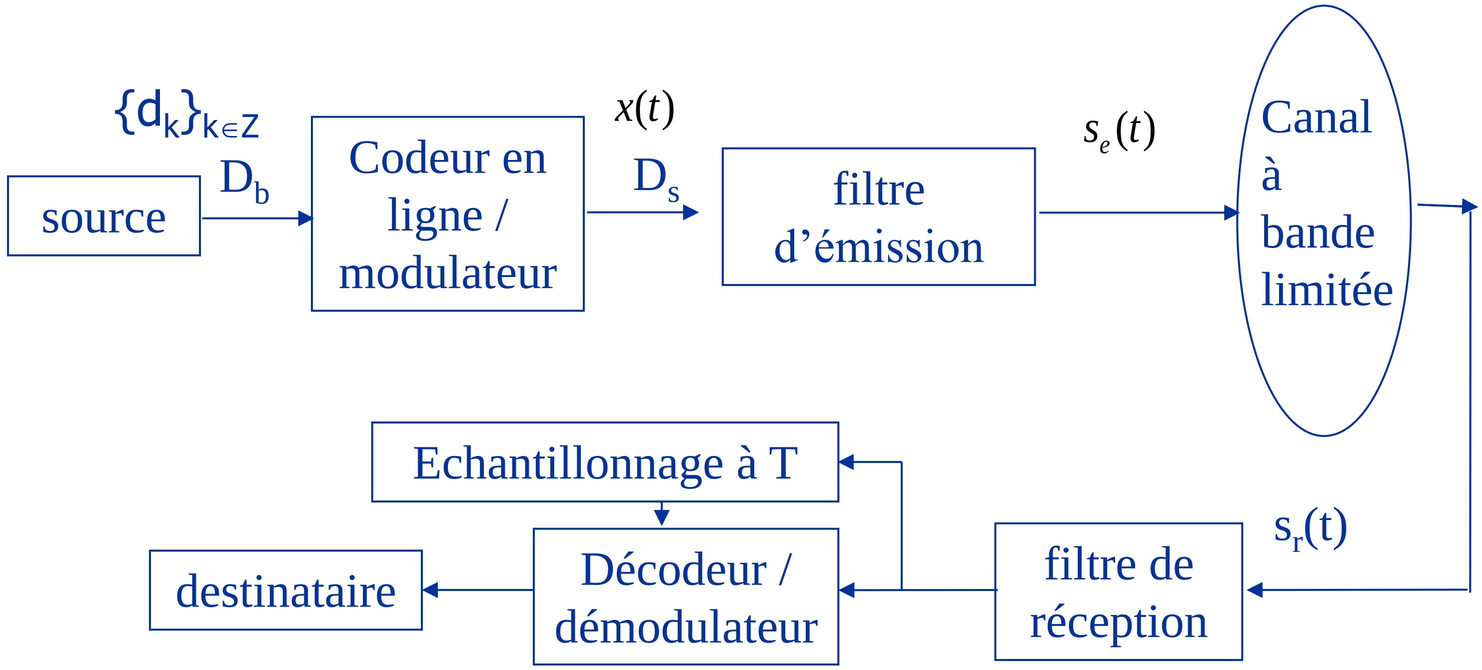
Partie 3 :
Les contraintes fréquentielles

• Comment appliquer les infos numériques sur les signaux physiques qui vont se propager sur un canal de réponse fréquentielle limitée, comment les traiter ?
• Est-ce possible de transmettre les bits sans erreur ? Y a-t-il des limites à respecter ?

Chaîne de transmission : rôle du récepteur



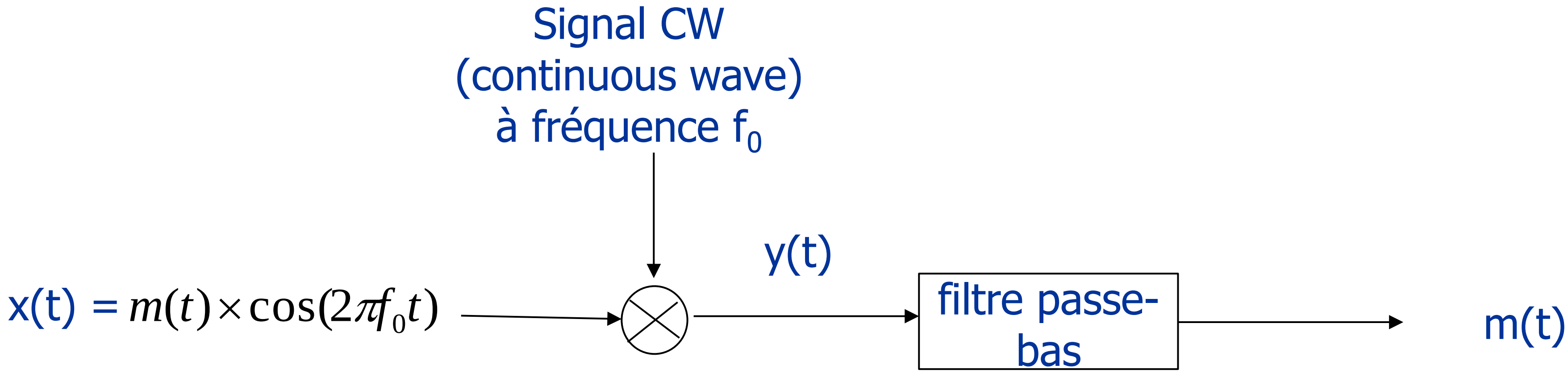
Réponses fréquentielles des filtres : $H_e(f)$, $H_r(f)$

Prop : $H_e(f)=0$ et $H_r(f)=0$ pour f hors de la bande B du canal

But : trouver à l'instant $t_j=jT+\tau$ la valeur de a_j (bande de base) ou de c_j (modulation) !

τ : délai de transmission + délai pour choisir au mieux t_j (ex : au milieu du symbole)

Réception : démodulation synchrone en réception



Spectre de m(t) translaté autour de 0 et de $2f_0$

On retrouve le signal en bande de base !

$$y(t) = m(t)\times\cos^2(2\pi f_0 t) = \frac{m(t)}{2}\left(1+\cos(4\pi f_0 t)\right)$$

- Réalisation simple
- Faisable sur les signaux I et Q , avec les porteuses en phase et en quadrature
- Nécessite de synchroniser la fréquence et la phase de la porteuse (à l'aide de PLLs …)

Expression des signaux temporels le long de la chaîne : cas de la bande de base

$$s_e(t) = \sum_k a_k f_e(t - kT)$$

$$s_r(t) = s_e(t)$$ grâce au filtre d'émission

$$y(t) = s_e(t) * h_r(t) = \sum_k a_k (f_e * h_r)(t - kT)$$

$$y(t) = \sum_k a_k l(t - kT)$$

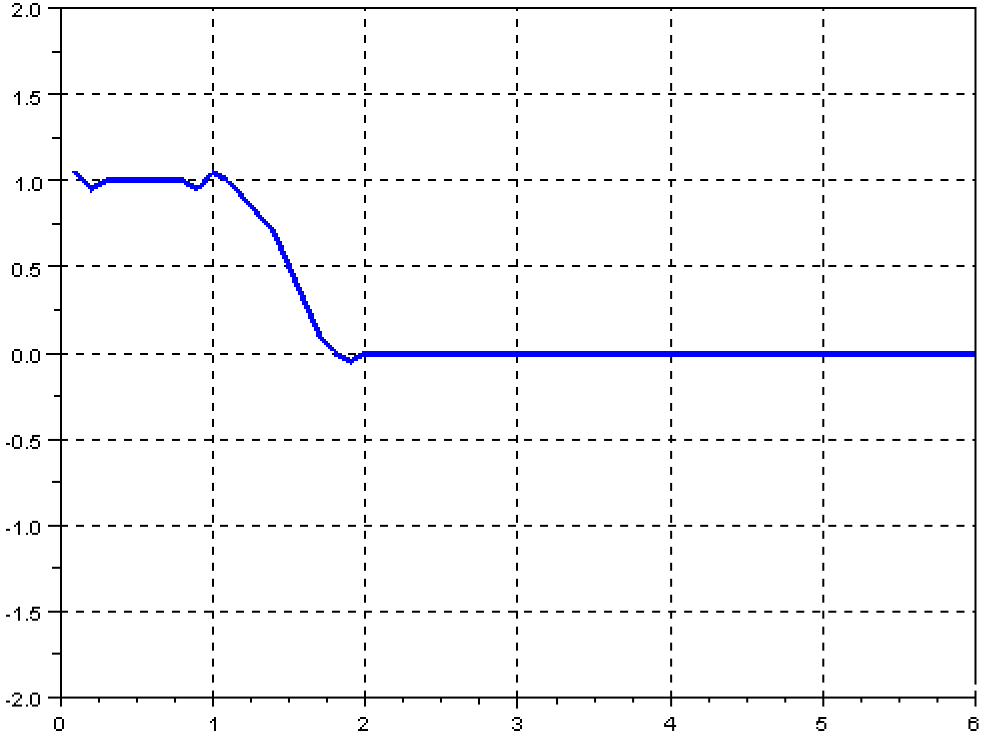
Signal reçu, différent du signal émis !

