

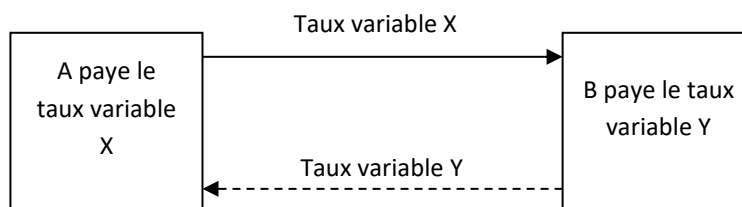
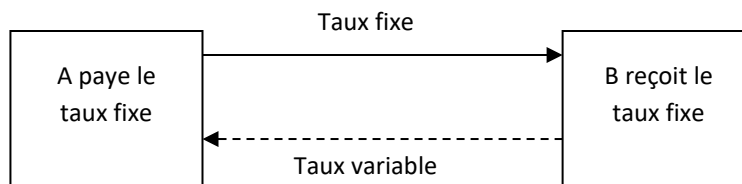
Marchés des swaps

Un swap est un contrat d'échange. Il existe trois grandes catégories de swaps : les swaps de taux d'intérêt (*interest rate swaps*), les swaps de change (*currency swaps* et *cross-currency swaps*) et les swaps de crédit (*credit swaps*).

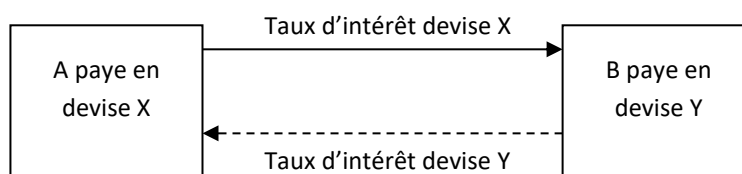
I. FONCTIONNEMENT DES SWAPS DE TAUX

Un swap de taux d'intérêt est un contrat dans lequel deux parties, appelées contreparties (*counterparties*), s'engage à s'échanger des intérêts périodiques dans une même devise pendant une durée déterminée. Le montant des intérêts échangés est basé sur un montant principal appelé notionnel (*notional principal amount*). Dans ce type de swap, il n'y a pas d'échange du principal mais seulement des intérêts.

On distingue le swap de taux fixe contre variable (*coupon swap* ou *fixed-rate interest swap*) et le swap de taux variable contre taux variable (*basis swap*) :



Lorsque les échanges d'intérêt portent sur des devises différentes, on parle de *cross-currency rate swap* :



1.1. Conventions générales de calcul

En règle générale, les swaps sont cotés sous forme d'un taux fixe pour un taux de référence donné (Euribor, Libor) flat (i.e. sans marge) : swap Euribor 6 mois coté 4,200 % par exemple. Sur les marchés américains, le swap peut aussi être coté en référence au taux de rendement des titres d'Etat : par exemple, si le taux de rendement des 5-year T-bonds est 4,80 %, un market maker peut coter le swap soit 5,00 % - 5,05 %, soit + 20/25.

Illustration : 6-month EUR EURIBOR

Date de transaction : 5 mars 2011
Notionnel : \$100 millions
Taux fixe : 5,00 %
Taux de référence : 6-month LIBOR
Maturité : 3 ans

Calendrier des flux

Date	LIBOR	Flux variable	Flux fixe	Flux net
5 mars 2011	4.20			
5 septembre 2011	4.80	2.10		2.10
5 mars 2012	5.30	2.40	5.00	-2.60
5 septembre 2012	5.50	2.65		2.65
5 mars 2013	5.60	2.75	5.00	-2.25
5 septembre 2013	5.90	2.80		2.80
5 mars 2013		2.95	5.00	-2.05

Le 5 septembre 2011, le receveur du taux variable reçoit un flux de 2,10 millions ($100 \times 4,2\% \times 0,5$).

Le 5 mars 2011, le receveur du taux variable reçoit un flux de 2,40 millions et paye un flux de 5 millions. Le flux net est un décaissement de 2,60 millions.

1.2. Utilisations des swaps de taux

- Arbitrage des conditions de crédit (avantage comparatif)

La popularité des swaps est souvent justifiée par l'argument de l'avantage comparatif. Pour un couple d'entreprise donné, la facilité relative d'accès aux marchés des emprunts à taux fixe et à taux variable n'est pas la même. Chaque entreprise aura donc intérêt à emprunter sur le marché qui lui est le plus favorable, quitte ensuite à faire un swap avec l'autre si le type d'endettement contracté ne lui convient pas.

Illustration

Considérons deux entreprises X et Y désireuses d'emprunter 10 millions d'euros sur 5 ans. Compte tenu de leur rating respectif (AAA pour X, et BBB pour Y), les conditions d'accès au marché sont les suivantes :

	Taux fixe	Taux variable
Entreprise X	5,50 %	Euribor 6 mois+ 10 bps
Entreprise Y	7,00 %	Euribor 6 mois + 60 bps

Compte tenu d'une meilleure notation, l'entreprise X possède un avantage de 150 bps sur le taux fixe et de 50 bps sur la référence variable. La différence nette est donc de 100 bps. En considérant un échange équitable de cette différence entre les deux parties, l'accord de swap peut se construire ainsi :

- X, vendeur du swap, accepte de verser à Y les flux d'intérêts au taux Euribor 6 mois sur 10 millions d'euros,
- Y, acheteur du swap, accepte de verser à X les flux d'intérêts au taux de 6,10 % sur 10 millions d'euros.

