Communications numériques

Ensimag 1ère année

Introduction aux Réseaux de Communication

2022-2023

G. Maury (IMEP-LAHC)

Partie 1 : Introduction et objectifs du chapitre CN 'Communications Numériques'

Ex : une trame

```
b8 8d 12 20 c4 b0 00 25  84 da 22 80 08 00 45 00
00 34 b4 9a 40 00 3c 06  e4 27 c3 dd e4 18 82 be
7b 4d 00 50 c3 90 1e 2c  e9 3b 37 b8 be 66 80 10
00 36 c0 ca 00 00 01 01  08 0a 00 81 5d a1 25 41
ca ef
```

= une suite de bits, à transmettre, les uns après les autres

Comment transmettre des successions de bits à distance ?

Insertion dans le modèle OSI

- 7- Application
- 6- Présentation
- 5- Session
- 4- Transport
- 3- Réseau
- 2- Liaison
- 1- Physique

Trame fournie par couche 2 = succession de bits à transmettre

bits : suite $\{d_j\}$

bits

couche physique ↔ support de transmission ↔ couche physique

Ex : une trame

```
b8 8d 12 20 c4 b0 00 25  84 da 22 80 08 00 45 00
00 34 b4 9a 40 00 3c 06  e4 27 c3 dd e4 18 82 be
7b 4d 00 50 c3 90 1e 2c  e9 3b 37 b8 be 66 80 10
00 36 c0 ca 00 00 01 01  08 0a 00 81 5d a1 25 41
ca ef
```

b8 8d 12 20 c4

10111000 10001101 00010010 00100000 11000100 …

1011 …

Caractéristiques de l'information numérique

Données numériques : suite de bits

$$d_k \in \{0,1\}$$

$$p(d_k = 1) = p,\ p(d_k = 0) = 1 - p$$

Le plus souvent, p=1/2 (bits équiprobables)

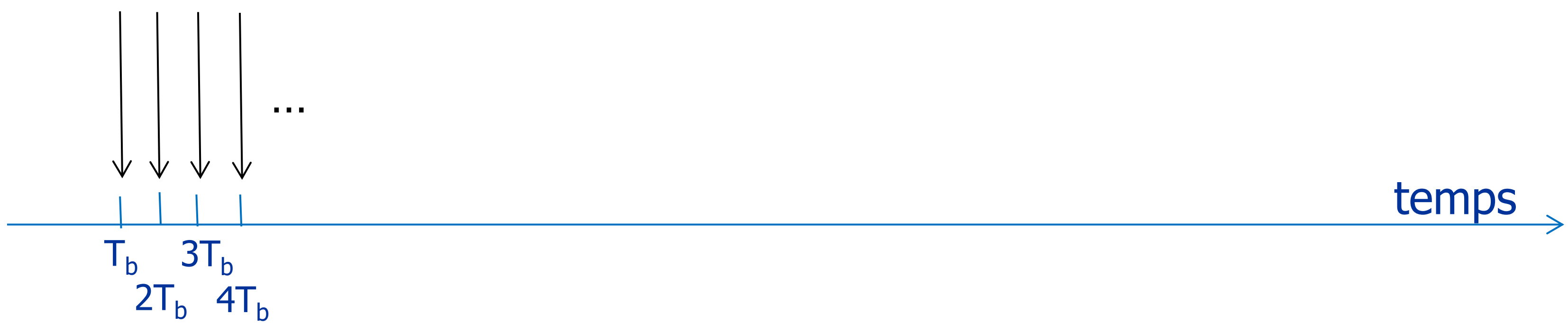
En général : transmission synchrone = un bit (0 ou 1), émis tous les instants T_b

Définition du débit binaire : $D_b = 1/T_b$

Ex : D_b = 10 Mbit/s alors T_b = ?

