Connecting talents

Marchés financiers

Radu Burlacu
Professeur des Universités
Grenoble IAE, CERAG, UGA, Grenoble INP
radu.burlacu@univ-grenoble-alpes.fr, CERAG, 150 rue de la Chimie

Organisation du cours

- 5 séances de cours
  - Notions de cours
  - Entraînement
- Structure
  - Marchés financiers: Rentabilité, Risque, Diversification, MEDAF
  - Les obligations classiques
  - Les actions ordinaires
  - Les titres hybrides (obligations convertibles)
  - Préparation pour l’examen (+ permanence par Zoom)
- Note
  - 100% examen final

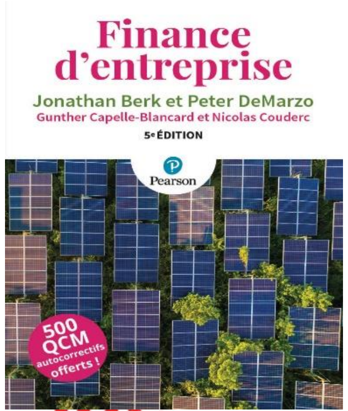
Bibliographie

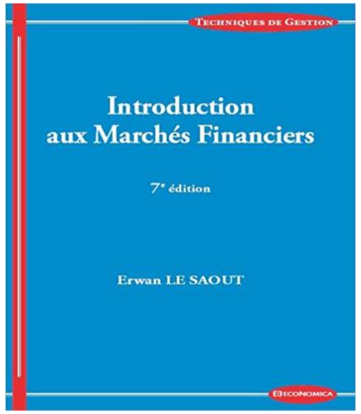
- **Livres généralistes en finance de marché**

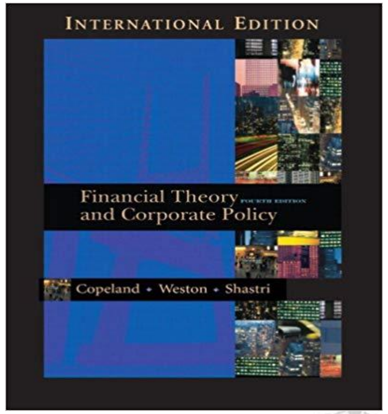
    1. Bermond, P., Lagoarde Segot, P., Palard, J. E., Bertrand, P., … "**Finance de marchés: Marchés de capitaux, investisseurs, gestion de portefeuille**", Vuibert, 2022
    2. Berk, J., Demarzo, P., G. Capelle Blachard, N. Couderc, "**Finance d’Entreprise**", Pearson, 2017
    3. Le Saout, E., "**Introduction aux marchés financiers**", Economica, 2022

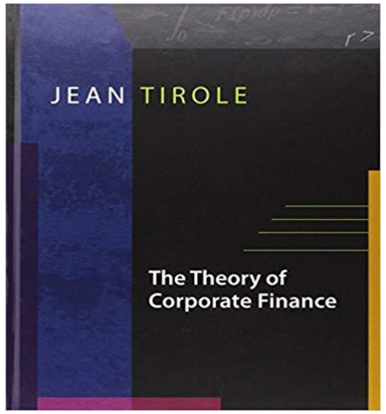
- **Livres plutôt orientés recherche**

    1. Poncet, P., Portait, R., "**Finance de marché**", Dalloz, 2014
    2. Copeland, T., Weston, F., Shastri, K., “**Financial Theory and Corporate Policy**”, Pearson, 2013
    3. Tirole, J, “**The Theory of Corporate Finance**”, Princeton University Press, 2006









Source: Finance d'Entreprise, Ed. Pearson, J. Berk, P. DeMarzo, G. Capelle Blanchard, N. Couderc

Première(s) séance(s)

- Rentabilité, risque
  - L'arbitrage entre risque et rentabilité
- Diversification
  - Risque systématique et risque spécifique
  - Portefeuilles efficients
- MEDAF

Connecting talents

Rentabilité, risque

Rentabilité historique, espérée, exigée, …

Variance, volatilité, erreurs d’estimation

Le comportement des acteurs financiers

- Trois principes:

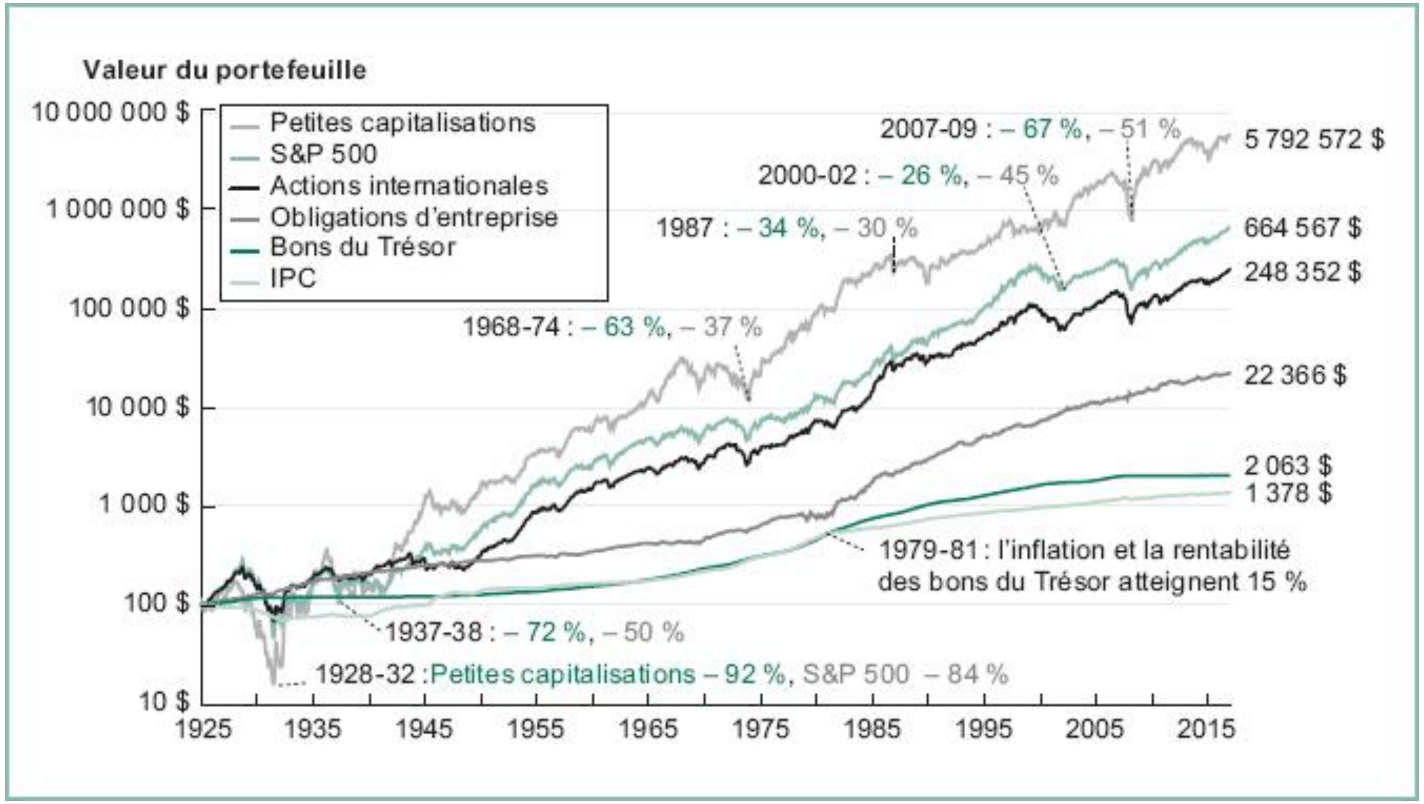
  - Une préférence pour la **richesse**:
    - « Mieux vaut être riche que pauvre »

  - Une préférence pour le **présent**:
    - « Mieux vaut être riche le plus tôt possible »

  - Une préférence pour la **certitude**:
    - « Un tiens vaut mieux que deux tu l'auras »

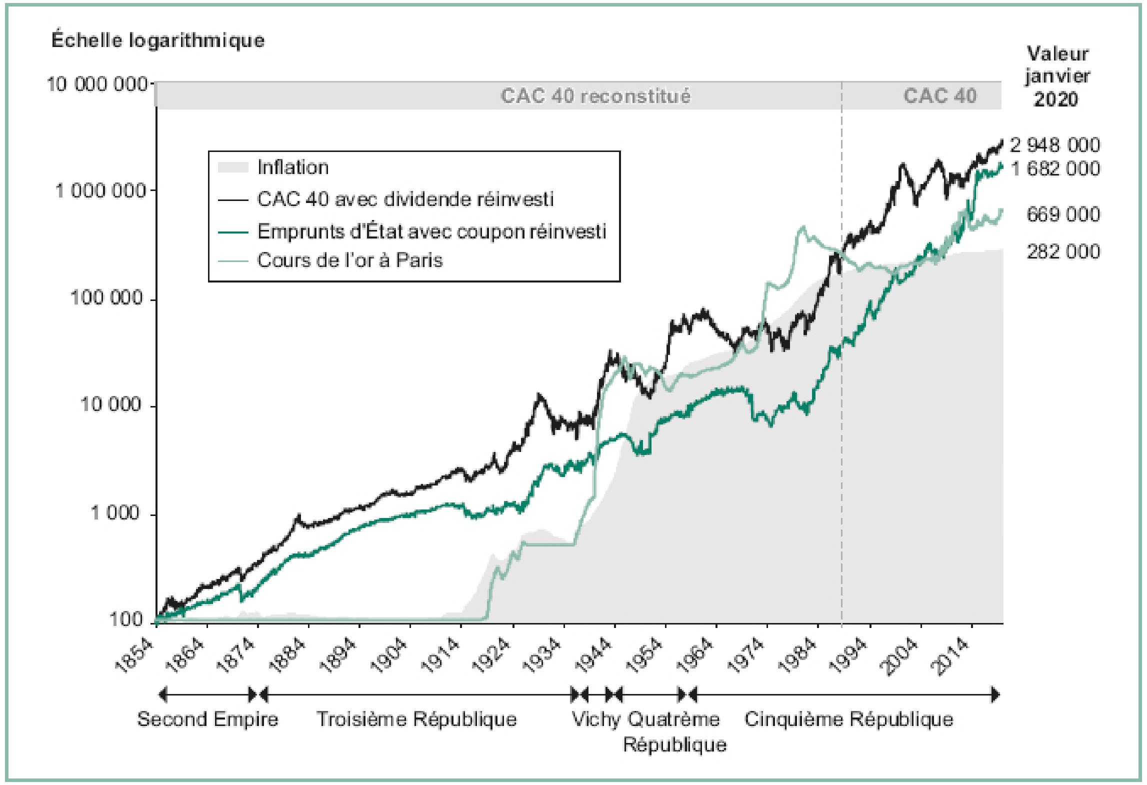
Source: Finance d'Entreprise, Ed. Pearson, J. Berk, P. DeMarzo, G. Capelle Blanchard, N. Couderc

Un premier aperçu



Source: Finance d'Entreprise, Ed. Pearson, J. Berk, P. DeMarzo, G. Capelle Blanchard, N. Couderc

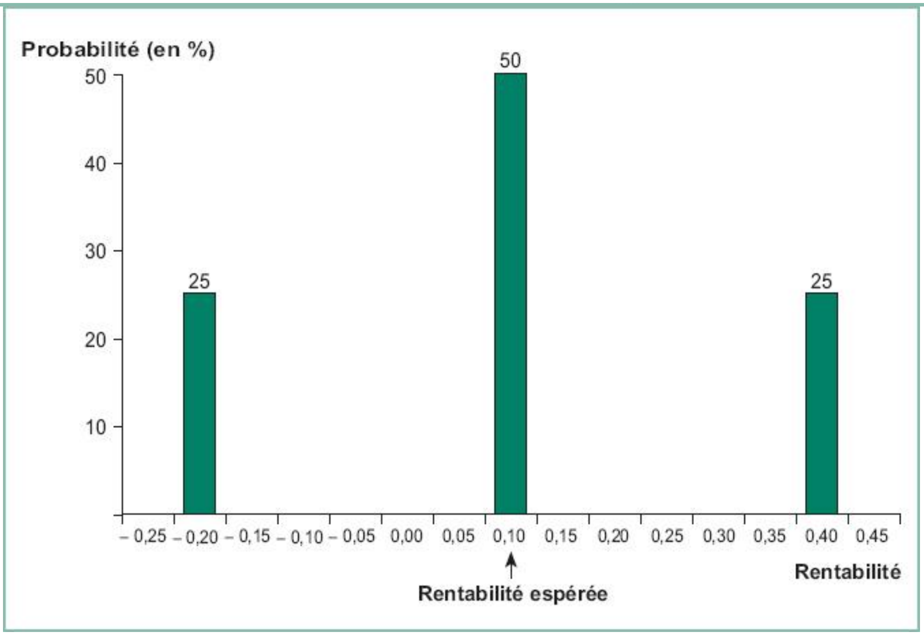
Performances sur 150 ans



Source: Finance d'Entreprise, Ed. Pearson, J. Berk, P. DeMarzo, G. Capelle Blanchard, N. Couderc

Densité de probabilité

Prix actuel (en €)	Prix dans 1 an (en €)	Rentabilité, R	Probabilité, P_R
100	140	0,40	25 %
	110	0,10	50 %
	80	−0,20	25 %



Source: Finance d'Entreprise, Ed. Pearson, J. Berk, P. DeMarzo, G. Capelle Blanchard, N. Couderc

