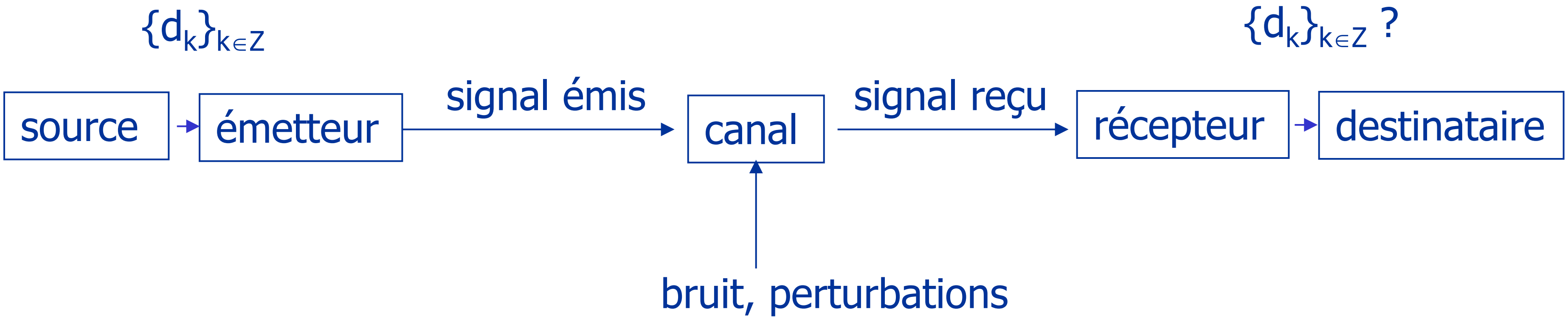
Partie 2 : Côté émission
Codage en bande de base
et modulations

- *Comment appliquer les infos numériques sur les signaux physiques qui vont se propager sur un canal, en bande de base ou avec modulation ?*
- *De quoi est composé un émetteur ?*

Modélisation de la chaîne de transmission numérique



émetteur en bande de base : **'codeur en ligne'**

émetteur pour un canal passe-bande : **'modulateur'**

Ex 1 : Pour chaque bit, émission d'un signal de durée T_b parmi 2 possibles

1 0 1 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 1 0 …

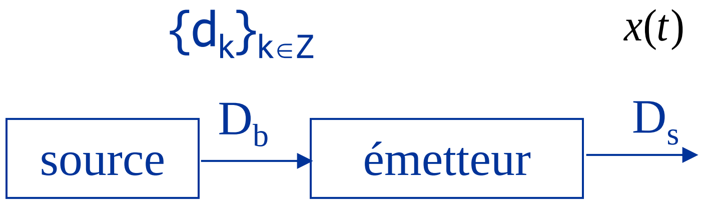
$s_1 s_0 s_1 s_1$ …

Ex 2 : Pour chaque groupe de bits, émission d'un signal de durée 2T_b parmi 4 possibles

1 0 1 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 1 0 …

s_2 s_3 s_1 …

Transmission avec M états versus transmission binaire



débit symboles plus 'lent'

Signal numérique émis sur le canal :

A chaque groupe de m bits, de durée $T=mT_b$, on émet un signal pris dans un alphabet de cardinal M (avec $M=2^m$)

On a M 'symboles' ou M 'états' possibles à la sortie de l'émetteur, au lieu de 2 seulement

débit binaire : $D_b=1/T_b$

débit symboles (ou **rapidité de modulation**) :

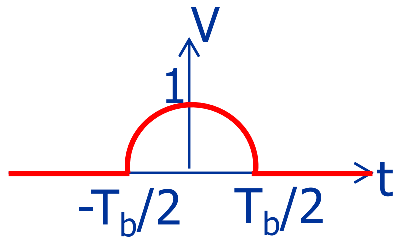
$D_S=1/T$ (Bauds)

Quelques exemples

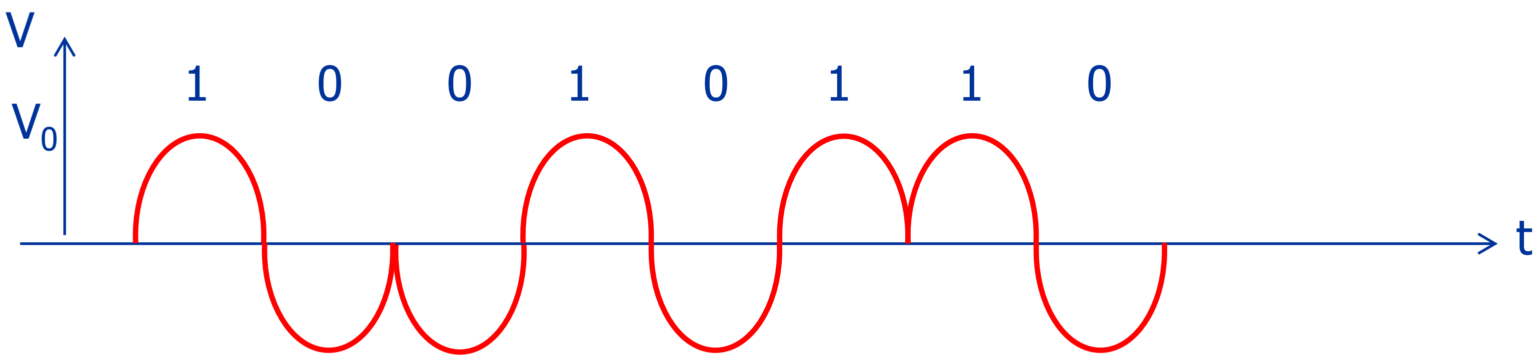
Débit binaire	Débit symboles	Nombre d’états M
10 Mbit/s		2
60 Mbit/s	20 Mbauds	
	100 Mbauds	4