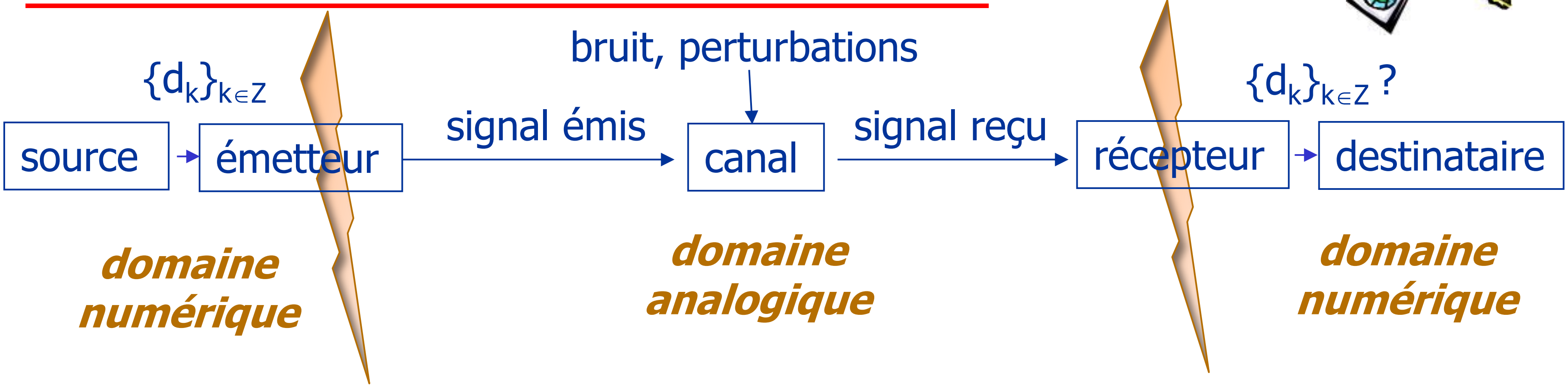
Cf délai de transmission pour le calcul de latence

1 0 1 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 1 0 …



L'information numérique est de nature 'discrète' (≠continue) dans le temps.

Modélisation de la chaîne de transmission numérique



- Utiliser un signal analogique qui se propage, une 'onde' => comprendre les caractéristiques du canal

- Côté émetteur : appliquer l'information sur l'onde
Passage numérique => analogique

- Côté récepteur : retrouver les informations
à partir des signaux physiques reçus et échantillonnés
Passage analogique => numérique

=> optimiser l'ensemble émetteur / récepteur

Critère de qualité de la transmission :
TEB = nbre bits faux / nbre total de bits envoyés

But = minimiser le TEB !

A Mathematical Theory of Communication

By C. E. SHANNON

Published in THE BELL SYSTEM TECHNICAL JOURNAL
Vol. 27, pp. 379-423, 623-656, July, October, 1948

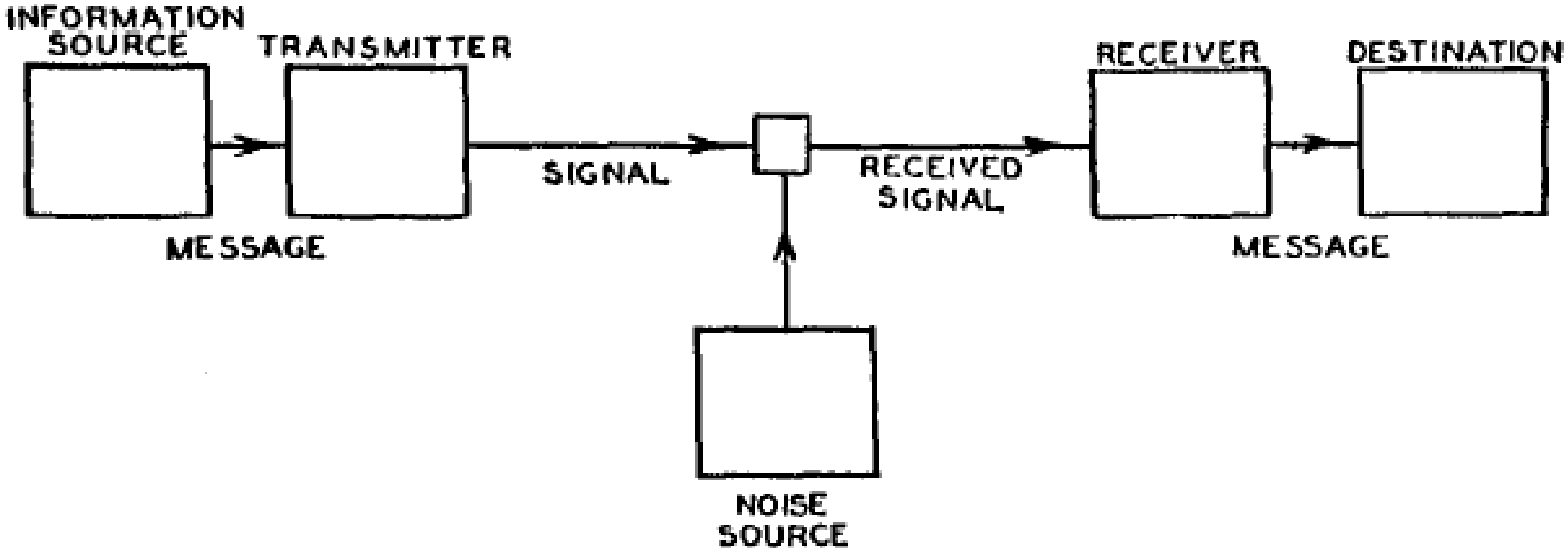


Fig. 1—Schematic diagram of a general communication system.

