Chapitre 8 : CN1 : Introduction & Outils Mathématiques

① Introduction

Le but dans ces chapitres est de savoir comment transmettre une succession de bit.

⇒ La transmission des informations numériques se fait dans la couche 1 (physique) du modèle OSI

Voici les étapes de la Transmission numérique

① Utiliser un signal qui se propage : électrique, radio, optiq

② Émetteur : Numérique → Analogique : Appliquer l'information
le signal physique

③ Récepteur : Analogique → Numérique : Retrouver les informations

② Caractéristique de l'information Numérique

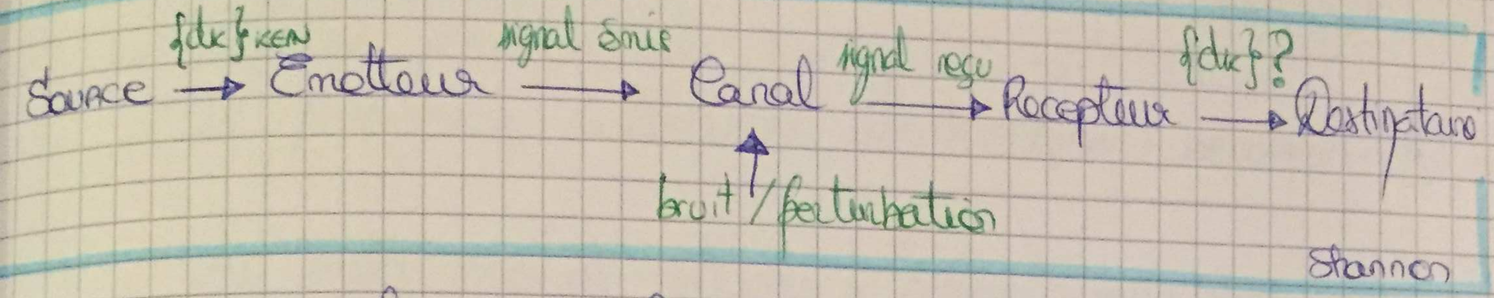
Une donnée numérique $d = d_1 \ldots d_n$ est une succession de bit $d_k \in \{0,1\}$ de probabilité $P(d_k = 1) = \frac{1}{2}$ le plus s

En général, les transmissions sont synchrones càd qu'un bit est émis tous les instants T_b

On définit alors : $\boxed{\text{Débit binaire } D_b = \frac{1}{T_b}}$

Rmq L'information numérique est de nature discrète dans le temps

Voici la chaine classique de Transmission :



On remarque alors que le canal va modifier le signal au cours de la transmission.

On definit alors le Taux d'erreur binaire par

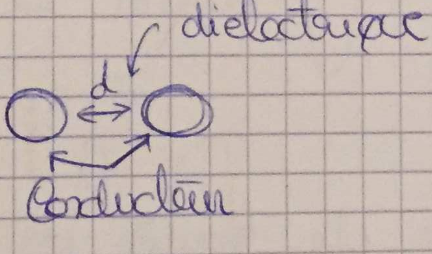
$$TEB = \frac{\text{Nbre bit faux}}{\text{Nbre bit total}}$$

Rmq. Le TEB est un critère de qualité de la connexion

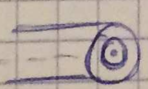
. Il faut alors optimiser Canal pour que TEB ↘
Recepteur
Emetteur

Les principaux Canaux sont :

* Ligne bifilaire



* Cable Coaxial



* Ondes Radio (Air ou Espace)

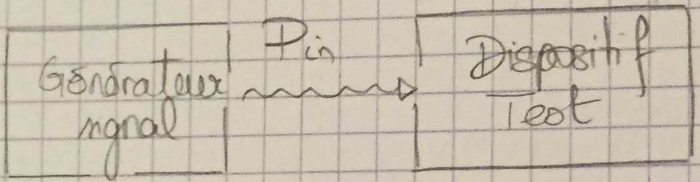
* Fibre Optique.

