Grammaires : TD1

December 3, 2020

Feuille 1 – exercice 1

Donner des grammaires hors-contexte engendrant les langages suivants :

1. $\{a^n b^p \mid n \geq p \geq 0\}$
2. $\{a^n b^p \mid n \neq p\}$
3. $\{a^n b^p \mid 2p \geq n \geq p\}$
4. $\{a^n b^p c^q \mid n + p = q\}$

Rappel de la grammaire « $a^n b^n$ » (engendrant $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$) :

$$S \to aSb \mid \varepsilon$$

Correction

Donner des grammaires hors-contexte engendrant les langages suivants :

1. $\{a^n b^p \mid n \geq p \geq 0\}$

Correction

Donner des grammaires hors-contexte engendrant les langages suivants :

1. $\{a^n b^p \mid n \geq p \geq 0\}$
   - $S \to aS \mid aSb \mid \varepsilon$

Correction

Donner des grammaires hors-contexte engendrant les langages suivants :

1. $\{a^n b^p \mid n \geq p \geq 0\}$
   - $S \to aS \mid aSb \mid \varepsilon$
   - $S \to aS \mid A \qquad A \to aAb \mid \varepsilon$

Correction

Donner des grammaires hors-contexte engendrant les langages suivants :

1. $\{a^n b^p \mid n \geq p \geq 0\}$
   - $S \rightarrow aS \mid aSb \mid \varepsilon$
   - $S \rightarrow aS \mid A \qquad A \rightarrow aAb \mid \varepsilon$
   - $S \rightarrow aSb \mid A \qquad A \rightarrow aA \mid \varepsilon$

Correction

Donner des grammaires hors-contexte engendrant les langages suivants :

1. $\{a^n b^p \mid n \geq p \geq 0\}$
   - $S \to aS \mid aSb \mid \varepsilon$
   - $S \to aS \mid A \qquad A \to aAb \mid \varepsilon$
   - $S \to aSb \mid A \qquad A \to aA \mid \varepsilon$
2. $\{a^n b^p \mid n \neq p\}$

Correction

Donner des grammaires hors-contexte engendrant les langages suivants :

1. $\{a^n b^p \mid n \geq p \geq 0\}$
   - $S \rightarrow aS \mid aSb \mid \varepsilon$
   - $S \rightarrow aS \mid A \qquad A \rightarrow aAb \mid \varepsilon$
   - $S \rightarrow aSb \mid A \qquad A \rightarrow aA \mid \varepsilon$
2. $\{a^n b^p \mid n \neq p\} = \{a^n b^p \mid n > p \geq 0\} \cup \{a^n b^p \mid p > n \geq 0\}$

Correction

Donner des grammaires hors-contexte engendrant les langages suivants :

1. $\{a^n b^p \mid n \geq p \geq 0\}$
   - $S \rightarrow aS \mid aSb \mid \varepsilon$
   - $S \rightarrow aS \mid A \qquad A \rightarrow aAb \mid \varepsilon$
   - $S \rightarrow aSb \mid A \qquad A \rightarrow aA \mid \varepsilon$
2. $\{a^n b^p \mid n \neq p\} = \{a^n b^p \mid n > p \geq 0\} \cup \{a^n b^p \mid p > n \geq 0\}$
   - $S \rightarrow S_1 \mid S_2 \qquad S_1 \rightarrow aS_1 \mid aS_1b \mid a \qquad S_2 \rightarrow S_2b \mid aS_2b \mid b$

Correction

Donner des grammaires hors-contexte engendrant les langages suivants :

1. $\{a^n b^p \mid n \geq p \geq 0\}$
   - $S \rightarrow aS \mid aSb \mid \varepsilon$
   - $S \rightarrow aS \mid A \qquad A \rightarrow aAb \mid \varepsilon$
   - $S \rightarrow aSb \mid A \qquad A \rightarrow aA \mid \varepsilon$
2. $\{a^n b^p \mid n \neq p\} = \{a^n b^p \mid n > p \geq 0\} \cup \{a^n b^p \mid p > n \geq 0\}$
   - $S \rightarrow S_1 \mid S_2 \qquad S_1 \rightarrow aS_1 \mid aS_1 b \mid a \qquad S_2 \rightarrow S_2 b \mid aS_2 b \mid b$
3. $\{a^n b^p \mid 2p \geq n \geq p\}$