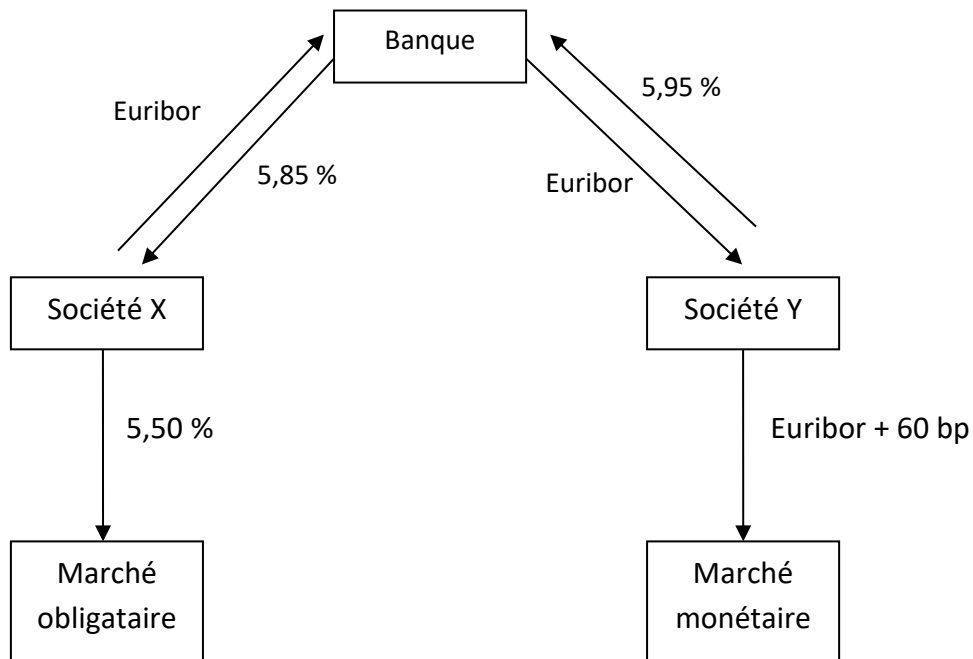
Le récapitulatif des flux est :

	X	Y
Taux d'emprunt	- 5,50 %	-(Euribor + 60 bps)
Jambe variable	- Euribor	+ Euribor
Jambe fixe	+ 5,90 %	- 5,90 %
Taux swapé	- (Euribor – 40 bps)	- 6,50 %

Chacune des deux parties gagne 50 bps sur ces conditions d'emprunt habituelles. Naturellement, d'autres taux fixes sont possibles en fonction du partage des gains entre les deux parties.

En réalité, X et Y ne contractent pas de swaps directement entre elles. Une institution financière s'interpose et propose un swap taux fixe contre taux variable à X et un swap taux variable contre taux fixe à Y. Autrement dit, l'intermédiaire achète le swap à X et en vend un à Y et se rémunère par une partie du gain net du swap. Dans notre exemple, si l'on considère que la banque prend 10 bps de rémunération, chaque entreprise ne bénéficie plus que de 40 bps. La cotation du swap serait alors 5,85 % - 5,95 %. Le schéma suivant permet de mieux visualiser la situation.

Le coût du financement de X s'élève à Euribor – 35 bps et celui de Y à 6,55 %. La banque reçoit quant à elle une rémunération de 10 bps sur un nominal de 10 millions d'euros.

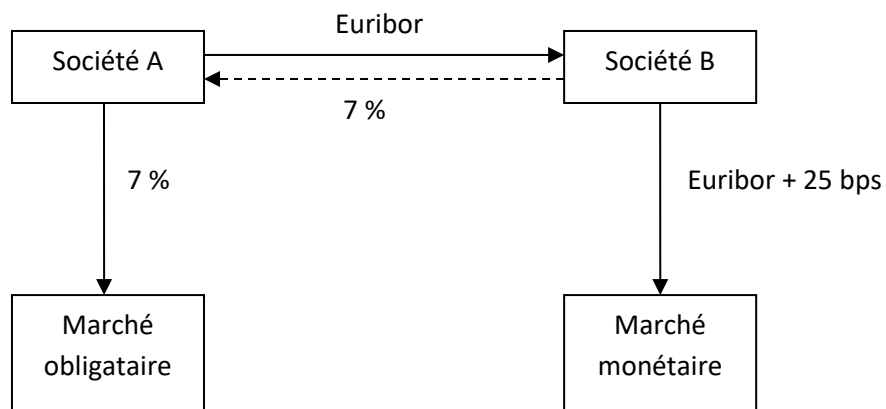


- **Couverture d'un risque de taux**

Illustration #1

Considérons deux entreprises A et B endettées respectivement à taux fixe 7 % et à taux variable Euribor 6 mois + 25 bps. Anticipant une baisse des taux, A décide de swaper son taux fixe contre un taux variable. Au contraire, B anticipe une hausse des taux et souhaite fixer le coût de son emprunt. Dans ces conditions, les deux entreprises ont intérêt à entrer dans un swap taux fixe – taux variable sur référence Euribor 6 mois au taux de 7 %.

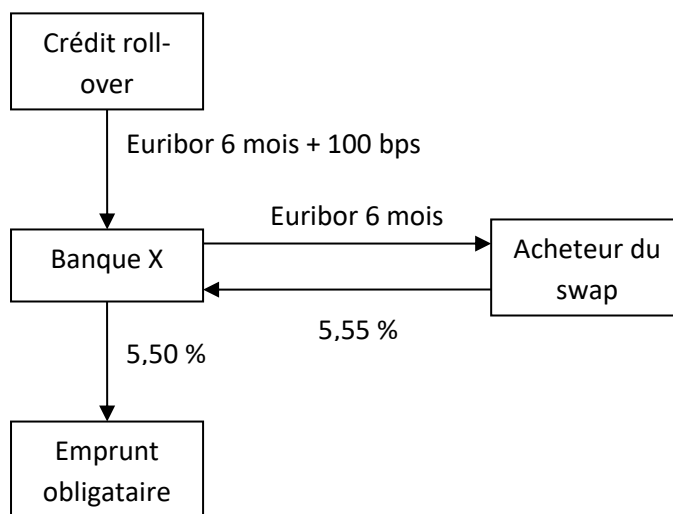
Concrètement, A vend le swap et s'engage donc à verser à B la référence variable. B achète le swap et s'engage donc à verser à A le taux fixe de 7 %.