Rentabilité espérée, variance, écart-type

$$\text{Rentabilité espérée} = E[R] = \sum_R P_R \times R$$

$$\sigma_R^2 = Var[R] = E\left[\left(R - E[R]\right)^2\right] = \sum_R P_R \times \left(R - E[R]\right)^2 = \sum_R P_R \times \left(R - \sum_R P_R \times R\right)^2$$

$$\sigma_R = \sqrt{Var[R]}$$

$$\sigma_{R_{BFI}}^2 = Var\left[R_{BFI}\right] = 25\,\% \times (-0,2-0,1)^2 + 50\,\% \times (0,1-0,1)^2 + 25\,\% \times (0,4-0,1)^2 = 0,045$$

$$\sigma_{R_{BFI}} = \sqrt{Var\left[R_{BFI}\right]} = \sqrt{0,045} = 21,2\ \%$$

Rentabilité historique (“effective”, “constatée”)

$$R_{t+1} = \frac{P_{t+1} + Div_{t+1} - P_t}{P_t} = \frac{Div_{t+1}}{P_t} + \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t}$$

$$= \text{Rendement (Dividende)} + \text{ Taux de plus-value (Gain en capital)}$$

$$1 + R_{1\text{-}4} = (1 + R_1)(1 + R_2)(1 + R_3)(1 + R_4)$$

Prix (en €)	Dividende (en €)	Rentabilité en %
46,18		
51,54	0,64	12,99
48,25	0,64	– 5,14
47,38	0,66	– 0,44
49,20		3,84

$$R_{2019} = 1{,}1299(1 - 5{,}14\ \%)(1 - 0{,}44\ \%)1{,}0384 - 1 = 10{,}8\ \%$$

Exemple

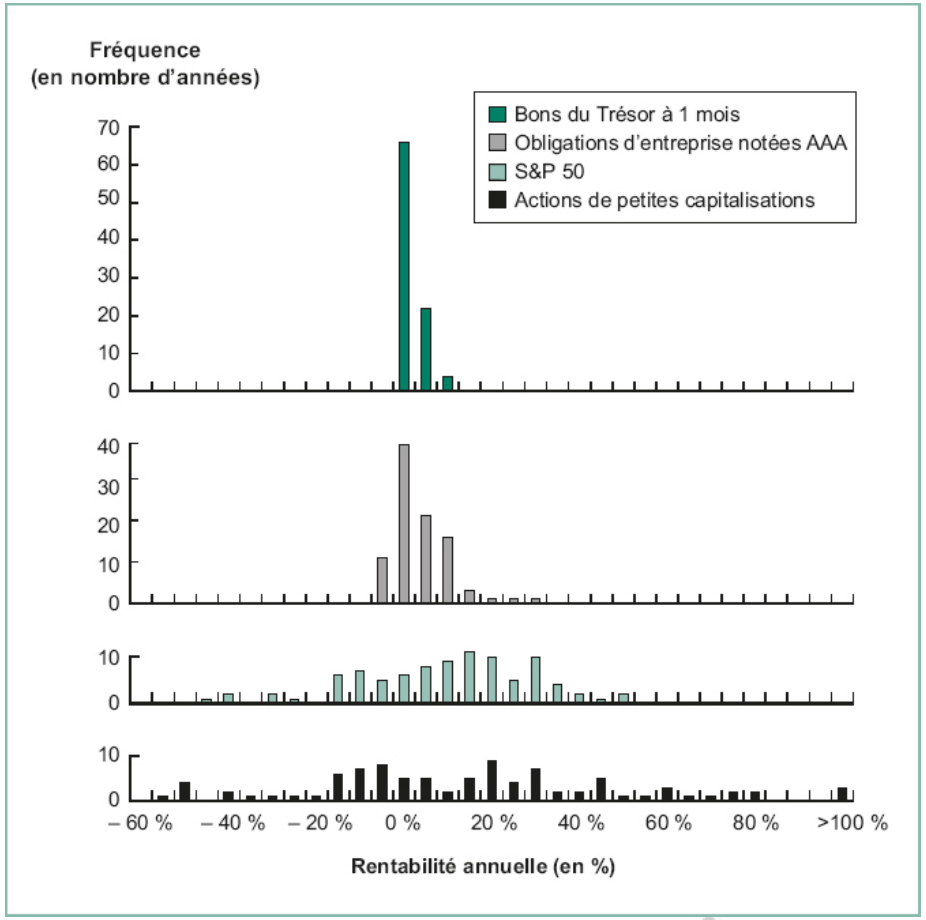
- Paul a acheté des actions au prix de 50 € le titre, il y a un an. Il les a revendues aujourd'hui à 55 € le titre. L'entreprise vient de verser 1 € de dividende par action.
  - Quelle est la rentabilité effective obtenue par Paul ?
  - Quelle partie de la rentabilité effective provient d'une part du rendement de l'action (dividende) et d'autre part du gain en capital ?

Rentabilités historiques

Date	CAC 40	Dividendes versés sur le CAC 40*	Rentabilité effective du CAC 40	Rentabilité effective de l'action Total	Rentabilité effective de l'OAT 10 ans
2001	4 625	71	– 20,8 %	9,5 %	4,9 %
2002	3 064	84	– 31,9 %	– 5,8 %	4,9 %
2003	3 558	115	19,9 %	26,8 %	4,1 %
2004	3 821	142	11,4 %	38,1 %	4,1 %
2005	4 715	122	26,6 %	52,4 %	3,4 %
2006	5 542	158	20,9 %	5,1 %	3,8 %
2007	5 614	158	4,2 %	11,5 %	4,3 %
2008	3 218	132	– 40,3 %	– 28,1 %	4,2 %
2009	3 936	169	27,6 %	22,1 %	3,6 %
2010	3 805	153	0,6 %	– 5,4 %	3,1 %
2011	3 160	136	– 13,4 %	4,7 %	3,3 %
2012	3 641	162	20,4 %	4,5 %	2,5 %
2013	4 296	154	22,2 %	21,5 %	2,2 %
2014	4 273	140	2,7 %	0,5 %	1,7 %
2015	4 637	146	11,9 %	3,4 %	0,8 %
2016	4 862	187	8,9 %	24,0 %	0,5 %
2017	5 313	169	12,7 %	– 0,3 %	0,8 %
2018	4 731	157	– 8,0 %	5,4 %	0,8 %
2019	5 978	193	30,5 %	10,8 %	0,1 %

Source: Finance d'Entreprise, Ed. Pearson, J. Berk, P. DeMarzo, G. Capelle Blanchard, N. Couderc

Densités de probabilité empiriques des rentabilités de différents portefeuilles, 1926-2017



Source: Finance d'Entreprise, Ed. Pearson, J. Berk, P. DeMarzo, G. Capelle Blanchard, N. Couderc

Rentabilité moyenne

$$\bar{R} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} R_t = \frac{1}{T}(R_1 + \ldots + R_T)$$

$$\bar{R} = \frac{1}{19}(-20{,}8\ \% - 31{,}9\ \% + \ldots + 30{,}5\ \%) = 5{,}6\ \%$$

rentabilité moyenne annuelle du CAC 40 sur la période 2001-2019

Portefeuille	Rentabilité annuelle moyenne
Actions de petites capitalisations	18,7 %
Actions du S&P 500	12,0 %
Obligations d'entreprises	6,2 %
Bons du Trésor	3,4 %

Source: Finance d'Entreprise, Ed. Pearson, J. Berk, P. DeMarzo, G. Capelle Blanchard, N. Couderc

Variance et volatilité des rentabilités

$$Var[R] = \frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T}\left(R_t - \bar{R}\right)^2$$

$$Var(R) = \frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T}(R_t - \bar{R})^2 = \frac{1}{18}\ (-0{,}208 - 0{,}056)^2 + \ldots + (0{,}305 - 0{,}056)^2 \ = 0{,}0411$$

volatilité des rentabilités du CAC 40 sur la période 2001-2019

$$\sigma_R = \sqrt{Var(R)} = \sqrt{0{,}0411} = 20{,}3\ \%$$

Portefeuille	Volatilité des rentabilités (écart-type)
Actions de petites capitalisations	39,2 %
Actions du S&P 500	19,8 %
Obligations d'entreprise	6,4 %
Bons du Trésor	3,1 %

Erreur d’estimation

- Dès lors que l’on réalise une estimation, il convient d’apprécier l’erreur d’estimation que l’on commet. Celle-ci peut être calculée grâce à la mesure statistique d’erreur type.

$$\sigma_{\bar{R}} = \frac{\sigma_R}{\sqrt{\text{Nombre d'observations}}}$$

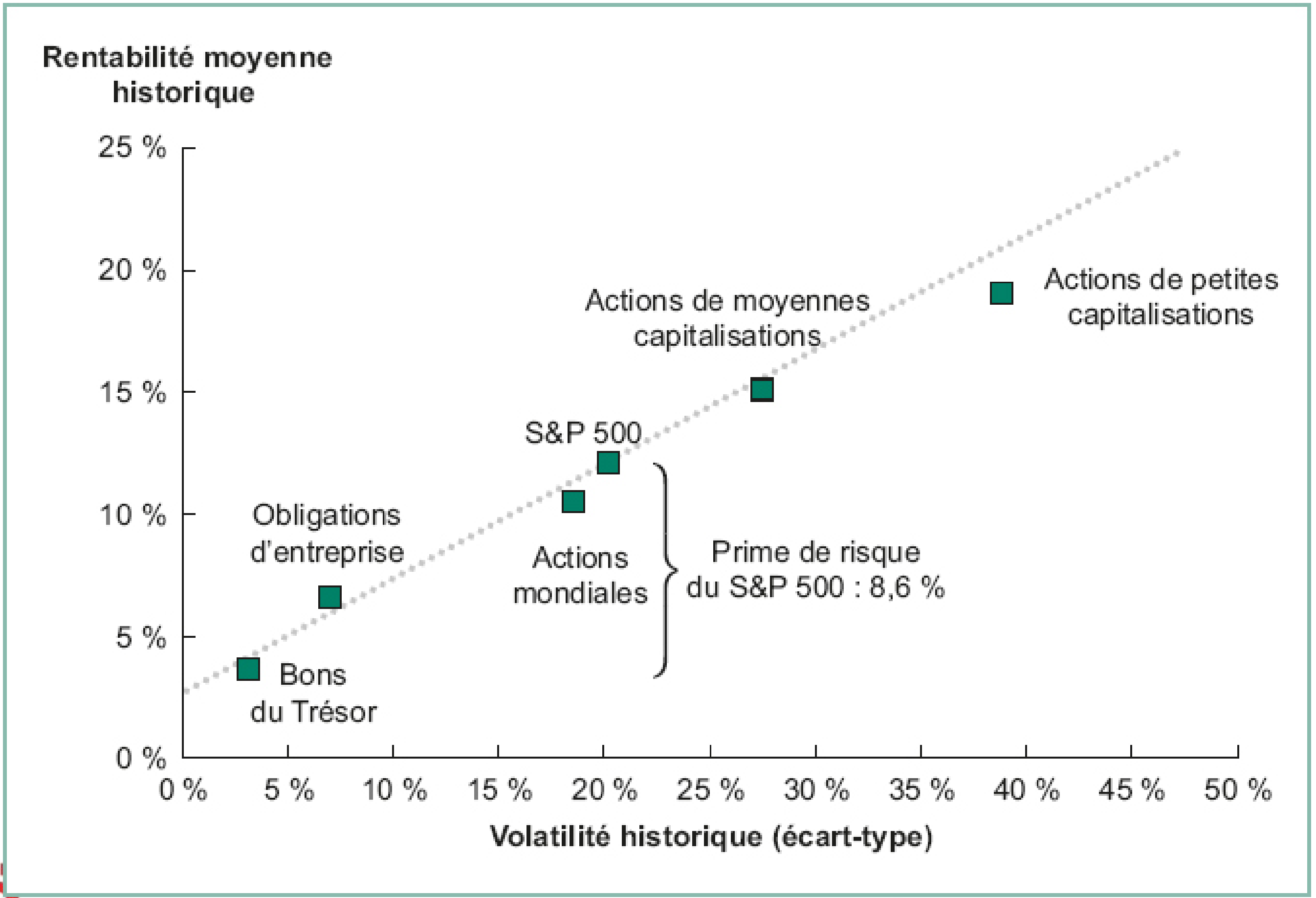
- Il y a 95 % de probabilités pour que la vraie rentabilité espérée d’un actif appartienne à un intervalle de plus ou moins deux fois l’erreur type autour de la rentabilité historique moyenne de cet actif

$$\text{Rentabilité moyenne historique} \pm 2 \times \text{l'erreur type}$$

- Intervalle de confiance à 95 % de la rentabilité espérée du S&P 500 est

$$12{,}0\ \% \pm 2\left(\frac{19{,}8\ \%}{\sqrt{92}}\right) = 12{,}0\ \% \pm 4{,}1\ \%$$

L’arbitrage entre risque et rentabilité, 1926-2017



Source: Finance d'Entreprise, Ed. Pearson, J. Berk, P. DeMarzo, G. Capelle Blanchard, N. Couderc

