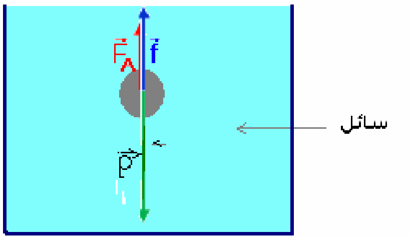
Chute verticale d'un solide:السقوط الرأسي لجسم صلب

1.القوى المطبقة على جسم من طرف مائع:

1.1.القوى المطبقة من طرف مائع:



الجسم المغمور في مائع يخضع إلى ثلاث قوى:

- قوة الثقالة.(أي وزن الجسم) $\vec{P}$ •
- دافعة أرخميدس $\vec{F}_A$ •
- قوة الاحتكاك المائع $\vec{f}$ •

1.2.1 قوة الثقالة:

تخضع الأجسام في مجال الثقالة إلى **قوة الثقالة** ، وهي القوة المطبقة عليها من طرف الأرض وتسمى بالوزن $\vec{P}$ •

* العلاقة بين شدة وزن الجسم وشدة الثقالة : $P = m.g$.

* $\vec{g}$: متجهة مجال الثقالة موجهة نحو مركز الأرض(أي رأسية نحو الأسفل) ، وتحتفظ في نفس الموضع بنفس الشدة.

وحدة شدة الثقالة g في النظام العالمي للوحدات هي : N/Kg أو m/s^2.

* القوة $\vec{P} = m.\vec{g}$ تطبق في مركز القصور **G** للجسم الصلب .

1.2.2.دافعة أرخميدس:

يخضع كل جسم مغمور كليا أو جزئيا في مائع لقوة تماس ضاغطة تسمى **دافعة أرخميدس** ، وهي رأسية، موجهة نحو الأعلى ،

شدتها تساوي وزن حجم السائل المزاح . $F_A = \rho_f.V.g$

القوة $\vec{F}_A = -\rho_f.V.\vec{g}$ تـطبق في مركز قصور السائل المزاح .

ρ_f : الكتلة الحجمية للمائع ب: $(kg.m^{-3})$.

V : الحجم المزاح للمائع (m^3) **volume du liquide déplacé**

g : شدة الثقالة ب: (N/kg) أو: (m/s^2) .

1.2.2.قوة الاحتكاك المائع:

تكافئ قوى الاحتكاك التي يطبقها المائع على الجسم الصلب المغمور داخله قوة وحيدة $\vec{f}$ تسمى **قوة الاحتكاك المائع**، تطبق في

مركز القصور **G** للجسم، معاكسة لمتجهة السرعة $\vec{v}$: $\vec{f} = -k.\vec{v}^n$. تتعلق بطبيعة السائل وبشكل الجسم الصلب.

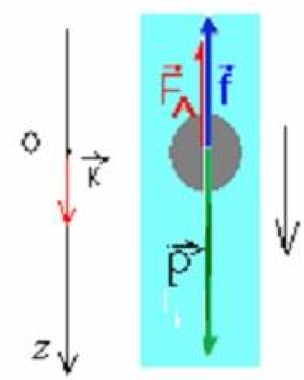
منظمها : $f = k.v^n$

ملحوظة : عموما إذا كانت السرعة صغيرة نأخذ: $n = 1$ فتصبح : $f = k.v$ في هذه الحالة تتعلق الثابتة k بلزوجة السائل.

و إذا كانت السرعة كبيرة نأخذ: $n = 2$ فتصبح: $f = k.v^2$ في هذه الحالة تتعلق الثابتة k بالكتلة الحجمية للسائل.

2.السقوط الرأسي باحتكاك:

2.1.المعادلة التفاضلية:



❖ المجموعة المدروسة: { الكرية }

❖ جرد القوى: الكرية تخضع للقوى التالية:

✓ $\vec{P}$: قوة الثقالة(وزن الجسم) $\vec{P} = m.\vec{g}$

✓ $\vec{F}_A$: دافعة أرخميدس $\vec{F}_A = -\rho_f V.\vec{g}$

✓ $\vec{f}$: قوة الإحتكاك المائع $\vec{f} = -k.\vec{V}^n$

❖ اختيار المعلم المناسب: نختار معلما (o,z) موجها نحو الأسفل(لأن الحركة مستقيمية ورأسية)

* تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\Sigma\vec{F} = m.\vec{a}_G$

لأن الحركة مستقيمية

أي : $\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{f} = m.\vec{a}_G$ $\quad mg\vec{k} - \rho_f V.g\vec{k} - kv^n\vec{k} = m.\vec{a}_G$ التسارع $a = a_z$ لأن الحركة مستقيمية.

