

TD n°1 - partie 1

Info

script R: td_1_1.R

Questions de cours

- Rappeler la définition d'une mesure de probabilité.
- Rappeler la définition d'une suite croissante d'événements.
- Soit (A_n) une telle suite. Que peut-on dire de la suite des probabilités $P(A_n)$?

Exercice 1

Question 1

Soit X un nombre positif mesuré à l'issue d'une épreuve aléatoire. On suppose que

$$\forall 0 \leq s \leq t < \infty, \quad P(X \in [s, t)) = \int_s^t e^{-x} dx.$$

- Pour tout $t \geq 0$, montrer que $P(X \geq t) = e^{-t}$.
- Calculer $P(\sin X \geq 0)$.

Question 2

Soit U un nombre pris au hasard dans $[0, 1]$ tel que

$$\forall 0 \leq a \leq b \leq 1, \quad P(U \in [a, b)) = b - a.$$

- Pour tout $0 \leq s \leq t < \infty$, calculer la probabilité $P(\ln(1/U) \in [s, t))$.
- En déduire une manière d'obtenir un nombre au hasard ayant les mêmes propriétés que X .

Question 3

Le langage R dispose de nombreux générateurs aléatoires, dont un générateur de variables aléatoires uniformément réparties sur $(0, 1)$.

- En utilisant le générateur aléatoire de loi uniforme `runif`, effectuer $n = 1000000$ simulations de la variable X .

```
n = 1000000  
x <- -log(runif(n))
```

- Calculer la fréquence de l'événement $X > 1$ et comparer cette valeur empirique à la valeur théorique calculée dans la question 1. Idem pour la probabilité de l'événement $(\sin(X) > 0)$.

```
mean(x > 1)  
exp(-1)  
mean(sin(x) > 0)
```