Connecting talents

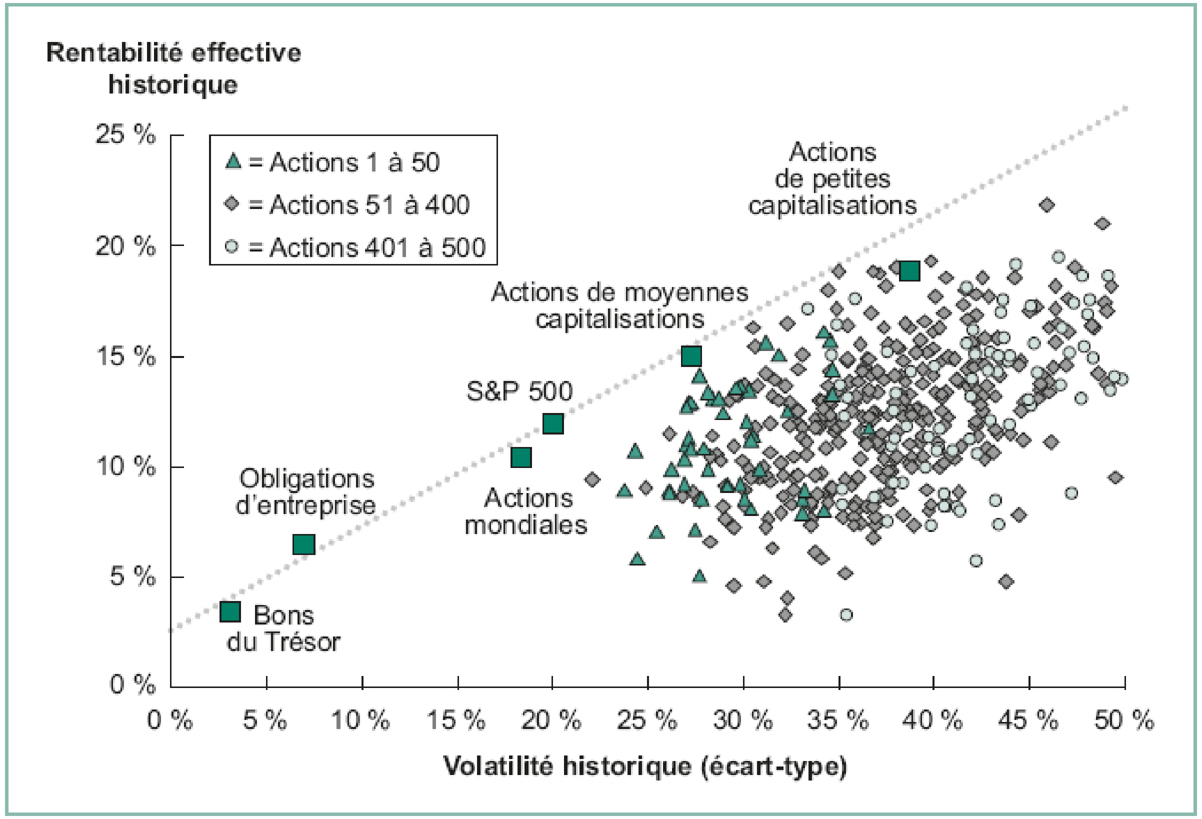
Diversification

Covariance, correlation

Portefeuille efficient

Grenoble INP UGA GRENOBLE iae Graduate school of Management EFMD ACCREDITED BACHELOR AACSB Business Education Alliance Member OBSIS IMPACT EFMD GLOBAL FNEGE QUALICERT SGS

Rentabilité des titres individuels



- Il n'existe pas de relation évidente entre volatilité et rentabilité d'actifs individuels
- Si la volatilité semble constituer une mesure acceptable du risque d'un portefeuille diversifié, elle n'est pas très adaptée à l'analyse des titres individuels.
- Effet taille

L'espérance de rentabilité d'un portefeuille

- Un portefeuille est un ensemble de lignes d'actifs caractérisé par les pondérations des différents actifs qui le composent.

$$x_i = \frac{\text{Valeur du titre } i}{\text{Valeur totale du portefeuille}}$$

$$R_P = x_1 \times R_1 + \ldots + x_N \times R_N = \sum_{i=1}^{N} x_i R_i$$

$$E[R_P] = E\left[\sum_{i=1}^{N} x_i R_i\right] = \sum_{i=1}^{N} E[x_i R_i] = \sum_{i=1}^{N} x_i E[R_i]$$

La volatilité d'un portefeuille

	Rentabilités des actions			Rentabilités des portefeuilles	
Année	Air Med	Europe Air	Pétrole Plus	$1/2\ R_{\text{Air Med}} + 1/2\ R_{\text{Europe Air}}$	$1/2\ R_{\text{Europe Air}} + 1/2\ R_{\text{Pétrole Plus}}$
2014	21 %	9 %	– 2 %	15,0 %	3,5 %
2015	30 %	21 %	– 5 %	25,5 %	8,0 %
2016	7 %	7 %	9 %	7,0 %	8,0 %
2017	– 5 %	– 2 %	21 %	– 3,5 %	9,5 %
2018	– 2 %	– 5 %	30 %	– 3,5 %	12,5 %
2019	9 %	30 %	7 %	19,5 %	18,5 %
Rentabilité moyenne	10,0 %	10,0 %	10,0 %	10,0 %	10,0 %
Volatilité	13,4 %	13,4 %	13,4 %	12,1 %	5,1 %

Source: Finance d'Entreprise, Ed. Pearson, J. Berk, P. DeMarzo, G. Capelle Blanchard, N. Couderc

Calcul de la covariance et de la corrélation

Covariance des rentabilités R_i et R_j

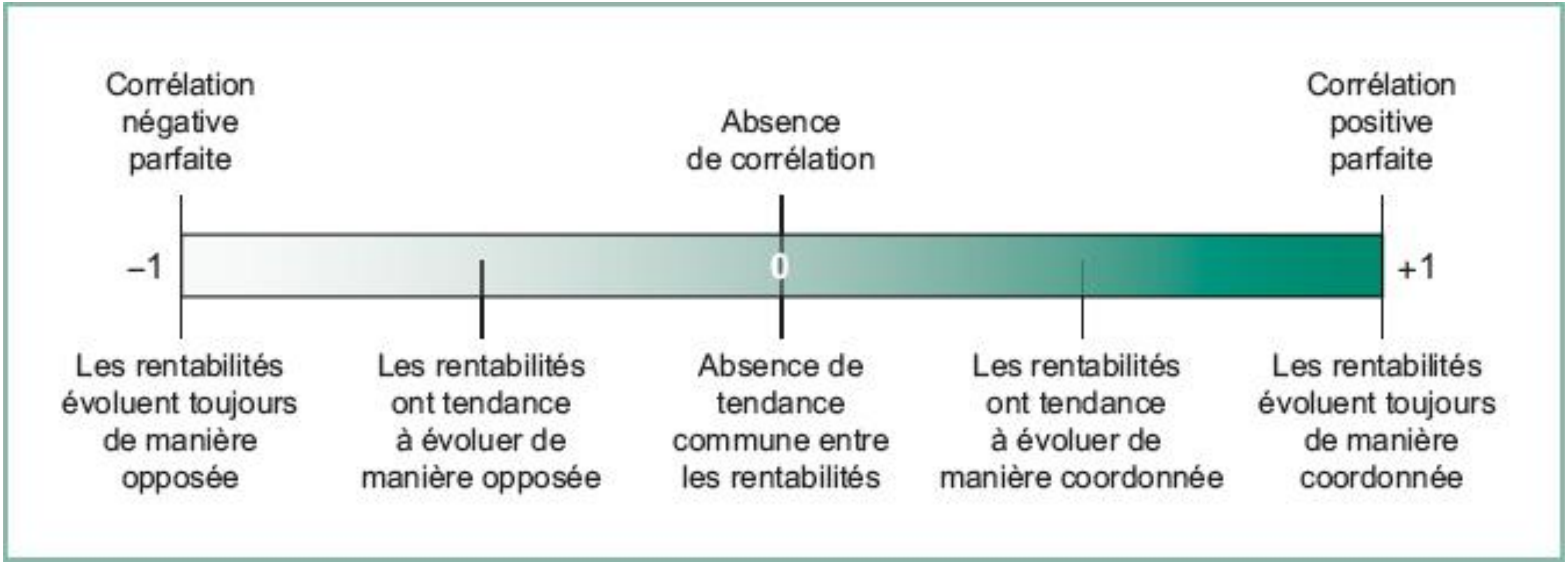
$$Cov(R_i,R_j) = E[(R_i - E[R_i])(R_j - E[R_j])]$$

Estimation de la covariance à partir de rentabilités historiques

$$Cov\left(R_i, R_j\right) = \frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T}\left(R_{i,t} - \bar{R}_i\right)\left(R_{j,t} - \bar{R}_j\right)$$

$$Corr\left(R_i, R_j\right) = \frac{Cov\left(R_i, R_j\right)}{\sigma_{R_i} \times \sigma_{R_j}}$$

Covariance et corrélation



Source: Finance d'Entreprise, Ed. Pearson, J. Berk, P. DeMarzo, G. Capelle Blanchard, N. Couderc

Variance et écart-type d'un portefeuille (2 titres)

$$Var[R_P] = Cov(R_P, R_P) = Cov(x_1R_1 + x_2R_2, x_1R_1 + x_2R_2)$$
$$= x_1x_1\,Cov(R_1, R_1) + x_1x_2\,Cov(R_1, R_2) + x_2x_1\,Cov(R_2, R_1) + x_2x_2\,Cov(R_2, R_2)$$

$$Var\left[R_p\right] = x_1^2Var\left[R_1\right] + x_2^2Var\left[R_2\right] + 2x_1x_2\sigma_{R_1}\sigma_{R_2}Corr\left(R_1, R_2\right)$$

$$\sigma_{R_p} = \sqrt{Var\left[R_p\right]}$$

Source: Finance d'Entreprise, Ed. Pearson, J. Berk, P. DeMarzo, G. Capelle Blanchard, N. Couderc

Paramètres d'un portefeuille (n titres)

$$R_P = x_1 R_1 + \ldots + x_N R_N = \sum_{i=1}^{N} x_i R_i$$

$$Var\left[R_P\right] = \sum_{i=1}^{N} x_i Cov\left(R_i, R_P\right) = \sum_{i=1}^{N} x_i Cov\left(R_i, \sum_{j=1}^{N} x_j R_j\right) = \sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{j=1}^{N} x_j Cov\left(R_i, R_j\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} x_i x_j Cov\left(R_i, R_j\right)$$

Risques indépendants

Si les risques sont indépendants, ils sont non corrélés ; leur covariance est donc nulle. La volatilité d'un tel portefeuille équipondéré est par conséquent:

$$\sigma_{R_p} = Var\left[R_p\right] = \sqrt{\frac{1}{N} Var\left[\text{Risque individuel}\right]} = \frac{\sigma_{\text{Risque individuel}}}{\sqrt{N}}$$

Lorsque *N* tend vers l'infini, le risque du portefeuille converge vers zéro : un portefeuille de très grande taille ne comprenant pas de risque commun a un risque nul ; les risques indépendants des titres qui le composent sont éliminés grâce à la diversification.

Source: Finance d'Entreprise, Ed. Pearson, J. Berk, P. DeMarzo, G. Capelle Blanchard, N. Couderc

Portefeuille équipondéré composé de *N* titres

$$Var\left[R_P\right] = \frac{1}{N}\left(\text{Variance moyenne des titres}\right)$$
$$+\left(1-\frac{1}{N}\right)\left(\text{Covariance moyenne entre paires de titres}\right)$$

Ex: Diversification à l'aide d'actions différentes

- Les actions d'un même secteur d'activité ont tendance à afficher une corrélation supérieure à celle d'actions de secteurs différents.
  - *Quelle est la volatilité d'un portefeuille composé d'un très grand nombre d'actions d'un même secteur d'activité, si ces dernières ont une volatilité de 40 % et une corrélation de 60 % ?*
- De même, les actions de pays différents ont des corrélations plus faibles que les actions d'un même pays.
  - *Quelle est la volatilité d'un portefeuille composé d'un très grand nombre d'actions de pays différents si ces dernières ont une volatilité de 40 % et une corrélation de 10 % ?*

Ex: Diversification à l'aide d'actions différentes

Quand *N* tend vers l'infini, la volatilité du portefeuille sectoriel est :

$$\sqrt{\text{Covariance moyenne}} = \sqrt{0,4 \times 0,4 \times 0,6} = 31,0\ \%$$

Une diversification supérieure peut être obtenue en sélectionnant des titres de différents pays. La volatilité du portefeuille est alors

$$\sqrt{\text{Covariance moyenne}} = \sqrt{0,4 \times 0,4 \times 0,1} = 12,6\ \%$$

Diversification d'un portefeuille quelconque

$$Var\left[R_P\right] = \sum_{i=1}^{N} x_i Cov\left(R_i, R_P\right) = \sum_{i=1}^{N} x_i \sigma_{R_i} \sigma_{R_P} Corr\left(R_i, R_P\right)$$

$$\sigma_{R_P} = \sum_{i=1}^{N} \overbrace{\underbrace{x_i}_{\text{Poids du titre } i} \times \underbrace{\sigma_{R_i}}_{\text{Risque total du titre } i} \times \underbrace{Corr\left(R_i, R_P\right)}_{\text{Part du risque du titre } i \text{ commune avec } P}}^{\text{Contribution du titre } i \text{ à la volatilité du portefeuille}}$$

$$\sigma_{R_P} = \sum_{i=1}^{N} x_i \sigma_{R_i} Corr\left(R_i, R_P\right) < \sum_{i=1}^{N} x_i \sigma_{R_i}$$

Source: Finance d'Entreprise, Ed. Pearson, J. Berk, P. DeMarzo, G. Capelle Blanchard, N. Couderc

Les portefeuilles efficients composés de deux actions

- Un portefeuille est inefficient lorsqu'il est possible de trouver un autre portefeuille dont la rentabilité espérée est plus élevée et la volatilité est inférieure ou égale.