Exemples de construction de codes PAM

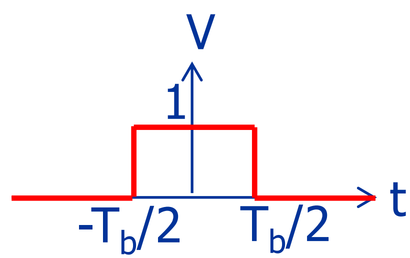
Forme de fonction g(t) :



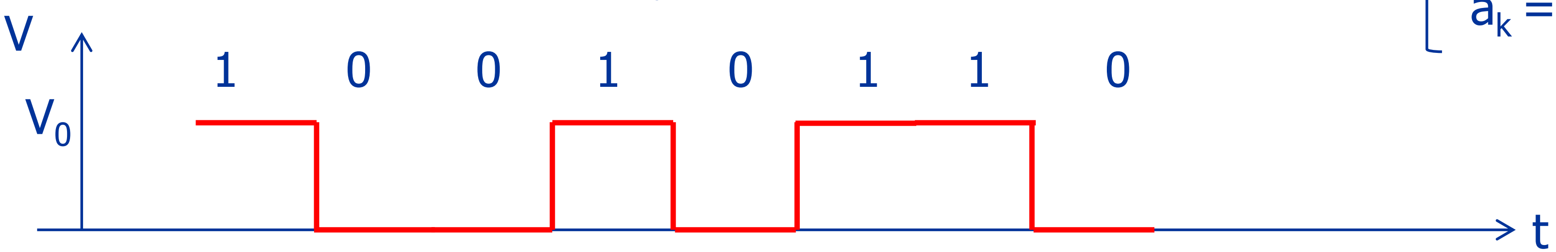
Définition des a_k : $\begin{cases} a_k = V_0 \text{ si bit=1} \\ a_k = -V_0 \text{ si bit=0} \end{cases}$



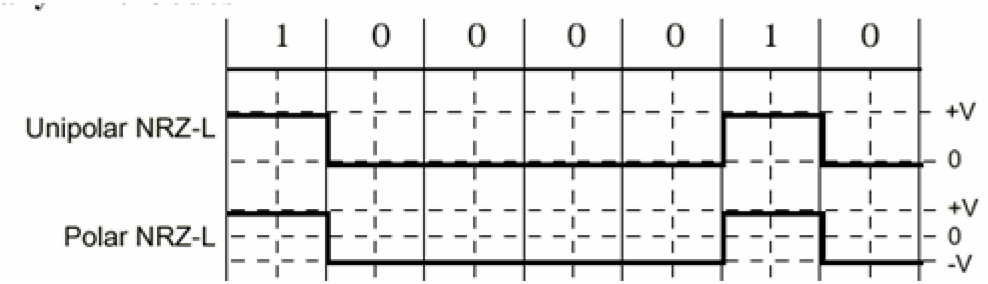
Forme de fonction g(t) :

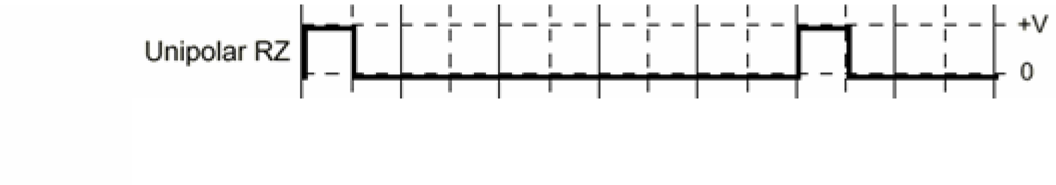


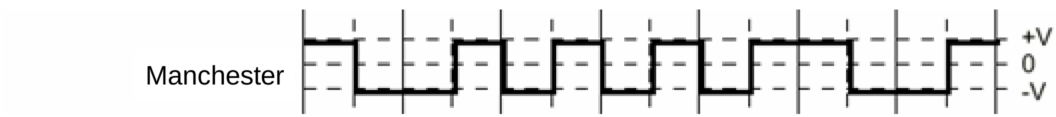
Définition des a_k : $\begin{cases} a_k = V_0 \text{ si bit=1} \\ a_k = 0 \text{ si bit=0} \end{cases}$



Forme temporelle des codes en ligne binaires usuels







Cas bande de base : codage en ligne de type PAM

Codage PAM : 'pulse amplitude modulation'

Principe du codage :

$g(t)$, fonction élémentaire de référence, de support $\left[-T/2, T/2\right]$ $avec \quad T = mT_b$

1) 'mapping' = correspondance entre un groupe de m bits et une valeur a_k

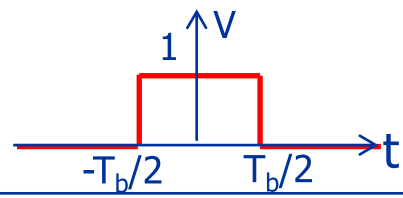
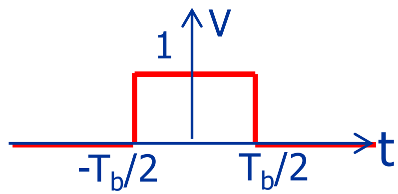
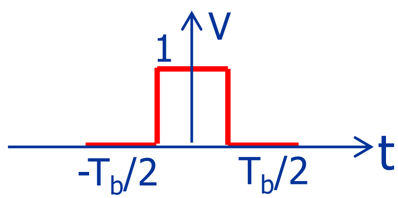
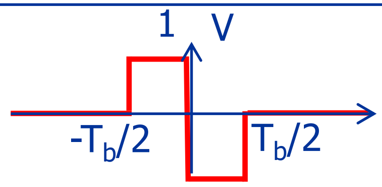
a_k appartient à un alphabet de M valeurs ($M=2^m$)

2) Pour chaque groupe de m bits, émission pendant la durée T de : $a_k g\left(t-kT\right)$

