = \frac{Q_1}{C_1}$$

ونعلم أن

أي أن  $U = \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2}$  وبما أن التيار المار في الدارة متواالية هو نفسه في جميع نقط الدارة .

$$U = Q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \Rightarrow Q = \frac{U}{\left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)} \quad \text{أي أن } Q = Q_1 = Q_2$$

وبالتالي :

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q}{C_1}$$

$$U_1 = \frac{\frac{U}{\left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)}}{C_1} = \frac{U}{C_1 \cdot \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)}$$

$$U_1 = \frac{C_2 \cdot U}{C_1 + C_2} = 200V$$

$$U_2 = \frac{C_1 \cdot U}{C_1 + C_2} = 100V$$

2 – من خلال السؤال السابق لدينا :

$$Q_1 = Q_2 = C_1 U_1 = 2 \cdot 10^{-4} C$$

**تمرين 2**

نشحن مكثفا سعته  $C_1 = 2 \mu F$  تحت توتر  $U = 100V$  ثم نربطه بقطبي مكثف آخر غير مشحون ، سعته  $C_2 = 0,5 \mu F$  .

- 1 – عين الشحنة الابتدائية  $Q$  للمكثف الذي سعته  $C_1$  .
- 2 – احسب التوتر بين مربطي كل من المكثفين بعد ربطهما .

أجوبة: 1:  $U_1 = U_2 = 80V$  2 –  $Q = 2 \cdot 10^{-4} C$

**تمرين 3**

من خلال المعطيات أنتا تريد الحصول على مكثف مكافئ سعته أكبر بالنسبة لكل مكثف أي يجب أن نركب المكثفات على التوازي .  
 بما أن لها نفس السعة :

$$C = \sum_{i=1}^n C_i = n \cdot C_1 \Rightarrow n = \frac{C}{C_1}$$

$$n = 50$$

2 - شحنة هذا التجميع :

$$Q = C \cdot U = 0,20C$$

ـ شحنة كل مكثف هي :

$$Q_1 = C_1 \cdot U = 4 \cdot 10^{-3} C$$

## الدارة RC

### تمرين 1

1 - توجيه الدارة وتحديد منحى التيار الكهربائي المار في الدارة : نعلم أن طريقة تركيب الأوميتر المربط المشترك (Com) يعتبر كقطب سالب ) هي أن التيار يخرج من القطب السالب ويدخل من القطب الموجب بالنسبة للمكثف فهو يدخل من اللبوس A أي يوافق المنحى الاصطلاحي .

شحنة اللبوس A هي  $q$  بحيث أن  $q$  دالة تزايدية إذن  $i = \frac{dq}{dt} > 0$

2 - الاصطلاح المستعمل هو : اصطلاح مستقبل بالنسبة للمكثف وبالنسبة للموصل الأومي .  
تعبير التوتر بين مربطيهما هو :

$$u_{AB} = \frac{q_A}{C} = -u_R = -Ri(t)$$

$$u_{AB} = -R \cdot i(t)$$

4 - نطبق قانون إضافية التوترات :

$$u_{AB} = -u_R \Rightarrow u_{AB} + u_R = 0$$

$$u_{AB} + Ri(t) = 0 \quad (1)$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_{AB}}{dt}$$

$$(1) \Leftrightarrow u_{AB} + RC \frac{du_{AB}}{dt} = 0$$

### تمرين 2 شحن مكثف

نشحن مكثفا سعته  $C = 10\mu F$  من خلال التركيب التالي :  
تغذية المولد مستقرة ، يزود الدارة بتوتر  $E = 12,0V$  . مقاومة الموصل الأومي  $R = 10k\Omega$  .  
عند اللحظة  $t=0$  المكثف غير مشحون ونغلق قاطع التيار K .

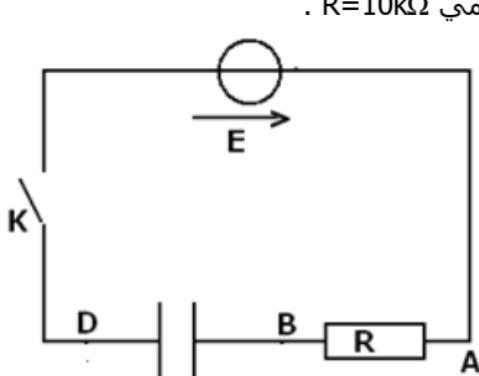
1 - لتكن  $q_B = q$  شحنة اللبوس B للمكثف . نضع  $i = \frac{dq}{dt}$  ، وجه على الدارة التيار  $i(t)$  .