Au final, le coût de l'endettement de A est de $7\% + \text{Euribor} - 7\% = \text{Euribor}$; et le coût de l'endettement de B est $\text{Euribor} + 25 \text{ bps} + 7\% - \text{Euribor} = 7,25\%$.

Illustration #2

La Banque X a accordé un crédit roll-over indexé sur le taux Euribor 6 mois + 100 bps à une entreprise pour une durée de 7 ans. Dans le même temps, elle a la possibilité d'émettre une obligation à taux fixe versant des coupons annuels de 5,50 % sur 7 ans. Elle souhaite utiliser les liquidités de l'émission pour le financement du crédit roll-over mais ne souhaite pas s'exposer au risque de taux d'intérêt. La banque X vend un swap sur référence Euribor 6 mois de maturité 7 ans au taux de 5,55 %. La suite des opérations est représentée sur le schéma suivant :



Comme la banque paie et reçoit les intérêts sur les deux jambes (fixes et variables), elle a virtuellement éliminé tout risque de taux d'intérêt. Le résultat net de l'ensemble de l'opération est : $5,55\% - 5,50\% + \text{Euribor} + 100 \text{ bps} - \text{Euribor} = + 105 \text{ bps}$.

1.3. Evaluation des swaps

On entend par évaluation du swap l'estimation du taux fixe du swap, que ce soit à l'initiation du swap ou durant toute la durée de vie du produit notamment pour des raisons comptables. Une réponse satisfaisante au problème d'évaluation consiste à définir le taux du swap comme le taux fixe pour lequel la valeur actuelle de la jambe fixe est égale à la valeur actuelle de la jambe variable.

Une réponse financièrement satisfaisante consiste à définir le taux du swap comme le taux fixe pour lequel la valeur actuelle de la branche variable est égale à la valeur actuelle de la branche fixe, soit :

$$\sum_{k=1}^n F_t \cdot P \cdot P(t, t_k) = \hat{V}_t \quad [1]$$

où F_t est le taux fixe d'équilibre du swap à la date t ,
 P est le principal notionnel,
 t_k est la kème date de versement de coupon,
 $P(t, t_k)$ est le facteur d'actualisation permettant de calculer la valeur actuelle d'un flux certain d'échéance t_k (prix en t d'une obligation payant 1 € à la date t_k),
 \hat{V}_t est la valeur présente de la série de flux à taux variable.

Si l'on note v_{tk} la valeur présente en t du flux variable (exprimé en pourcentage du notionnel) que l'on recevra (ou que l'on paiera) au titre du swap à la date t_k , on peut réécrire [1] sous la forme suivante :

$$\hat{V}_t = \sum_{k=1}^n v_{tk} P$$

Le taux fixe d'équilibre du swap apparaît alors comme la solution de l'équation suivante :

$$\sum_{k=1}^n F_t \cdot P \cdot P(t, t_k) = \sum_{k=1}^n v_{tk} \cdot P \quad [2]$$

L'équation [2] permet d'expliciter le problème de l'évaluation du swap qui sera résolu si l'on sait déterminer les valeurs des $P(t, t_k)$ et des v_{tk} . Les $P(t, t_k)$ peuvent être déterminés aisément en utilisant le prix des obligations zéro-coupon cotées sur le marché. Pour les maturités pour lesquels de tels actifs n'existent pas ou ne semblent pas suffisamment liquides pour être cotés de manière efficiente, il faut recourir à des méthodes statistiques permettant d'extraire, du prix des obligations couponnées, celui des obligations zéro-coupon que l'on cherche à déterminer. L'important problème de la courbe des zéro-coupon mis à part, reste à résoudre la question de la détermination des v_{tk} , prix en t des actifs qui délivrent aux dates t_k les mêmes flux variables. Les marchés choisissent de recourir à l'approximation suivante : on remplace chacun des coupons variables inconnus de la branche variable du swap par la valeur connue aujourd'hui du taux à terme implicite correspondant. Ainsi, si la référence variable du swap est un taux au comptant de type Euribor de maturité \mathbb{T}_1 , l'on reçoit à la date de coupon t_k , un taux au comptant, dont le montant est inconnu en t . Les praticiens proposent de considérer qu'il est équivalent de recevoir ce taux futur incertain et de recevoir le taux à terme implicite certain $R(t, t_k, \mathbb{T}_1)$, qui est la valeur à laquelle le marché évalue en t le taux futur. Le flux variable ainsi transformé en flux certain, sa valeur présente est donnée par le produit du taux à terme implicite et du prix de l'obligation zéro-coupon qui expire en t_k .

Pour bien comprendre les implications de cette approximation sur la valorisation des swaps, il nous faut être un peu plus précis. Supposons que l'actif v_{tk} paie à la date t_k , un unique flux égal à un taux au comptant de type Euribor de maturité \mathbb{T}_1 . Soit t la date de valorisation, t_k la date du jour de relevé du taux Euribor que l'on paiera en t_k , et la date t_k qui est la date du jour où l'on reçoit le taux Euribor

relevé en r_{t_k} . Le flux payé en t_k par v_{t_k} est le taux, inconnu en t qui prévaudra pour la période $[r_{t_k}, r_{t_k} + \tau_1]$. Si l'on note $R(r_{t_k}, r_{t_k} + \tau_1)$ ce taux, le taux à terme implicite correspondant à ce taux inconnu est noté $R(t, r_{t_k}, r_{t_k} + \tau_1)$. L'assimilation entre taux futur incertain et taux à terme implicite correspondant permet d'écrire la valeur de v_{t_k} de la manière suivante :

$$v_{t_k} = P(t, t_k) \cdot R(t, t_k, r_{t_k} + \tau_1)$$

Par définition du taux à terme implicite, cette formule s'écrit également :

$$v_{t_k} = P(t, t_k) \left[\frac{P(t, r_{t_k})}{P(t, r_{t_k} + \tau_1)} - 1 \right] \quad [3]$$

Il est possible d'utiliser l'équation [3] pour évaluer un grand nombre de swaps de taux qui peuvent différer sur les modalités de relevé et de paiement du taux variable. Il convient de relever trois cas.