$\{d_k\}_{k\in Z}$, débit D_b — $\{a_k\}_{k\in Z}$, débit D_S

$$\text{source} \longrightarrow \underbrace{\text{'mapping'} \longrightarrow \text{Mise en forme}}_{\text{codeur}} \longrightarrow x(t) = \sum_k a_k g(t-kT)$$

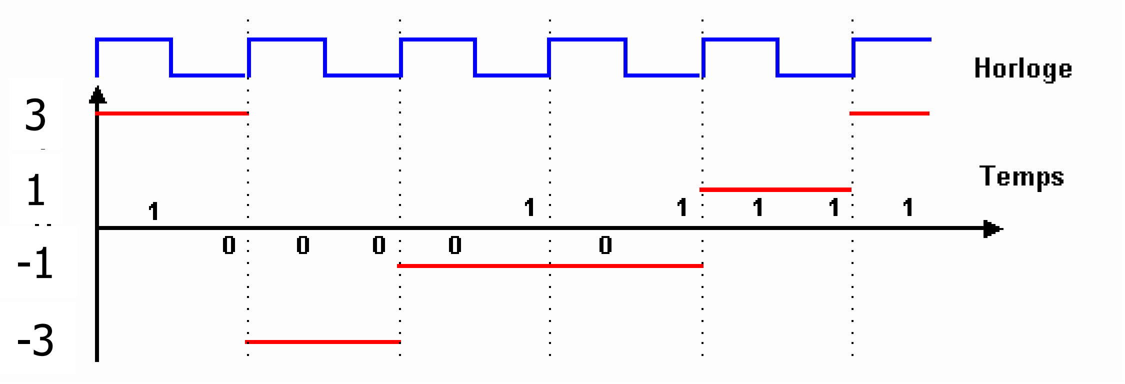
Caractéristiques des différents codes

code	Allure de g(t)	Définition des a_k	m_a	σ_a^2	Caractéristiques de G(f)
NRZ unipolaire		$\begin{cases} a_k = V & \text{si bit}=1 \\ a_k = 0 & \text{si bit}=0 \end{cases}$			
NRZ polaire		$\begin{cases} a_k = V & \text{si bit}=1 \\ a_k = -V & \text{si bit}=0 \end{cases}$			
RZ		$\begin{cases} a_k = V & \text{si bit}=1 \\ a_k = 0 & \text{si bit}=0 \end{cases}$			
Manchester		$\begin{cases} a_k = V & \text{si bit}=1 \\ a_k = -V & \text{si bit}=0 \end{cases}$			G(f) = …. pour f=0

t

Exemples de codes multi-niveaux : accès RNIS

Codage 2B1Q



Suite :

Choix de l'impulsion g(t) selon les propriétés du système de transmission : nécessité de connaître le spectre qui sera occupé par x(t)

Spectre occupé par les différents codes en ligne

Formule de Bennett (cas des symboles indépendants)

densité spectrale de puissance du signal x(t) :

$$S_x(f) = S_a(f) \times \frac{|G(f)|^2}{T}$$

$$\text{avec } S_a(f) = \sigma_a^2 + \frac{m_a^2}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T} \right)$$

définitions :

$$A = \{a_k\}_{k \in Z}$$

$$m_a = E(A)$$

$$\sigma_a^2 = E(A^2) - \left(E(A)\right)^2$$

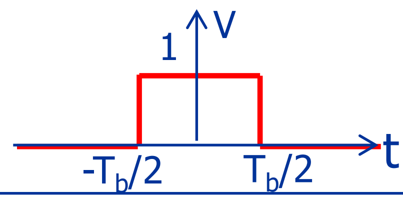
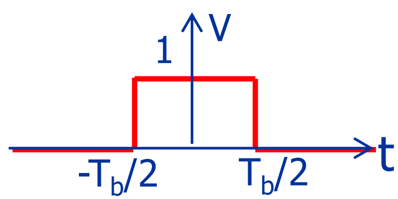
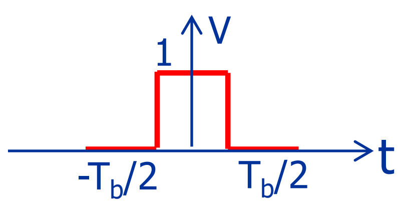
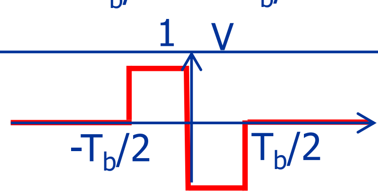
$$G(f) = TF(g(t))$$

Interprétation de la formule : allure du spectre

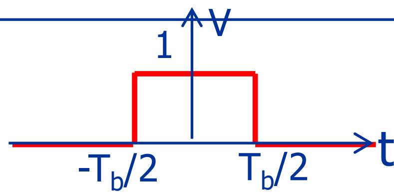
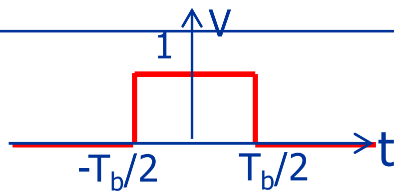
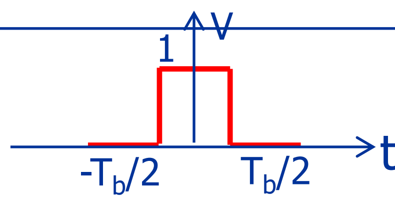
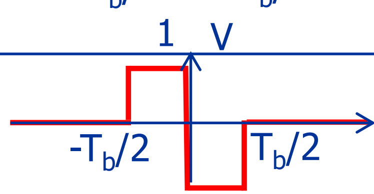
$$S_x(f) = \sigma_a^2 \times \frac{|G(f)|^2}{T} + \frac{m_a^2}{T^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T}\right) \times |G(f)|^2$$