Correction

Donner des grammaires hors-contexte engendrant les langages suivants :

1. $\{a^n b^p \mid n \geq p \geq 0\}$
   - $S \to aS \mid aSb \mid \varepsilon$
   - $S \to aS \mid A \qquad A \to aAb \mid \varepsilon$
   - $S \to aSb \mid A \qquad A \to aA \mid \varepsilon$
2. $\{a^n b^p \mid n \neq p\} = \{a^n b^p \mid n > p \geq 0\} \cup \{a^n b^p \mid p > n \geq 0\}$
   - $S \to S_1 \mid S_2 \qquad S_1 \to aS_1 \mid aS_1 b \mid a \qquad S_2 \to S_2 b \mid aS_2 b \mid b$
3. $\{a^n b^p \mid 2p \geq n \geq p\}$
   - $S \to aaSb \mid aSb \mid \varepsilon$

Correction

Donner des grammaires hors-contexte engendrant les langages suivants :

1. $\{a^n b^p \mid n \geq p \geq 0\}$
   - $S \to aS \mid aSb \mid \varepsilon$
   - $S \to aS \mid A \qquad A \to aAb \mid \varepsilon$
   - $S \to aSb \mid A \qquad A \to aA \mid \varepsilon$
2. $\{a^n b^p \mid n \neq p\} = \{a^n b^p \mid n > p \geq 0\} \cup \{a^n b^p \mid p > n \geq 0\}$
   - $S \to S_1 \mid S_2 \qquad S_1 \to aS_1 \mid aS_1 b \mid a \qquad S_2 \to S_2 b \mid aS_2 b \mid b$
3. $\{a^n b^p \mid 2p \geq n \geq p\}$
   - $S \to aaSb \mid aSb \mid \varepsilon$
4. $\{a^n b^p c^q \mid n + p = q\}$

Correction

Donner des grammaires hors-contexte engendrant les langages suivants :

1. $\{a^n b^p \mid n \geq p \geq 0\}$
   - $S \to aS \mid aSb \mid \varepsilon$
   - $S \to aS \mid A \qquad A \to aAb \mid \varepsilon$
   - $S \to aSb \mid A \qquad A \to aA \mid \varepsilon$
2. $\{a^n b^p \mid n \neq p\} = \{a^n b^p \mid n > p \geq 0\} \cup \{a^n b^p \mid p > n \geq 0\}$
   - $S \to S_1 \mid S_2 \qquad S_1 \to aS_1 \mid aS_1b \mid a \qquad S_2 \to S_2b \mid aS_2b \mid b$
3. $\{a^n b^p \mid 2p \geq n \geq p\}$
   - $S \to aaSb \mid aSb \mid \varepsilon$
4. $\{a^n b^p c^q \mid n + p = q\} = \{a^n b^p c^p c^n\}$

Correction

Donner des grammaires hors-contexte engendrant les langages suivants :

1. $\{a^n b^p \mid n \geq p \geq 0\}$
   - $S \to aS \mid aSb \mid \varepsilon$
   - $S \to aS \mid A \qquad A \to aAb \mid \varepsilon$
   - $S \to aSb \mid A \qquad A \to aA \mid \varepsilon$
2. $\{a^n b^p \mid n \neq p\} = \{a^n b^p \mid n > p \geq 0\} \cup \{a^n b^p \mid p > n \geq 0\}$
   - $S \to S_1 \mid S_2 \qquad S_1 \to aS_1 \mid aS_1 b \mid a \qquad S_2 \to S_2 b \mid aS_2 b \mid b$
3. $\{a^n b^p \mid 2p \geq n \geq p\}$
   - $S \to aaSb \mid aSb \mid \varepsilon$
4. $\{a^n b^p c^q \mid n + p = q\} = \{a^n b^p c^p c^n\}$
   - $S \to aSc \mid B \qquad B \to bBc \mid \varepsilon$

Feuille 1 – exercice 2

Soient $G_1 = (V_T, V_{N_1}, S_1, R_1)$ et $G_2 = (V_T, V_{N_2}, S_2, R_2)$ deux grammaires.
On supposera sans perte de généralité que $V_{N_1} \cap V_{N_2} = \emptyset$.