2 - نضع  $u_{BD} = u$  ، أكتب تعبير  $u_{AB}$  بدلالة  $u$  و عناصر الدارة .

$$u_{BD} = u$$

$$u = u_{BD} = \frac{q_B}{C}$$

ولدينا كذلك :



$$i(t) = \frac{dq}{dt}, u_{AB} = Ri(t)$$

$$u_{AB} = R \cdot \frac{dq}{dt} = RC \frac{du}{dt}$$

طبق قانون إضافية التوترات بين A و D :

$$u_{AD} = u_{AB} + u_{BD}$$

$$E = RC \cdot \frac{du}{dt} + u$$

3 - أكتب المعادلة التفاضلية التي تحقق  $u(t)$  .

المعادلة التفاضلية التي تحقق  $u(t)$  هي :

$$E = RC \cdot \frac{du}{dt} + u$$

4 - حل المعادلة التفاضلية هو على الشكل التالي :  $u(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

4 - 1 حدد التعابير الحرفية ل A و  $\tau$  وأحسب قيمها .

نعرض في المعادلة التفاضلية الحل  $u(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$$E = RCA \cdot \left( 0 + \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} \right) + A(1 - e^{-t/\tau})$$

$$\left( \frac{RC}{\tau} - 1 \right) = 0 \Rightarrow RC = \tau$$

$$A = E$$

$$u(t) = 10(1 - \exp(-t/0,1))$$

قيمة القوة الكهرومagnetica للمولود و ثابتة الزمن  $\tau$  تساوي A

$$\tau = RC$$

تطبيق عددي :

$$\tau = RC = 0,1s \quad \text{و} \quad A = 10V$$

4 - 2 عبر عن تيار الشحن  $i(t)$  :

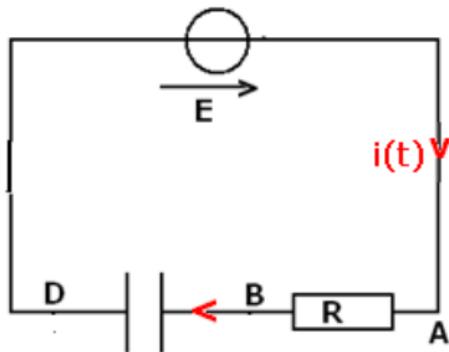
تعبير تيار الشحن :

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \Rightarrow i(t) = C \frac{du}{dt} \Rightarrow i(t) = \frac{E}{\tau} \exp(-t/\tau)$$

$$u = 10(1 - \exp(-t/0,1)) \Rightarrow i(t) = 10^2 \exp(-t/0,1)$$

5 - عبر حرفيا ، عند اللحظة  $t=0$  ، ثم أحسب قيم :

$$\frac{di}{dt} \quad \text{و} \quad \frac{du}{dt} \quad \text{،} \quad u_- \quad \text{عند} \quad t=0 \quad \text{لدينا :}$$



$$\left( \frac{du}{dt} \right)_{t=0} = \frac{E}{\tau} = 10^2 V/s$$

$$i(0) = \frac{E}{\tau} = 10^2 V/s$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{E}{\tau^2} \exp(-t/\tau) \Rightarrow \left( \frac{di}{dt} \right)_{t=0} = -\frac{E}{\tau^2}$$

$$u(0) = 0$$

6 – 1 حدد عند  $t_{1/2}$  اللحظة التي يصل فيها التوتر  $u(t)$  إلى القيمة  $\frac{E}{2}$ . ثم قارنها مع ثابتة الزمن  $\tau$ .

$$u(t_{1/2}) = E \left( 1 - \exp(-t_{1/2}/\tau) \right)$$

عند  $t_{1/2}$  تكون

$$u(t_{1/2}) = \frac{E}{2} = E \exp(-t_{1/2}/\tau)$$

$$\ln 2 = \frac{t_{1/2}}{\tau} \Rightarrow t_{1/2} = \tau \cdot \ln 2$$

6 – 2 في أية لحظة تكون عندنا  $\frac{E}{4}$  ثم  $\frac{E}{8}$  ؟

بنفس الطريقة نحصل بالنسبة ل  $\frac{E}{4}$  على :

$$t' = 2\tau \ln 2$$

بالنسبة ل  $\frac{E}{8}$

$$t' = 3\tau \ln 2$$

### تمرين 3

1 – المعادلة التفاضلية التي تعبر عن تغيرات شحنة المكثف بدلالة الزمن :  
عند غلق قاطع التيار  $K$  ، حسب قانون الإضافية للتوترات لدينا :

$$E = u_R(t) + u(t) \Rightarrow E = R i(t) + \frac{q}{C}$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \Rightarrow E = R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

$$EC = RC \frac{dq}{dt} + q$$

2 – حل المعادلة التفاضلية هو  $q(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$