- Forme de la Transformée de Fourier de l'impulsion g(t)
- Présence de raies aux fréquences en n/T à condition d'avoir m_a non nulle et G(f) non nulle à ces fréquences

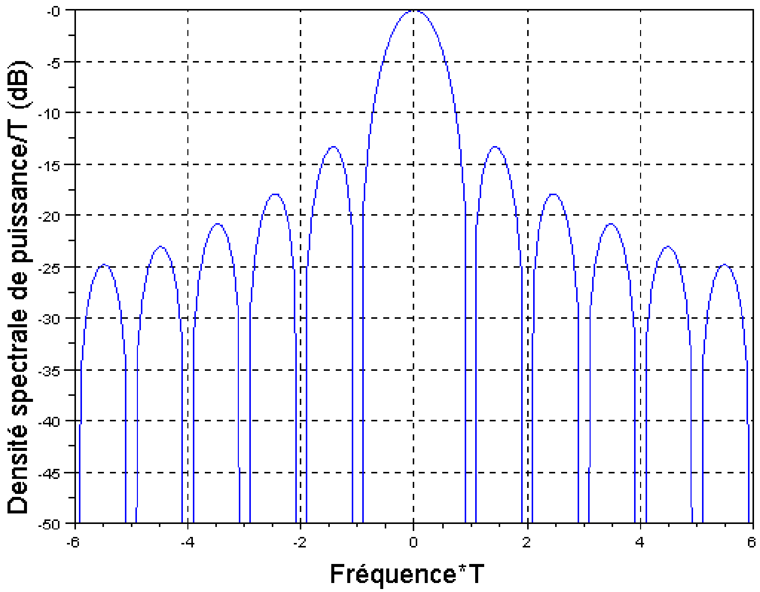
Caractéristiques des différents codes

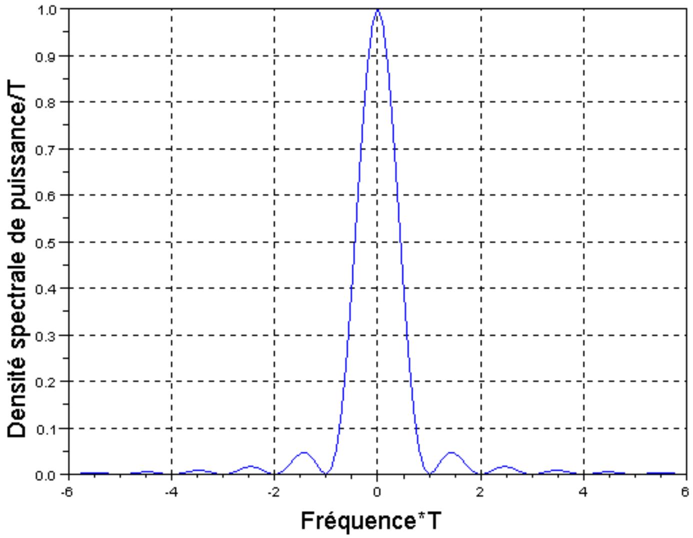
code	Allure de g(t)	Définition des a_k	m_a	σ_a^2	Caractéristiques de G(f)
NRZ unipolaire		$\begin{cases} a_k = V & \text{si bit=1} \\ a_k = 0 & \text{si bit=0} \end{cases}$	V/2	$V^2/4$	Sinus cardinal s'annulant en D_b, 2 D_b, 3 D_b
NRZ polaire		$\begin{cases} a_k = V & \text{si bit=1} \\ a_k = -V & \text{si bit=0} \end{cases}$	0	V^2	Sinus cardinal s'annulant en D_b, 2 D_b, 3 D_b
RZ		$\begin{cases} a_k = V & \text{si bit=1} \\ a_k = 0 & \text{si bit=0} \end{cases}$	V/2	$V^2/4$	Sinus cardinal s'annulant en $2D_b$, 4 D_b, 6 D_b
Manchester		$\begin{cases} a_k = V & \text{si bit=1} \\ a_k = -V & \text{si bit=0} \end{cases}$	0	V^2	G(f) = 0 pour f=0

Caractéristiques des différents codes

code	Allure de g(t)	Définition des a_k	Caractéristiques de G(f)	Raies spectrales pures
NRZ unipolaire		$a_k = V$ si bit=1 ; $a_k = 0$ si bit=0	Sinus cardinal s'annulant en D_b, 2 D_b, 3 D_b	En f=O
NRZ polaire		$a_k = V$ si bit=1 ; $a_k = -V$ si bit=0	Sinus cardinal s'annulant en D_b, 2 D_b, 3 D_b	aucune
RZ		$a_k = V$ si bit=1 ; $a_k = 0$ si bit=0	Sinus cardinal s'annulant en 2D_b, 4 D_b, 6 D_b	En f=D_b, 3D_b …
Manchester		$a_k = V$ si bit=1 ; $a_k = -V$ si bit=0	G(f) = 0 pour f=0	aucune