1. Donner une grammaire G telle que $L(G) = L(G_1) \cup L(G_2)$.
   Comment prouver que cette grammaire est correcte ?
2. Même question pour les langages $L(G_1) \,.\, L(G_2)$ et $L(G_1)^*$.
3. En supposant que G_1 et G_2 soient de type T (régulière, hors-contexte, sous-contexte) que peut-on dire des grammaires proposées aux questions précédentes ?

Correction – question 1

Soient $G_1 = (V_T, V_{N_1}, S_1, R_1)$ et $G_2 = (V_T, V_{N_2}, S_2, R_2)$ deux grammaires.
On supposera sans perte de généralité que $V_{N_1} \cap V_{N_2} = \emptyset$.

1. Donner une grammaire G telle que $L(G) = L(G_1) \cup L(G_2)$.
   Comment prouver que cette grammaire est correcte ?

Correction – question 1

Soient $G_1 = (V_T, V_{N_1}, S_1, R_1)$ et $G_2 = (V_T, V_{N_2}, S_2, R_2)$ deux grammaires.
On supposera sans perte de généralité que $V_{N_1} \cap V_{N_2} = \emptyset$.

1. Donner une grammaire G telle que $L(G) = L(G_1) \cup L(G_2)$.
   Comment prouver que cette grammaire est correcte ?

$$G = (V_T, V_{N_1} \cup V_{N_2} \cup \{S\}, S, R_1 \cup R_2 \cup \{S \to S_1, S \to S_2\})$$

avec $S \notin V_{N_1} \cup V_{N_2}$.

Correction – question 1

Soient $G_1 = (V_T, V_{N_1}, S_1, R_1)$ et $G_2 = (V_T, V_{N_2}, S_2, R_2)$ deux grammaires.
On supposera sans perte de généralité que $V_{N_1} \cap V_{N_2} = \emptyset$.

1. Donner une grammaire G telle que $L(G) = L(G_1) \cup L(G_2)$.
   Comment prouver que cette grammaire est correcte ?

   $$G = (V_T, V_{N_1} \cup V_{N_2} \cup \{S\}, S, R_1 \cup R_2 \cup \{S \rightarrow S_1, S \rightarrow S_2\})$$

   avec $S \notin V_{N_1} \cup V_{N_2}$.

   Correction: On doit montrer $L(G) = L(G_1) \cup L(G_2)$.

Correction – question 1

Soient $G_1 = (V_T, V_{N_1}, S_1, R_1)$ et $G_2 = (V_T, V_{N_2}, S_2, R_2)$ deux grammaires.
On supposera sans perte de généralité que $V_{N_1} \cap V_{N_2} = \emptyset$.

1. Donner une grammaire G telle que $L(G) = L(G_1) \cup L(G_2)$. Comment prouver que cette grammaire est correcte ?

$$G = (V_T, V_{N_1} \cup V_{N_2} \cup \{S\}, S, R_1 \cup R_2 \cup \{S \to S_1, S \to S_2\})$$

avec $S \notin V_{N_1} \cup V_{N_2}$.

Correction: On doit montrer $L(G) = L(G_1) \cup L(G_2)$.

$$\begin{aligned} L(G) &= \{w \in V_T^* \mid S \Longrightarrow^* w\} \\ &= \{w \in V_T^* \mid S_1 \Longrightarrow^* w \text{ ou } S_2 \Longrightarrow^* w\} \\ &= \{w \in V_T^* \mid S_1 \Longrightarrow^* w\} \cup \{w \in V_T^* \mid S_2 \Longrightarrow^* w\} \\ &= L(G_1) \cup L(G_2) \end{aligned}$$

Correction – questions 2 et 3

Soient $G_1 = (V_T, V_{N_1}, S_1, R_1)$ et $G_2 = (V_T, V_{N_2}, S_2, R_2)$ deux grammaires.
On supposera sans perte de généralité que $V_{N_1} \cap V_{N_2} = \emptyset$.