بالإسقاط على المحور oz : $mg - \rho_f V.g - kv_n = m.a$ العلاقة السابقة تصبح: $g - \dfrac{m_f.g}{m} - \dfrac{kv^n}{m} = \dfrac{dv}{dt}$

$a = \dfrac{dv}{dt}$ المعادلة التفاضلية تصبح كما يلي : $\dfrac{dv}{dt} = (1 - \dfrac{m_f}{m})g - \dfrac{kv^n}{m} \Leftarrow \dfrac{dv}{dt} = (\dfrac{m - m_f}{m})g - \dfrac{kv^n}{m}$

ويمكن كتابتها كما يلي : $\dfrac{dv}{dt} = A - B.v^n$ **(1)**

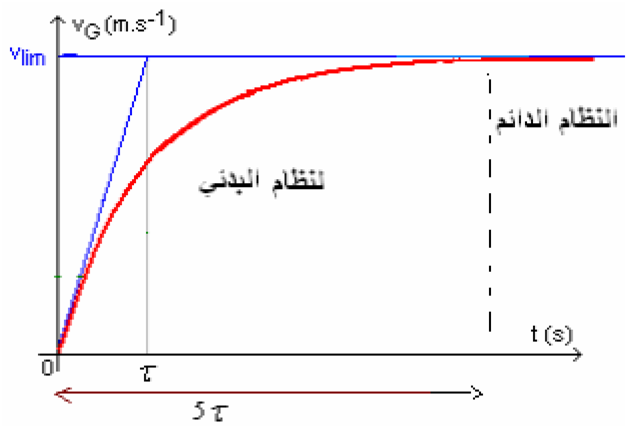
وهي المعادلة الزمنية لحركة مركز قصور الكرية أثناء السقوط الرأسي في سائل (بحيث ρ هي الكتلة الحجمية للجسم الصلب.)

مع : $A = (\dfrac{m - m_f}{m}).g$ و : $B = \dfrac{k}{m}$

2.2.المقادير المميزة للحركة:

أ.النظام الدائم:

تمكن الدراسة التجريبية من رسم المنحنى الممثل لتغيرات سرعة الكرية بدلالة الزمن :



في البداية تتزايد سرعة الكرية إلى أن تبلغ قيمة ثابتة تسمى : السرعة الحدية يرمز إليها ب : v_ℓ نظام فتخضع حركة الكرية إلى نظام يسمى النظام الدائم .

عندما يتحقق النظام الدائم ، تصبح السرعة v للكرية ثابتة وبذلك يصبح $\dfrac{dv}{dt} = 0$ ومن خلال (1) يصبح لدينا : $A - B.v_\ell{}^n = 0$

أي : $v_\ell = \left(\dfrac{A}{B}\right)^{\frac{1}{n}}$ ونحصل على تعبير السرعة الحدية : $v_\ell = \left[\dfrac{g}{k}(m - m_f)\right]^{\frac{1}{n}} = \left[\dfrac{g}{k}(\rho - \rho_f).V\right]^{\frac{1}{n}}$

حيث ρ الكتلة الحجمية للكرية ρ_f الكتلة الحجمية للسائل . V حجم الكرية.

ب.النظام البدئي:التسارع البدئي للكرية

في بداية السقوط تتزايد سرعة الكرية وتصبح لها حركة مستقيم ية متغيرة بانتظام تسارعها: $a = \dfrac{dv}{dt} = (\dfrac{m - m_f}{m})g - \dfrac{kv_n}{m}$

وفي اللحظة $t = 0$: تسارع الكرية البدئي : $a_o = (\dfrac{m - m_f}{m})g$ لأن $v_o = 0$

مبيانيا قيمة الت سارع البدئي تساوي قيمة المعامل الموجه للمماس للمنحنى $v = f(t)$ عند اللحظة : $t = o$.

ج.الزمن المميز للحركة:

يتقاطع الخط المماس للمنحنى $v = f(t)$ مع الخط المقارب للمنحنى في نقطة أفصولها τ تسمى الزمن المميز للحركة .

تحدد قيمة τ بالعلاقة : $v_\ell = a_o.\tau$.

بمعرفة قيمة الزمن المميز للحركة τ يمكن تقدير مدة النظام البدئي وهي تساوي حوالي : 5τ.

3.2. حل المعادلة التفاضلية باستعمال طريقة أولير:

طريقة أولير طريقة رقمية تكرارية تمكن من حل المعادلة التفاضلية .ويستوجب استعمال هذه الطريقة معرفة سرعة مركز قصور الجسم في لحظة معينة ، والتي غ البا ما تكون هي السرعة البدئية v_o في اللحظة $t=0$.

