

Fiche d'exercices n°5

Exercice 1. Une machine A fabrique des baguettes dont la longueur suit une loi normale de moyenne 4 mm et d'écart-type 0.1 mm. On teste une nouvelle machine B, pour laquelle on admet que la longueur des baguettes est encore de loi normale. Sur 25 baguettes fabriquées, on constate une moyenne empirique de 4 mm et un écart-type estimé de 0.08 mm. Au seuil 5%, peut-on conclure que la machine B est plus précise que la machine A ?

Exercice 2. Un fabricant de composants électroniques a effectué un test sur un nouveau type de transistors au silicium, et relevé les durées de vie suivantes, en milliers d'heures :

19.3 16.4 35.9 5.8 47.0 3.9 30.4 15.1 2.6 20.1

On admettra que la loi exponentielle est un bon modèle pour la durée de vie de ces transistors. On suppose que la durée de vie des transistors équivalents de la génération précédente était de loi exponentielle de moyenne 10000 heures. Un expert affirme que le résultat de l'expérience montre que les nouveaux transistors sont plus fiables que les anciens. Qu'en pensez-vous ?

Exercice 3. Une étude chinoise publiée en mars 2020 ¹ étudie le lien entre le groupe sanguin et le risque d'infection par le covid-19. Nous nous intéressons ici à la validité des résultats statistiques de cette étude.

Dans la population globale de la région de Wuhan, la répartition entre les groupes sanguins est (en pourcentages) :

groupe O : 34%; groupe A : 32%; groupe B : 25%; groupe AB : 9%.

Dans un échantillon de 1775 habitants de Wuhan infectés par le covid-19, la répartition entre les groupes sanguins est (en nombres d'individus) :

groupe O : 458; groupe A : 670; groupe B : 469; groupe AB : 178.

L'étude conclut que le groupe sanguin a bien une influence sur le risque d'être infecté par le covid-19, que les personnes du groupe A ont un risque significativement plus élevé d'être infectées et celles du groupe O un risque significativement plus faible.

1. (a) Quelles conditions les données doivent-elles vérifier pour que l'on puisse étudier l'influence du groupe sanguin sur le risque d'infection à l'aide d'un test du χ^2 ? On supposera que ces conditions sont vérifiées.
(b) Donner l'hypothèse H_0 , les nombres observés n_j et les probabilités théoriques p_j .

¹<https://www.medrxiv.org/content/10.1101/2020.03.11.20031096v1?versioned=true>

- (c) Dans un premier temps, on fait le test au seuil 5% sans calculer la p-valeur. Donner la valeur de la statistique δ_n^2 du test. Donner le quantile approprié de la loi du χ^2 et conclure.
 - (d) Donner la p-valeur du test. Concluez-vous que le groupe sanguin a une influence sur le risque d'infection ?
2. Soit p la probabilité qu'une personne infectée soit du groupe A. Mettre en place un test d'hypothèses permettant de déterminer si les personnes du groupe A sont sur-représentées parmi les malades, donc ont un risque significativement plus élevé d'être infectées. Conclure.
3. Mettre en place un test d'hypothèses permettant de déterminer si les personnes du groupe O sont sous-représentées parmi les malades, donc ont un risque significativement plus faible d'être infectées. Conclure.