Cas n°1 : On paye en t_k le taux Euribor qui prévaut en t_k pour la période qui s'étend de t_k à $t_k + \tau_1$. On a alors $t_k = r_{t_k}$. L'équation [3] s'écrit alors :

$$v_{t_k} = P(t, t_k) \left[\frac{P(t, t_k)}{P(t, t_k + \tau_1)} - 1 \right] = \frac{[P(t, t_k)]^2}{P(t, t_k + \tau_1)} - P(t, t_k)$$

Cas n°2 : On paye en $r_{t_k} + \tau_1$ le taux Euribor de maturité τ_1 qui prévalait en r_{t_k} . Ce cas est celui où $t_k \neq r_{t_k}$ et $t_k - r_{t_k} = \tau_1$. C'est le cas des swaps standards (plain vanilla). L'équation [3] s'écrit alors :

$$v_{t_k} = P(t, t_k) \left[\frac{P(t, t_k - \tau_1)}{P(t, t_k)} - 1 \right] = P(t, r_{t_k}) - P(t, t_k)$$

Cas n°3 : On paye en t_k le taux Euribor de maturité τ_1 qui prévalait en r_{t_k} , sans que le décalage de paiement corresponde à la maturité de l'indice de référence. Ce cas est celui où $t_k \neq r_{t_k}$ et $t_k - r_{t_k} \neq \tau_1$. L'équation [3] reste inchangée :

$$v_{t_k} = P(t, t_k) \left[\frac{P(t, r_{t_k})}{P(t, r_{t_k} + \tau_1)} - 1 \right]$$

Au travers des formules qui précèdent, on peut constater que l'assimilation entre taux futurs incertains et taux à terme implicites permet, quelles que soient les modalités de paiement et de relevé du taux variable, d'écrire la valeur des actifs v_{t_k} comme une fonction du prix de diverses obligations zéro-coupon. Plus généralement, la méthode d'évaluation des swaps qui consiste à résoudre l'équation [2] en utilisant l'équation [3] permet d'évaluer tous les swaps dont la référence variable est un taux au comptant de type Euribor, à partir de la seule connaissance de la courbe des zéro-coupon. A noter que cette approche ne s'applique en l'état qu'aux swaps dont la référence variable est un taux au comptant. Pour les swaps dont la référence variable est une moyenne de taux (swaps contre T4M ou

TAM), il faut, pour appliquer la même méthode recourir à une nouvelle approximation qui consiste à considérer ces moyennes de taux comme des taux au comptant.

1.4. Quelques swaps particuliers

EONIA swap

Le Swap de taux Euro/Eonia est un contrat de gré à gré d'échange de flux d'intérêts fixes contre des flux d'intérêts variables en Euro entre deux contreparties et selon un échéancier prédéterminé. Il n'y a pas d'échange de nominal, ni au début, ni au terme de l'opération. Les flux d'intérêts sont calculés en appliquant d'une part un taux fixe, et d'autre part un taux Eonia fixé chaque jour sur un montant nominal identique. Le taux fixe est déterminé lors de la mise en place du contrat. Le niveau du taux variable Eonia est constaté et recapitalisé chaque jour jusqu'à la date de paiement du flux variable.

Formule de calcul du taux :

$$r = \left\{ \left[\prod_{i=d1}^{de-1} \left(1 + \frac{r_i \times D_i}{360} \right) \right] - 1 \right\} \times \frac{360}{D}$$

r	taux actuariel
d1	date de début de composition des intérêts
de	date de fin de composition des intérêts (maturité du swap)
r _i	taux EONIA du jour i
D _i	nombre de jours de composition des intérêts (normalement 1 jour, 3 jours les week-ends)
D	durée du swap

Illustration #1

Deux entreprises A et B ont conclu un swap sur un nominal de 250 millions d'euros : A reçoit le taux fixe de 3,20 % pour 7 jours (du 1 octobre au 8 octobre 2007). Les taux EONIA relevés sont les suivants :

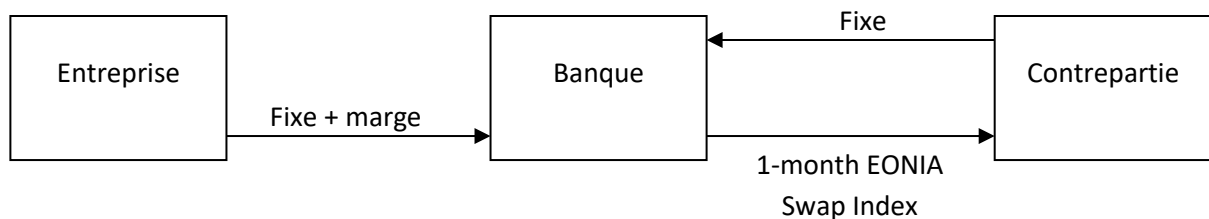
1/10	3,125 %	1 jour
2/10	3,100 %	1 jour
3/10	3,150 %	1 jour
4/10	3,150 %	1 jour
5/10	3,125 %	3 jours

En utilisant la formule ci-dessus, le taux variable du swap est 3,12911 %. A reçoit pour 7 jours des intérêts calculés à 3,20 % sur un nominal de 250 millions et paie 3,12911 % pour 7 jours sur le même nominal. En définitive, le flux net reçu par A est de 3 446,05 €.

Le marché des swaps EONIA a donné naissance à un indice de référence, l'EONIA Swap Index, qui sert de taux de référence lors de nouveaux contrats de swap ou de support à des contrats à terme négociés sur Euronext (3-month EONIA Swap Index Futures).

Illustration #2

Le 31 mars 2008, une banque a octroyé un prêt à taux fixe à une entreprise sur une période de 12 mois. La banque préférerait recevoir une rémunération variable indexée sur l'EONIA un mois. Elle réalise donc un swap sur EONIA Swap Index comme référence.