- Un investisseur cherchant à maximiser la rentabilité espérée de son portefeuille tout en minimisant son risque doit détenir un portefeuille efficient.

Portefeuille efficient

Action	Rentabilité espérée	Volatilité
Nokia	26 %	50 %
Danone	6 %	25 %

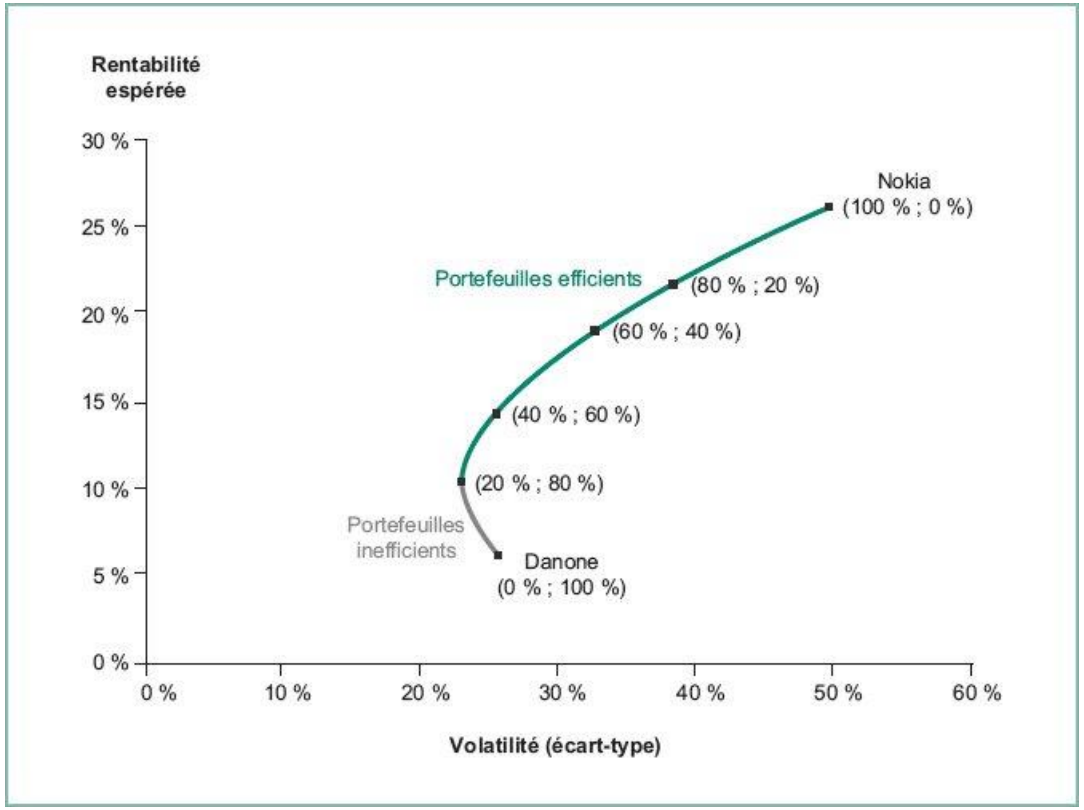
$$E[R_{40-60}] = x_{NK}\,E[R_{NK}] + x_{BN}E[R_{BN}] = 0{,}4 \times 0{,}26 + 0{,}6 \times 0{,}06 = 14\ \%$$

$$Var[R_{40-60}] = x_{NK}^2\,\sigma_{R_{NK}}^2 + x_{BN}^2\sigma_{R_{BN}}^2 + 2 \times x_{NK} \times x_{BN} \times \sigma_{R_{NK}} \times \sigma_{R_{BN}} \times Corr(R_{NK}, R_{BN})$$
$$= 0{,}4^2 \times 0{,}50^2 + 0{,}6^2 \times 0{,}25^2 + 2 \times 0{,}4 \times 0{,}6 \times 0{,}50 \times 0{,}25 \times 0 = 0{,}0625$$

$$\sigma_{R_{40-60}} = \sqrt{0{,}0625} = 25\ \%$$

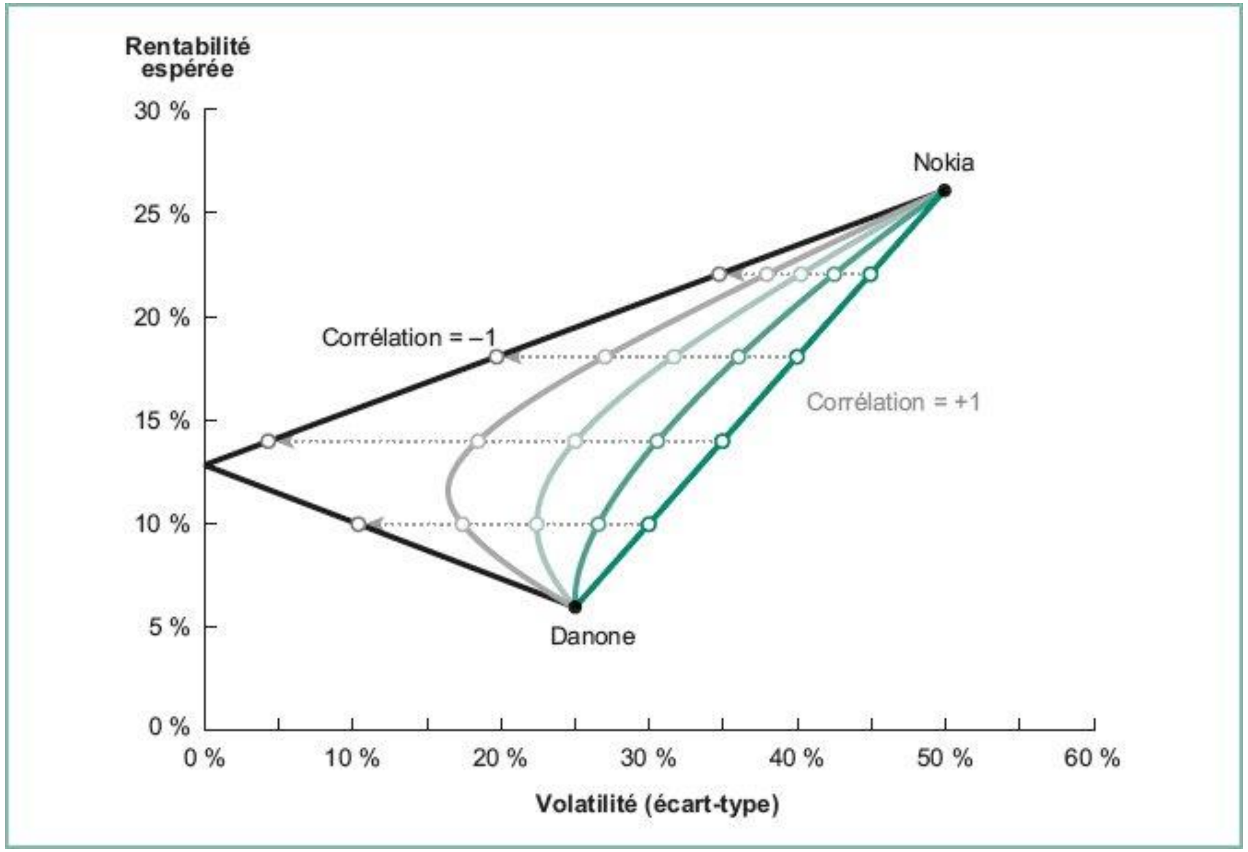
Portefeuille efficient

Pondérations		Rentabilité espérée (%)	Volatilité (%)
x_{NK}	x_{BN}	$E[R]$	σ_R
100 %	0 %	26 %	50,0 %
80 %	20 %	22 %	40,3 %
60 %	40 %	18 %	31,6 %
40 %	60 %	14 %	25,0 %
20 %	80 %	10 %	22,4 %
0 %	100 %	6 %	25,0 %



Source: Finance d'Entreprise, Ed. Pearson, J. Berk, P. DeMarzo, G. Capelle Blanchard, N. Couderc

L'effet de la corrélation



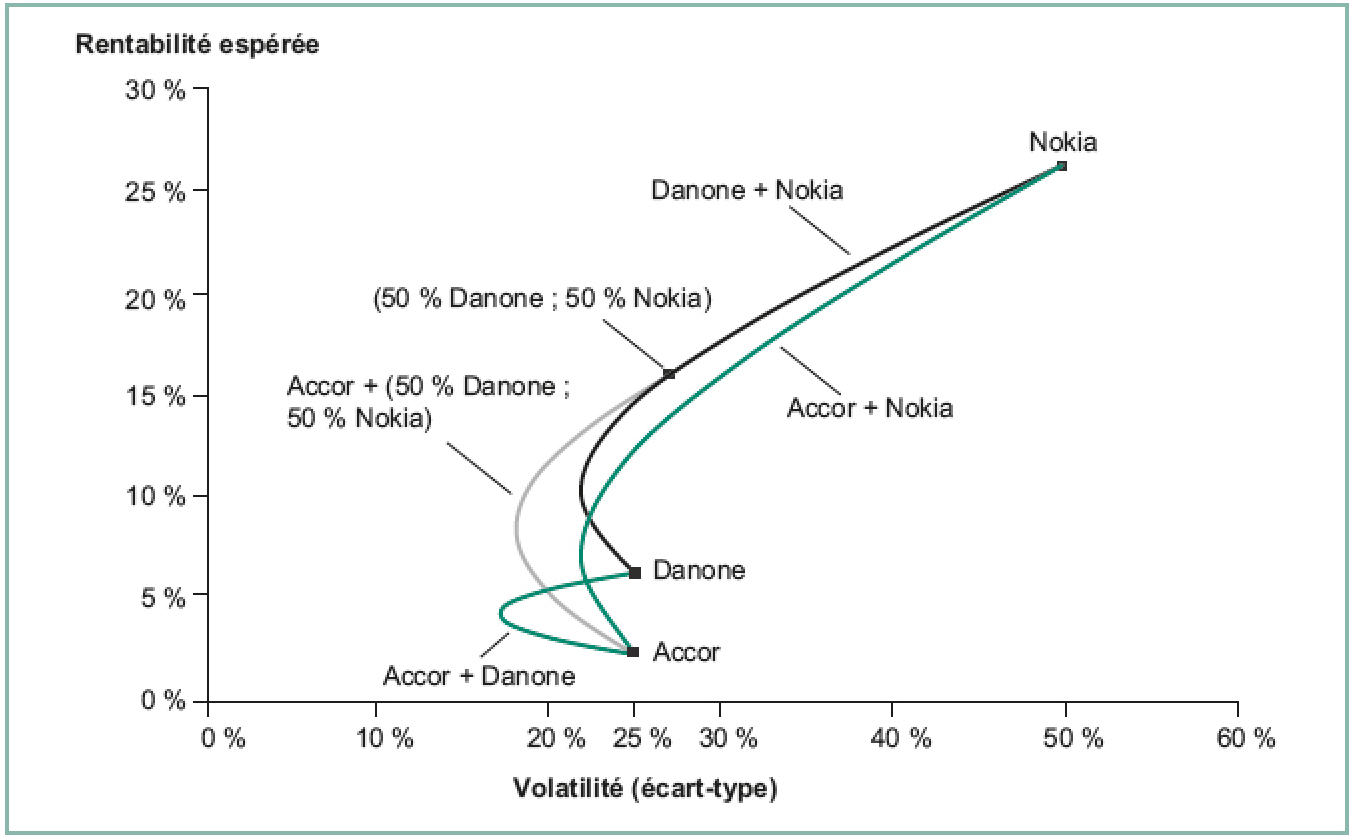
Source: Finance d'Entreprise, Ed. Pearson, J. Berk, P. DeMarzo, G. Capelle Blanchard, N. Couderc

Les portefeuilles efficients composés de N actions

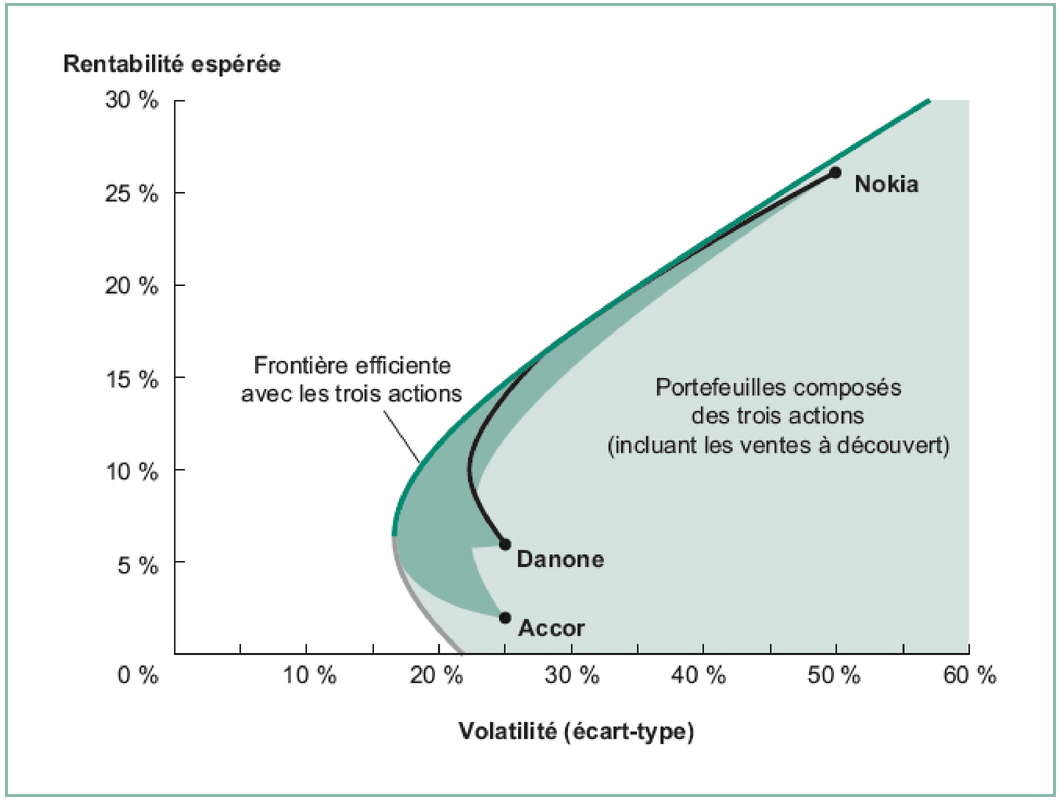
- Quel est l’effet de l’ajout d’une troisième action au portefeuille composé d’actions Alcatel-Lucent et Danone ?