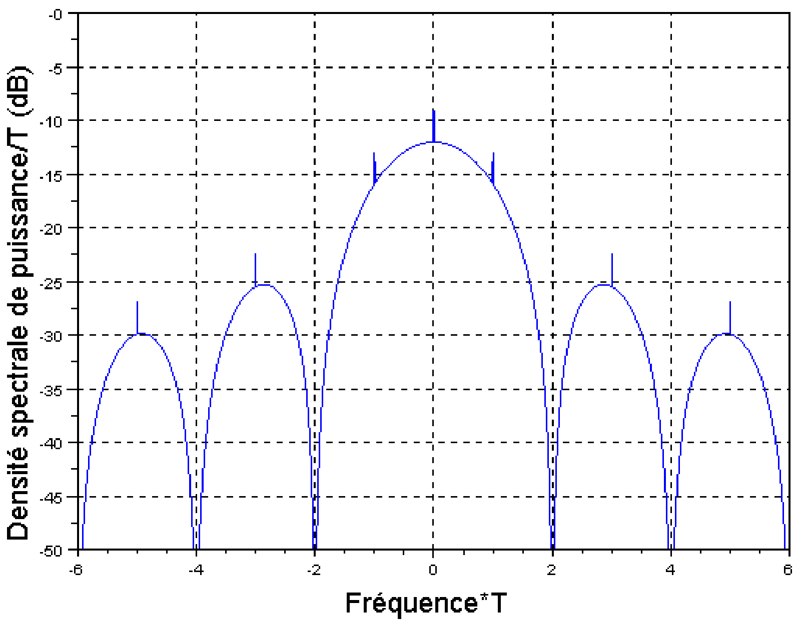
DSP du code NRZ polaire

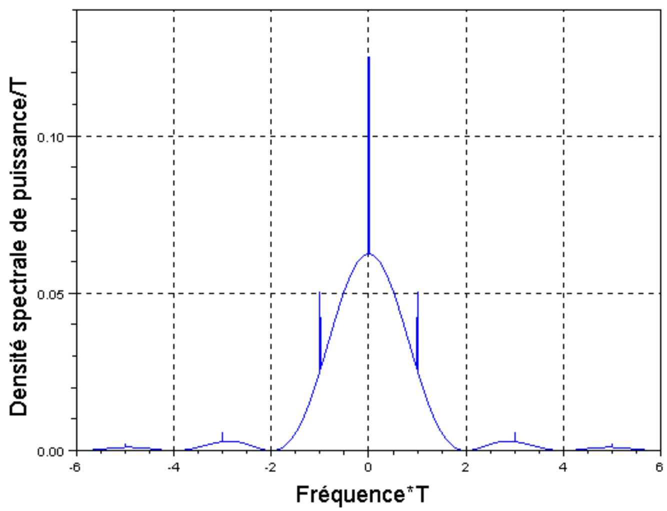




☺ simplicité de mise en œuvre

DSP du code RZ

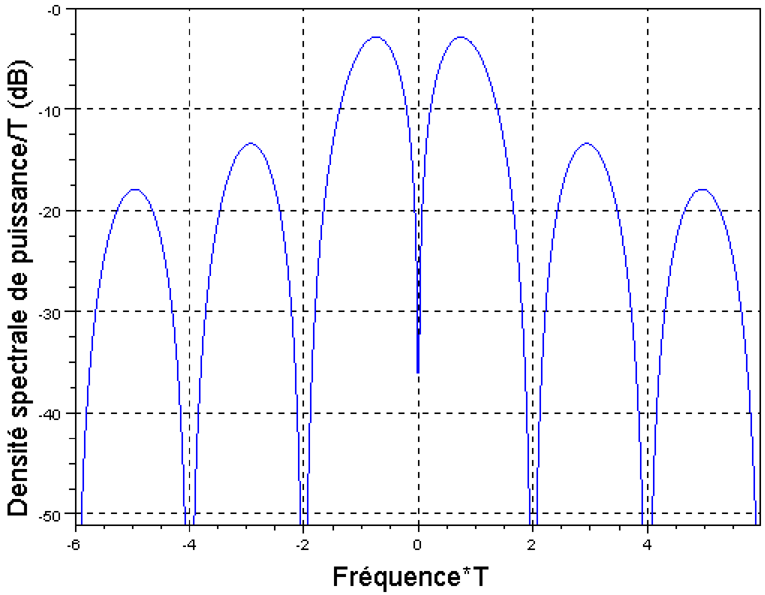


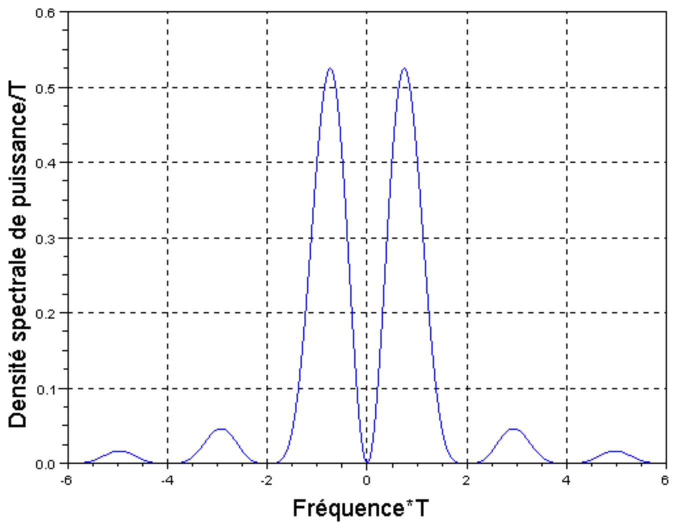


☺ récupération d'horloge

☹ spectre + étalé qu'avec NRZ

DSP du code de Manchester





☺ compatibilité avec supports de transmission qui coupent le continu

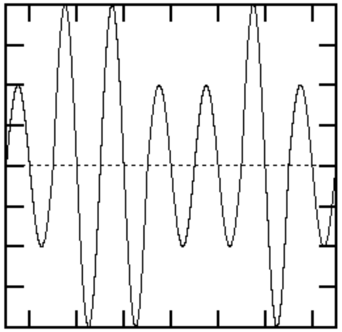
Cas avec modulation : modulation d'une porteuse sinusoïdale

Signal émis pour t∈[kT,(k+1)T[:

Modulation d'amplitude (ASK, amplitude shift keying)

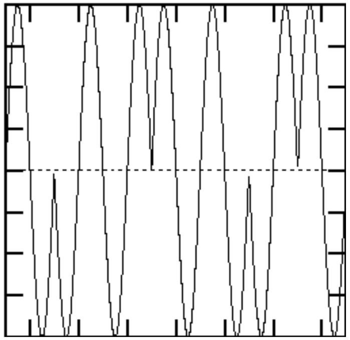
$$p(t) = A_k \cos(2\pi f_o t + \varphi)$$