2 – شحنة المكثف  $q(\infty)$

$$q(t) = A \exp(-t/\tau) + B$$

$$q(\infty) = B$$

في النظام الدائم شحنة المكثف  $q(\infty) = C \cdot u(\infty)$

عندما تؤول  $t \rightarrow \infty$  فإن  $u(t) \rightarrow 0$  أي أن  $q(\infty) = 0$  وبالتالي فإن  $B = CE$

2 – الشروط البدئية :

عند اللحظة  $t=0$  لدينا  $q(0)=0$  أي أن  $q(0)=0$  وبالنالي فتعبير  $q(t)$  هو على الشكل التالي :

$$q(t) = C.E(1 - \exp(-t/\tau))$$

#### تمرين 4 الطاقة في المكثف

1 – عند اللحظة  $t=0$  لدينا :

$$q(0) = C.u(0) = 0 \Rightarrow u(0) = 0 \quad \text{أي أن } q(0) = 0$$

بما أنه لدينا مولد مؤمثل للتيار فهو يزود الدارة بتيار مستمر ثابت  $I_0 = 0,2\text{mA}$  فإن  $u_R(0) = R.i(0) = R.I_0 = 0,2\text{V}$

$$u_G(0) = u_C(0) + u_R(0)$$

$$t=0, u_C(0) = 0 \Rightarrow u_G(0) = u_R(0) = 0,2\text{V}$$

حسب قانون إضافية التوترات فإن  $t=10\text{s}$

2 – نوقف الشحن عند اللحظة  $t=10\text{s}$   
2 – حساب الشحنة ( $q(t_1)$ ) للمكثف :

لدينا شدة التيار المار في الدارة هو :

$$I_0 = \frac{dq}{dt} \Rightarrow dq = I_0 dt$$

$$\int_0^{q_1} dq = I_0 \int_0^{t_1} dt \Rightarrow q_1 = I_0 \cdot t_1 = 2.10^{-3}\text{C}$$

2 – التوتر ( $u_C(t)$ )

$$q_1 = C.u_C(t) \Rightarrow u_C(t) = \frac{q_1}{C} = 5\text{V}$$

2 – الطاقة ( $E_e$ ) المخزونة في المكثف :

$$\xi_e(t_1) = \frac{1}{2} C.u_C(t_1)^2 = 5.10^{-3}\text{J}$$

3 – الطاقة المبددة بمفعول جول في الموصى الأومي :

$$E' = RI_0^2 \Delta t = 4.10^{-4}\text{J}$$

3 – مردود المولد :

$$r = \frac{\xi_e(t_1)}{\xi_e(t_1) + E'} = 93\%$$

أن شحن المكثف يتم بشكل جيد لأن ضياع الطاقة بفعل جول ضعيف لا يمثل سوى

4 – في حالة ما تم استمرار في شحن المكثف دون توقف سيختلف هذا الأخير .

#### تمرين 6

1 – تعبير  $q_D$  بدلالة  $I$  و  $t$  :

لدينا شدة التيار المار في الدارة هو :

$$I = \frac{dq}{dt} \Rightarrow dq = Idt$$

$$\int_0^{q_D} dq = I \int_0^t dt \Rightarrow q_D = I.t$$

2 – حساب  $q_D$  إذا كانت مدة الشحن 20 ثانية :

لدينا شدة التيار المار في الدارة هو :

$$I_0 = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q_D = I_0 \Delta t = 4.10^{-5} C$$

3 - حساب التوتر :

$$q_D = C \cdot u_{DF} \Rightarrow u_{DF} = \frac{q_D}{C} = \frac{I_0 \cdot \Delta t}{C} = 1,82 V$$

4 - المدة الزمنية اللازمة لشحن المكثف كليا هي :

$$q_D = I_0 \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{q_D}{I_0} = \frac{C \cdot u_{DF_{max}}}{I_0} = 692 s$$

### تمارين توليفية حول RC

1

العين المجردة أي أن الإبرة لا تستقر على قيمة معينة .