*المرحلة الاولى :

بمعرفة قيمة السرعة البدئية ، نحسب التسارع البدئي a_o بحيث : $a_o = A - B.v_o{}^n$

*المرحلة الثانية : نحسب السرعة v_1 في اللحظة t_1 ، $t_1 = t_o + \Delta t$ نسمي Δt خطوة الحساب.

$a_o = A - B.v_o{}^n$ ثم $v_1 = v_o + a_o.\Delta t$

$a_1 = A - Bv_1{}^n$ ثم : $v_2 = v_1 + a_1.\Delta t$

$a_2 = A - Bv_2{}^n$ ثم : $v_3 = v_2 + a_2.\Delta t$

ملحوظة : اختيار خطوة الحساب .

اختيار خطوة الحساب Δt يكتسي أهمية بالغة في طريقة أولير ، فكلما كانت قيمتها صغيرة ،كلما كانت ا لنتائج النظرية قريبة من النتائج التجريبية .

عموما نأخذ الخطوة $\Delta t = \frac{\tau}{10}$ لكي لا نتجاوز السرعة الحدية للكرية .

3.السقوط الرأسي الحر لجسم صلب في مجال الثقالة:

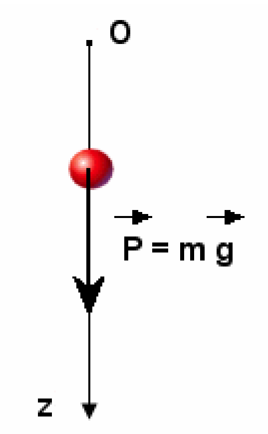
1.3.تعريف السقوط الحر:

السقوط الحر لجسم صلب هو سقوطه تحت تأثير وزنه فقط وبدون سرعة بدئية

و يتم ذلك في الفراغ المطلق و في الهواء عندما يكون للجسم شكلا انسيابيا وكثافة عالية بحيث يمكن إهمال تأثير الهواء عليه .

إذا كان المسار رأسيا نقول أن السقوط الحر رأسي.

2.3.دراسة السقوط الحر لجسم صلب:



* المجموعة المدروسة {الكرية}

*اختيار المعلم المناسب : نعتبر معلما (o,z) موجها نحو الأسفل (لأن الحركة مستقيمة).

* جرد القوى : الكرية تخضع لوزنها $\vec{P}$ فقط. (نهمل تأثير الهواء أمام تأثير وزن الجسم)

* تطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}_G$ $\Leftarrow$ $\vec{P} = m.\vec{a}_G$

أي: $m.\vec{g} = m.\vec{a}_G$ $\Leftarrow$ $\vec{g} = \vec{a}_G$ **(1)**

* اسقاط العلاقة (1) على المحور oz : $a_z = g$

التسارع ثابت والمسار مستقيمي ، إ ذن حركة الجسم مستقيمية متغيرة بانتظام .

* المعادلة التفاضلية للحركة: نعلم أن : $a_z = \frac{dv_z}{dt}$ ولدينا : $a = g$ إذن: $\frac{dv_z}{dt} = g$ وهي المعادلة التفاضلية.

المعادلة التفاضلية لحركة مركز قصور جسم في سقوط حر بدون سرعة بدئية تكتب على الشكل التالي : $\frac{dv_z}{dt} = g$

ملحوظة : يهدف حل المعادلة التفاضلية في الميكانيك إلى التوصل للمعادلات الزمنية للحركة.

* دالة السرعة: $g = \frac{dv_z}{dt}$: إذن الدالة التي مشتقتها g تكتب : $v_z = gt + C^{te}$

خلال السقوط الحر السرعة البدئية للجسم منعدمة : $C^{te} = 0$ وبالتالي : **(2)** $v_z = gt$ وهي دالة السرعة.

*ا لمعادلة الزمنية للحركة:

بما أن: $v_z = \frac{dz}{dt}$ فإن العلاقة **(2)** تكتب كما يلي : $\frac{dz}{dt} = gt$ إذن الدالة التي مشتقتها gt تكتب: $z = \frac{1}{2}gt^2 + C^{te}$

نحدد الثابتة بالرجوع على الشروط البدئية : لدينا عند اللحظة $t = 0$: $z = 0$ لأن الجسم انطلق من الأصل 0 للمحور oz

، إذن: $C^{te} = 0$ وبالتالي: $z = \frac{1}{2}gt^2$ وهي المعادلة الزمنية لحركة جسم في سقوط الجسم .

تعميم:

بالنسبة لمعلم رأسي (o, z) موجه نحو الاسفل ، تكتب معادلات حركة مركز قصور جسم صلب في سقوط راسي حر كما يلي :

$$a_G = g$$
$$v_G = gt + v_o$$
$$z_G = \frac{1}{2}gt^2 + v_o.t + z_o$$