A_k parmi M valeurs (représentant m bits)



Modulation de phase (PSK)

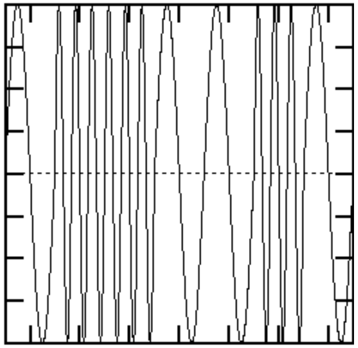
$$p(t) = A\cos(2\pi f_o t + \varphi + \varphi_k)$$



φ_k parmi M valeurs (représentant m bits)

Modulation de fréquence (FSK)

$$p(t) = A\cos(2\pi (f_o + f_k) t + \varphi)$$

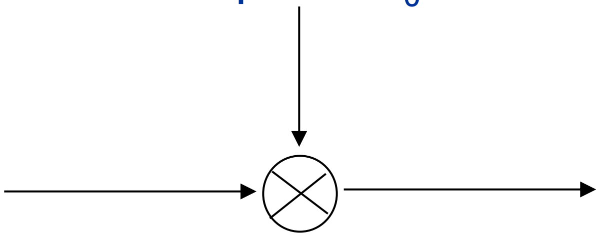


f_k parmi M valeurs (représentant m bits)

Réalisation de la modulation d'amplitude

Signal CW
(continuous wave)
à fréquence f_0

Signal en bande de base m(t)



x(t)

Spectre de m(t) translaté autour de f_0

$$m(t) \Longleftrightarrow M(f)$$

$$m(t)\times\cos(2\pi f_0 t) \Longleftrightarrow \frac{1}{2}\left(M\left(f-f_0\right)+M\left(f+f_0\right)\right)$$

=> Implémentation facile

Modulations numériques QAM

modulations hybrides d'amplitude et de phase

Signal émis pour $t\in[kT,(k+1)T[$: 1 groupe de bits représenté par un couple (A_k, φ_k) parmi M

$$p(t) = A_k \cos(2\pi f_o t + \varphi_k)$$

$$= A_k \cos(\varphi_k)\cos(2\pi f_o t) - A_k \sin(\varphi_k)\sin(2\pi f_o t)$$

$$= a_k \cos(2\pi f_o t) + b_k \cos(2\pi f_o t + \frac{\pi}{2})$$

= modulation d'amplitude de deux porteuses en quadrature
(QAM, quadrature amplitude modulation)

Ecriture sous forme complexe :

$$p(t) = \mathrm{Re}\big((a_k + jb_k)\exp(j2\pi f_0 t)\big)$$

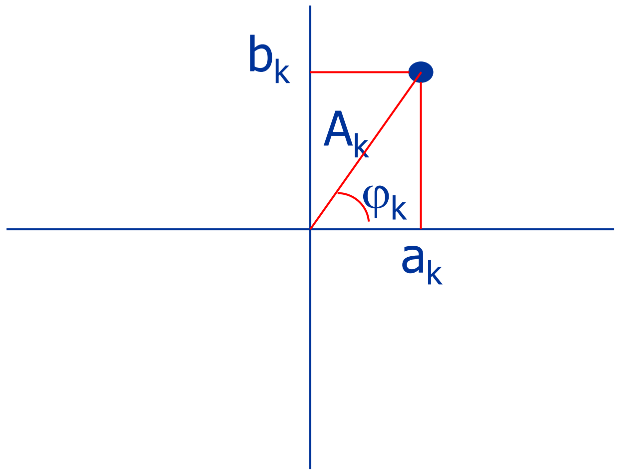
$$= \mathrm{Re}\big((A_k \exp\big(j\varphi_k\big))\exp(j2\pi f_0 t)\big)$$

=> 1 groupe de bits représenté par un complexe $c_k = a_k + jb_k = A_k \exp(j\varphi_k)$

Représentation des modulations numériques QAM

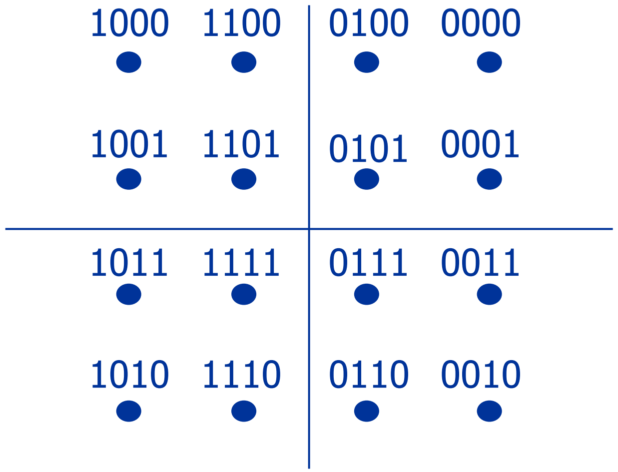
Représentation du complexe $c_k = a_k + jb_k = A_k \exp(j\varphi_k)$

= diagramme de constellation



Avec écriture complexe : modulation = simple multiplication par $\exp(j2\pi f_0 t)$!

