TD n°3 - partie 1

Exercice 1

Soit deux entiers (m,n) tels que $2\leq 2m\leq n$. On lance un dé à 2m faces, puis un dé à n faces. On note M et N les numéros du premier et du second dé respectivement.

- Calculer la probabilité de l'événement $(\max\{M,N\} \leq m)$.
- Calculer la probabilité de l'événement $(M+N\leq m)$.

Exercice 2

Erwin a un chat probabiliste. On suppose que le chat d'Erwin prend une et une seule décision par jour parmi les 4 possibilités suivantes: rester à l'intérieur de la maison, sortir à l'extérieur, rester à l'extérieur, rentrer à l'intérieur.

La décision quotidienne est prise à minuit (0h00). Lorsqu'il se trouve à l'intérieur, le chat d'Erwin sort avec la probabilité p. Lorsqu'il se trouve dehors, il rentre avec la probabilité q (0 < p, q < 1). Le 31 décembre 2015, considéré comme le jour zéro de l'année 2016, Erwin et son chat sont à l'intérieur de la maison.

Question 1

On note π_n la probabilité pour que le chat soit dehors le soir $n, n \geq 0$.

Établir la relation suivante

$$\forall n \geq 1, \quad \pi_n = (1-p-q)\pi_{n-1} + p$$

Question 2

ullet Calculer π_n , ainsi que la limite de cette probabilité lorsque n tend vers l'infini.