③ Les Défauts des Canaux

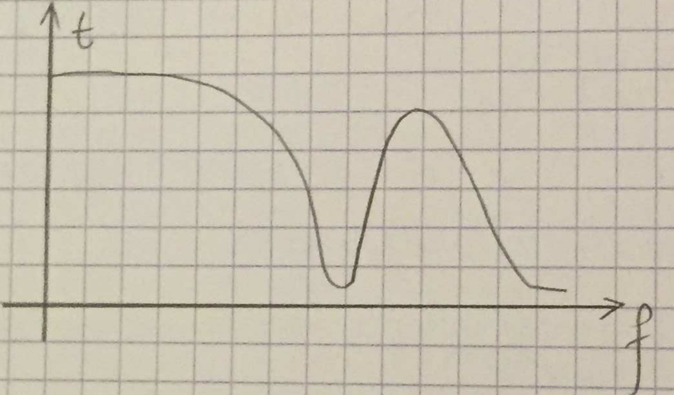
Ⓐ Réponse fréquentielle limitée

- Une transmission radio s'effectue toujours dans un canal fréquentiel déterminé
- les composants électroniques, les supports de transmission ont une bande de fréquence limitée

Ex



mesure de $t = \frac{P_{out}}{P_{in}}$



Selon la fréquence, le signal est plus ou moins transmis

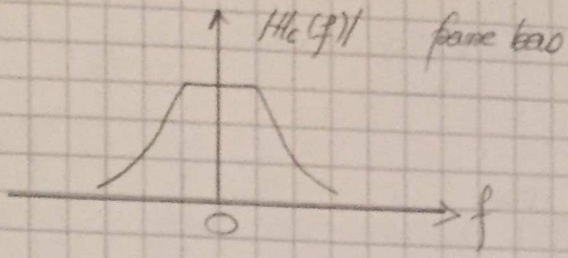
Pour ce genre de tracé on use en général du dB

$$\boxed{X \text{ en décibel} : X_{dB} = 10 \log_{10}(X)}$$

Il existe alors deux familles pour les transmissions numériques

① Transmission en bande de base

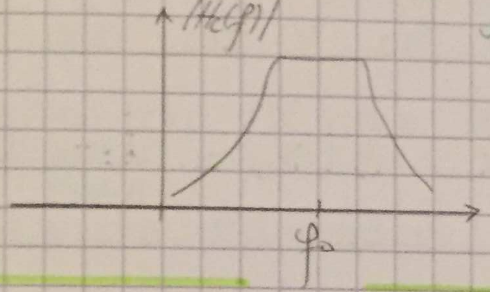
↳ Réponse fréquentielle centrée autour de la fréquence nulle