Le 31 mars 2008, les valeurs de l'EONIA Swap Index relevées sur Reuters sont les suivantes :

1MO	3.992
2MO	3.995
3MO	3.994
4MO	3.992
5MO	3.991
6MO	3.976
7MO	3.950
8MO	3.927
9MO	3.901
10MO	3.877
11MO	3.857
12MO	3.838

Quelle est la valeur du swap pour un nominal de 1 million d'euros ?

Swaps de courbes

Un swap de courbe est un échange de deux taux variables dans une même devise. L'un est court (Euribor 1, 3, 6 et 12 mois), l'autre est un taux long, qui peut être un taux de swap d'une maturité donnée (2, 3, 5, 7 ans, etc.) constaté périodiquement, ou un taux de référence obligatoire.

Un swap de courbe permet notamment de modifier son exposition à la déformation de la courbe des taux (redressement, aplatissement, inversion) indépendamment du niveau absolu des taux :

- Si on anticipe une pentification de la courbe, la stratégie consiste à payer un taux court et recevoir un taux long. Si le redressement se produit, le swap pourra être annulé en dégageant une plus value immédiate. On peut également conserver le swap si l'on estime que la pentification est durable, et toucher ainsi le différentiel sur toute la durée ;
- Si la courbe des taux est très pentue sur les échéances les plus courtes et que l'on estime qu'elle va le rester durablement. En effet, si le taux court n'augmente pas en suivant les anticipations contenues dans la forme de la courbe, le payeur du taux variable bénéficiera alors pendant toute la durée du swap du différentiel important entre le taux long et le taux court ;
- Inversement, si on anticipe une inversion de la courbe des taux (ou une diminution d'une pente positive, i.e. un aplatissement), la stratégie est alors opposée : payer un taux long et recevoir un taux court.

Illustration : cas du CMS (Constant Maturity Swap)

Le CMS est un swap dans lequel le taux variable échangé contre le taux fixe n'est pas monétaire (tel l'Euribor) comme c'est le cas pour un swap de taux classique, mais un taux indexé sur une référence moyen ou long terme. Deux série de flux sont échangés périodiquement : la première est calculée par application d'un taux variable monétaire (ou d'un taux fixe) au montant du nominal, et la seconde par application d'un taux révisable à ce même montant. Ce taux révisable est un taux de swap à moyen ou long terme dont la maturité est constante et qui est constaté périodiquement auprès de banques de référence. Il n'y a pas d'échange de nominal, ni au début, ni au terme de l'opération.

Prenons le cas d'une entreprise endettée à taux fixe élevé par rapport au niveau actuel des taux de marché et qui souhaite diminuer son portage immédiat et bénéficier de la baisse constatée. Le CMS est un instrument sans paiement de prime qui permet de transformer l'endettement de cette entreprise à taux fixe en taux révisable, afin de tirer parti de ses anticipations de baisse ou de stabilité des taux.

Plutôt que de choisir un index variable (le taux Euribor 3 mois par exemple), l'entreprise se positionne sur un taux à 10 ans (le taux de swap). Cette stratégie correspond à une anticipation d'aplatissement de la courbe des taux et est applicable à toutes courbes fortement pentues.

Nominal :	20 millions EUR
Durée :	2 ans
Flux du CMS :	trimestriels, calculés en base monétaire Exact/360
Taux reçu :	Swap EUR 2 ans + 113 bps, constaté en début de période (Annuel, 30/360)
Taux payé :	Swap EUR 10 ans, constaté en début de période (Annuel, 30/360)

A la fin d'un trimestre de 92 jours, si les taux de swaps 2 et 10 ans constatés en début de période sont respectivement de 5,63% et 4,10%, l'investisseur reçoit au titre du CMS des flux calculés de la façon suivante: $(5,63\% - 1,13\% - 4,10\%) \times 92/360 \times 20 \text{ M EUR}$

Si l'investisseur désire miser sur la pentification, il entre dans un CMS receveur du taux 10 ans et payeur du taux 2 ans.

Swaps différentiels

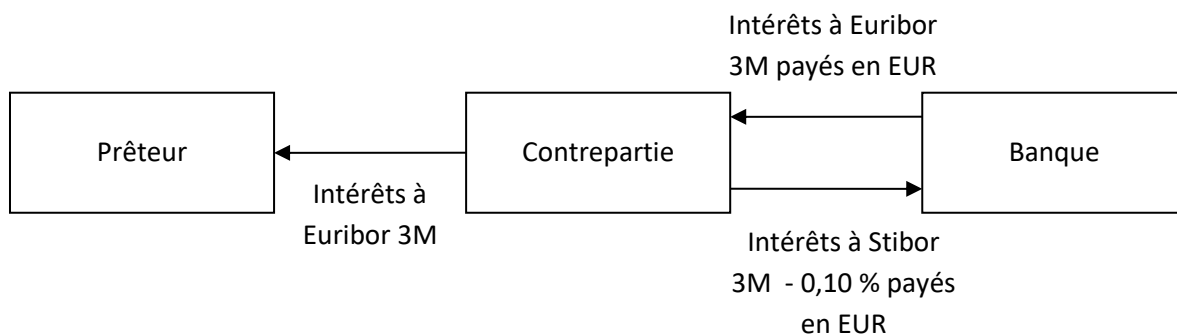
Le "differential swap" (ou "diff swap") est un contrat de swap de taux entre deux contreparties qui s'échangent dans une même devise deux taux variables faisant référence à des devises différentes. Une marge appliquée sur l'une ou l'autre des jambes permet d'ajuster le swap aux conditions de marché; celle-ci est à peu près égale au différentiel des taux sur l'échéance du swap, mais d'autres facteurs peuvent intervenir, tels que le niveau du "basis swap", les volatilités et les corrélations sur les taux, etc... Il n'y a pas d'échange de principal.