Signal reçu équivalent d'un signal de type PAM avec une impulsion l(t)

avec $l(t) = (g * h_e * h_r)(t)$

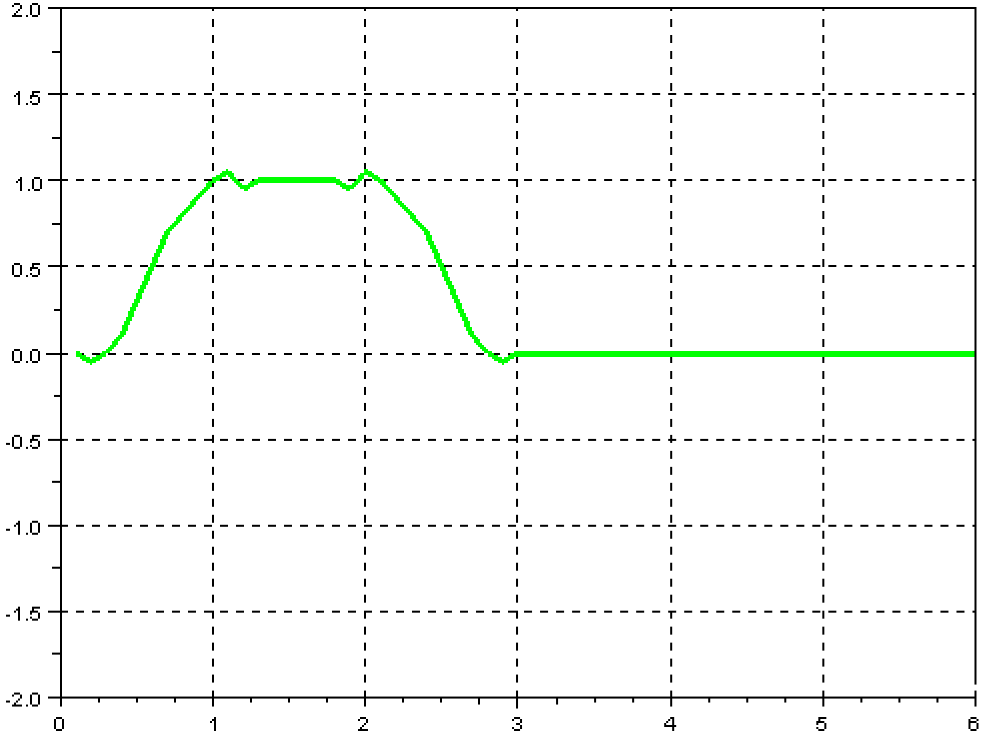
Exemple : porte ‘élargie’

Suite de bits : 1 1 1 0 1 0



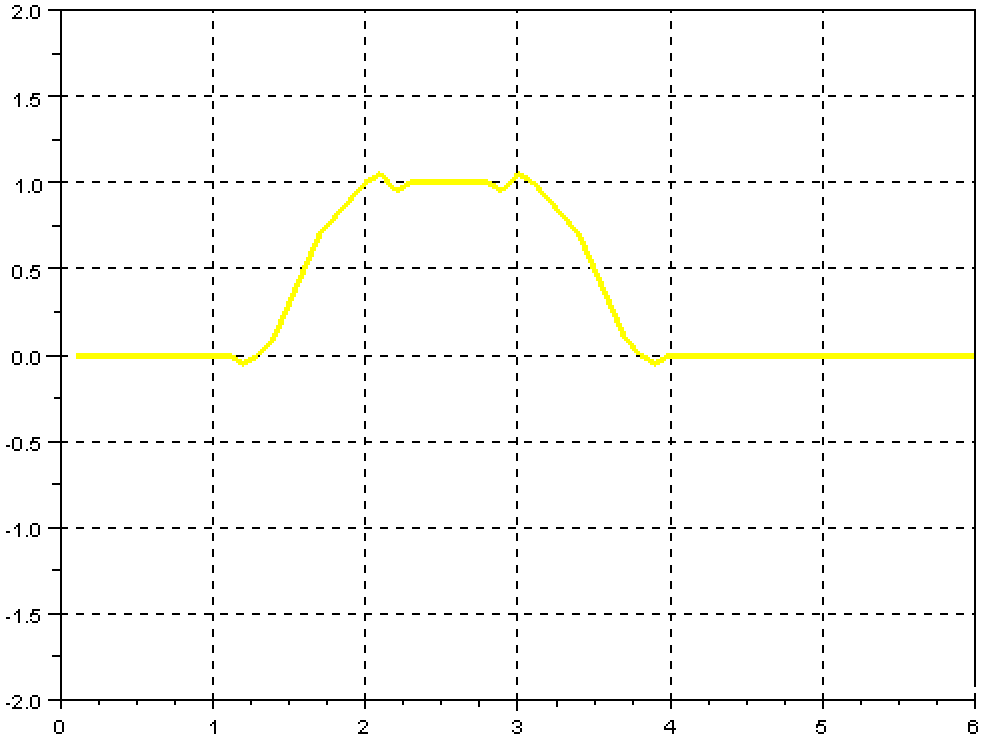
Exemple : porte ‘élargie’

Suite de bits : 1 1 1 0 1 0



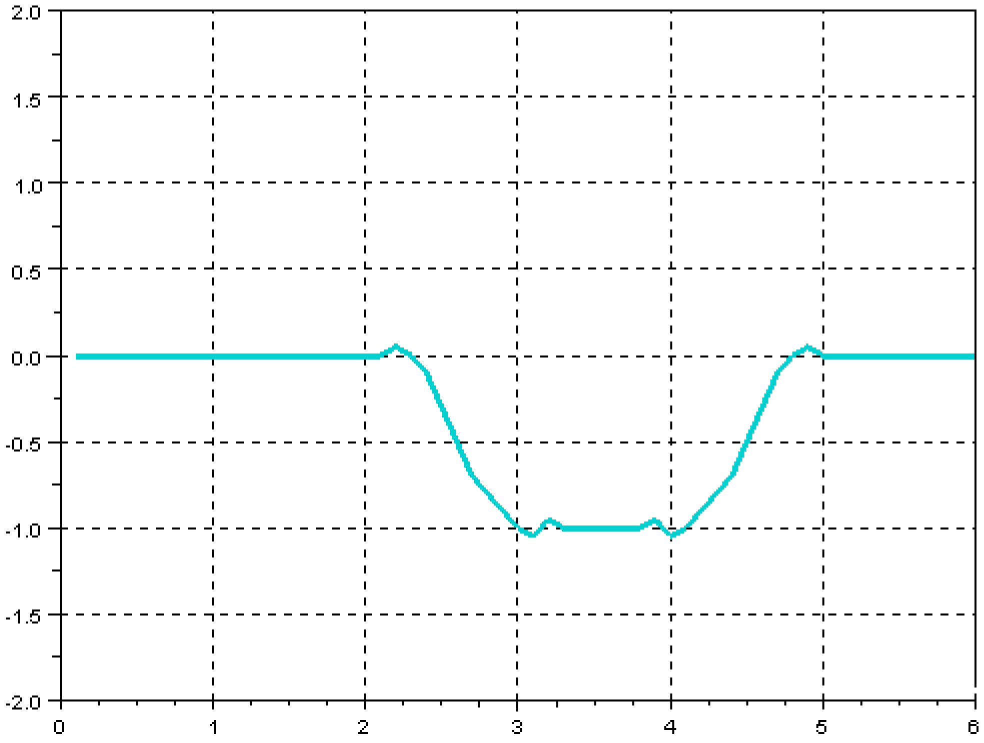
Exemple : porte ‘élargie’

Suite de bits : 1 1 1 0 1 0



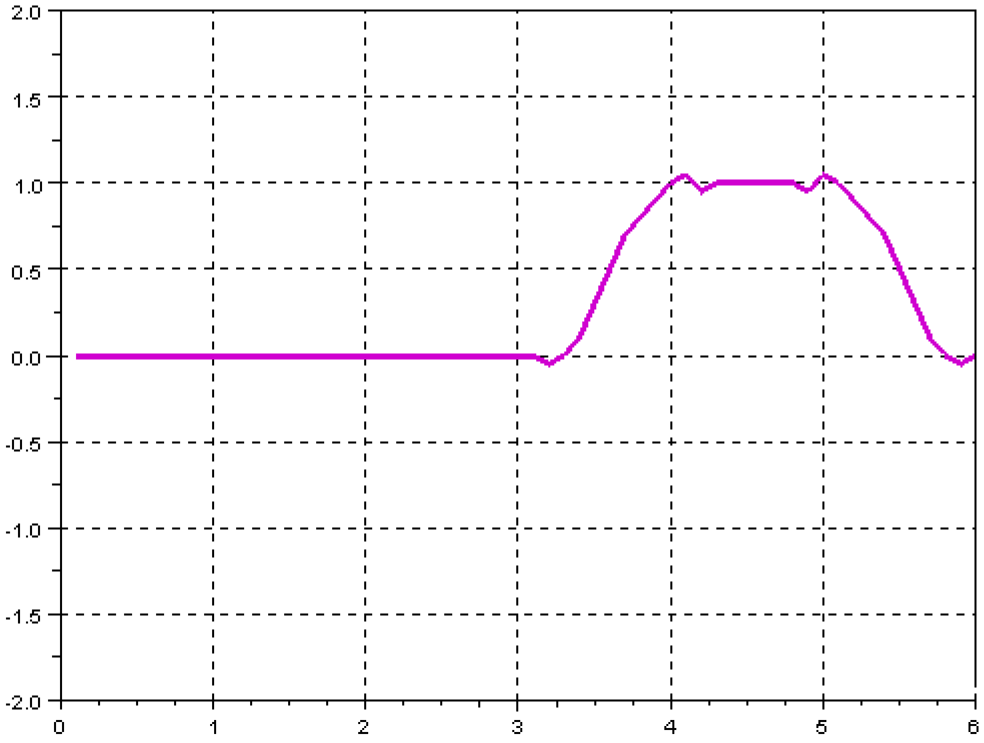
Exemple : porte ‘élargie’