- On suppose que l’action Accor n’est corrélée avec aucune des deux autres actions et que sa rentabilité espérée n’est que de 2 % avec une volatilité identique à celle de Danone (25 %).

Les portefeuilles efficients composés de N actions

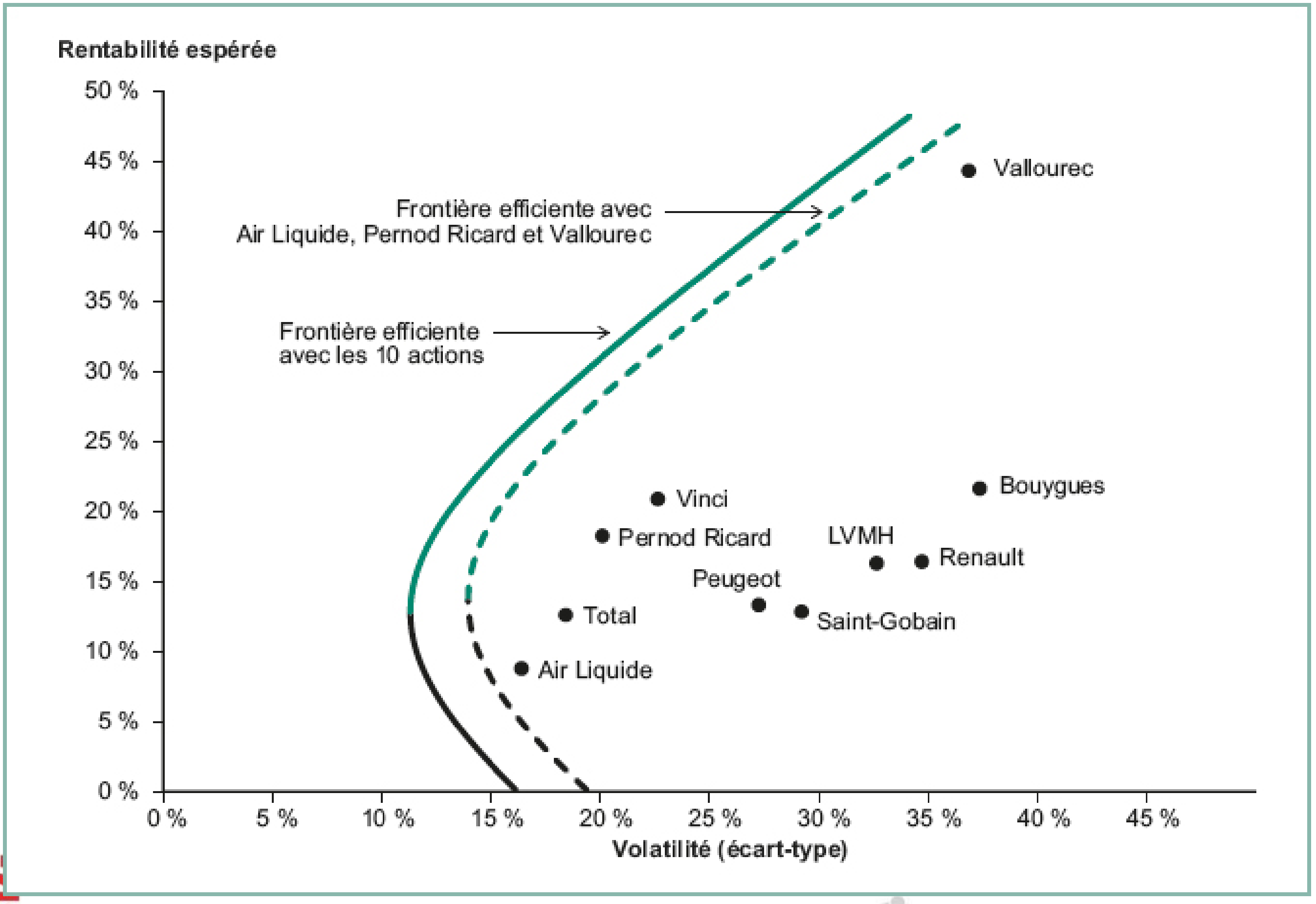


Frontière efficiente à trois titres



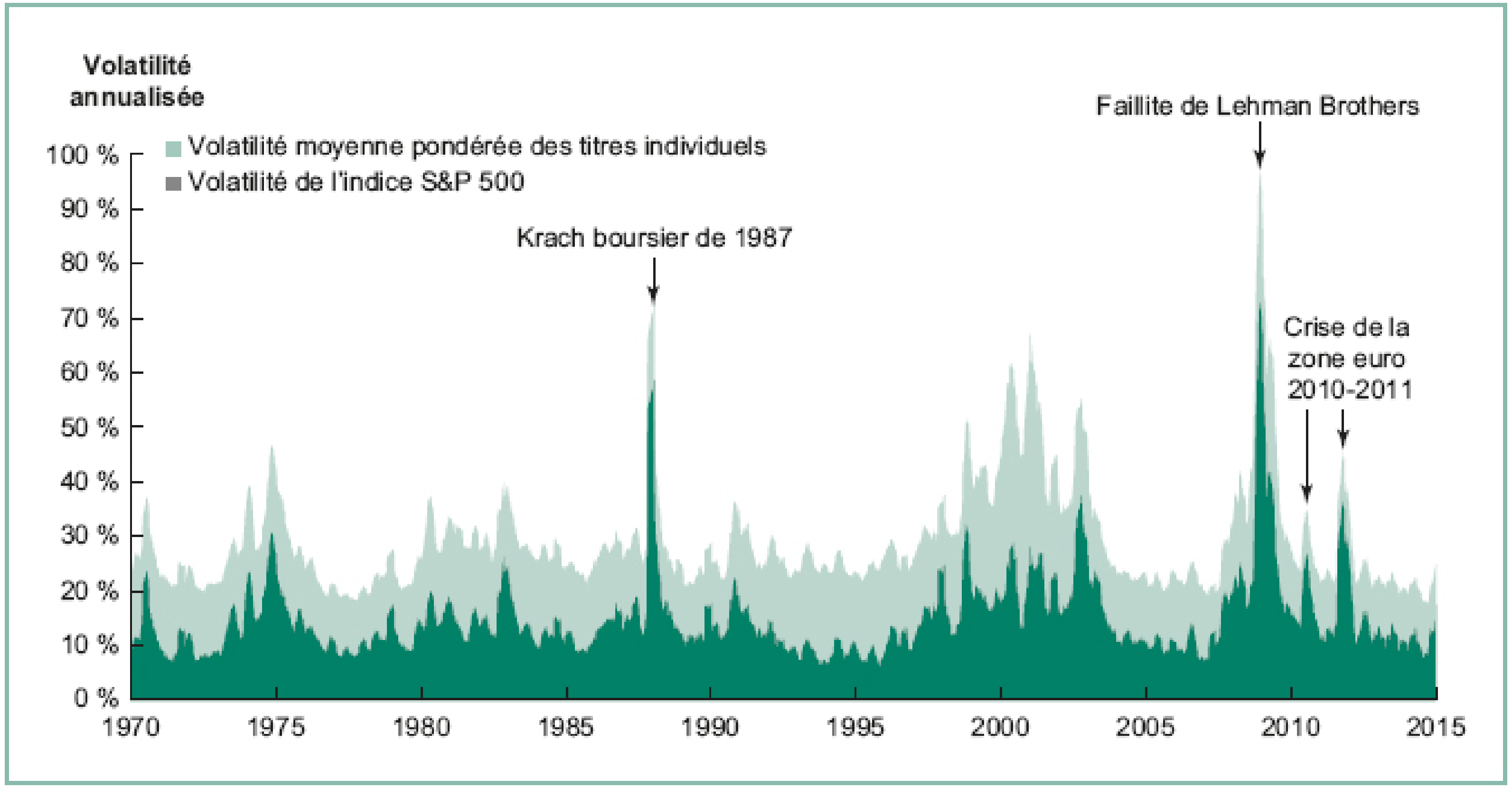
Source: Finance d'Entreprise, Ed. Pearson, J. Berk, P. DeMarzo, G. Capelle Blanchard, N. Couderc

Frontière efficiente à trois et 10titres



Source: Finance d'Entreprise, Ed. Pearson, J. Berk, P. DeMarzo, G. Capelle Blanchard, N. Couderc

Diversification lors des krachs boursiers



50 % de la volatilité des titres individuels peut être diversifiée.

Toutefois, en 1987, 2008, ou en 2011, cette part représente environ 20 % de la volatilité des actions individuelles.

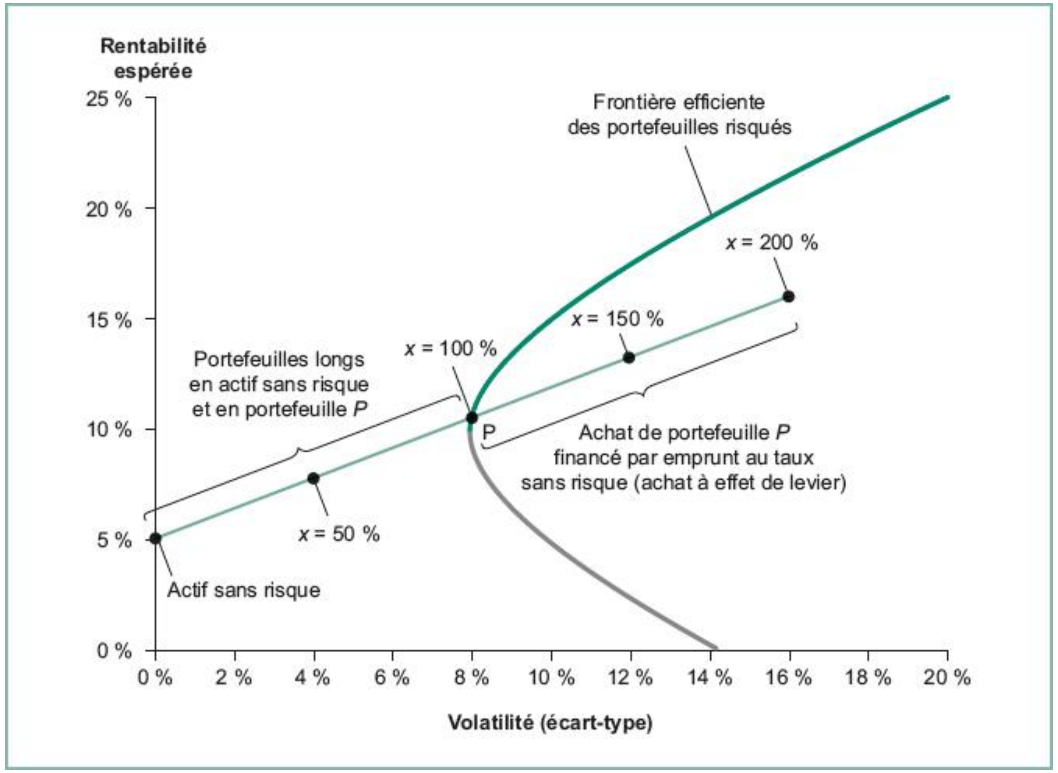
Source: Finance d'Entreprise, Ed. Pearson, J. Berk, P. DeMarzo, G. Capelle Blanchard, N. Couderc

Prise en compte de l'actif sans risque

Quelles sont les conséquences en termes de rentabilité et de risque si l'investisseur décide d'investir une fraction $(1 - x)$ de sa richesse en bons du Trésor ?

$$E[R_{xP}] = (1-x)r_f + xE[R_P] = r_f + x(E[R_P] - r_f)$$

$$\sigma_{R_{xP}} = \sqrt{(1-x)^2 Var[r_f] + x^2 Var[R_P] + 2(1-x)x Cov(r_f, R_P)} = \sqrt{0 + x^2 Var[R_P] + 0} = \sqrt{x^2 Var[R_P]} = x\sigma_{R_P}$$