Plan partie 1

- A) Défis à relever pour la communication numérique

=> Voir intro R. Groz : utilisation ressources limitées (bande fréquentielle disponible, puissance d'émission et consommation)

- B) Outils mathématiques importants

- C) Caractéristiques des canaux

Représentation d'un signal temporel dans le domaine fréquentiel : spectre d'un signal

Tous les signaux ne 'contiennent' pas les mêmes fréquences.

Ex : son aigü = fréquences hautes / son grave = fréquences basses

Rappel : Décomposition en série de Fourier d'une fonction périodique, de periode T :

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n cos(2\pi nt/T) + b_n sin(2\pi nt/T))$$

avec :

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)cos(2\pi nt/T)dt$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)sin(2\pi nt/T)dt$$

Généralistaion = la Transformée de Fourier

temps $\Longleftrightarrow$ fréquence

g (t)

TF

$$G(f) = TF\{g(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)\ \mathrm{e}^{-j2\pi f t}\ dt.$$

TF^{-1}

$$g(t) = TF^{-1}\{G(f)\} = \int_{-\infty}^{\infty} G(f)\ \mathrm{e}^{j2\pi f t}\ df.$$

G (f)

équivalence !

G(f) : représentation des fréquences ‘contenues’ dans la fonction g(t)

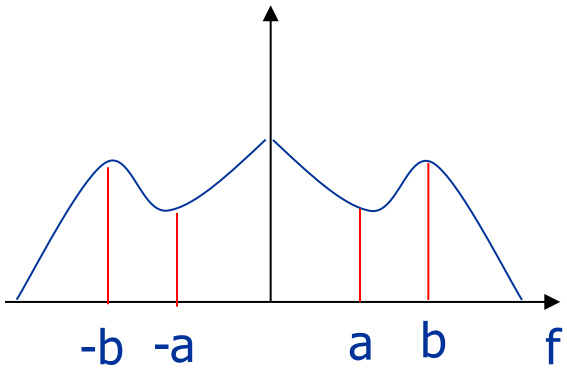
$|G(f)|^2$: ‘spectre’ de g(t)

Densité spectrale de puissance

Représentation de la répartition de la puissance d'un signal sur l'échelle fréquentielle (cas des signaux 'permanents')

Rmq : pour les signaux réels, la DSP est une fonction paire.

S_x = 'Densité Spectrale de Puissance'