Suite de bits : 1 1 1 0 1 0



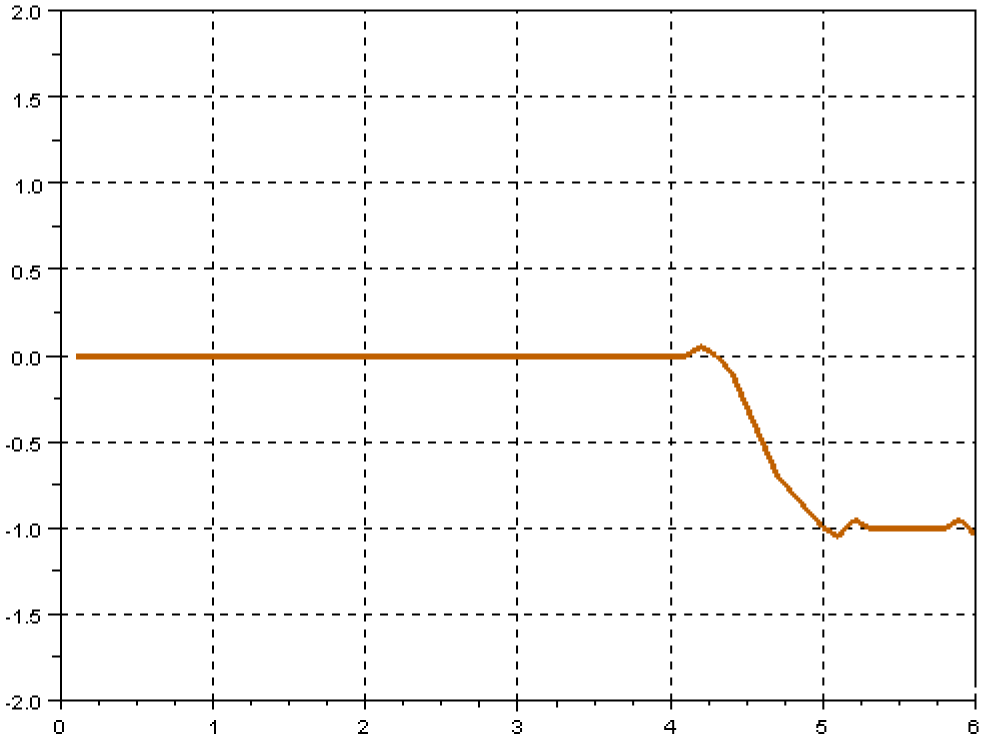
Exemple : porte ‘élargie’

Suite de bits : 1 1 1 0 1 0



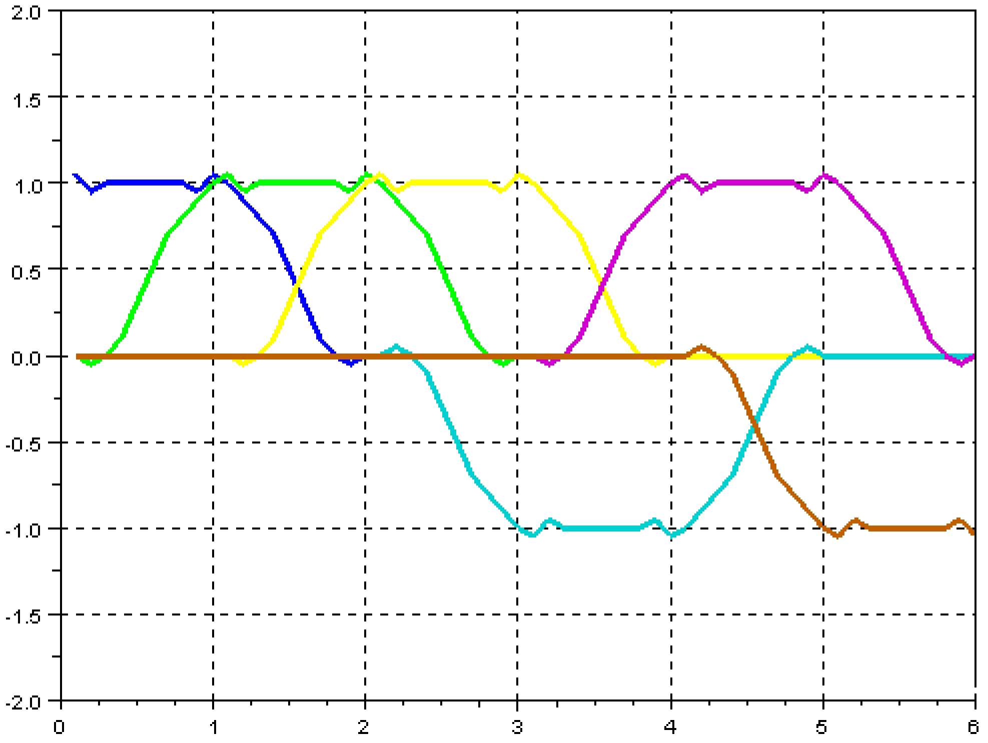
Exemple : porte ‘élargie’

Suite de bits : 1 1 1 0 1 0

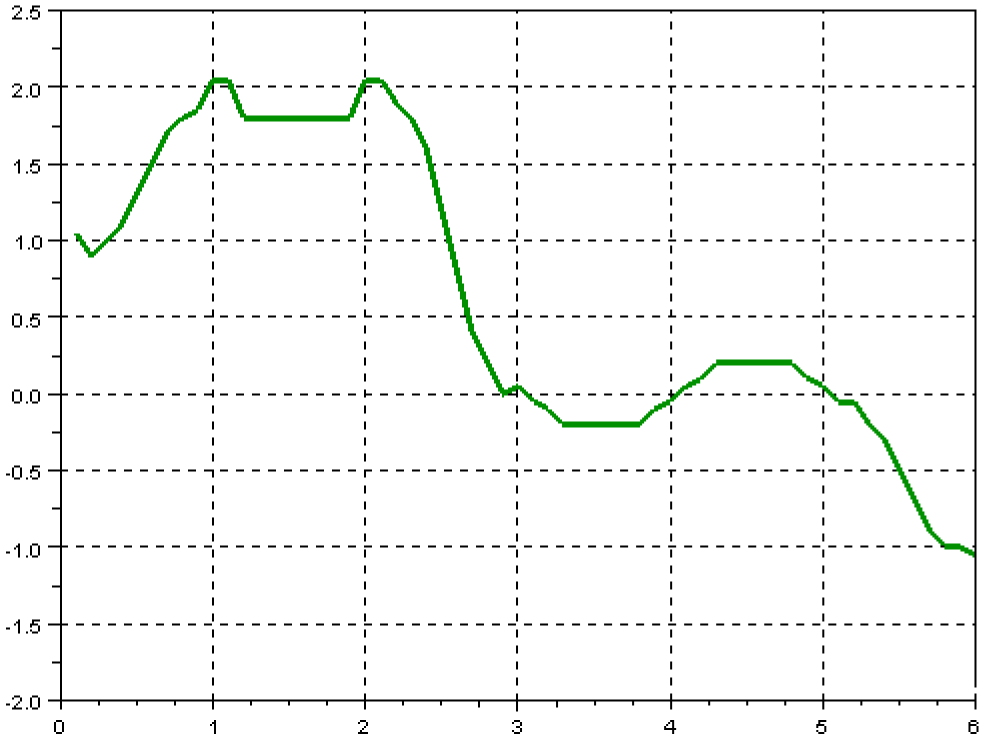


Exemple : porte ‘élargie’

