

## Fiche d'exercices n°2

**Préliminaire.** Simuler un échantillon de taille 1000 puis de taille 20 de la loi normale  $\mathcal{N}(2, 1)$ . Dans les deux cas, superposer l'histogramme et la densité de cette loi.

**Exercice 1.** Dans une rue passante de Montréal, on a mesuré le niveau de bruit en décibels émis par 20 véhicules pris au hasard. Les données ordonnées sont les suivantes :

54.8	55.4	57.7	59.6	60.1	61.2	62.0	63.1	63.5	64.2
65.2	65.4	65.9	66.0	67.6	68.1	69.5	70.6	71.5	73.4

1. Donner les moyenne, médiane, variance, écart-type, coefficient de variation et quartiles empiriques de cet échantillon.
2. Construire un histogramme à classes de même largeur, puis à classes de même effectif. En déduire que la loi normale est une loi de probabilité vraisemblable pour le niveau de bruit des véhicules passant dans cette rue. Confirmer ce résultat à l'aide d'un graphe de probabilités.
3. On suppose donc que cet échantillon est issu d'une loi normale.
  - (a) Estimer la moyenne et la variance de cette loi.
  - (b) Estimer la probabilité que le niveau de bruit dépasse 70 db, puis 74 db.
  - (c) La municipalité a décidé de taxer les 10 % de véhicules les plus bruyants. Comment déterminer le niveau de bruit limite au delà duquel les véhicules concernés seront mis à l'amende ?
4. Répondre aux mêmes questions en supposant que l'échantillon est issu d'une loi exponentielle. Montrez que cette hypothèse n'est pas vraisemblable.
5. Répondre aux mêmes questions sans supposer connue la loi de probabilité des observations.

**Exercice 2.** On considère un échantillon de taille  $n$  de la loi de Poisson  $\mathcal{P}(\lambda)$ . Calculer les estimateurs des moments et de maximum de vraisemblance de  $\lambda$ .

**Exercice 3.** On considère un échantillon de taille  $n$  de la loi de Laplace  $\mathcal{L}(\theta)$ , définie par la densité :

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x; \theta) = \frac{1}{2} e^{-|x-\theta|}$$

Calculer les estimateurs des moments et de maximum de vraisemblance de  $\theta$ .