2. Même question pour les langages $L(G_1)\ .\ L(G_2)$ et $L(G_1)^*$.

Correction – questions 2 et 3

Soient $G_1 = (V_T, V_{N_1}, S_1, R_1)$ et $G_2 = (V_T, V_{N_2}, S_2, R_2)$ deux grammaires.
On supposera sans perte de généralité que $V_{N_1} \cap V_{N_2} = \emptyset$.

2. Même question pour les langages $L(G_1)\ .\ L(G_2)$ et $L(G_1)^*$.

$$G' = (V_T, V_{N_1} \cup V_{N_2} \cup \{S\}, S, R_1 \cup R_2 \cup \{S \rightarrow \ S_1 S_2\})$$

avec $S \notin V_{N_1} \cup V_{N_2}$.

Correction – questions 2 et 3

Soient $G_1 = (V_T, V_{N_1}, S_1, R_1)$ et $G_2 = (V_T, V_{N_2}, S_2, R_2)$ deux grammaires.
On supposera sans perte de généralité que $V_{N_1} \cap V_{N_2} = \emptyset$.

2. Même question pour les langages $L(G_1)\ .\ L(G_2)$ et $L(G_1)^*$.

$$G' = (V_T, V_{N_1} \cup V_{N_2} \cup \{S\}, S, R_1 \cup R_2 \cup \{S \to \ S_1 S_2\})$$

avec $S \notin V_{N_1} \cup V_{N_2}$.

$$G'' = (V_T, V_{N_1} \cup \{S\}, S, R_1 \cup \{S \to S_1 S \mid \varepsilon\})$$

avec $S \notin V_{N_1}$.

Correction – questions 2 et 3

Soient $G_1 = (V_T, V_{N_1}, S_1, R_1)$ et $G_2 = (V_T, V_{N_2}, S_2, R_2)$ deux grammaires.
On supposera sans perte de généralité que $V_{N_1} \cap V_{N_2} = \emptyset$.

2. Même question pour les langages $L(G_1)\ .\ L(G_2)$ et $L(G_1)^*$.

$$G' = (V_T, V_{N_1} \cup V_{N_2} \cup \{S\}, S, R_1 \cup R_2 \cup \{S \to\ S_1 S_2\})$$

avec $S \notin V_{N_1} \cup V_{N_2}$.

$$G'' = (V_T, V_{N_1} \cup \{S\}, S, R_1 \cup \{S \to S_1 S \mid \varepsilon\})$$

avec $S \notin V_{N_1}$.

3. En supposant que G_1 et G_2 soient de type T (régulière, hors-contexte, sous-contexte) que peut-on dire des grammaires proposées aux questions précédentes ?

Feuille 1 – exercice 3 – question 1

Soit la grammaire $G = (\{a, b, c\}, \{S, B, C\}, S, R)$ avec R l'ensemble des règles suivantes :

$$
\begin{array}{llllllll}
(1) & S & \rightarrow & abc & \quad (2) & S & \rightarrow & aSBc \\
(3) & cB & \rightarrow & Bc & \quad (4) & bB & \rightarrow & bb
\end{array}
$$

a) Justifier le type de cette grammaire.
b) Construire une dérivation de la chaîne *aabbcc*.

c) Soit un mot quelconque de la forme $a^n b^n c^n$ avec $n > 0$. Donner une méthode générale permettant de produire ce mot à partir de la grammaire précédente.