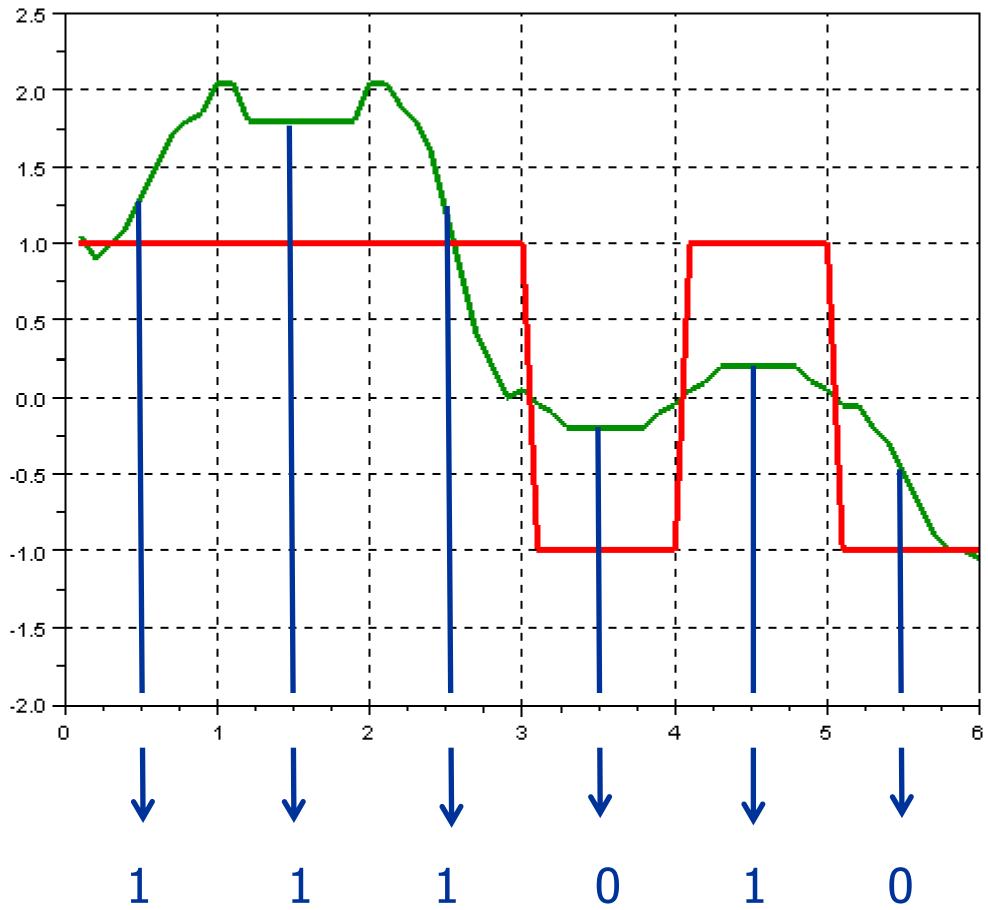
Suite de bits : 1 1 1 0 1 0



Exemple : IES aux instants d'échantillonnage

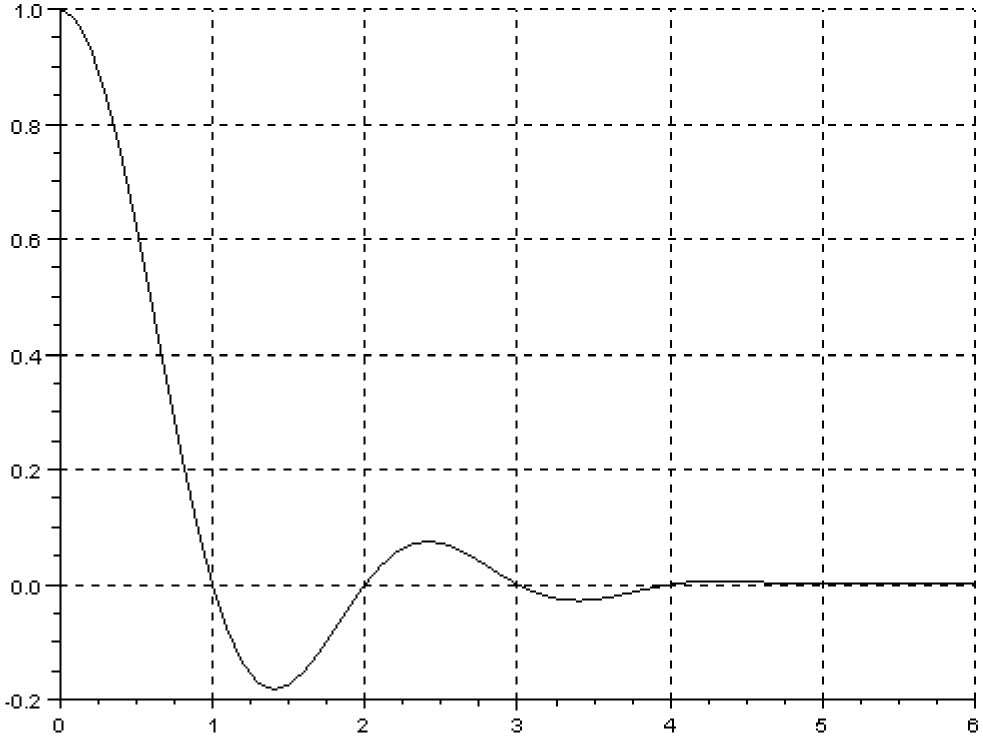


Exemple : IES aux instants d'échantillonnage



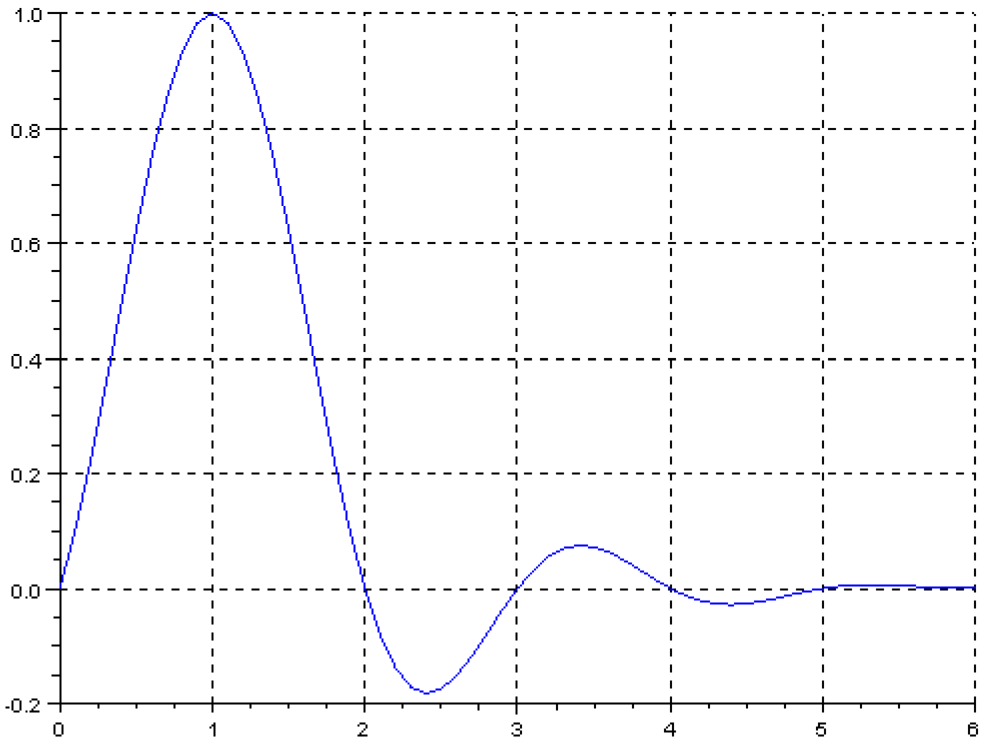
Exemple : avec filtrage optimisé

Suite de bits : 1 1 1 0 1 0



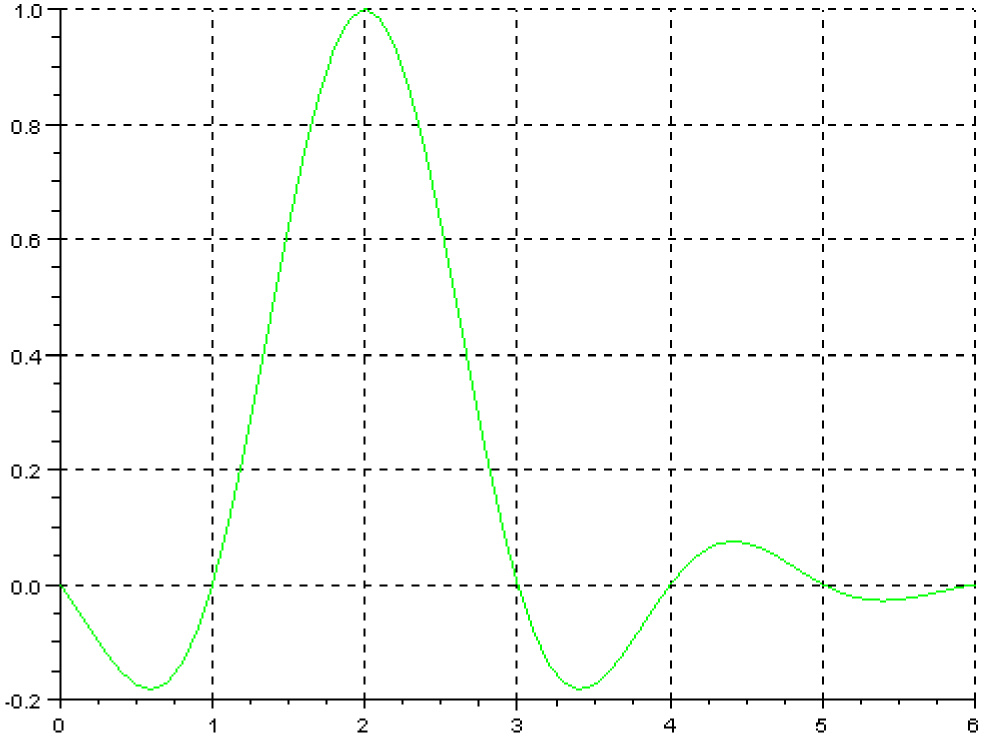
Exemple : avec filtrage optimisé

Suite de bits : 1 1 1 0 1 0



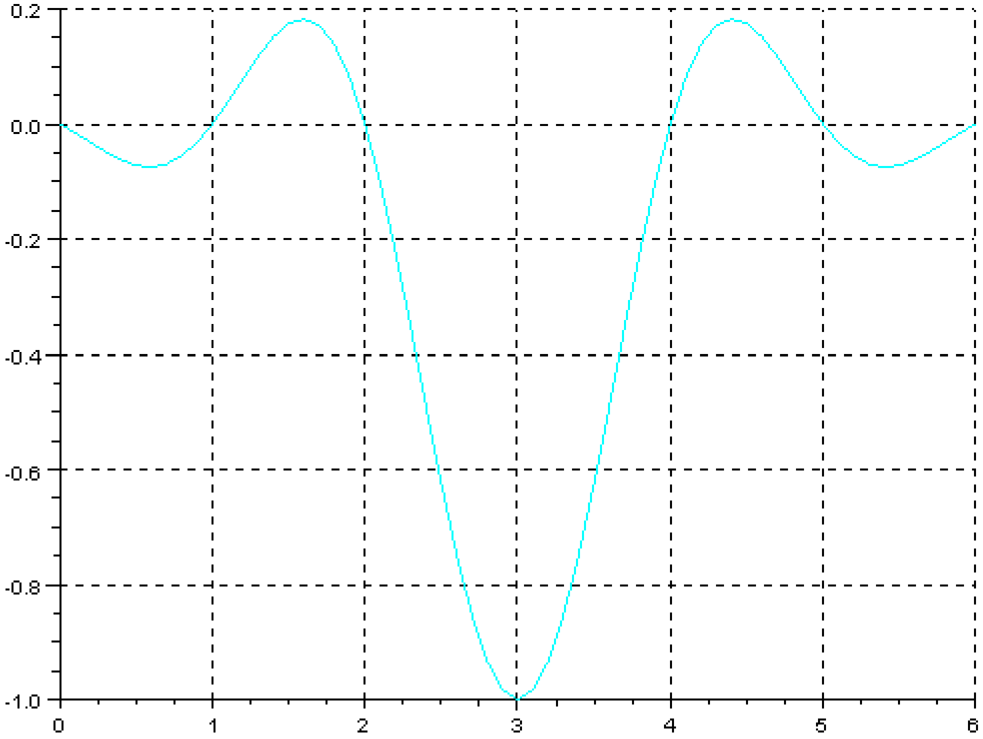
Exemple : avec filtrage optimisé

Suite de bits : 1 1 1 0 1 0



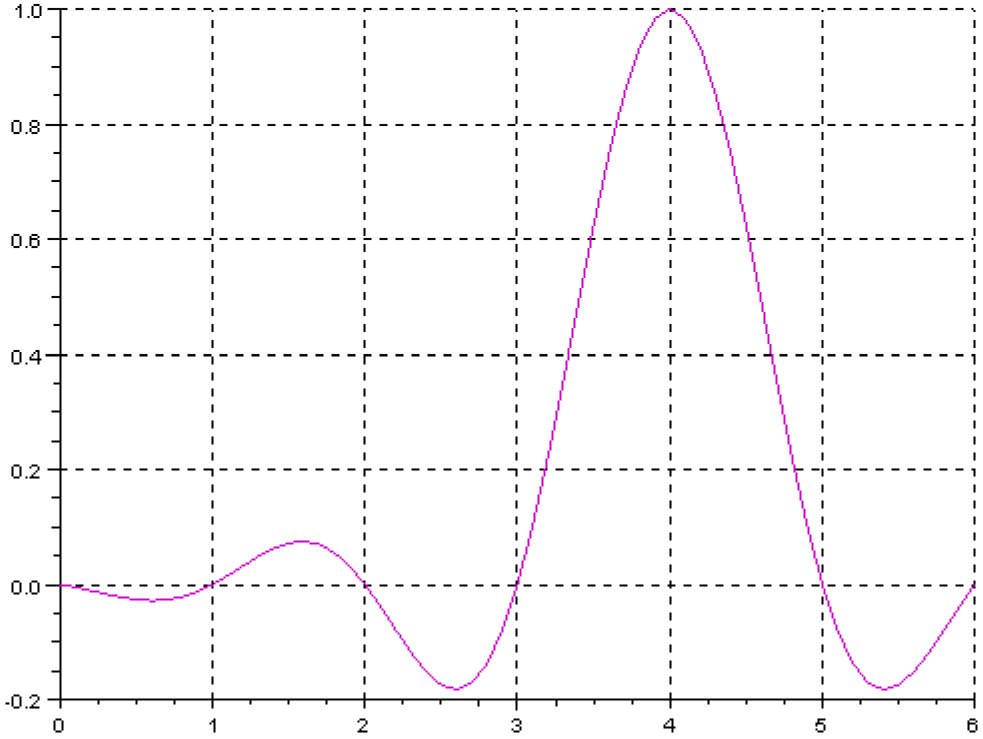
Exemple : avec filtrage optimisé

Suite de bits : 1 1 1 0 1 0



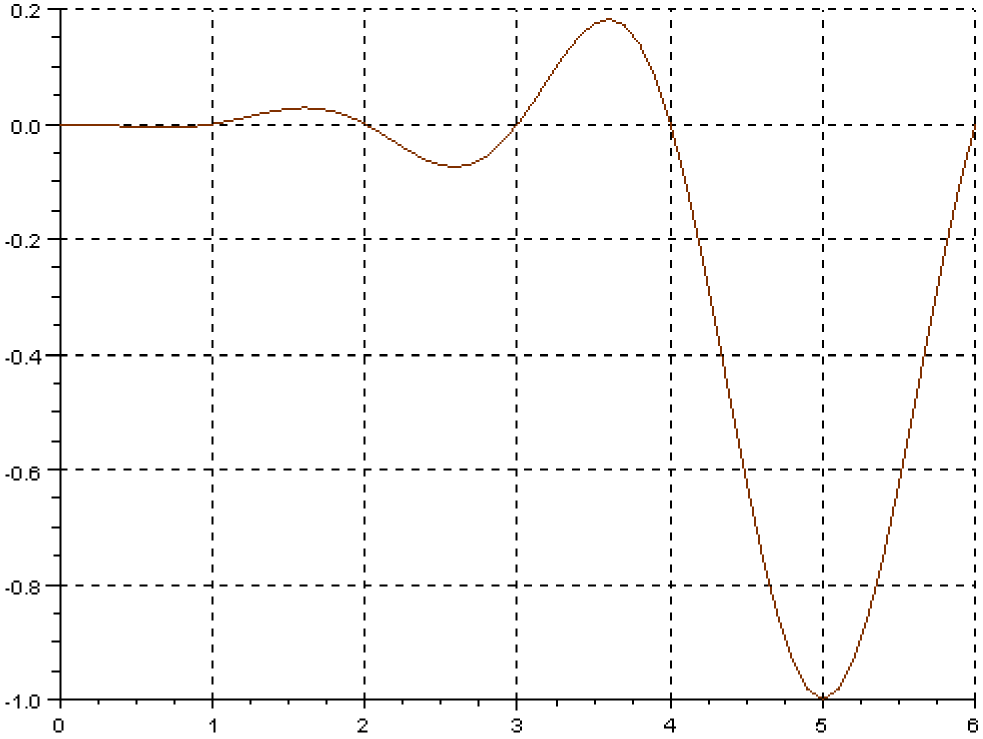
Exemple : avec filtrage optimisé

Suite de bits : 1 1 1 0 1 0



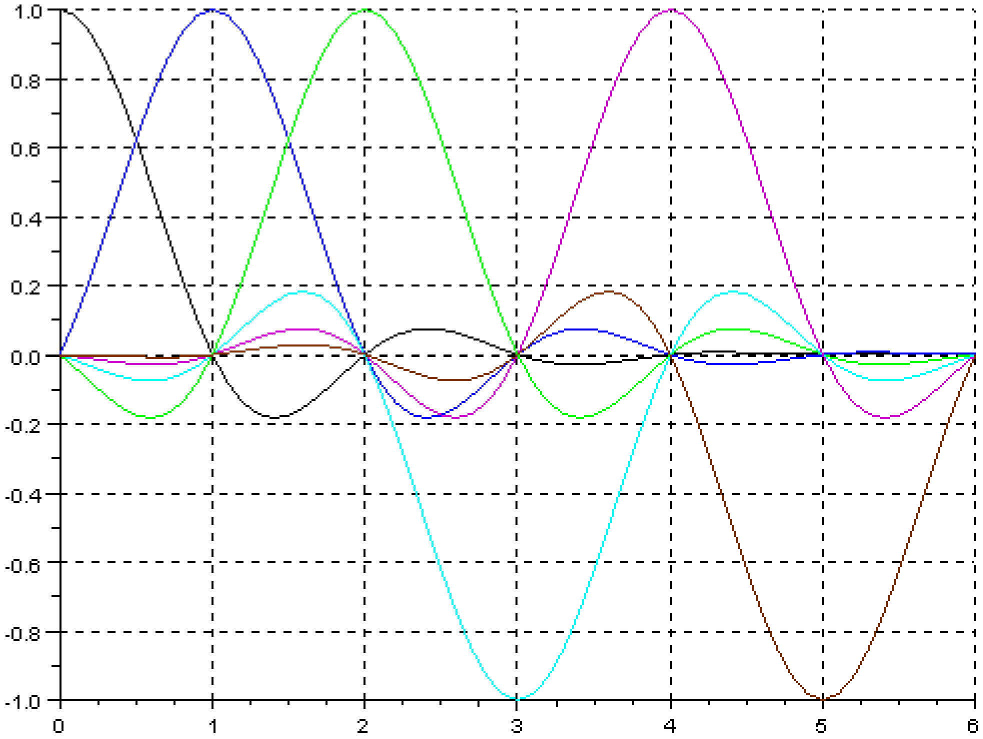