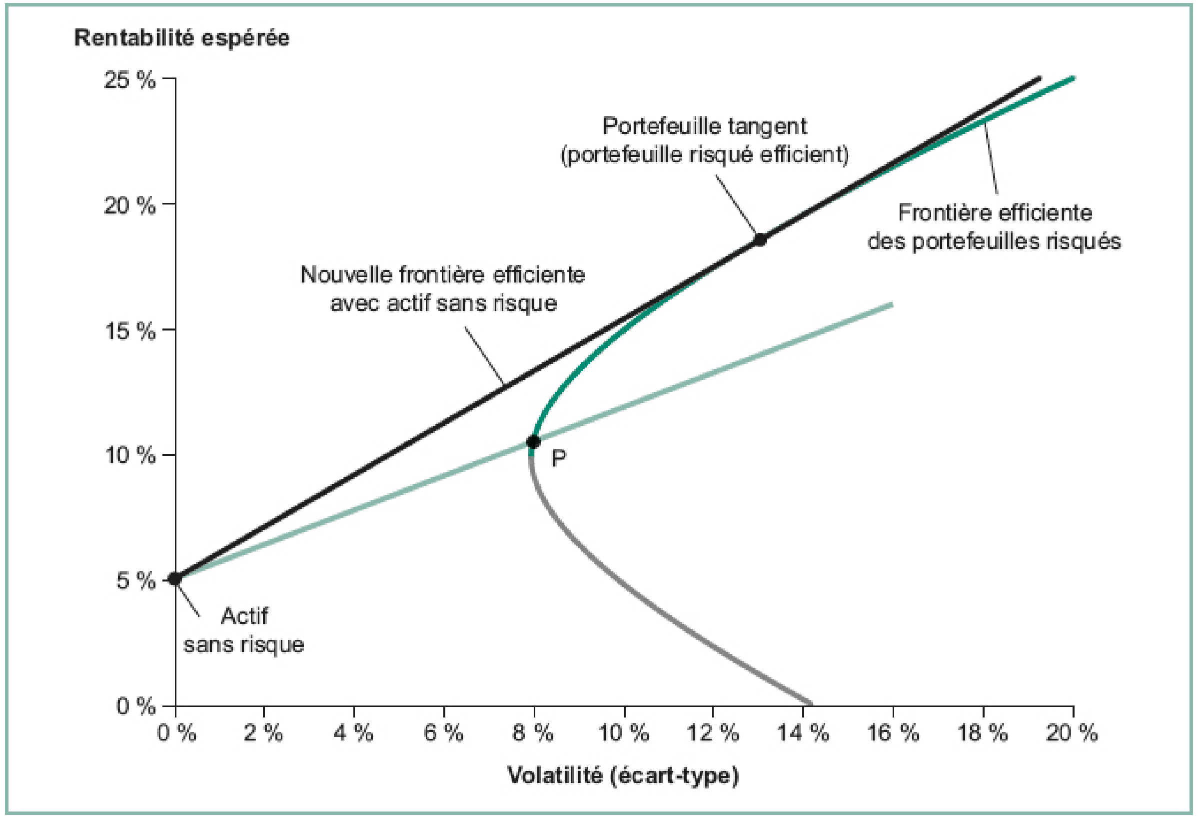


Identification du portefeuille tangent

- Pour un niveau de risque donné, l'investisseur cherchant à obtenir la rentabilité espérée la plus élevée possible doit chercher la droite la plus pentue combinant l'actif sans risque et un portefeuille appartenant à la frontière efficiente des actifs risqués.

$$\text{Ratio de Sharpe} = \frac{\text{Rentabilité excédentaire du portefeuille}}{\text{Volatilité du portefeuille}} = \frac{E\left[R_P\right] - r_f}{\sigma_{R_P}}$$

Le portefeuille tangent



Connecting talents

MEDAF (Le modèle d’évaluation des actifs financiers)

Beta, risque spécifique, risque systématique, prime de risque

Les hypothèses

- Les investisseurs peuvent prêter ou emprunter au taux d'intérêt sans risque et ils peuvent acheter ou vendre n'importe quel actif financier à son prix de marché, sans supporter ni coûts de transaction, ni impôts.
- Tous les investisseurs détiennent un portefeuille efficient, c'est-à-dire un portefeuille offrant la rentabilité espérée la plus élevée pour une volatilité donnée.
- Les investisseurs forment des anticipations homogènes sur les rentabilités espérées, les volatilités et les corrélations de tous les actifs financiers.

Sous ces hypothèses…

- Tous les investisseurs déterminent la même frontière efficiente sur laquelle se trouvent les portefeuilles efficients offrant la rentabilité espérée maximale pour un niveau de risque donné. Tous les investisseurs identifient le même portefeuille tangent qui maximise le ratio de Sharpe;
- Tous les investisseurs détiennent des actifs risqués dans les mêmes proportions, celles du portefeuille tangent, le portefeuille de tous les actifs risqués.
- => Nous en déduisons qu’à l’équilibre tous les titres offerts sont détenus et le portefeuille tangent est le portefeuille de marché.

Sous ces hypothèses…

- Tous les investisseurs déterminent la même frontière efficiente sur laquelle se trouvent les portefeuilles efficients offrant la rentabilité espérée maximale pour un niveau de risque donné. Tous les investisseurs identifient le même portefeuille tangent qui maximise le ratio de Sharpe;
- Tous les investisseurs détiennent des actifs risqués dans les mêmes proportions, celles du portefeuille tangent, le portefeuille de tous les actifs risqués.
- => Nous en déduisons qu'à l'équilibre tous les titres offerts sont détenus et le portefeuille tangent est le portefeuille de marché.

Le MEDAF

Le portefeuille de marché étant le portefeuille tangent, la relation rentabilité risque peut se réécrire de la manière suivante :

$$E[R_i] = r_i = r_f + \underbrace{\beta_i \times \left(E[R_m] - r_f\right)}_{\text{Prime de risque du titre } i}$$

$$\beta_i = \frac{\overbrace{\sigma_{R_i} \times Corr\left(R_i, R_m\right)}^{\substack{\text{Part de la volatilité du titre } i \text{ qui} \\ \text{est commune avec celle du marché}}}}{\sigma_{R_m}} = \frac{Cov\left(R_i, R_m\right)}{Var\left[R_m\right]}$$

Le bêta d’un titre mesure donc la part de sa volatilité qui est due au risque systématique lorsque le portefeuille de marché est pris comme référence.

Risque systématique et MEDAF

Le MEDAF permet de déterminer l'espérance de rentabilité $E(R_i)$ de tout actif i en fonction de la rentabilité de marché R_M et du beta du titre noté β_i, qui représente la sensibilité de la rentabilité du titre i aux fluctuations du marché. Le beta est exprimé comme suit:

$$\beta_i = \frac{cov(R_i, R_M)}{Var(R_M)}$$

β_i est donc une mesure de risque systématique qui affecte l'ensemble des titres. Il s'agit d'un risque non diversifiable.

Sensibilité au risque systématique : le bêta

- Le bêta β d'un actif représente la variation espérée, en pourcentage, de sa rentabilité suite à une modification de 1 % de celle du portefeuille de marché.
- Ex. La rentabilité du portefeuille de marché augmente de 47 % lorsque l'économie est en croissance et baisse de 25 % en période de récession. *Quel est le bêta d'une action dont les rentabilités sont respectivement de 40 % et – 20 % dans ces deux états de la nature ? Quel est le bêta d'une action stable ?*

$$\beta_S = \frac{60\ \%}{72\ \%} = 0{,}833 \qquad \beta_I = \frac{0\ \%}{72\ \%} = 0$$

Bêtas des entreprises du CAC 40

Entreprise	Secteur d'activité	Bêta (mensuel sur 5 ans)	Capitalisation boursière (en milliards d'euros)
Thales (HO.PA)	Industrie	0,29	19,3
Orange (ORA.PA)	Télécommunications	0,33	32,4
Sodexo (SW.PA)	Voyage et loisir	0,44	12,8
Veolia Environnement (VIE.PA)	Services aux collectivités	0,44	14,7
Sanofi (SAN.PA)	Santé	0,46	105,2
L'Oréal (OR.PA)	Vente aux consommateurs	0,47	134,5
Pernod Ricard (RI.PA)	Alimentaire	0,47	38,9
EssilorLuxotica (EL.PA)	Santé	0,54	53,9
Publicis (PUB.PA)	Médias	0,55	8,4
Danone (BN.PA)	Alimentaire	0,56	43,7
Hermes International (RMS.PA)	Vente aux consommateurs	0,58	66,5
Vivendi (VIV.PA)	Médias	0,59	27,3
Vinci (DG.PA)	BTP et matériaux	0,63	55,5
Unibail-WFD (ARX.AS)	Immobilier	0,65	15,1
Safran (SAF.PA)	Industrie	0,69	49,7
Cap Gemini (CAP.PA)	Technologie	0,92	16,8
Legrand (LR.PA)	Industrie	0,97	18,4
Saint-Gobain (SGO.PA)	BTP et matériaux	1,03	17,2
Accor (AC.PA)	Voyage et loisir	1,06	8,8
Schneider Electric (SU.PA)	Industrie	1,08	52,7
Michelin (ML.PA)	Automobile	1,11	17,2
Airbus (AIR.PA)	Industrie	1,15	84,7
AXA (CS.PA)	Assurance	1,16	50,7
Kering (KER.PA)	Vente aux consommateurs	1,20	63,8
STMicroelectronics (STM.PA)	Technologie	1,22	22,2
Société Générale (GLE.PA)	Banque	1,23	21,8
BNP Paribas (BNP.PA)	Banque	1,37	54,7
Atos (ATO.PA)	Technologie	1,44	7,3
Renault (RNO.PA)	Automobile	1,51	7,8
Crédit Agricole (ACA.PA)	Banque	1,59	31,2
PSA Groupe (UG.PA)	Automobile	1,79	15,8
Technip FMC (FTI.PA)	Pétrole et gaz	1,81	6,0
ArcelorMittal (MT.AS)	Matériaux de base	2,34	13,1

Source: Finance d'Entreprise, Ed. Pearson, J. Berk, P. DeMarzo, G. Capelle Blanchard, N. Couderc

Risque spécifique et risque systématique

- Les dividendes et les cours des actions varient en fonction de deux types d'informations différentes :
  - Les informations spécifiques à l'entreprise.
  - Les informations relatives à l'ensemble du marché.
- Risque spécifique:
  - « idiosyncratique », « non systématique », ou « diversifiable », ou « individuel ».
  - Ex. : Cambriolage
- Risque systématique :
  - « non diversifiable », ou « de marché », ou « commun »
  - Ex. : Catastrophe naturelle

Risque diversifiable / risque systématique

- *Parmi les risques suivants, lesquels sont diversifiables ? Systématiques ? Lesquels auront une influence sur la prime de risque exigée par les investisseurs ?*
  a) Le fondateur d'une entreprise part à la retraite.
  b) Le prix du pétrole augmente, ce qui fait augmenter les coûts de production.
  c) Suite à un défaut de conception, un produit doit être retiré de la vente.
  d) La baisse de la demande provoque un ralentissement de la croissance économique.

Mesurer le risque systématique: principes

- Identifier le risque systématique : le portefeuille de marché.
  - Impose de déterminer, dans la volatilité de ses rentabilités, la part qui incombe à son exposition au risque systématique. Cela revient à évaluer la sensibilité de l'action aux chocs systématiques qui influencent l'économie dans son ensemble.
- L'effet de la diversification augmente avec le nombre d'actifs composant le portefeuille.
  - Poussant la logique à son terme, on peut supposer que le portefeuille le plus efficient est celui qui bénéficie d'une diversification maximale. Pour ce faire, il doit contenir l'ensemble des actifs cotés sur le marché ; on parle alors de portefeuille de marché.

Prime de risque

- La prime de risque est nulle lorsque le risque peut être annulé grâce à la diversification. Les investisseurs ne peuvent donc pas obtenir de prime de risque lorsqu'ils s'exposent à des risques spécifiques.
- La prime de risque offerte par un actif est déterminée uniquement par son risque systématique ; elle ne dépend pas de son risque diversifiable.
- La volatilité peut être considérée comme une mesure de risque adaptée dans le cas d'un portefeuille diversifié, mais n'est toutefois pas adaptée pour mesurer le risque d'un titre individuel.