passe bas

② Modulation

↳ Canal disponible autour d'une fréquence $f_0 \neq 0$

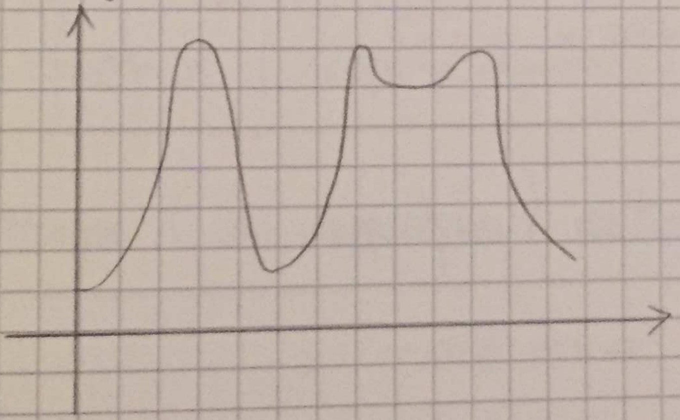


Canal passe bande

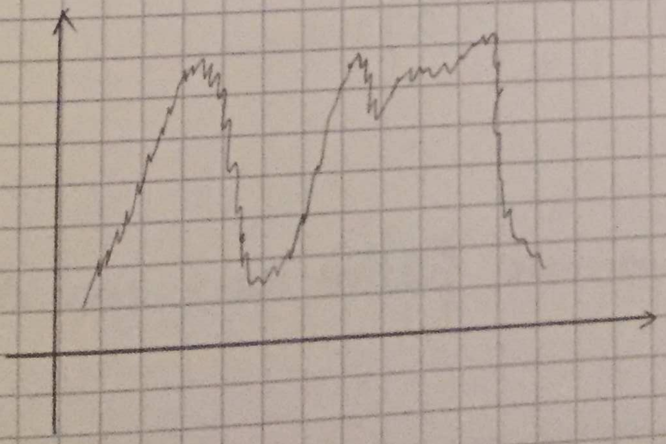
Ⓑ Ajout de Bruit

L'ajout de bruit déforme le signal

Signal à l'entrée



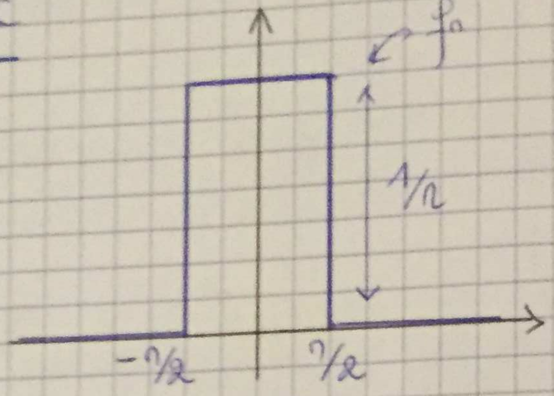
Signal à la sortie



④ Les Outils Mathématiques

Ⓐ Le Dirac

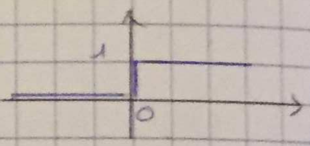
On pose



avec $\int_{\mathbb{R}} f_n = 1$

On a alors $\boxed{\text{Dirac} \quad \delta(x) = \lim_{n \to 0} f_n(x)}$

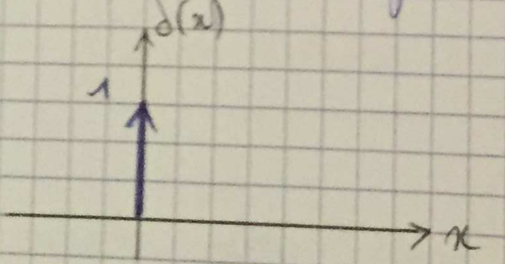
Rmq C'est la dérivée de l'échelon

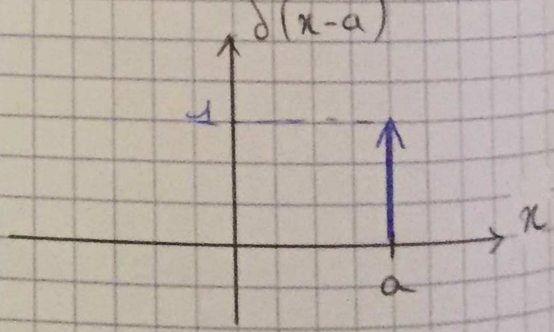


Voici quelques Caractéristiques :

$$\boxed{\delta : x \mapsto \begin{cases} 0 & \text{si } x \neq 0 \\ +\infty & \text{si } x = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \int_{\mathbb{R}} \delta(x)\,dx = 1}$$

La représentation graphique





Rmq δ n'est pas une fonction mais une distribution

Prop (∀ fonction f) $f(x)\delta(x-a) = f(a)\delta(x-a)$

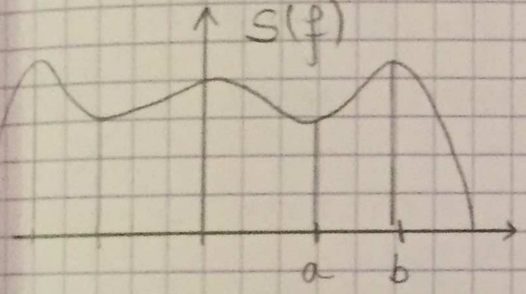
B) Densité Spectrale

Tous les signaux ne "contiennent" pas les mêmes fréquences

Ex Son aigü : fréquences hautes ; Son grave : fréquences basses

La densité spectrale de X est la représentation de la répartition de X sur l'échelle fréquentielle

Ex Densité spectrale de Puissance



Puissance dans [a,b]

$$P = 2\int_a^b S(f)\,df$$

C) Transformée de Fourier (Temps ~ fréquence)

La plupart du temps (cas inversible) on a :

$$\begin{tikzcd}
\text{temps} \arrow[rr, leftrightarrow] & & \text{Fréquence} \\
g(t) \arrow[rr] & & G(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) e^{-2i\pi f t} dt \\
g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(f) e^{+2i\pi t f} df & & G(f) \arrow[ll]
\end{tikzcd}$$

On appelle alors

- $G(f)$ = Représentation des fréquences "contenues" dans $g(t)$
- $|G(f)|^2$ = Le "spectre" de $g(t)$

Prop

Dirac $\delta(t) \longleftrightarrow 1$

$1 \longleftrightarrow \delta(f)$

$$\Longrightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi ft}\,df = \delta(t)$$

Preuve 1) On a d'après $f(x)\delta(x-a) = f(a)\delta(x-a)$

$$TF(\delta)(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-0)e^{-j2\pi ft}\,dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\,dt = 1$$

2) On a $TF^{-1}(1)(t) = \delta(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi ft}\,df$

3) On a $TF(1) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j2\pi ft}\,dt \overset{u=-t}{=} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi fu}\,du = \delta(f)$