Exemple : avec filtrage optimisé

Suite de bits : 1 1 1 0 1 0



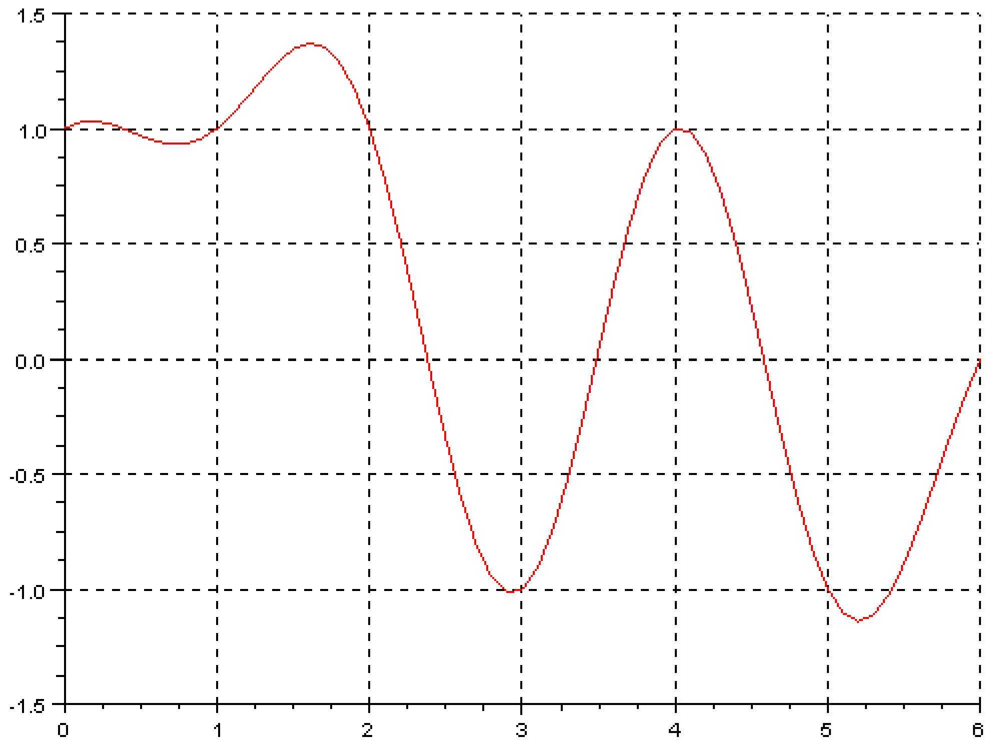
Exemple : avec filtrage optimisé

Suite de bits : 1 1 1 0 1 0

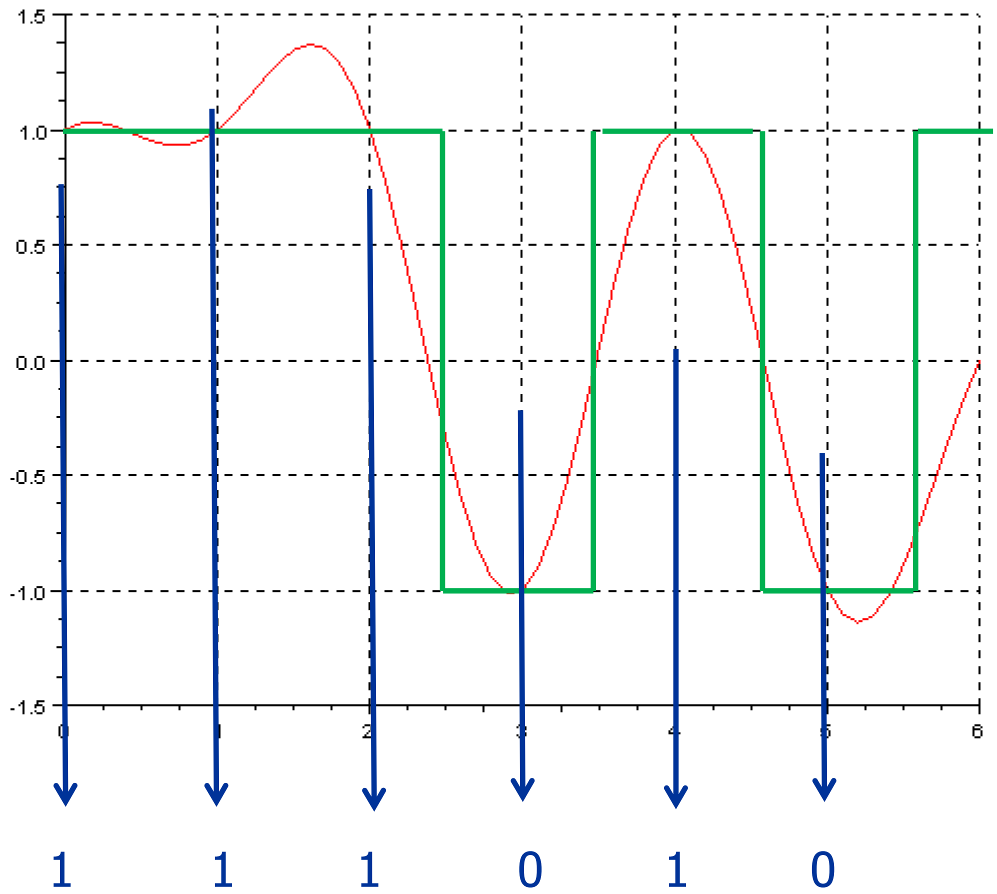


Exemple : avec filtrage optimisé

Suite de bits : 1 1 1 0 1 0



Exemple : pas d'IES aux instants d'échantillonnage



Influence du filtrage : interférence entre symboles

À l'instant d'échantillonnage $t_j=jT+\tau$:

$$y(t_j) = a_j l(\tau) + \sum_{k \neq j} a_k l(\tau + (j-k)T)$$

=> 2 termes : **l'information + l'IES**

Limitation de bande fréquentielle => élargissement temporel des signaux émis et donc possibilité d'IES

Suppression possible de l'IES à l'instant d'échantillonnage

critère de Nyquist : $\begin{cases} l(\tau + kT) = 0 \\ \forall \quad k \neq 0 \end{cases}$