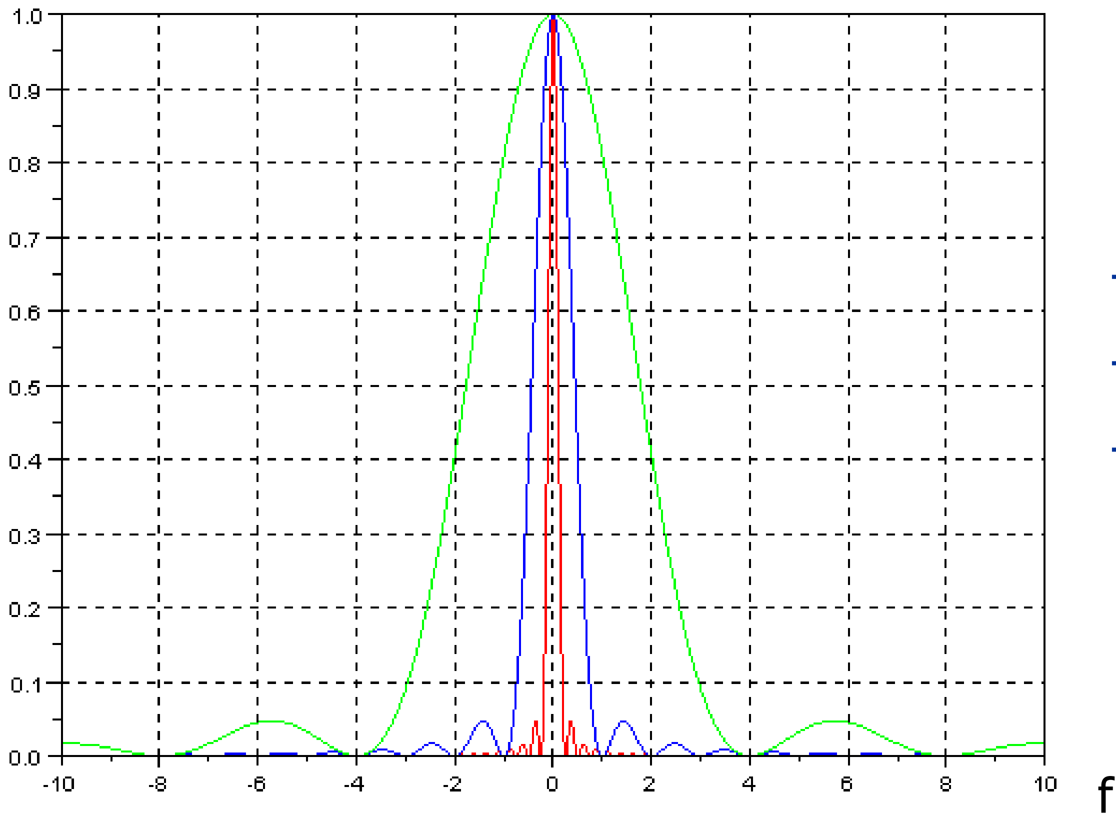


<u>Ex</u> : puissance d'un signal réel x dans la bande [a,b]

$$P = 2 \times \int_a^b S_x(f)\,df$$

Application : TF d'une porte

Spectre d'une porte de durée T : $\Pi_T(t) = \begin{cases} 1\,\text{si}\ \ -T/2 \le t \le T/2 \\ 0\,\text{sinon} \end{cases}$



Couleur ?

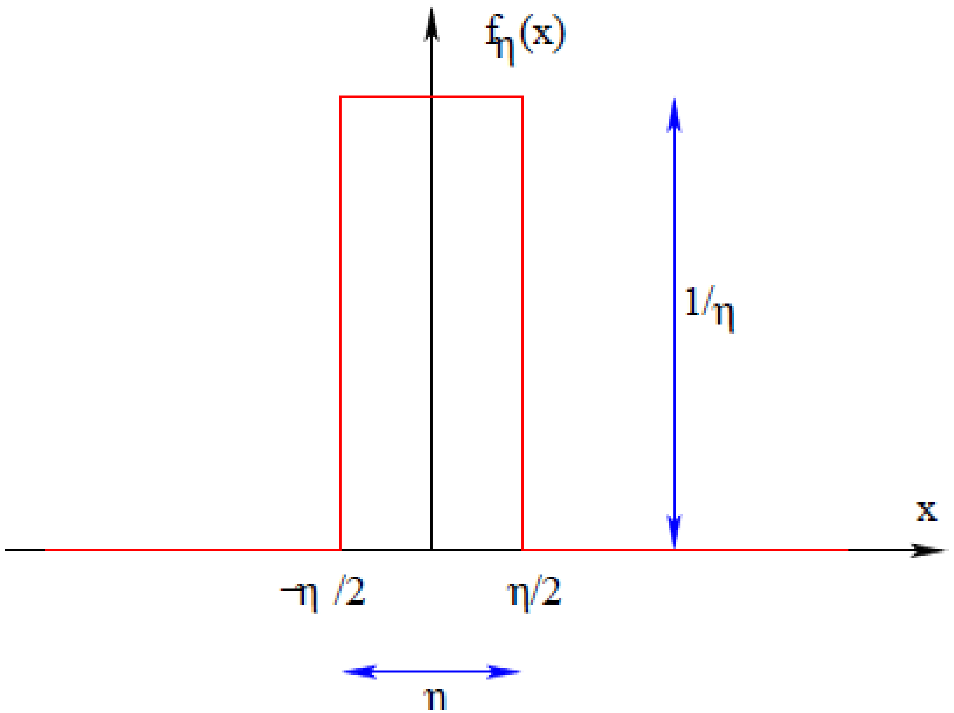
T=1

T=0.25

T=4

Signal plus 'lent' => spectre occupé ……… large

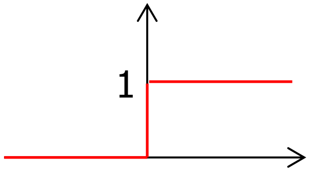
Outil mathématique n° 2 : le dirac



$$\int_{-\infty}^{\infty} dx f_\eta(x) = 1$$

Définition du dirac :
$$\delta(x) = \lim_{\eta \to 0} f_\eta(x)$$

Rmq : dérivée de la fonction 'échelon'



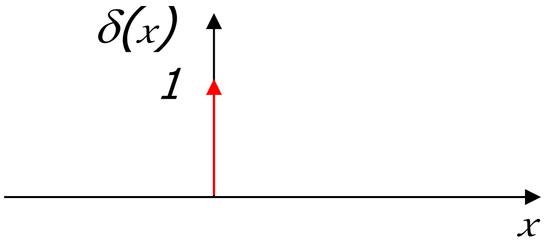
Caractéristiques du dirac

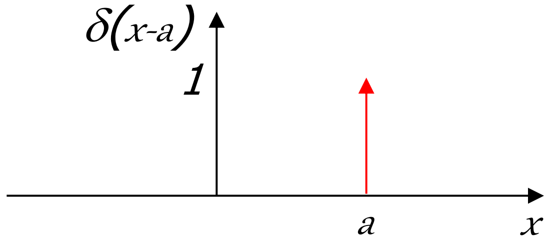
$$\boxed{\delta(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \neq 0, \\ +\infty & \text{si } x = 0, \end{cases}}$$

et

$$\boxed{\int_{\mathbb{R}} \delta(x)\, dx = 1.}$$

Représentation graphique :