Feuille 1 – exercice 3 – question 1

Soit la grammaire $G = (\{a, b, c\}, \{S, B, C\}, S, R)$ avec R l'ensemble des règles suivantes :

$$\begin{array}{llllllll} (1) & S & \rightarrow & abc & (2) & S & \rightarrow & aSBc \\ (3) & cB & \rightarrow & Bc & (4) & bB & \rightarrow & bb \end{array}$$

a) Justifier le type de cette grammaire. sous-contexte
b) Construire une dérivation de la chaîne *aabbcc*.

c) Soit un mot quelconque de la forme $a^n b^n c^n$ avec $n > 0$. Donner une méthode générale permettant de produire ce mot à partir de la grammaire précédente.

Feuille 1 – exercice 3 – question 1

Soit la grammaire $G = (\{a, b, c\}, \{S, B, C\}, S, R)$ avec R l'ensemble des règles suivantes :

$$\begin{array}{llll} (1) & S & \rightarrow & abc \\ (3) & cB & \rightarrow & Bc \end{array} \qquad \begin{array}{llll} (2) & S & \rightarrow & aSBc \\ (4) & bB & \rightarrow & bb \end{array}$$

a) Justifier le type de cette grammaire. sous-contexte

b) Construire une dérivation de la chaîne *aabbcc*.

$$\underline{S} \Longrightarrow_2 a\underline{S}Bc \Longrightarrow_1 aab\underline{cB}c \Longrightarrow_3 aa\underline{bB}cc \Longrightarrow_4 aabbcc$$

c) Soit un mot quelconque de la forme $a^n b^n c^n$ avec $n > 0$. Donner une méthode générale permettant de produire ce mot à partir de la grammaire précédente.

Feuille 1 – exercice 3 – question 1

Soit la grammaire $G = (\{a, b, c\}, \{S, B, C\}, S, R)$ avec R l'ensemble des règles suivantes :

(1)	S	$\rightarrow$	abc	(2)	S	$\rightarrow$	$aSBc$
(3)	cB	$\rightarrow$	Bc	(4)	bB	$\rightarrow$	bb

a) Justifier le type de cette grammaire. sous-contexte

b) Construire une dérivation de la chaîne *aabbcc*.

$$\underline{S} \Longrightarrow_2 a\underline{S}Bc \Longrightarrow_1 aab\underline{cB}c \Longrightarrow_3 aa\underline{bB}cc \Longrightarrow_4 aabbcc$$

c) Soit un mot quelconque de la forme $a^n b^n c^n$ avec $n > 0$. Donner une méthode générale permettant de produire ce mot à partir de la grammaire précédente.

$$S \Longrightarrow_2^{n-1} a^{n-1} S (Bc)^{n-1}$$

Feuille 1 – exercice 3 – question 1

Soit la grammaire $G = (\{a, b, c\}, \{S, B, C\}, S, R)$ avec R l'ensemble des règles suivantes :

$$\begin{array}{llllllll} (1) & S & \rightarrow & abc & (2) & S & \rightarrow & aSBc \\ (3) & cB & \rightarrow & Bc & (4) & bB & \rightarrow & bb \end{array}$$

a) Justifier le type de cette grammaire. sous-contexte

b) Construire une dérivation de la chaîne $aabbcc$.

$$\underline{S} \Longrightarrow_2 a\underline{S}Bc \Longrightarrow_1 aab\underline{cB}c \Longrightarrow_3 aa\underline{bB}cc \Longrightarrow_4 aabbcc$$

c) Soit un mot quelconque de la forme $a^n b^n c^n$ avec $n > 0$. Donner une méthode générale permettant de produire ce mot à partir de la grammaire précédente.

$$\begin{aligned} S &\Longrightarrow_2^{n-1} a^{n-1}S(Bc)^{n-1} \\ &\Longrightarrow_1 a^{n-1}abc(Bc)^{n-1} \end{aligned}$$

Feuille 1 – exercice 3 – question 1

Soit la grammaire $G = (\{a, b, c\}, \{S, B, C\}, S, R)$ avec R l'ensemble des règles suivantes :

$$\begin{array}{llll@{\qquad}llll} (1) & S & \rightarrow & abc & (2) & S & \rightarrow & aSBc \\ (3) & cB & \rightarrow & Bc & (4) & bB & \rightarrow & bb \end{array}$$

a) Justifier le type de cette grammaire. sous-contexte

b) Construire une dérivation de la chaîne *aabbcc*.