Estimer la prime de risque

$$\text{Prime de risque de marché } = E[R_m] - r_f$$

Estimation du coût du capital d'un investissement à partir de son bêta

$$\begin{aligned}[R_I] &= \text{Taux sans risque} + \beta_I \times \text{Prime de risque de marché} \\ &= r_f + \beta_I \times (E[R_m] - r_f)\end{aligned}$$

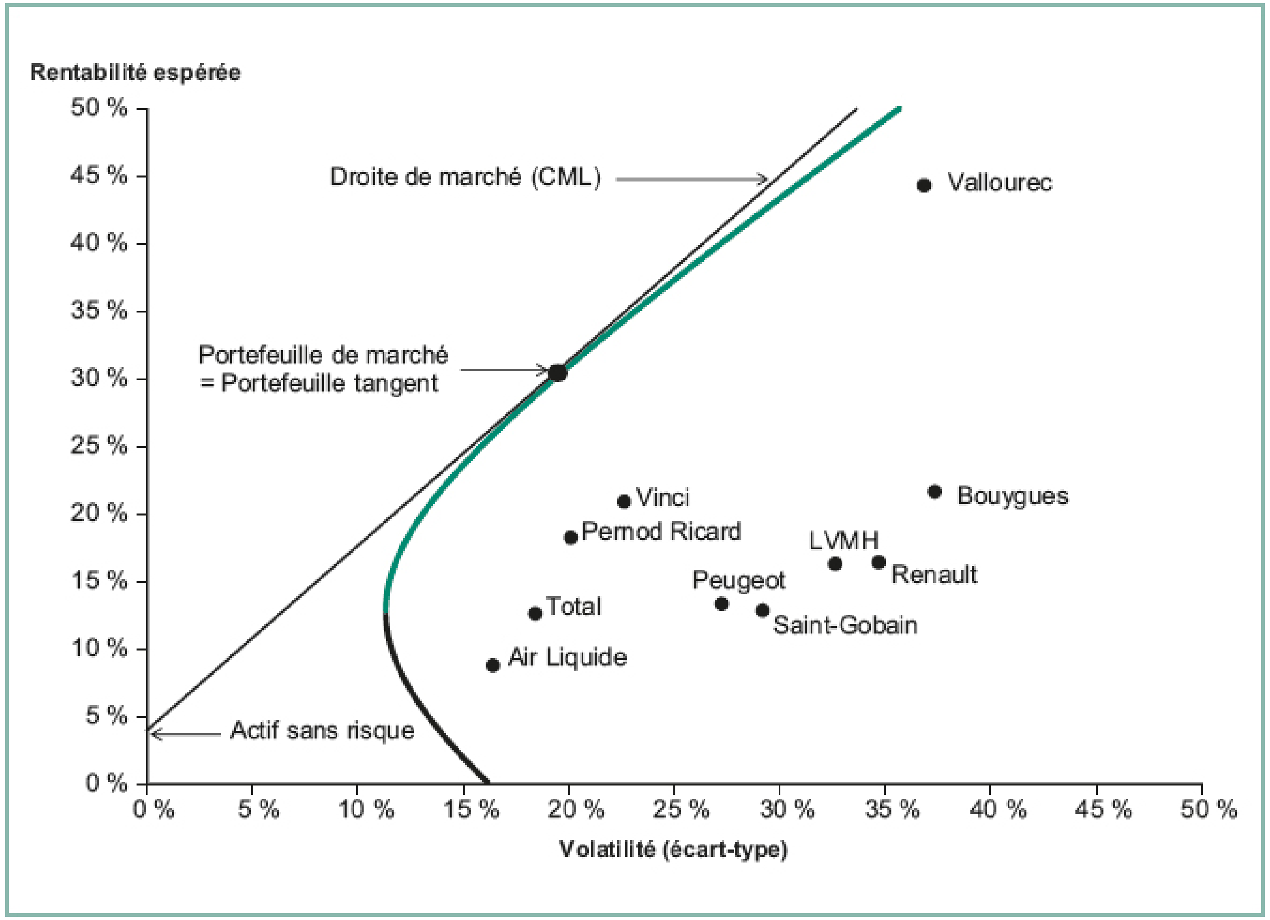
Exemple 1

- Supposons que l'action ENT a un beta de 1.2. La prime de risque **de marché** est de 7% et le taux **sans risque** est de 5%. Quelle sera la **rentabilité exigée** par un investisseur souhaitant investir dans l'action ENT?

- $E(R_i)=5\% + 1.2*7\%=13.4\%$

La droite de marché

Si les hypothèses du MEDAF sont valides, le portefeuille de marché est efficient et le portefeuille tangent de la figure est le portefeuille de marché.



Source: Gestion de Portefeuille, ed. Dunod, R. Estran, E. Harb, I. Veryzhenko

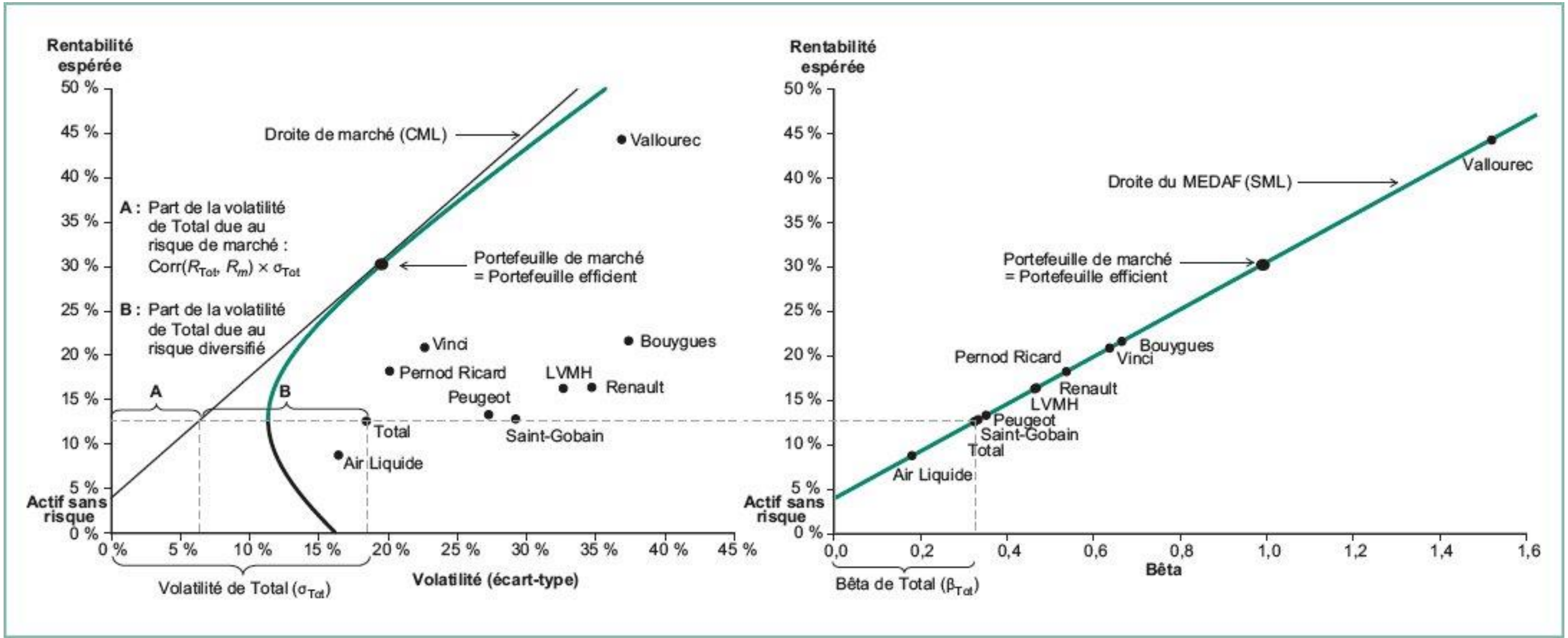
La droite de marché

- La frontière efficiente en présence d'un actif sans risque est applée « droite de marché » ou « **Capital Market Line** » CML
- En pratique, le portefeuille de marché est difficile à identifier, un indice boursier est considéré comme une approximation du vrai portefeuille de marché.
- En France, le CAC 40 représente le portefeuille de marché.

La droite du MEDAF (« des titres », « SML »)

- La rentabilité R_i estimée à partir de l'équation du MEDAF représente celle exigée pour couvrir le risque systématique encouru. À l'équilibre du marché, l'ensemble des titres se trouvent dans l'espace beta-rentabilité (**et non sigma-rentabilité**, comme le cas de la droite de marché), tout le long d'une droite que l'on appelle **droite des titres** ou **SML**.
- Il existe donc une relation linéaire entre le bêta d'un titre et l'espérance de rentabilité
- Tous les titres et tous les portefeuilles possibles sont situés sur la droite SML

La droite du MEDAF, Security Market Line (SML)



Source: Gestion de Portefeuille, ed. Dunod, R. Estran, E. Harb, I. Veryzhenko

Exemple

- La volatilité de l'action Omega est de 15% et celle du portefeuille de marché est de 20%. La corrélation entre le titre Omega et le portefeuille de marché est 0.8. Les investisseurs estiment que la valeur de cet actif sera de 60 euros dans une période.
- La société Omega promet de distribuer 1 euro de dividende pour chaque action dans une période. Le taux sans risque est de 2%. La rentabilité du portefeuille de marché est de 14%.
- Quel **prix** devront payer les investisseurs pour une action Omega aujourd'hui?

Corrigé

- Calcul du beta de l'action Omega: $0.8 * 0.15/0.20 = 0.6$
  - 0.6 représente la sensibilité du cours de l'action Omega par rapport aux fluctuations du marché.
- La rentabilité exigée d'Omega :

$$K = 2\% + 0.6 * (14\% - 2\%) = 9.2\%$$

- Les investisseurs déterminent le prix actuel en fonction de la rentabilité exigée:

$$P_0 = (P_1 + D_1)/(1 + K) = (60 + 1)/(1 + 0.092) = 55.86$$

- Les investisseurs seront donc disposés à payer 55.86 euros pour détenir une action de la société Omega afin de couvrir le risque systématique de l'action mesuré par son beta.

Exemple

- *Quel est le beta du portefeuille de marché?*
  - La corrélation des rentabilités d'un actif avec lui-même: 1.

- *Quel est le beta de l'actif sans risque?*
  - La rentabilité de l'actif sans risque est connue ex-ante et ne varie pas, sa volatilité est donc nulle. Donc, $beta = 0$

Exemple

- Le taux sans risque est de 5%. Le portefeuille de marché a une rentabilité espérée de 30% et une volatilité de 20%. Air Liquide a une volatilité de 35% et une corrélation avec le portefeuille de marché de 0,27.
- *Quel est le beta d'Air Liquide?*
- *Sous le MEDAF, quelle est sa rentabilité espérée?*

Corrigé

- Le beta de l'action Air Liquide est donné par
$$0.27 * 0.35/0.20 = 0.47$$
- Sa rentabilité sous le MEDAF est calculée:
$$5\% + 0.47 * (30\% - 5\%) = 16.75\%$$
- Les investisseurs sont donc en droit d'exiger une rentabilité espérée de 16.75% afin de compenser le risque (systématique) associé à la détention d'Air Liquide.

Rentabilité espérée d'un titre à beta négatif

- Le bêta de l'action Alarue (ALR) est de – 0,3.

  - Selon le MEDAF, que vaudrait la rentabilité espérée sur ce titre comparé au taux sans risque ?

  - Comment expliquer ce résultat ?

Solution

Comme la rentabilité espérée du marché est supérieure au taux sans risque, celle d'ALR sera inférieure au taux sans risque. À titre d'exemple, si le taux sans risque est de 4 % et la rentabilité espérée du marché de 10 %, celle-ci est :

$$E[R_{ALR}] = r_f + \beta_{ALR}(E[R_m] - r_f) = 4\ \% - 0{,}30\ (10\ \% - 4\ \%) = 2{,}2\ \%$$

Ce résultat peut paraître surprenant : *pourquoi les investisseurs accepteraient-ils une rentabilité de 2,2 % pour détenir un actif risqué alors qu'ils peuvent obtenir 4 % sans risque* ?
Réponse: En fait, un **investisseur rationnel** ne détient pas uniquement des actions Alarue : il les combine avec d'autres titres afin d'obtenir un portefeuille diversifié. Or, le bêta d'Alarue est négatif. La corrélation de ses rentabilités avec celles du portefeuille de marché est par conséquent elle-même négative. Lorsque le marché baisse, les actions Alarue ont ainsi tendance à augmenter. Cet actif s'apparente donc à un **produit de couverture** : il permet de réduire le risque systématique d'un portefeuille. Ces actions constituent une assurance contre la baisse ! Les investisseurs acceptent de payer le prix de cette assurance sous la forme d'une rentabilité espérée inférieure au taux sans risque.

Exemple : rentabilité espérée d'un portefeuille

- Les betas des actions LVMH et Renault sont respectivement de 1.3 et 1.7. Le taux sans risque est de 5%. Le rentabilité espérée du portefeuille de marché est de 35%.
- Sous le MEDAF, quelle est l'espérance de rentabilité d'un portefeuille équipondéré de ces deux titres?

Solution

Deux méthodes:

- 1) On calcule la rentabilité de chacun des titres puis la rentabilité moyenne pondérée du portefeuille:
  - E(Renta LVMH)=5%+1.3*(35%-5%)=44%
  - E(R Renault)=5%+1.7*(35%-5%)=56%
  - E(Renta portefeuille)=0.5*0.44+0.5*0.56=50%
- 2) On calcule le beta du portefeuille=moyenne pondérée des betas des titres individuels: beta portefeuille =0.5*1.3+0.5*1.7=1.5%
  - E(Renta portefeuille)=5%+1.5*(35%-5%)=50%

Actif surévalué ou sous évalué?

- Lorsque le portefeuille de marché est efficient, tous les titres et tous les portefeuilles se situent sur la droite du MEDAF (SML).
- Par conséquent, la différence entre la rentabilité espérée du titre i sur le marché et sa rentabilité exigée par l'investisseur (alpha de Jensen) est nulle.
- Lorsque le portefeuille de marché n'est plus efficient, i.e., lorsque certains titres ne sont plus sur la SML, leurs **alphas** ne sont plus nuls.
- On dit que ces titres sont surévalués (en-dessous de la SML, alpha négati) ou sous-évalués (en-dessus de la SML, alpha positif)

Actif surévalué ou sous évalué?

- Un actif en dessous de la SML est un actif qui fait moins bien que ce qui est prévu par le MEDAF, il est donc sur-évalué par les investisseurs par rapport à ce qui est réalisé sur le marché.
- Un actif au dessus de la SML est un actif qui fait mieux que ce qui est prévu par le MEDAF, il est donc sous-évalué par les investisseurs par rapport à ce qui est réalisé sur le marché.
- En dehors de l'équilibre, les investisseurs peuvent détenir un portefeuille plus performant que le portefeuille de marché: la performance est d'autant plus forte que le portefeuille contient des titres dont la rentabilité espérée sur le marché dépasse la rentabilité exigée par l'investisseur (Alpha positif).