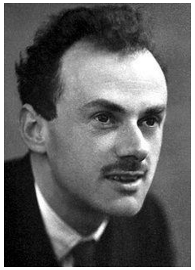
Propriété :

$$\boxed{f(x)\times\delta(x-a) = f(a)\times\delta(x-a)}$$

- Le dirac n'est pas une fonction, mais une 'distribution'.
- Justification théorique : voir cours d'analyse.

Théorie des distributions

- 1926 : P. Dirac définit le dirac



- 1945 : Article de L. Schwartz, *Annales de l'université de Grenoble*, tome 21

- Travaux de Joseph Fourier (1768-1830)

GÉNÉRALISATION DE LA NOTION DE FONCTION, DE DÉRIVATION, DE TRANSFORMATION DE FOURIER ET APPLICATIONS MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES

par M. Laurent SCHWARTZ.

Introduction.

Depuis l'introduction du calcul symbolique, les physiciens se sont couramment servis de certaines notions ou de certaines formules dont le succès était incontestable, alors qu'elles n'était pas justifiées mathématiquement. C'est ainsi que la fonction $y(x)$ de la variable réelle x, égale à 0 pour $x \leqslant 0$, à 1 pour $x > 0$, est couramment considérée comme ayant pour dérivée la « fonction de Dirac » $y'(x) = \delta(x)$, nulle pour $x \neq 0$, égale à $+\infty$ pour $x = 0$, et telle que, de plus $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x)dx = +1$. Un tel « abus de langage » est malgré tout incompatible avec la notion habituelle de fonction et de dérivation ! Et que penser alors de la considération des dérivées successives de la fonction de Dirac ! Et pourtant de telles expressions rendent de constants services en électricité et sont très adaptées à l'étude de la transformation de Laplace ou de Fourier et de la mécanique ondulatoire. Le but de cet article est de faire un très bref résumé (et sans démonstrations) d'un travail qui sera publié ultérieurement sous forme de mémoire ou de monographie et qui apportera une justification complète au langage précédent (1). Il se

(1) J'ai exposé ces idées dans des leçons au Collège de France (Cours Peccot, janvier-avril 1946).

B) Outils mathématiques

Application : calcul de la transformée de Fourier de l'exponentielle complexe et du Dirac

1) Donner l'expression de la TF du Dirac et sa valeur.

2) Donner l'expression de la TF inverse de la constante 1. En déduire la valeur de l'intégrale de l'exponentielle complexe.

3) Que vaut la TF de la constante égale à 1 ?

Transformée de Fourier du Dirac

$$\delta(t) \xrightarrow[]{TF/TF^{-1}} 1$$

$$c^{ste}=1 \xrightarrow[]{TF/TF^{-1}} \delta(f)$$

=> Formule : $$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi ft}\,df = \delta(t)$$

Application : TF d'une fonction sinusoïdale

$$s(t) = \cos(2\pi f_0 t) \quad \xleftrightarrow{TF/TF^{-1}} \quad ?$$

Rappel : Modélisation mathématique des filtres

excitation x(t) → filtre → réponse y(t)

X(f)=TF(x(t)) — Y(f)=TF(y(t))

Le filtre est défini par : - Réponse impulsionnelle h(t)

- Réponse fréquentielle = TF(h(t)) =H(f)

Propriétés :

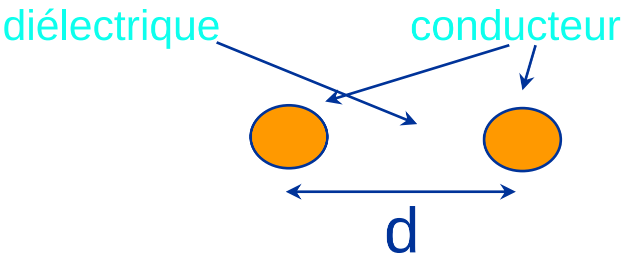
1) $Y(f) = H(f) \times X(f)$ *= Multiplication dans le domaine fréquentiel*