$$\underline{S} \Longrightarrow_2 a\underline{S}Bc \Longrightarrow_1 aab\underline{cB}c \Longrightarrow_3 aa\underline{bB}cc \Longrightarrow_4 aabbcc$$

c) Soit un mot quelconque de la forme $a^n b^n c^n$ avec $n > 0$. Donner une méthode générale permettant de produire ce mot à partir de la grammaire précédente.

$$\begin{aligned} S &\Longrightarrow_2^{n-1} a^{n-1} S (Bc)^{n-1} \\ &\Longrightarrow_1 a^{n-1} abc (Bc)^{n-1} \\ &= a^n b (cB)^{n-1} c \end{aligned}$$

Feuille 1 – exercice 3 – question 1

Soit la grammaire $G = (\{a, b, c\}, \{S, B, C\}, S, R)$ avec R l'ensemble des règles suivantes :

$$\begin{array}{llllllll} (1) & S & \rightarrow & abc & (2) & S & \rightarrow & aSBc \\ (3) & cB & \rightarrow & Bc & (4) & bB & \rightarrow & bb \end{array}$$

a) Justifier le type de cette grammaire. sous-contexte

b) Construire une dérivation de la chaîne $aabbcc$.

$$\underline{S} \Longrightarrow_2 a\underline{S}Bc \Longrightarrow_1 aab\underline{cB}c \Longrightarrow_3 aa\underline{bB}cc \Longrightarrow_4 aabbcc$$

c) Soit un mot quelconque de la forme $a^n b^n c^n$ avec $n > 0$. Donner une méthode générale permettant de produire ce mot à partir de la grammaire précédente. $\left(\frac{n(n-1)}{2} = \sum_{i=1}^{n-1} n - i\right)$

$$\begin{aligned} S &\Longrightarrow_2^{n-1} a^{n-1}S(Bc)^{n-1} \\ &\Longrightarrow_1 a^{n-1}abc(Bc)^{n-1} \\ &= a^n b(cB)^{n-1}c \end{aligned}$$

$$a^n b(cB)^{n-1}c \Longrightarrow_3^{\frac{n(n-1)}{2}} a^n bB^{n-1}c^{n-1}c$$

Feuille 1 – exercice 3 – question 1

Soit la grammaire $G = (\{a, b, c\}, \{S, B, C\}, S, R)$ avec R l'ensemble des règles suivantes :

$$
\begin{array}{llllllll}
(1) & S & \rightarrow & abc & \quad (2) & S & \rightarrow & aSBc \\
(3) & cB & \rightarrow & Bc & \quad (4) & bB & \rightarrow & bb
\end{array}
$$

a) Justifier le type de cette grammaire. sous-contexte

b) Construire une dérivation de la chaîne *aabbcc*.

$$\underline{S} \Longrightarrow_2 a\underline{S}Bc \Longrightarrow_1 aab\underline{cB}c \Longrightarrow_3 aa\underline{bB}cc \Longrightarrow_4 aabbcc$$

c) Soit un mot quelconque de la forme $a^n b^n c^n$ avec $n > 0$. Donner une méthode générale permettant de produire ce mot à partir de la grammaire précédente.

$$
\begin{aligned}
S &\Longrightarrow_2^{n-1} a^{n-1}S(Bc)^{n-1} \\
&\Longrightarrow_1 a^{n-1}abc(Bc)^{n-1} \\
&= a^n b(cB)^{n-1}c
\end{aligned}
\qquad \Bigg| \qquad
\begin{aligned}
a^n b(cB)^{n-1}c &\Longrightarrow_3^{\frac{n(n-1)}{2}} a^n bB^{n-1}c^{n-1}c \\
&\Longrightarrow_4^{n-1} a^n bb^{n-1}c^{n-1}c
\end{aligned}
$$