Plus généralement, un swap est qualifié de "diff swap" dès lors que le taux variable d'une devise est appliqué à un notionnel dans une autre devise. De nombreuses configurations sont ainsi envisageables selon la nature de l'autre jambe du swap, qui peut être un taux fixe ou variable dans toute autre devise.

Exemple d'utilisation d'un swap quanto

Un swap quanto permet à un emprunteur à taux variable Euribor de recevoir ce taux variable, et de payer des intérêts indexés sur un taux variable Stibor mais libellés en EUR (et non pas en SEK). Ainsi, il modifie l'indexation de son emprunt pour bénéficier d'une indexation en Stibor, tout en continuant à payer ses intérêts en EUR.

Date de départ : 01/01/2008
 Date d'échéance : 01/01/2011
 Devise de règlement : EUR
 Montant du nominal : 50 M Euro
 Taux reçu par la contrepartie : Euribor 3 M
 Taux versé par la contrepartie : Stibor 3 mois – 0,10%



L'emprunteur a ainsi transformé sa référence d'endettement en Euribor 3M en endettement à (Stibor 3M - 0,10%), en restant en EUR.

Swap Futuro

Le Swap Futuro est un swap dans lequel les contreparties échangent la même référence variable, fixée en début de période sur l'une des branches et en fin de période sur l'autre branche, d'où le nom de Swap Futuro. Le différentiel à payer ou recevoir au titre du swap est versé à la fin de chaque période.

En général, quand la courbe n'est pas plate, le Swap Futuro offre une marge sur l'une des ses deux jambes. En effet, cette marge mesure la différence entre les taux termes fixés en fin de période et ceux fixés en début de période. Une courbe très pentue établira des taux termes bien plus élevés sur la jambe "Futuro" que sur la jambe standard.

Un emprunteur à taux variable standard, c'est à dire fixé en début de période et payé en fin de période, peut transformer sa dette en une dette indexée sur le même taux variable, fixé en fin de période et diminué d'une marge. Le Swap Futuro est particulièrement intéressant dans un contexte de courbe pentue et de baisse des taux.

Exemple : Le swap futuro en EUR pour un emprunteur à Euribor

Un emprunteur à taux variable (Euribor 6 mois) standard souhaite modifier son indice d'endettement pour un indice fixé en fin de période, diminué d'une marge. Il entre dans un Swap futuro ayant les caractéristiques suivantes:

Devise:	EUR
Durée de couverture :	3 ans
Taux variable reçu par l'emprunteur :	Euribor 6 mois
Taux variable payé par l'emprunteur :	Euribor 6 mois post-fixé

Chaque semestre, le niveau de l'Euribor 6 mois début de période est comparé à celui constaté en fin de période. Seul le différentiel de taux est échangé.

L'emprunteur, endetté auparavant à Euribor 6 mois fixé en début de période, se retrouve à présent endetté au taux Euribor 6 mois constaté en fin de période moins une marge.

II. FONCTIONNEMENT DES SWAPS DE DEVISES

Sous sa forme la plus simple, un swap de devises implique l'échange d'un principal et d'intérêts dans une devise contre un principal et des intérêts dans une autre.

Illustration

Considérons un swap de devises à 5 ans débutant le 1^{er} février 2009. A paie un intérêt de 5 % par an en euros à B et reçoit 3 % en dollars de B. Les principaux sont respectivement égaux à 20 millions d'euros et 20 millions de dollars (parité unitaire). Les intérêts sont payés annuellement.

Flux du swap pour A :

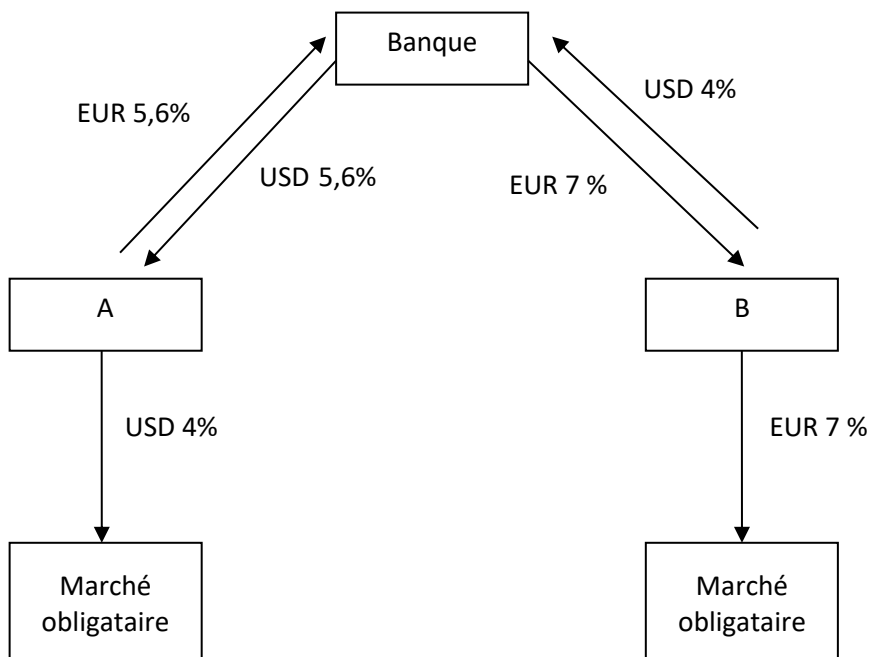
Dates	Flux en dollars (millions)	Flux en euros (millions)
1/02/09	-20,0	20,0
1/02/10	0,6	-1,0
1/02/11	0,6	-1,0
1/02/12	0,6	-1,0
1/02/13	0,6	-1,0
1/02/14	20,6	-21,0

Ce type de swap peut être utilisé pour transformer un emprunt dans une devise en un emprunt dans une autre devise. Il peut également être utilisé pour transformer la nature des actifs. Supposons que A puisse investir 20 millions d’euros en France à 5 % par an pendant 5 ans mais pense que le dollar va s’apprécier vis-à-vis de l’euro pendant ce temps. Le swap a pour effet de transformer l’investissement en euros à 5 % en un investissement en dollars à 3 %.