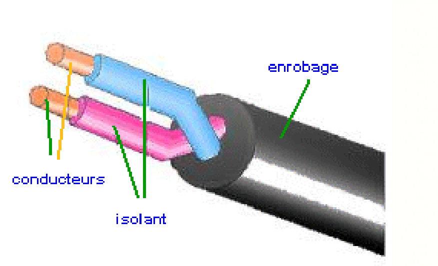
2) $y(t) = h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(u)x(t-u)du$ *= Convolution dans le domaine temporel*

3) Relation sur les DSP : $S_y(f) = |H(f)|^2 \times S_x(f)$

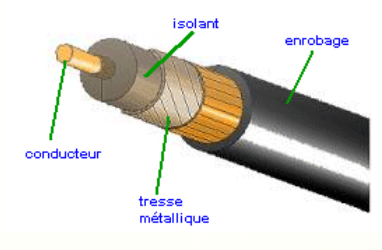
Types de canaux de transmission

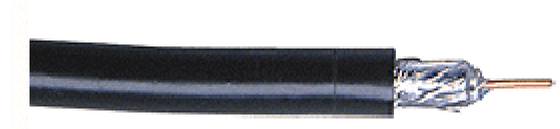
Ligne bifilaire :



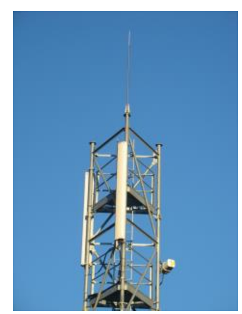


Câble coaxial :





Dans l'air ou l'espace : ondes radio



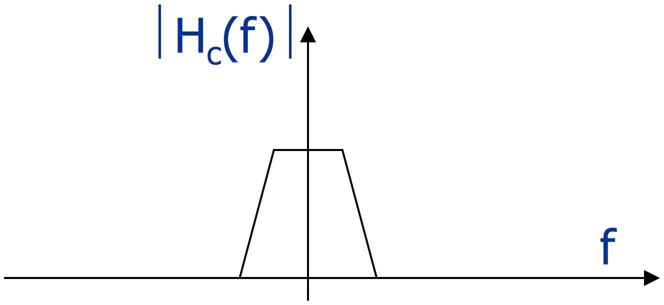
Fibres optiques :

Deux familles pour les transmissions numériques

Transmission en bande de base

spectre centré autour de fréquence nulle

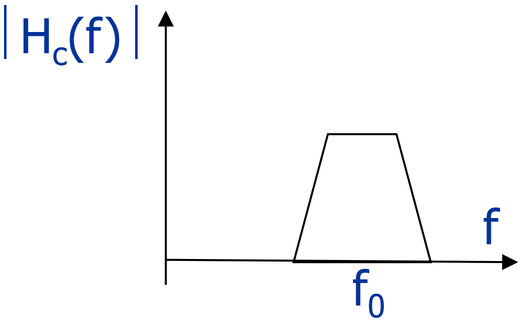
(canal passe-bas)



Modulation

canal disponible autour d'une fréquence $\neq 0$

(canal passe-bande)



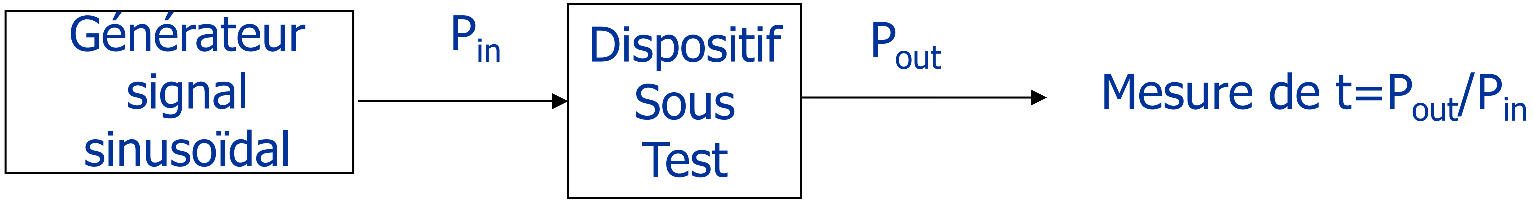
$H_c(f)$: fonction de transfert du canal

