

TD n°3 - partie 2

Question de cours

- Rappeler la définition d'une variable aléatoire de Bernoulli, d'une variable aléatoire étagée. Quelle est l'espérance de ces variables aléatoires ?

Exercice 1

On joue à pile (P) ou face (F) avec une pièce équilibrée n fois de suite. On définit X_n comme le nombre de fois où l'on obtient le motif FF (compté avec les recouvrements). Par exemple, dans la réalisation suivante,

FFFPFPPFFPFFPF

nous avons $n = 13$ et $X_n = 4$. En effet, le motif FFF contribue deux fois au nombre total. Pour $i = 2, \dots, n$, on note FF_i l'événement "le motif FF apparaît à l'issue du lancer i ".

Question 1

- Montrer que les événements (FF_i) ne sont pas indépendants.

Question 2

- Décrire X_n comme une variable étagée.
- En déduire la valeur de l'espérance $\mathbb{E}[X_n]$.
- Justifier que la loi de X_n n'est pas la loi binomiale.

Question 3

Soit (f_n) la suite de Fibonacci définie par

$$\begin{cases} f_n = f_{n-1} + f_{n-2} & n \geq 4 \\ f_2 = 3 \\ f_3 = 5 \end{cases}$$

- En raisonnant par récurrence, démontrer que

$$P(X_n = 0) = \frac{f_n}{2^n}, \quad n \geq 2$$

Info

Indication:

On appliquera la [formule des probabilités totales](#) deux fois de suite (en prenant pour mesure de référence une mesure de probabilité conditionnelle).

Info

correction vidéo de la question 3