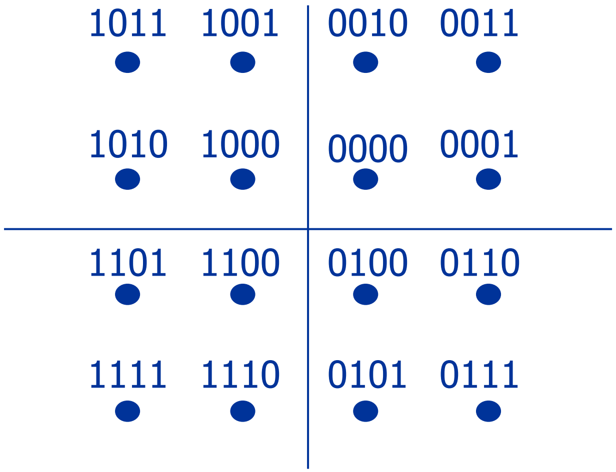
ex = QAM16

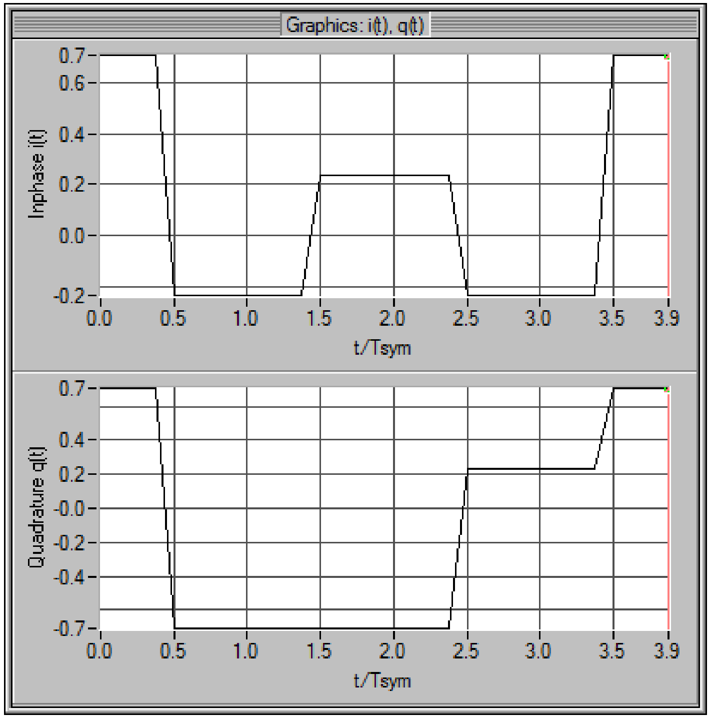


Diagrammes de constellations de QPSK (=QAM4) et PSK8

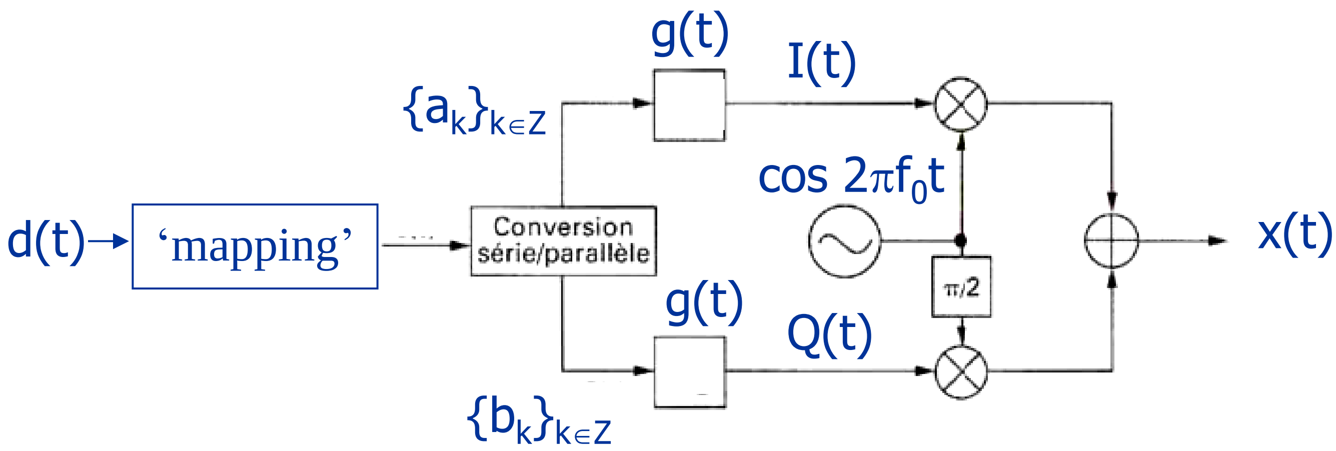
Transmission

En regardant les signaux émis sur les voies I et Q du modulateur QAM16 basé sur le diagramme de constellation suivant, trouver la valeur des deux octets transmis :





Implémentation du modulateur QAM



$$g(t) = \Pi_T(t)$$

$$I(t) = \sum_k a_k g(t - kT)$$

$$Q(t) = \sum_k b_k g(t - kT)$$

'Mapping' = association groupe de m bits ⟺ complexe c_{kl}

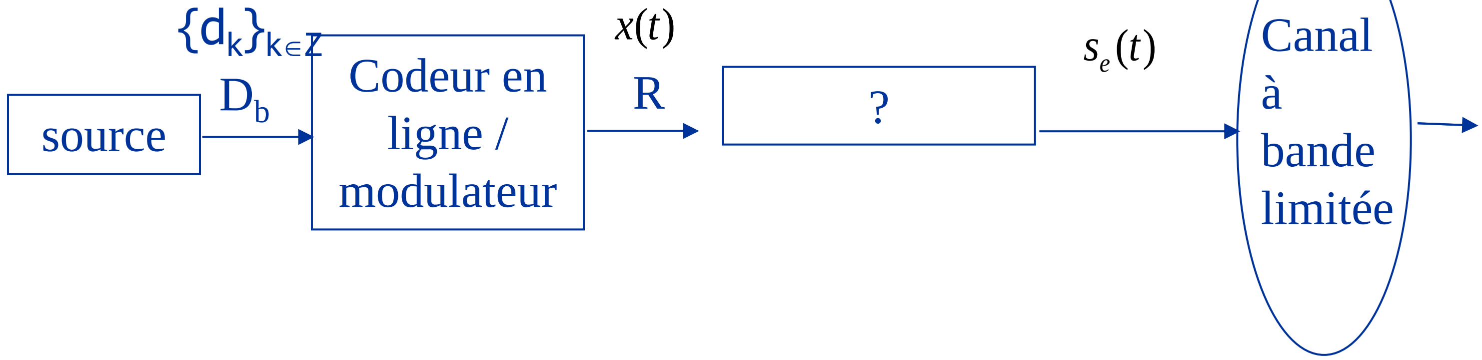
(M complexes possibles)