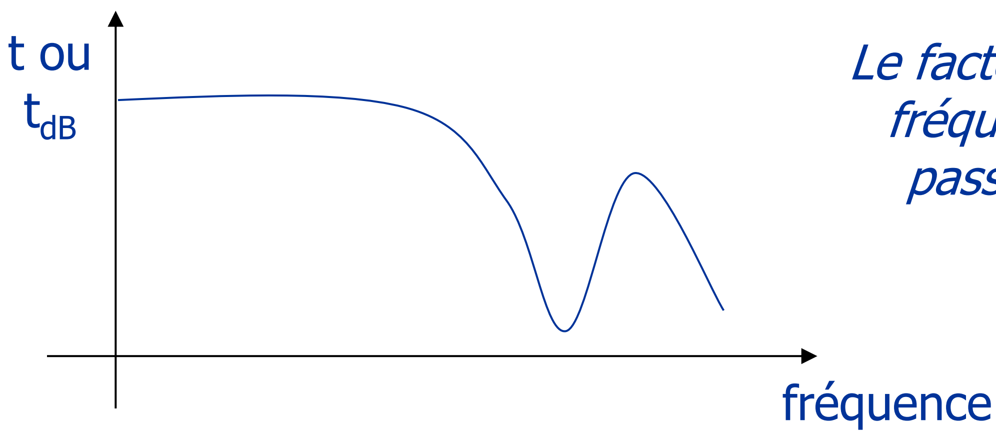
1er défaut des canaux : une réponse fréquentielle limitée

- Une transmission radio par exemple, s'effectue toujours dans un canal fréquentiel déterminé.

- Les composants électroniques, les supports de transmission ont une bande de fréquence limitée.

Ex : tracé d'un diagramme de Bode





Le facteur de transmission t dépend de la fréquence du signal : le système laisse passer les signaux dans une certaine bande fréquentielle.

Rmq : En général, tracé en dB et non en échelle linéaire

$\boxed{\text{Définition dB : } t_{dB}=10*\log_{10}(t)}$

Pour les transmissions avec modulation : utilisation du spectre, une ressource limitée et précieuse !

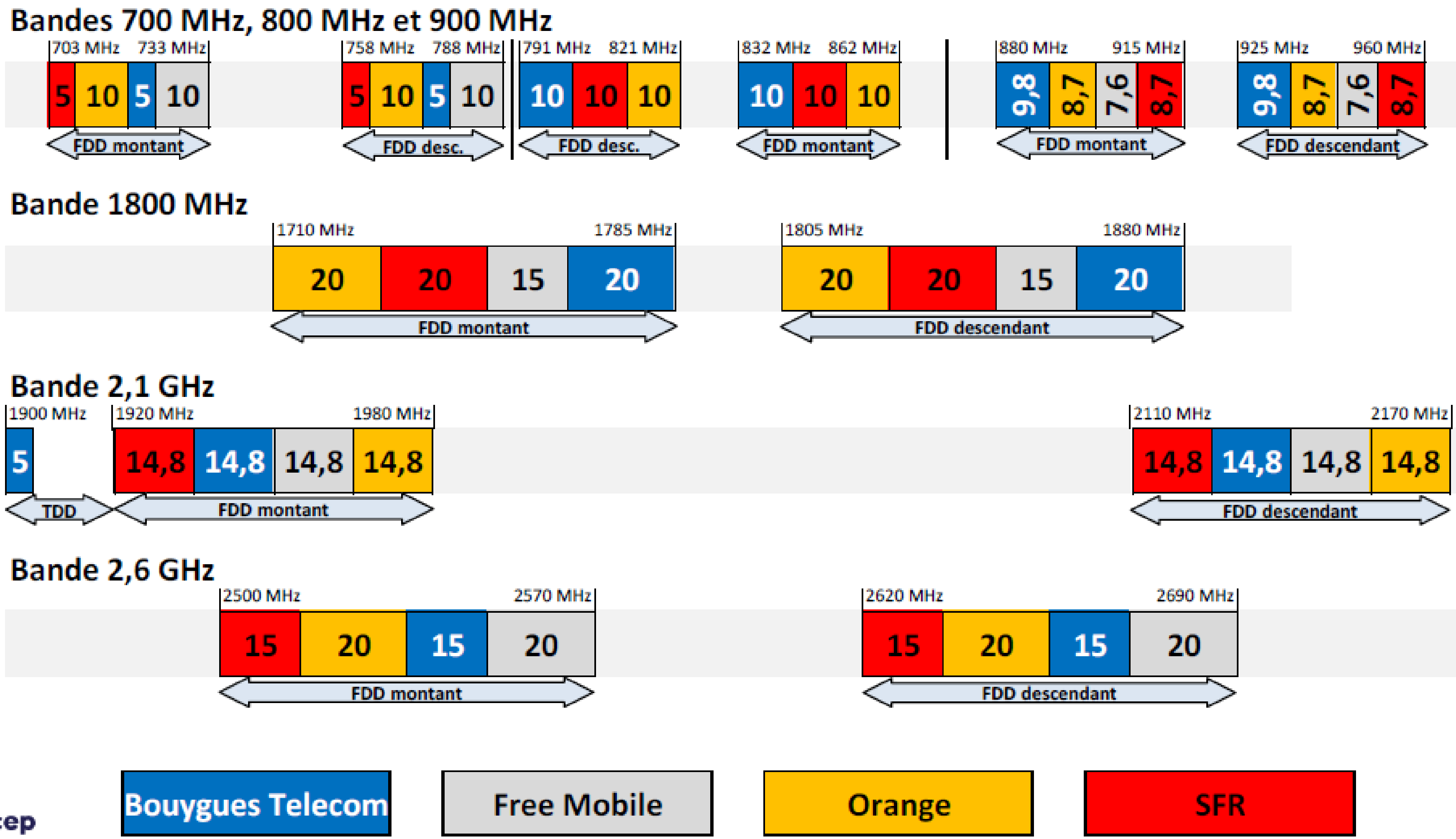
- affectation des fréquences régulée par autorités administratives :