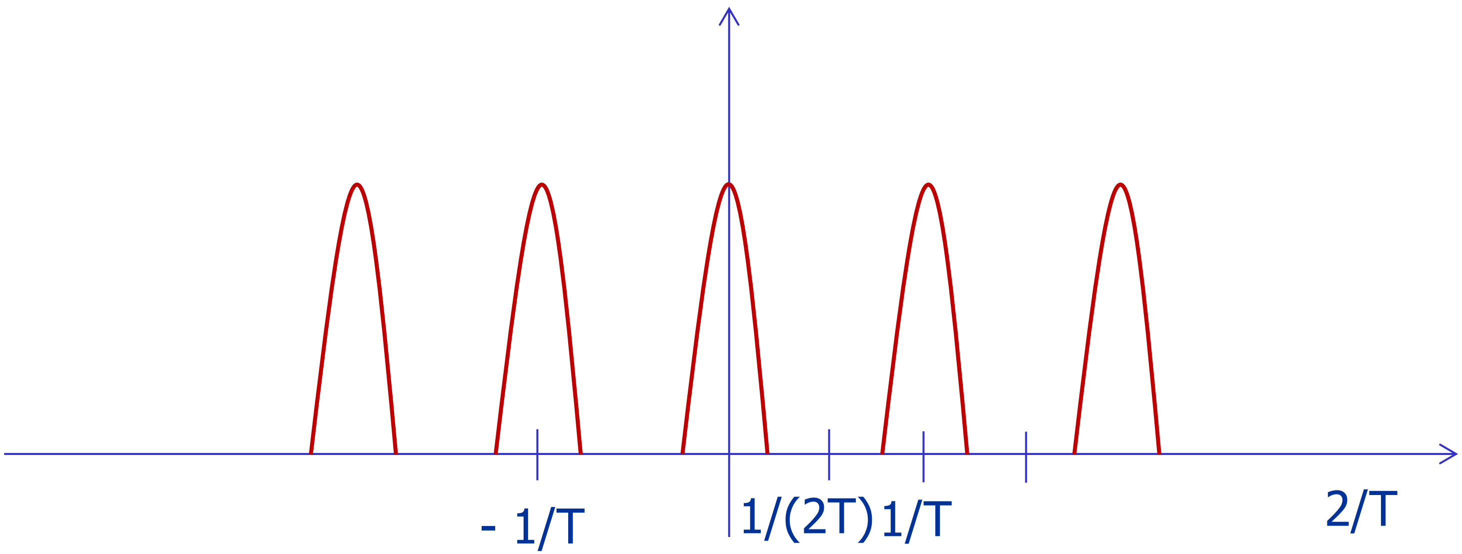
Traduction dans le domaine fréquentiel :

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} L\left(f - \frac{n}{T} \right) = c^{ste}$$

Nyquist (1889-1976)

Critère de Nyquist : traduction dans le domaine fréquentiel

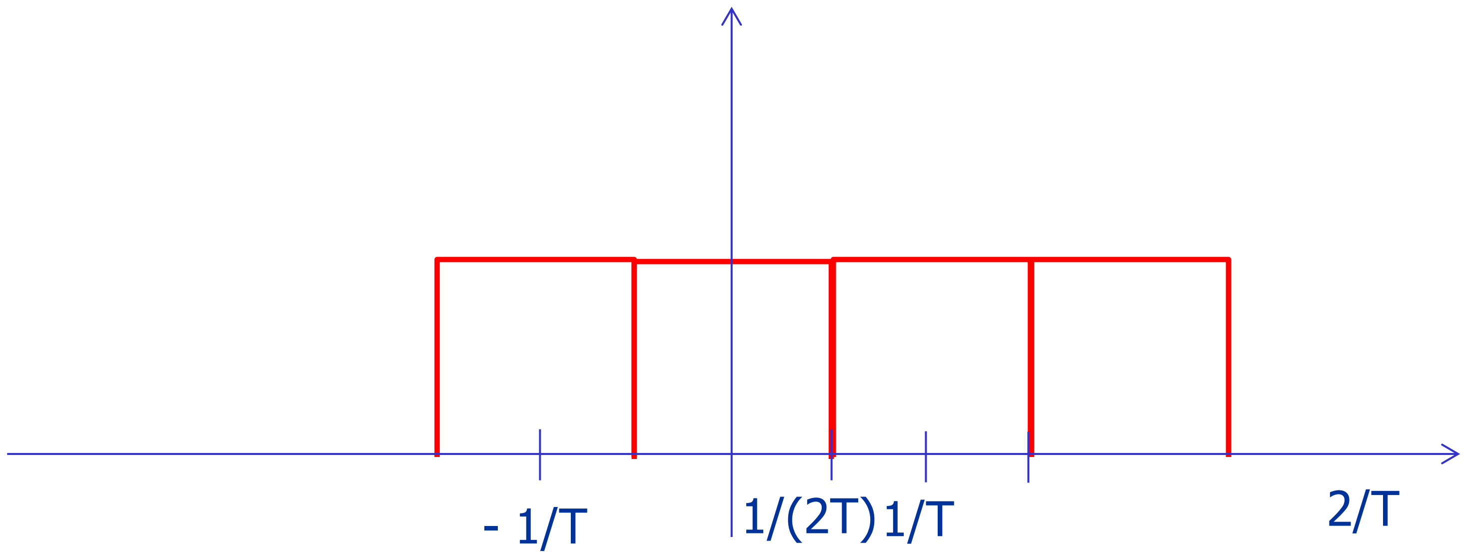
$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} L\left(f - \frac{n}{T}\right) = c^{ste}$$



Si bande occupée trop restreinte => Pas fonction constante => Il y a de l'IES !

Critère de Nyquist : traduction dans le domaine fréquentiel

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} L\left(f - \frac{n}{T}\right) = c^{ste}$$



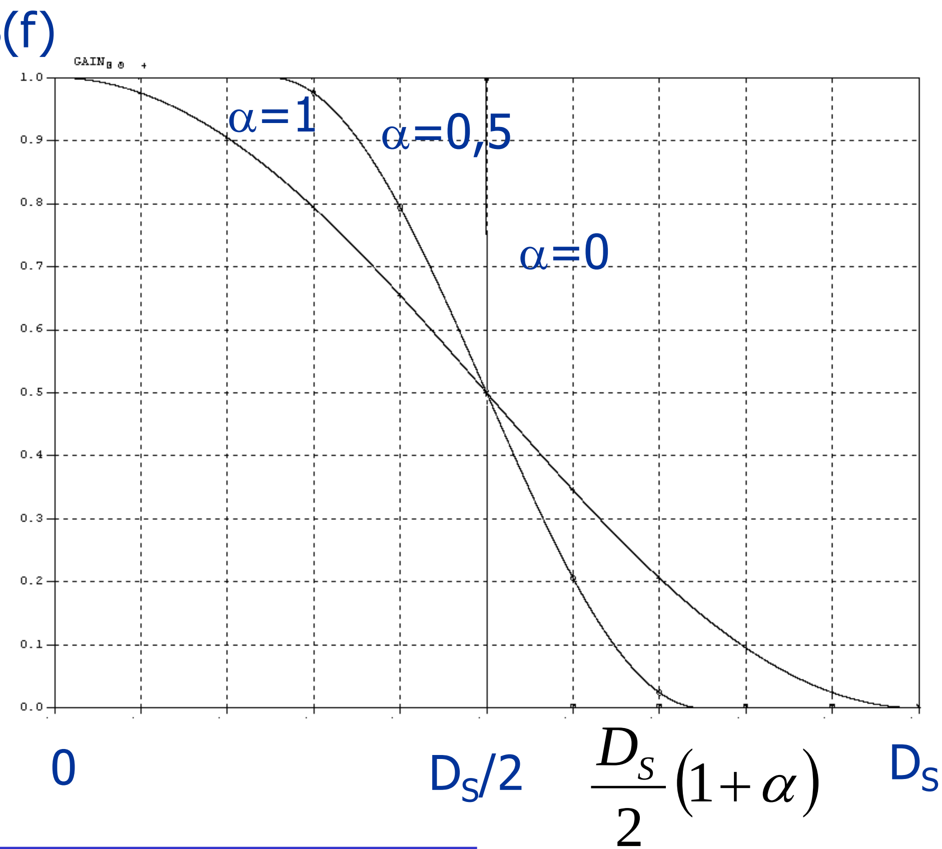
Condition respectée avec fonction constante sur B=D_s/2