Rmq : signaux I(t) et Q(t) sont des signaux en bande de base de type NRZ

- Implémentation du modulateur simple : une source CW et un déphaseur de $\pi/2$
- Modulateur IQ = brique de base de la plupart des émetteurs radio
- Pour démodulation : principe inverse (avec filtres passe-bas)

Nécessité de filtrer

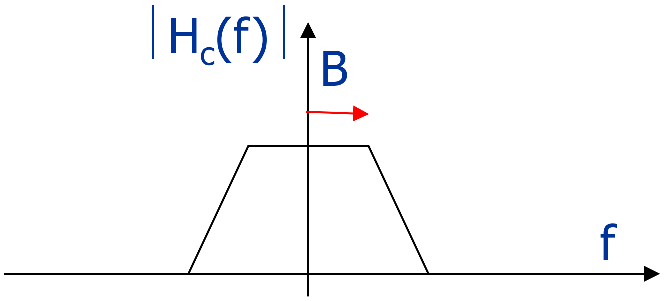
spectre de support infini / support de transmission à bande limitée !



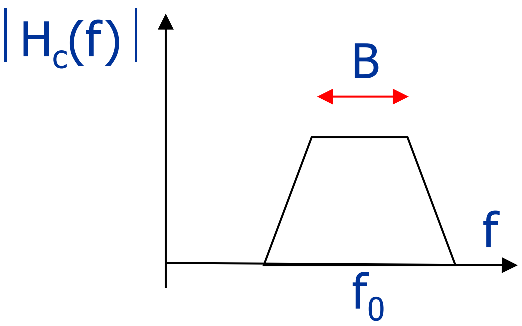
Modélisation du canal idéal à bande limitée

Facteur de transmission du canal dépend de la fréquence : le canal se comporte comme un filtre de réponse fréquentielle Hc(f)=t(f).

Bande de base



Transmission avec modulation



Hors de B, Hc(f) est beaucoup plus faible que dans la bande B (bande du canal)

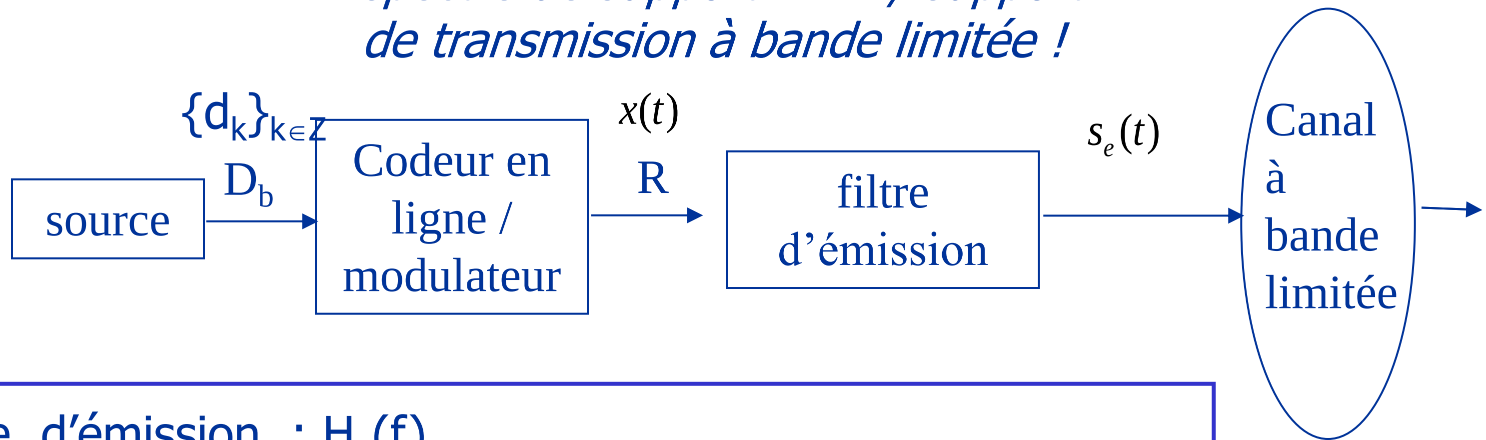
<u>Définition courante</u> : B = f_c où fc est la fréquence de coupure à 3 dB

$$|H_c(f_c)| = H_c(f)|_{max} - 3 \text{ dB}$$

<u>Rmq</u> : pour la suite des calculs, on prend : $|H_c(f)| = c^{ste} = 1$ dans B

Constitution de l'émetteur

spectre de support infini / support de transmission à bande limitée !



Filtre d'émission : $H_e(f)$

Prop : $H_e(f)=0$ pour f hors de la bande B du canal

Rappel, en bande de base : $x(t) = \sum_k a_k g(t - kT)$

Alors, signal émis : $s_e(t) = x(t) * h_e(t) = \sum_k a_k (g * h_e)(t - kT) = \sum_k a_k f_e(t - kT)$

avec $f_e(t) = (g * h_e)(t)$, forme de l'impulsion émise

Bilan 2

- Comprendre la spécificité d'un signal numérique (discret dans le temps, valeurs représentées par des nombres)
- Connaître les principes de codage en ligne et les modulations numériques QAM

    - savoir faire le lien débit binaire, débit symboles, nombre d'états

    - savoir interpréter un diagramme de constellation

- Maîtriser l'équivalence des représentations d'un signal dans les domaines temps ou fréquence

    - savoir utiliser la transformée de Fourier