Comme pour les swaps de taux, les swaps de devises peuvent être motivés par un argument d’avantage comparatif. Supposons les conditions suivantes pour les entreprises A et B :

	USD	EUR
A (américaine)	4 %	6 %
B (française)	6 %	7 %

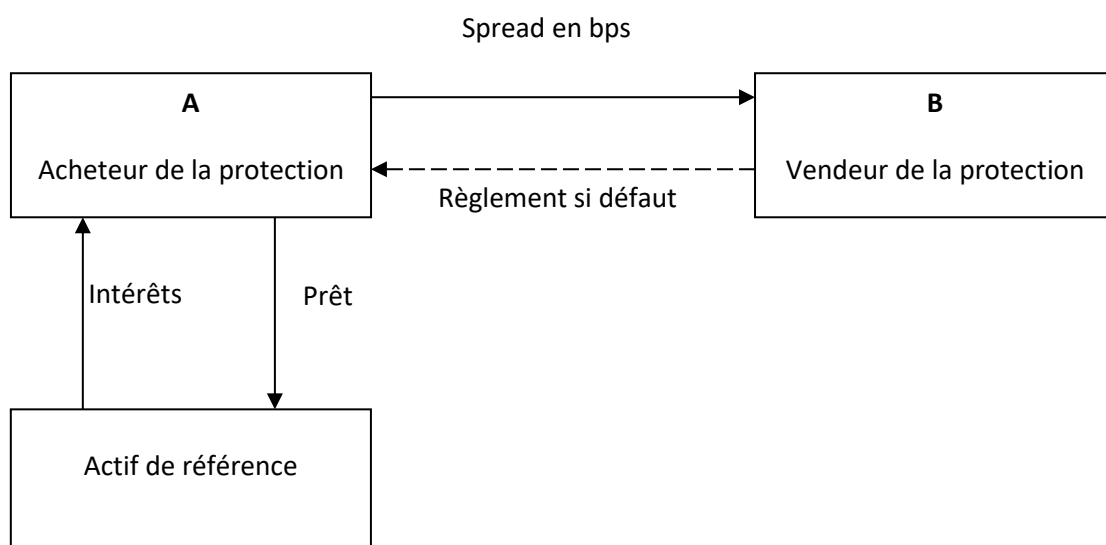
Supposons que A souhaite emprunter 20 millions d’euros et B 20 millions de dollars et que le taux de change soit EUR/USD 1,0000. L’entreprise A bénéficie d’un avantage comparatif de 200 bps sur le taux en dollars et de 100 bps sur le taux en euros. L’avantage global à partager est donc de 100 bps. Le résultat d’un swap avec intermédiaire pourrait être du type :



III. FONCTIONNEMENT DES SWAPS DE CREDIT

3.1. Les swaps de défaut (CDS)

Un swap de défaut, ou Credit Default Swap (CDS), est un contrat par lequel l'acheteur se protège contre le défaut d'un émetteur d'obligations. Pour cela, il va payer une prime périodique fixe, exprimée en points de base, au vendeur du contrat qui, en échange, s'engage à le rémunérer à hauteur du nominal de l'obligation sous-jacente si l'émetteur de celle-ci fait défaut.



Le CDS peut être décomposé en :

- Une jambe fixe correspondant au paiement périodique du spread au vendeur,
- Une jambe variable qui dépend du défaut de l'émetteur de l'actif de référence. En cas de défaut, le swap est dénoué soit par la livraison du sous-jacent, soit en cash. Si le contrat prévoit une livraison physique, l'acheteur du CDS livre les obligations au vendeur en échange de leur valeur nominale. En cas de règlement en cash, le vendeur verse au vendeur une soulte dont la valeur est égale à $(100 - X)\%$ de la valeur nominale du contrat, où X est la valeur estimée de l'obligation de référence après défaut (en pratique, cette valeur est déterminée en prenant une moyenne des prix observés auprès de plusieurs teneurs de marché). Plus rarement, la jambe variable peut être un montant fixe (% du nominal) fixé à l'avance et indépendamment du taux de recouvrement attendu. Il s'agit d'un swap digital.

A noter que, dans tous les cas, l'acheteur doit payer au vendeur le spread de crédit au prorata de la durée écoulée entre le dernier paiement et la date de survenance du défaut.

Evaluation des CDS

L'évaluation d'un CDS consiste, comme pour un swap de taux, à actualiser les flux espérés du contrat. Les variables nécessaires sont donc :

- Le spread du CDS lors de la mise en place. Celui-ci peut varier dans le temps si la qualité de l'émetteur évolue,
- La courbe de taux ZC correspondante,
- Les probabilités de défaut.

La jambe fixe du CDS est valorisée de la même manière que la jambe fixe d'un swap classique à l'exception près que si le défaut survient, les paiements s'arrêtent et l'acheteur du CDS doit seulement s'acquitter des coupons courus auprès du vendeur du CDS. Il s'agit donc d'actualiser chaque paiement fixe et de le pondérer par la probabilité que le défaut ne survienne pas avant le paiement.

Soient :

p_t	la probabilité de défaut en date t
T	durée de vie du CDS
$u(t)$	la valeur actuelle d'un flux annuel d'un euro entre la date 0 et la date t
t^*	la date de paiement du flux précédant t
$e(t)$	la valeur actuelle d'un flux perçu en date t , égal à $t - t^*$ euros
w	paiement annuel de l'acheteur du CDS

La probabilité d'absence de défaut (de survie) est le complément à un de la probabilité cumulée de défaut :

$$\pi = 1 - \sum_{t=1}^n p_t$$

En absence de défaut pendant la durée de vie du swap, la valeur actuelle des flux versés par l'acheteur du CDS est :

$$wu(T)$$

En cas de défaut pendant la durée de vie du swap à l'instant t , la valeur actuelle des flux versés par l'acheteur est :

$$w \sum_{t=1}^n [u(t) + e(t)]$$

La valeur de la jambe fixe est donc égale à la somme de ces deux éléments pondérée par les probabilités d'occurrence de chaque évènement :

$$w \sum_{t=1}^n p_t [u(t) + e(t)] + \pi w u(T)$$

La valeur de la jambe variable dépend du flux perçu par l'acheteur du CDS en cas de défaut. Dans la plupart des cas, ce flux correspond à la valeur nominale de l'obligation de référence diminuée du taux de recouvrement.