<u>Généralisation</u> : nécessité d'avoir $B_{occ} \geq D_s/2$

Fonction en cosinus surélevé : solution de filtrage vérifiant le critère de Nyquist

$$
\begin{cases}
CS_\alpha(f) = 1 \quad \text{pour} \quad |f| < \dfrac{1}{2\mathrm{T}}(1-\alpha) \\
CS_\alpha(f) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}\sin\left[\dfrac{\pi}{\alpha}\left(|f|T - 0.5\right)\right] \\
\text{pour} \ \dfrac{1}{2\mathrm{T}}(1-\alpha) \leq |f| \leq \dfrac{1}{2\mathrm{T}}(1+\alpha) \\
CS_\alpha(f) = 0 \quad \text{pour} \quad |f| > \dfrac{1}{2\mathrm{T}}(1+\alpha)
\end{cases}
$$

α : 'coefficient d'arrondi du filtre', compris entre 0 et 1



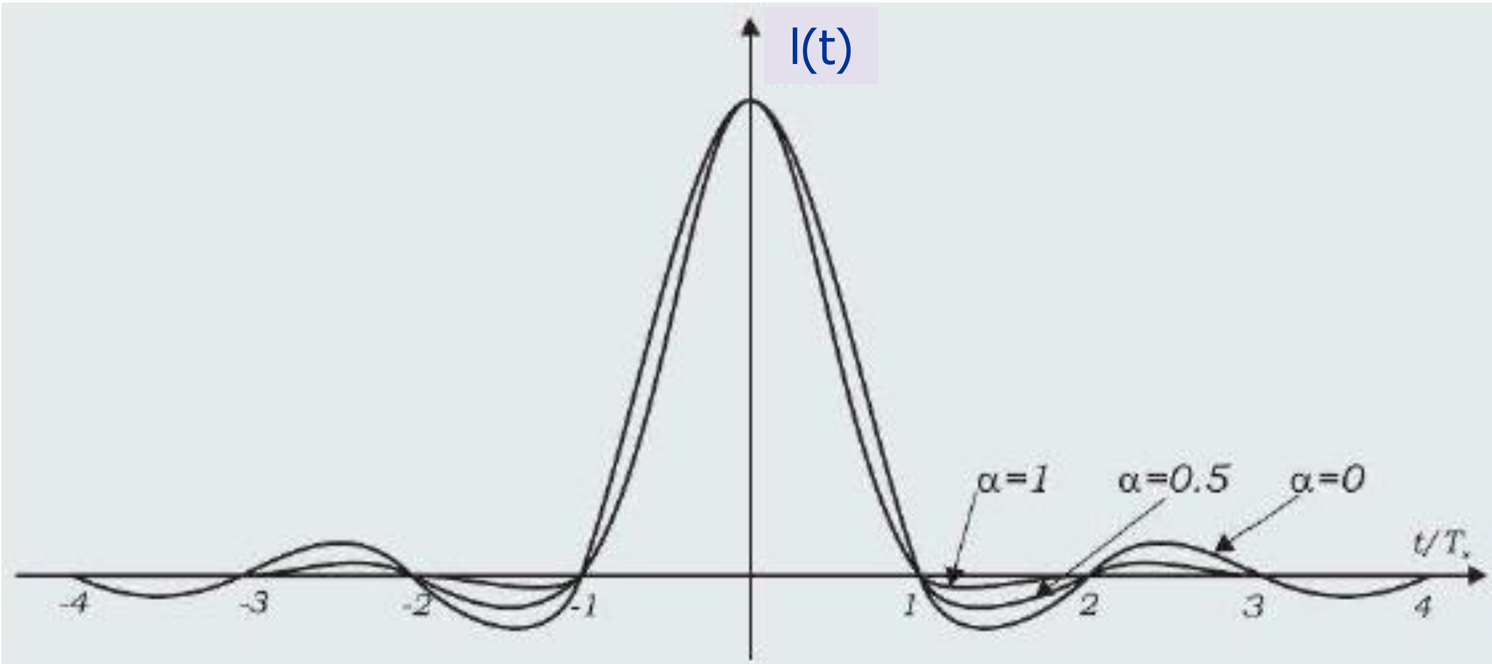
- **Si L(f)=TF(l(t))=CS$_\alpha$(f),** il n'y a pas d'IES !

(voir forme de l'impulsion temporelle sur diapo précédente)

- Bande occupée = $B_{occ}=(D_S/2) \times (1+\alpha)$

Rappel : $D_S=1/T$

Impulsion associée au filtrage de Nyquist

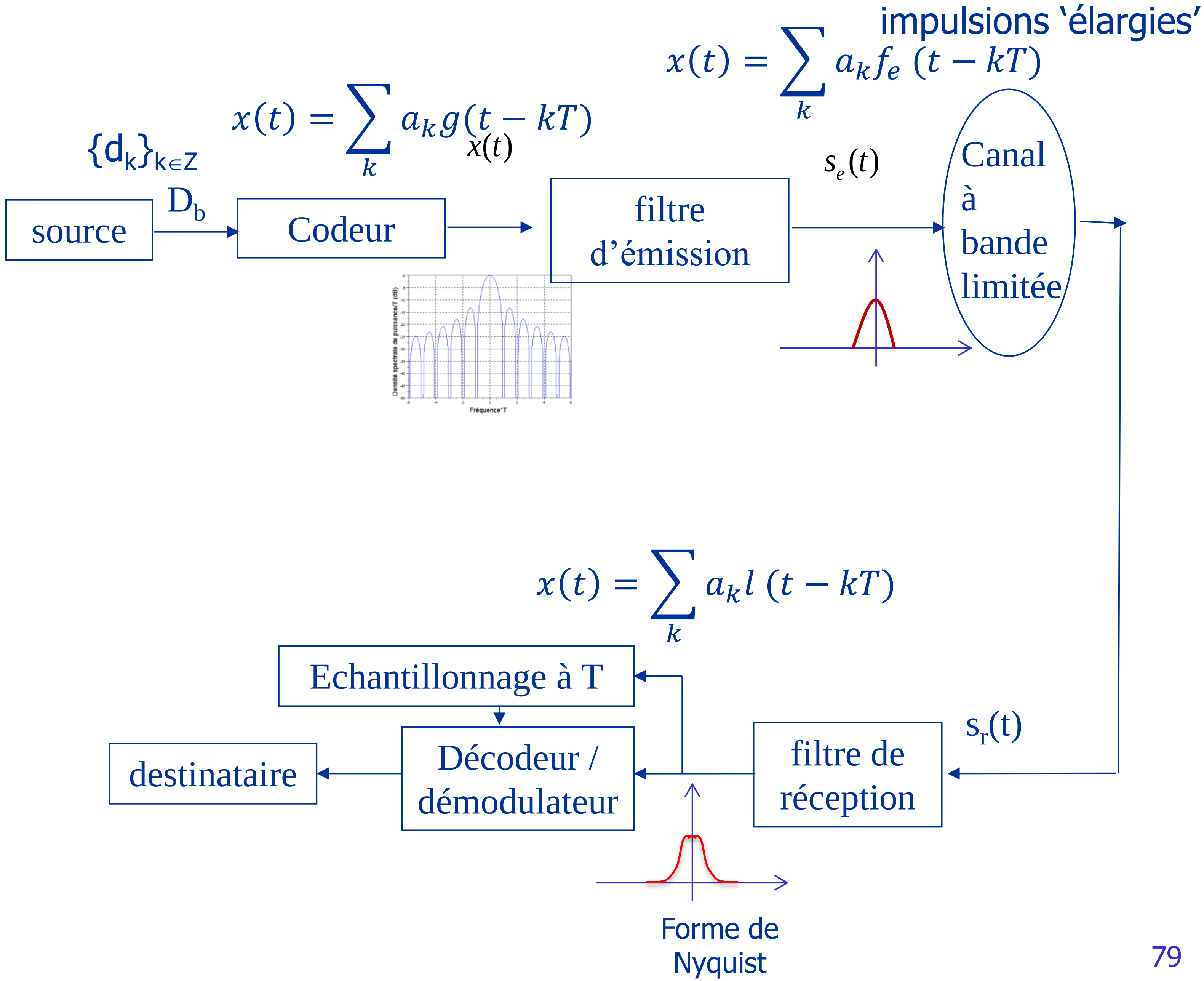


Avec cette forme particulière d'impulsion l(t) :

A l'instant d'échantillonnage, pas de contribution des symboles voisins, car l(t+kT)=0 pour tout k différent de 0.

=> IES est toujours nulle : le critère de Nyquist bien respecté !

Récapitulatif : signaux dans la chaîne de transmission



Question

Quel débit binaire fait-on passer avec un code en ligne utilisant 128 niveaux, qui occupe une bande fréquentielle de 3,5 MHz de bande passante, en utilisant un filtrage global de Nyquist à coefficient d'arrondi 0,4 ?