2 - المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر  $u_C$  بين مربطي المكثف :

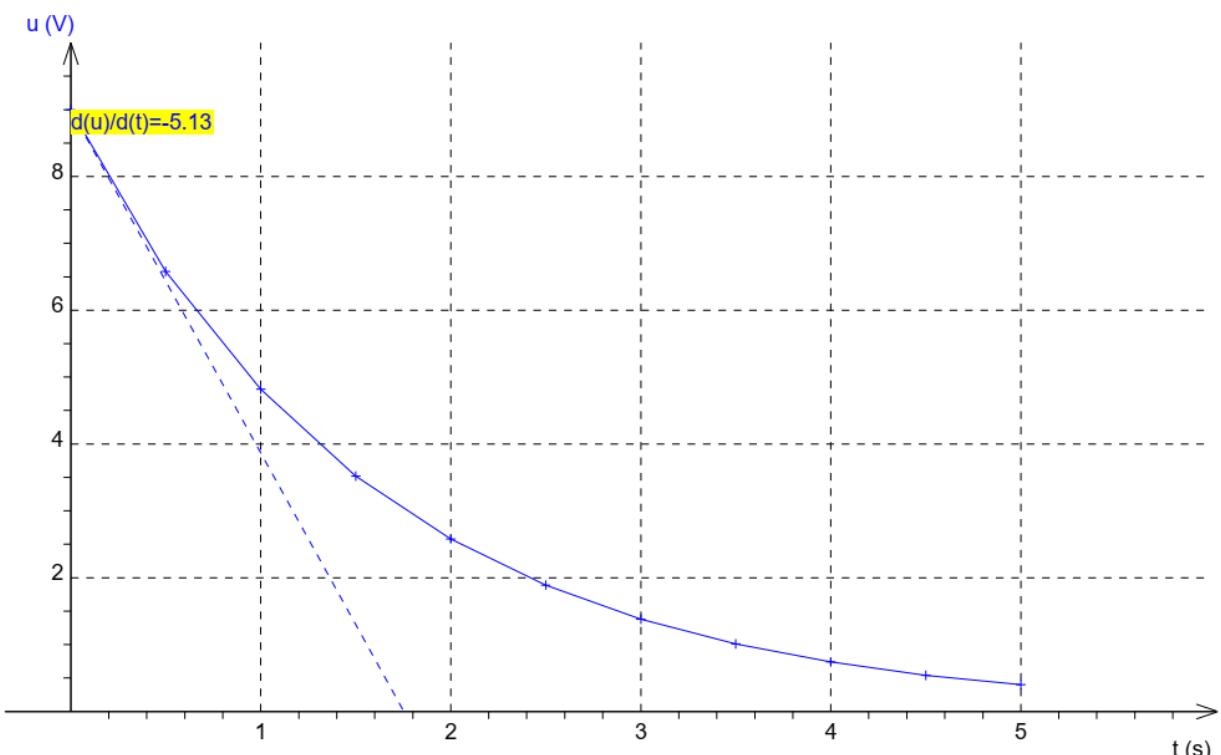
عند غلق قاطع التيار وحسب قانون إضافية التوترات :

$$u_C + u_V = 0 \Rightarrow u_C + R_V \cdot i(t) = 0$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

$$u_C + R_V \cdot C \frac{du_C}{dt} = 0$$

3 - التمثيل المباني للتوتر  $u$  بدلالة الزمن :



من خلال المنحنى يتبيّن أن  $\tau = 1,8 s$

نستنتج :

$$\tau = R_V \cdot C \Rightarrow R_V = \frac{\tau}{C} = 225 k\Omega$$

II - العلاقة بين الشدة  $i(t)$  والتوتر  $u$  بين مربطي المكثف :

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du}{dt}$$

2 – العلاقة بين شدة التيار الكهربائي  $i_1(t)$  المار في الفولطметр و التوتر  $u$  بين مربطيه :

$$u = R_v \cdot i_1(t) \Rightarrow i_1(t) = \frac{u}{R_v}$$

حسب قانون أوم لدينا :

3 – نطبق قانون العقد لدينا :

$$I = i(t) + i_1(t) \Rightarrow I = C \cdot \frac{du}{dt} + \frac{u}{R_v}$$

$$u + R_v \cdot C \frac{du}{dt} = R_v \cdot I$$

4 – نضع  $I = R_v \cdot C \cdot e^{-t/\tau}$  تصبح المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$u + \tau \frac{du}{dt} = E$$

ونعلم أن حل هذه المعادلة التفاضلية هو على الشكل التالي :  $u = E(1 - e^{-t/\tau})$

مما يبين أن الشحن تم كأنه بواسطة مولد قوته الكهرومagnetة  $E$  بحيث أن  $E = R_v \cdot I$ .

5 – التأكد من هذه النتيجة ، نقوم بحساب  $E = R_v \cdot I = 14,625V$  وهذا لايتواافق مع التمثيل المباني ، من الممكن أن يكون الشكل غير صحيح .