Source: Gestion de Portefeuille, ed. Dunod, R. Estran, E. Harb, I. Veryzhenko

Exercice

- Supposons que le MEDAF soit une bonne description des rendements des cours des actions. Le rendement attendu du marché est de 8% avec une volatilité de 12% et le taux sans risque est de 3%. Une nouvelle arrive qui ne modifie aucun de ces chiffres, mais elle modifie les rendements attendus des actions suivantes.
- Lesquelles d'entre elles représentent des opportunités d'achat ?

Titre	Rentabilité espérée	Volatilité	Beta
A	8%	28%	1.2
B	13%	40%	1.7
C	7%	20%	0.8
D	10%	32%	1.3

Connecting talents

Exercices

Grenoble INP | UGA

GRENOBLE iae Graduate school of Management

EFMD ACCREDITED | BACHELOR

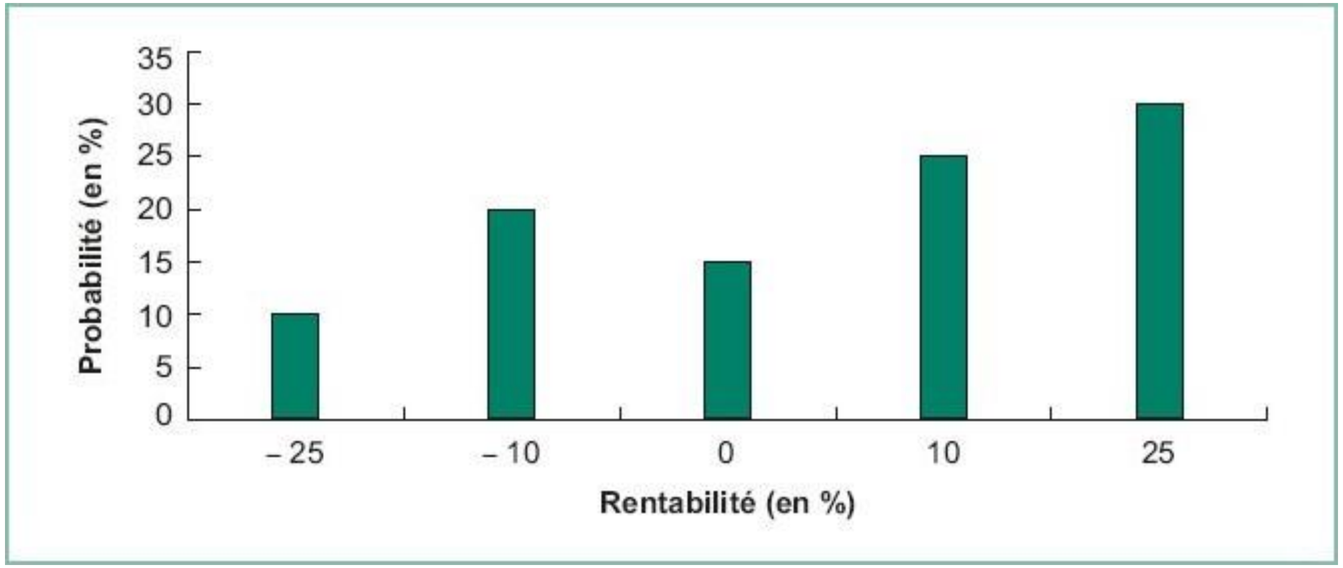
AACSB Business Education Alliance Member

OBSIS IMPACT

EFMD GLOBAL FNEGE

QUALICERT SGS

- La figure représente la densité de probabilité des rentabilités annuelles de l’action Logre. Quelle est sa rentabilité espérée ? Quel est l’écart-type de ses rentabilités ?



Source: Finance d'Entreprise, Ed. Pearson, J. Berk, P. DeMarzo, G. Capelle Blanchard, N. Couderc

Le tableau donne la densité de probabilité des rentabilités annuelles de l'action Pousset. Quelle est sa rentabilité espérée ? Quel est l'écart-type de ses rentabilités ?

Probabilité	40 %	20 %	20 %	10 %	10 %
Rentabilité	– 100 %	– 75 %	– 50 %	– 25 %	1 000 %

- En quoi la relation entre la rentabilité moyenne et la volatilité historique d’une action se différencie-t-elle de la même relation dans le cas d’un portefeuille diversifié ?

- Jean est un investisseur qui a une forte aversion au risque. Il a le choix entre deux portefeuilles. Les rentabilités espérées et les volatilités des deux portefeuilles sont identiques.
  - Le premier contient des titres qui fluctuent tous à l'identique : en cas de hausse d'un titre, tous augmentent et réciproquement en cas de baisse.
  - Le second portefeuille est composé de titres dont les rentabilités sont indépendantes : la variation du prix d'un titre n'a pas d'influence sur les prix des autres.
- Quel portefeuille Jean doit-il choisir ? Pourquoi ?

- Il existe deux types d’actions : S et I. Les prix des actions de type S évoluent de manière coordonnée. Les prix des actions de type I varient de manière indépendante. Quelles que soient les actions, elles ont une probabilité de 60 % d’avoir une rentabilité de 15 % et une probabilité de 40 % d’avoir une rentabilité de – 10 %.
- Quelle est la volatilité d’un portefeuille équipondéré composé de 20 actions S ?
- De 20 actions I ?

- Pourquoi la prime de risque d’un actif ne dépend-elle pas de son risque diversifiable ?

- Parmi les risques suivants, lesquels relèvent de risques systématiques et de risques diversifiables ?
  - Le P-DG disparaît dans un accident d’avion.
  - L’économie entre en récession, ce qui réduit la demande adressée à l’entreprise.
  - L’ingénieur le plus doué de la division R&D part chez la concurrence.
  - Les recherches en cours dans la division R&D n’aboutissent pas.

- Le taux d’intérêt sans risque est de 5 %. Le portefeuille de marché aura, chaque année, autant de probabilités d’augmenter de 40 % que de baisser de 20 %. Comparez les deux stratégies d’investissement suivantes : (i) investir la première année dans l’actif sans risque et la suivante dans le portefeuille de marché ; (ii) investir sur deux ans dans le portefeuille de marché.
  - Quelle stratégie aura la rentabilité espérée la plus importante ?
  - Quelle stratégie aura l’écart-type le plus grand ?
  - Détenir les actions sur une plus longue période réduit-il le risque ?

- Qu’appelle-t-on un portefeuille efficient ?

- Que mesure le bêta d’un actif ?

- Quel actif subira la perte la plus importante en cas de chute de 10 % du marché :
  - 1 000 € investis dans un titre avec un bêta de 1,23 ?
  - 5 000 € investis dans un titre avec un bêta de 0,53 ?
  - 2 500 € investis dans un titre avec un bêta de 0,90 ?

- On suppose que le portefeuille de marché a autant de probabilités d'augmenter de 30 % que de baisser de 10 % :
    - Quel est le bêta du titre PIR dont le cours augmente de 43 % en moyenne lorsque le marché est haussier et diminue de 17 % lorsque le marché est baissier ?
    - Quel est le bêta du titre POL dont le cours augmente de 18 % en moyenne lorsque le marché est baissier et diminue de 22 % lorsque le marché est haussier ?
    - Quel est le bêta du titre JAK dont le cours augmente de 4 %, alors que le marché est stable ?

- Si la prime de risque du marché et le taux sans risque sont, respectivement, de 6,5 % et 5 %, quel est le coût du capital d'un projet dont le bêta est de 1,2 ?

- Un portefeuille est composé de 1 000 actions Cap Gemini (CAP), 10 000 actions Ubisoft (UBI) et 5 000 actions BNP Paribas (BNP). Les prix de marché et les rentabilités espérées sont respectivement 40 €, 8 €, 50 € et 12 %, 10 %, 10,5 %.
  - Quelles sont les pondérations de ces trois actions dans le portefeuille ?
  - Quelle est la rentabilité espérée du portefeuille ?
  - On suppose que les actions Cap Gemini et Ubisoft s'apprécient de 5 € alors que celles de BNP Paribas se déprécient de 10 €. Quelles sont les nouvelles pondérations de ces trois actions dans le portefeuille ?
  - On suppose que les rentabilités espérées des actions restent inchangées. Quelle est la rentabilité espérée du portefeuille compte tenu des nouveaux prix des actions ?

On suppose que le marché est composé seulement des trois actions suivantes :

Action	Nombre total d'actions en circulation	Prix de marché (en euros)	Rentabilité espérée
A	100 millions	100	18 %
B	50 millions	120	12 %
C	200 millions	30	15 %

a. Quelle est la capitalisation boursière de ce marché ?

b. Quel est le poids représenté par chaque action dans cette capitalisation boursière ?

c. Un investisseur détient le portefeuille de marché, c'est-à-dire un portefeuille dont les pondérations correspondent exactement à celles des trois actions telles que déterminées en *b*. Quelle est la rentabilité espérée d'un tel portefeuille ?

- Il existe deux façons de calculer l’espérance de rentabilité d’un portefeuille : à partir de la valeur globale du portefeuille et des dividendes totaux ou à partir de la moyenne pondérée des espérances de rentabilité des titres qui le composent.
    - Quelle méthode donne la rentabilité espérée la plus élevée ?

- On suppose que les rentabilités de deux actifs affichent une corrélation de + 1. Si la rentabilité du premier actif est au-dessus de la moyenne cette année, quelle est la probabilité que la rentabilité du deuxième actif soit au-dessus de la moyenne ?

- Les actions AA et BB ont une volatilité égale à 40 %. Quelle est la volatilité d'un portefeuille investi à 50 % dans chacune des deux actions si leur corrélation est (a) + 1 ; (b) 0,50 ; (c) 0 ; (d) – 0,50 ; (e) – 1 ? Dans quels cas la volatilité du portefeuille est-elle inférieure à celle des deux actions ?

- On suppose que la volatilité de l'action Alpha Éditeurs (AE) est égale à 60 % et celle de l'action Bêta Imprimeur (BI) à 30 %. Si la corrélation entre les actions est de 25 %, quelle est la volatilité des portefeuilles investis dans les deux actifs de la manière suivante : (a) 100 % BI ; (b) 75 % BI et 25 % AE ; (c) 50 % AE et 50 % BI ?

- On suppose que les volatilités des actions Avon et Nova sont égales à, respectivement, 50 % et 25 % et que ces deux titres sont parfaitement négativement corrélés. Quelle doit être la composition du portefeuille de risque nul investi dans ces deux titres ?

- On suppose que la volatilité de l’action Tex est égale à 40 % et que celle de l’action Mex est de 20 %. Si les deux actions sont non corrélées :
  - Quelle est la composition du portefeuille dont la volatilité est égale à celle de l’action Mex ?
  - Quelle est la composition du portefeuille de volatilité minimale ?

- On suppose que les volatilités des titres d’un même secteur d’activité sont égales à 50 % et que les corrélations entre paires d’actions sont de 20 %. Quelle est la volatilité d’un portefeuille équipondéré composé de : (a) 1 titre ; (b) 30 titres ; (c) 1 000 titres ?

- Quelle est la volatilité d’un portefeuille équipondéré composé de nombreux titres d’un même secteur d’activité dans lequel les volatilités sont égales à 50 % et dont les corrélations entre paires d’actions sont de 40 % ?

- Dans un portefeuille équipondéré, les volatilités des titres sont égales à 50 % et les corrélations entre paires d’actions sont de 20 %.
    - Quelle est la volatilité du portefeuille si le nombre de titres devient très grand ?
    - Quelle est la corrélation moyenne entre chaque titre et le portefeuille ?

- Un portefeuille est composé des actions A et B. La volatilité de l'action A est égale à 65 % et sa corrélation avec le portefeuille est de 10 %. La volatilité de l'action B est égale à 30 % et sa corrélation avec le portefeuille est de 25 %. La volatilité du portefeuille augmentera-t-elle si on vend une faible quantité d'actions B et qu'on investit le montant récupéré dans les actions A ? Et si on fait le contraire ?

- Un portefeuille est composé de trois actifs, Delta, Gamma et Oméga dont les volatilités sont égales à, respectivement, 60 %, 30 % et 20 %. Le portefeuille est investi à 50 % dans Delta, 25 % dans Gamma et 25 % dans Oméga.
  - Quelle est la volatilité maximale du portefeuille ?
  - Si la volatilité du portefeuille est celle calculée en *a*, quelle est la corrélation entre Delta et Oméga ?

- L’espérance de rentabilité de l’action Renault est de 20 % et sa volatilité est égale à 40 %. L’espérance de rentabilité de l’action Pernod Ricard est de 10 % et sa volatilité est égale à 30 %. Les deux actions ne sont pas corrélées.
    - Quelles sont l’espérance de rentabilité et la volatilité d’un portefeuille équipondéré composé de ces deux titres ?
    - Un portefeuille uniquement constitué d’actions Pernod Ricard est-il efficient ?
    - Et s’il est uniquement constitué d’actions Renault ?

- On suppose que les actions Kering ont une rentabilité espérée de 26 % et une volatilité de 50 %, alors que celles de Danone sont respectivement de 6 % et 25 %. On suppose que les deux actions sont parfaitement négativement corrélées.
  - Quelle est la composition du portefeuille de risque nul ?
  - S'il n'existe pas d'opportunités d'arbitrage, quel est le taux d'intérêt sans risque de l'économie ?