A) 17,5 Mbit/s

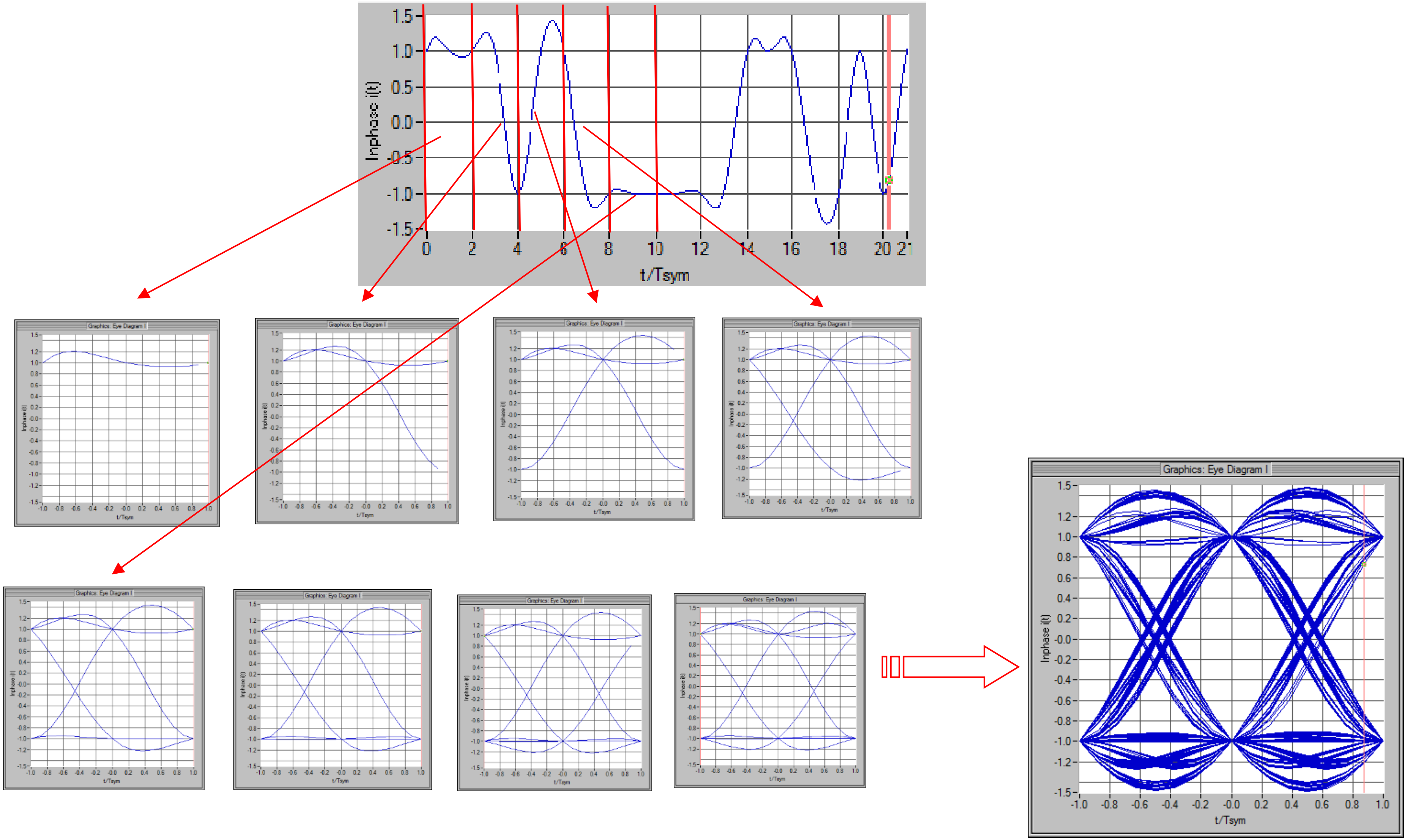
B) 24,5 Mbit/s

C) 35 Mbit/s

D) 320 Mbit/s

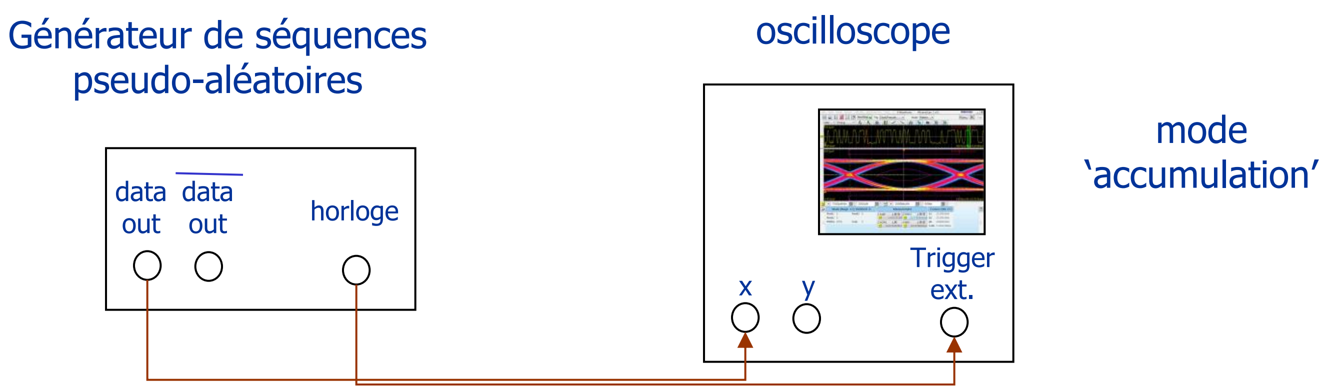
Construction d'un diagramme de l'œil : ex transmission binaire NRZ

1 1 1 1 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 1 0 …



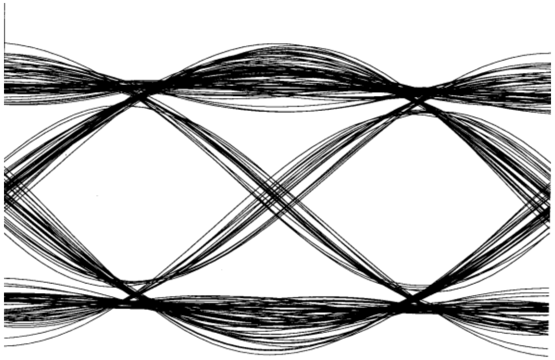
Un outil très utile !

Facile à mesurer

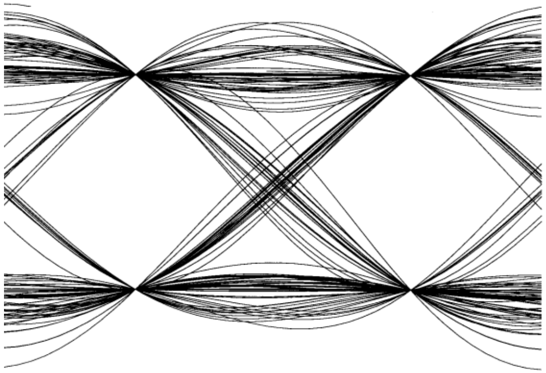


Visualisation sur le diagramme de l'oeil

• influence du filtrage de Nyquist sur le signal y(t) dans le cas d'une transmission sans bruit :



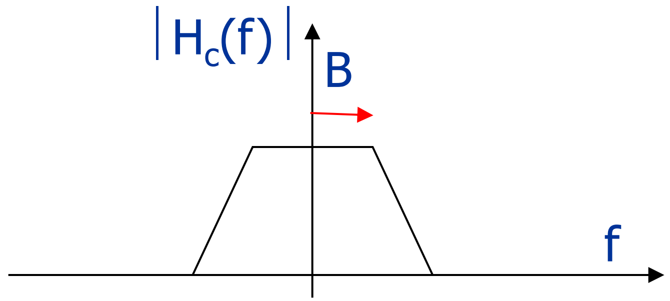
Avec ou sans filtrage ?



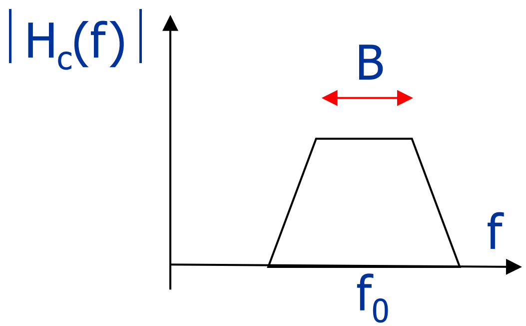
Avec ou sans filtrage ?

Critère de Nyquist : lien bande du canal/débit symboles

Bande de base



Transmission avec modulation



Propriété du canal :

Il est possible de ne pas avoir d'IES si l'on fait un filtrage de Nyquist.

Il faut : $B \geq B_{occ} = (D_S/2) \times (1+\alpha)$

$B_{min} = D_S/2$ ou $D_{Smax}=2B$

Propriété du canal :

Il est possible de ne pas avoir d'IES si l'on fait un filtrage de Nyquist.

Il faut : $B \geq B_{occ} = D_S\,(1+\alpha)$

$B_{min} = D_S$ ou $D_{Smax}=B$

=> Si M↑ : + de débit binaire dans la même bande ou moins d'occupation spectrale à débit binaire fixe

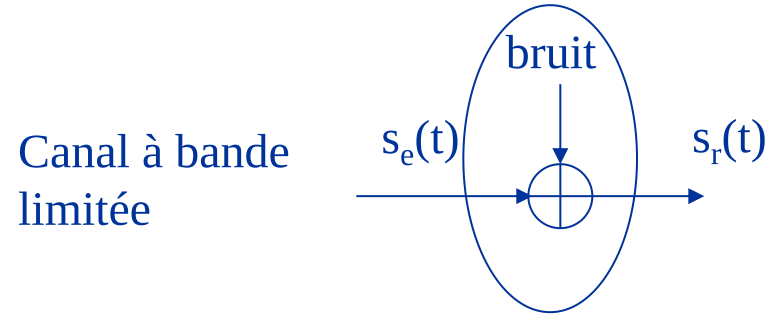
Bilan 3

Canal : de bande B limitée pour la transmission

⇒ Possibilité de limiter le spectre par filtrage de Nyquist sans perdre d'informations (nature discrète de l'information numérique)

⇒ connaître lien D_S et bande occupée, débit binaire plus grand si M augmente

Suite : prise en compte du bruit



À l'instant d'échantillonnage : $y(t_j) = a_j l(\tau) + \sum_{k \neq j} a_k l(\tau + (j-k)T) + b(jT + \tau)$

=> 2 termes perturbateurs : **l'IES + le bruit**

1) Suppression possible de l'IES en respectant le critère de Nyquist

2) Bruit : le supprimer ? minimiser son influence ?