Soient :

- R le taux de recouvrement espéré sur l'obligation de référence,
- $A(t)$ le coupon couru de l'obligation de référence à la date t en % de la valeur nominale,
- $v(t)$ valeur actuelle d'un flux unique d'un euro reçue à la date t avec certitude.

En cas de défaut, le montant reçu par l'acheteur du CDS est égal à :

$$1 - [1 + A(t)]R$$

En conséquence, la valeur actuelle espérée du CDS est :

$$\sum_{t=1}^n [1 - [1 + A(t)]R] p_t v(t)$$

La valeur du CDS peut être définie par la valeur du spread, w , payé par l'acheteur au vendeur, de sorte que la valeur actuelle de la jambe fixe soit égale à la valeur actuelle de la jambe variable, soit :

$$w = \frac{\sum_{t=1}^n [1 - [1 + A(t)]R] p_t v(t)}{\sum_{t=1}^n p_t [u(t) + e(t)] + \pi u(T)}$$

L'utilisation de cette formulation implique l'estimation préalable :

- de la courbe des taux zéro-coupon correspondante,
- des probabilités de défaut,

- du taux de recouvrement.

Illustration

Considérons un CDS à 5 ans avec paiements semestriels dans lequel, pour simplifier, le défaut ne peut intervenir qu'à la fin de chaque année et juste avant le détachement du coupon. L'obligation de référence paye un coupon semestriel de 10 %. La courbe des taux zéro-coupon est supposée plate à 5 % en composition semestrielle.

Le vecteur des probabilités de défaut est (0,0224 ; 0,0247 ; 0,0269 ; 0,0291 ; 0,0312). Le taux de recouvrement est fixé à 30 %.

Estimation des probabilités de défaut

A supposer que l'on dispose de N obligations à coupons de même niveau de risque que celui de l'obligation de référence du CDS. On suppose également que le défaut peut survenir aux dates de maturité des obligations. Les maturités en question sont notées 1, 2, ..., n.

Soient :

- B_i prix aujourd'hui de l'obligation i,
- G_i prix aujourd'hui de l'obligation i en l'absence de risque de défaut,
- $F_i(t)$ prix à terme de l'obligation i en l'absence de risque de défaut dans un contrat à terme de maturité t inférieure à celle de l'obligation i,
- $v(t)$ valeur actuelle d'un flux unique d'un euro reçue à la date t avec certitude,
- $C_i(t)$ montant exigible par le créancier possédant l'obligation i en cas de défaut en date t (valeur de l'obligation sans risque équivalente ou valeur nominale augmentée du coupon couru),
- $R_i(t)$ taux de recouvrement pour l'obligation i en cas de défaut en date t,
- $\alpha_i(t)$ valeur actuelle de la perte consécutive à un défaut de l'obligation i en date t,
- p_t probabilité de défaut en date t.

La valeur actuelle du montant perçu sur l'obligation i en cas de défaut à la date t est :

$$\alpha_i(t) = v(t)[F_i(t) - R_i(t)C_i(t)]$$

Il y a donc une probabilité p_t de subir une perte $\alpha_i(t)$. La valeur actuelle de l'ensemble des pertes possibles sur l'obligation i liées au défaut est donc :

$$G_i - B_i = \sum_{t=1}^n p_t \alpha_i(t)$$

Cette dernière relation permet de déterminer les valeurs de p_t de manière itérative. La première probabilité de défaut est égale à $(G_1 - B_1)/\alpha_1(1)$, et les suivantes sont données par :

$$p_j = \frac{G_j - B_j - \sum_{t=1}^{j-1} p_t \alpha_j(t)}{\alpha_j(j)}$$

Une mesure simplificatrice du calcul consiste à considérer que les taux de recouvrement sont homogènes. En règle générale, on considère que celui-ci est fixe à 30 ou 40 %.

Illustration

Supposons que l'entité de référence ait émis les obligations corporate suivantes (ou obligations émises par des entreprises de même catégorie de risque). Les coupons sont supposés semestriels et la courbe des taux ZC est plate à 5 %, en composition semestrielle. Le taux de recouvrement espéré est par défaut fixé à 30 %. Quelles sont les probabilités de défaut en supposant que celui-ci ne peut intervenir qu'à l'échéance de chaque obligation. On considérera les deux cas suivant pour le montant exigé en cas de défaut : a) valeur de l'obligation sans risque de défaut correspondante (F) ; b) valeur nominale augmentée du coupon couru.

3.2. Les swaps de rentabilité totale

Un swap de rentabilité totale (Total Return Swap) est un contrat d'échange de la rentabilité totale d'un actif de référence contre un taux variable (LIBOR) plus un spread. La rentabilité totale comprend les coupons et les gains/pertes en capital sur l'actif pendant la durée de vie du swap.

Par exemple, un swap de rentabilité totale durant 5 ans sur 100 millions de principal conduisant à l'échange de la rentabilité d'une obligation de taux de coupon 5 % contre LIBOR + 25 bps. Aux dates de paiement des coupons, le payer paie le coupon de l'obligation et reçoit LIBOR + 25 bps. A la fin de vie du swap, il y a un paiement qui reflète le changement de valeur de l'obligation. Si celle-ci a augmenté de 10 % pendant la durée de vie du swap, le payeur fera un versement de 10 millions. A l'inverse, si l'obligation a perdu 15 %, le payeur recevra 15 millions. Si l'émetteur de l'obligation fait défaut, le swap se termine par un versement du receveur égal à la différence entre le principal et la valeur de marché de l'obligation.