Feuille 1 – exercice 3 – question 1

Soit la grammaire $G = (\{a, b, c\}, \{S, B, C\}, S, R)$ avec R l'ensemble des règles suivantes :

$$
\begin{array}{llll@{\qquad\qquad}llll}
(1) & S & \to & abc & (2) & S & \to & aSBc \\
(3) & cB & \to & Bc & (4) & bB & \to & bb
\end{array}
$$

a) Justifier le type de cette grammaire. sous-contexte

b) Construire une dérivation de la chaîne *aabbcc*.

$$\underline{S} \Longrightarrow_2 a\underline{S}Bc \Longrightarrow_1 aab\underline{cB}c \Longrightarrow_3 aa\underline{bB}cc \Longrightarrow_4 aabbcc$$

c) Soit un mot quelconque de la forme $a^n b^n c^n$ avec $n > 0$. Donner une méthode générale permettant de produire ce mot à partir de la grammaire précédente.

$$
\begin{aligned}
S &\Longrightarrow_2^{n-1} a^{n-1} S (Bc)^{n-1} \\
&\Longrightarrow_1 a^{n-1} abc (Bc)^{n-1} \\
&= a^n b (cB)^{n-1} c
\end{aligned}
\qquad\Bigg|\qquad
\begin{aligned}
a^n b (cB)^{n-1} c &\Longrightarrow_3^{\frac{n(n-1)}{2}} a^n b B^{n-1} c^{n-1} c \\
&\Longrightarrow_4^{n-1} a^n b b^{n-1} c^{n-1} c \\
&= a^n b^n c^n
\end{aligned}
$$

Feuille 1 – exercice 3 – question 2

Donner une grammaire sous-contexte engendrant les mots de la forme wcw avec $w \in \{a, b\}^*$. On pourra partir de la grammaire suivante, qui engendre les mots de la forme $wc\widetilde{w}$ avec $\widetilde{w}$ l'image miroir de w :

$$S \to aSa \mid bSb \mid c$$

Feuille 1 – exercice 3 – question 2

Donner une grammaire sous-contexte engendrant les mots de la forme wcw avec $w \in \{a, b\}^*$. On pourra partir de la grammaire suivante, qui engendre les mots de la forme $wc\widetilde{w}$ avec $\widetilde{w}$ l'image miroir de w :

$$S \rightarrow aSa \mid bSb \mid c$$

1 $\quad S \rightarrow aSA \mid bSB \mid c \qquad \rightsquigarrow wc\widetilde{W}\ (W = w[a \mapsto A, b \mapsto B])$

Feuille 1 – exercice 3 – question 2

Donner une grammaire sous-contexte engendrant les mots de la forme wcw avec $w \in \{a, b\}^*$. On pourra partir de la grammaire suivante, qui engendre les mots de la forme $wc\widetilde{w}$ avec $\widetilde{w}$ l'image miroir de w :

$$S \to aSa \mid bSb \mid c$$

1	S	$\to$	$aSA \mid bSB \mid c$	$\rightsquigarrow wc\widetilde{W}$ ($W = w[a \mapsto A, b \mapsto B]$)
2	cA	$\to$	ca	on passe en minuscule...
3	cB	$\to$	cb	... la majuscule collée au c

Feuille 1 – exercice 3 – question 2

Donner une grammaire sous-contexte engendrant les mots de la forme wcw avec $w \in \{a, b\}^*$. On pourra partir de la grammaire suivante, qui engendre les mots de la forme $wc\widetilde{w}$ avec $\widetilde{w}$ l'image miroir de w :

$$S \to aSa \mid bSb \mid c$$

1	S	$\to$	$aSA \mid bSB \mid c$	$\rightsquigarrow wc\widetilde{W}$ ($W = w[a \mapsto A, b \mapsto B]$)
2	cA	$\to$	ca	on passe en minuscule...
3	cB	$\to$	cb	... la majuscule collée au c
4	aA	$\to$	Aa	et on...
5	aB	$\to$	Ba	... l'envoie...
6	bA	$\to$	Ab	... vers la...
7	bB	$\to$	Bb	... fin du mot