ITU — Engagée à connecter le monde
L'UIT est l'institution spécialisée des Nations Unies pour les technologies de l'information et de la communication

ARCEP — Autorité de régulation des communications électroniques et des postes
www.arcep.fr

- saturation du spectre => des canaux fréquentiels bien délimités

À partir du 21 août 2021 et jusqu’au 8 février 2025



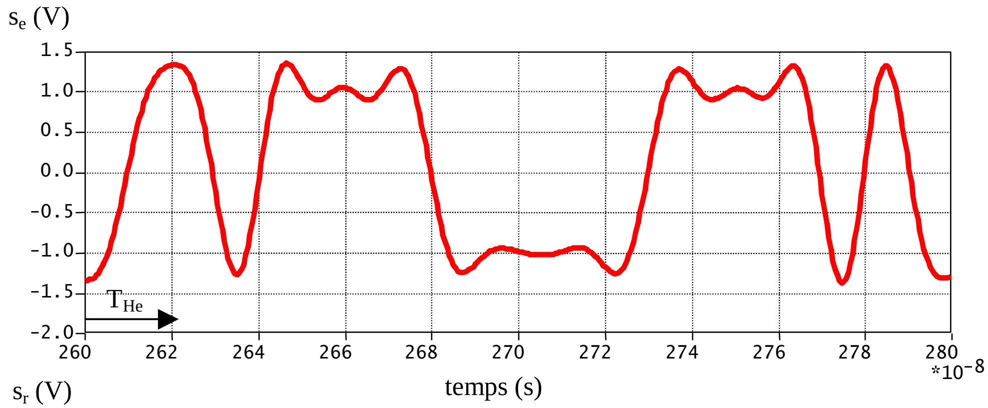
arcep

Les attributions de fréquences en France métropolitaine aux opérateurs de réseaux mobiles ouverts au public

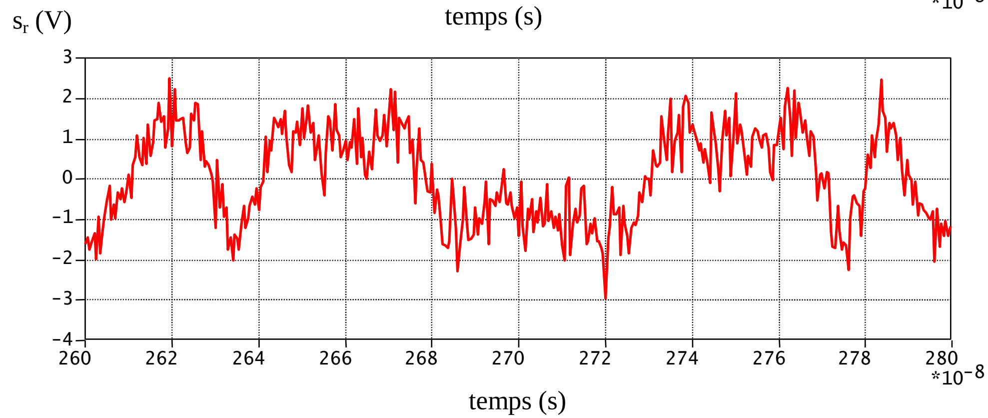
Bandes 700 MHz, 800 MHz, 900 MHz, 1800 MHz, 2,1 GHz et 2,6 GHz

$2^{ème}$ défaut des canaux : ajout de bruit

Ex : Tension mesurée à l'entrée d'un câble coaxial :



Tension mesurée à la sortie du câble :



=> Ajout de bruit lors de la transmission sur le câble

Bilan 1

- 2 types de canaux => transmissions en bande de base ou avec modulation
- Bande limitée B des canaux de transmission
- Ajout de bruit

$\Rightarrow$ Suite du chapitre

Partie 2 : Côté émetteur : codage en bande de base et modulations

Partie 3 : Côté récepteur : les contraintes fréquentielles

Partie 4 : Côté récepteur : les contraintes engendrées par le bruit

Partie 5 : Défauts supplémentaires dans les systèmes réels