Principes des Systèmes de Gestion de Bases de Données

#2 – Modèle et Algèbre Relationnels

Équipe pédagogique BD

Ensimag 2ème année

Objectifs du cours

Ce que vous avez vu jusqu'ici...

- Définition d'un SGBD
- Architecture, fonctions d'un SGBD
- Au centre d'un SGBD : le modèle de données

Aujourd'hui, nous allons parler du

Modèle relationnel

(NB : ce cours sera peut-être une redite ....)

Vision globale du cours

- Introduction SGBD et modèles de données ✓
- Bases de données relationnelles
  - Modèle relationnel
  - Algèbre relationnelle
  - SQL ✗
- Transactions ✗
- Conception de bases de données ✗
  - Analyse, dépendances, normalisation ✗
  - Modèle entité-associations, traduction en relationnel ✗

Le modèle relationnel

- Introduit par Edgar Franck Codd en 1970
- Malgré la percée des approches *NoSQL*, ce modèle est utilisé dans une grande majorité des SGBD utilisés aujourd'hui dans les Systèmes d'Information
- Forces du modèle relationnel :
  - Simplicité (le « tableau »)
  - Formalisme mathématique clair (théorie des ensembles)
  - Opérateurs d'interrogation puissants
  - Structuré (séparation schéma / données)
- Faiblesses du modèle relationnel :
  - Plat (pas de structure imbriquée, pas d'héritage)
  - Structuré (séparation schéma / données)

Relation

Notion centrale du modèle relationnel : la relation...

R	$\text{att}_1 : \mathcal{D}_1$	...	$\text{att}_j : \mathcal{D}_j$	...	$\text{att}_n : \mathcal{D}_n$
	$t_{1,1}$	...	$t_{1,j}$	...	$t_{1,n}$
	...	...	...	...	...
	$t_{i,1}$	...	$t_{i,j}$	...	$t_{i,n}$
	...	...	...	...	...
	$t_{m,1}$	...	$t_{m,j}$	...	$t_{m,n}$

Relation : détails

R	$\mathrm{att}_1 : \mathcal{D}_1$	...	$\mathrm{att}_j : \mathcal{D}_j$	...	$\mathrm{att}_n : \mathcal{D}_n$
	$t_{1,1}$	...	$t_{1,j}$	...	$t_{1,n}$
	...	...	...	...	...
	$t_{i,1}$	...	$t_{i,j}$	...	$t_{i,n}$
	...	...	...	...	...
	$t_{m,1}$	...	$t_{m,j}$	...	$t_{m,n}$

Relation : détails

R	$\text{att}_1 : \mathcal{D}_1$	...	$\text{att}_j : \mathcal{D}_j$	...	$\text{att}_n : \mathcal{D}_n$	
	$t_{1,1}$	...	$t_{1,j}$	...	$t_{1,n}$	
	...	...	...	...	...	
	$t_{i,1}$	...	$t_{i,j}$	...	$t_{i,n}$	$\rightarrow$ n-uplet (ligne)
	...	...	...	...	...	
	$t_{m,1}$	...	$t_{m,j}$	...	$t_{m,n}$	

- Ensemble de n-uplets = extension de la relation (données)
- Une relation est un ensemble de n-uplets. Conséquences :
  - lignes non ordonnées
  - pas de doublons
- m = cardinal de la relation (= nombre de n-uplets)

Relation : détails

R	$\mathrm{att_1} : \mathcal{D}_1$	...	$\mathrm{att_j} : \mathcal{D}_j$	...	$\mathrm{att_n} : \mathcal{D}_n$
	$t_{1,1}$	...	$t_{1,j}$	...	$t_{1,n}$
	...	...	...	...	...
	$t_{i,1}$	...	$t_{i,j}$	...	$t_{i,n}$
	...	...	...	...	...
	$t_{m,1}$	...	$t_{m,j}$	...	$t_{m,n}$

$\rightarrow$ schéma de relation

- Schéma = intension de la relation (définition abstraite)
- **R** = nom de la relation (et du schéma)
- n = arité de la relation (relation n-aire)
- contraintes d'intégrité

Relation : détails

R	$\text{att}_1 : \mathcal{D}_1$	...	$\text{att}_\text{j} : \mathcal{D}_j$	...	$\text{att}_\text{n} : \mathcal{D}_n$
	$t_{1,1}$	...	$t_{1,j}$	...	$t_{1,n}$
	...	...	...	...	...
	$t_{i,1}$	...	$t_{i,j}$	...	$t_{i,n}$
	...	...	...	...	...
	$t_{m,1}$	...	$t_{m,j}$	...	$t_{m,n}$

$\downarrow$

attribut

- $\text{att}_\text{j} : \mathcal{D}_j =$ nom et domaine d'attribut ;
- att_j précise le rôle du domaine dans la relation ; tous les noms sont différents ; l'ordre est sans importance ;
- $\{t_{1,j}, \ldots, t_{m,j}\}$ = projection de **R** sur l'attribut att_j (extension)

Exemple

Élèves	prénom	nom	e-mail	filière
	Luke	Skywalker	`skywalker@imag.fr`	MMIS
	Dark	Vador	`vador@imag.fr`	IF
	Han	Solo	`solo@falcon.com`	IF
	Leia	Solo	`princess@falcon.com`	MMIS
	Jabba	The Hut	`jabba@imag.fr`	ISSC

dont le schéma est...

Élèves : {prénom : String, nom : String, e-mail : String,
filière :{MMIS, IF, ISSC, SLE, ISI}}.

(Remarque : pour simplifier on peut omettre le domaine des attributs)

Contraintes d'intégrité

- Dans le modèle relationnel, le concepteur d'une base de données peut définir des contraintes ;
- La définition d'une contrainte se fait sur le schéma de la base,i.e., les schémas (intensions) de ses relations ;
- Les données (les n-uplets, les extensions des relations) doivent se conformer aux contraintes
- Trois types de contraintes :
  - valeur ou domaine ;
  - unicité (clé ou autres attributs) ;
  - intégrité référentielle (contrainte de référence).

Contraintes de valeur / domaine

- Définition : une condition booléenne sur les attributs d'une relation.
- Exemple : note ≥ 0 et note ≤ 20.
- Sémantique : tous les n-uplets de la relation doivent vérifier la condition booléenne.

Contrainte d'unicité de clé

- Définition : un sous-ensemble $\{\mathrm{att}_1, \ldots, \mathrm{att}_k\}$ d'attributs d'un schéma de relation **R** qui identifie de manière unique un n-uplet.
- Sémantique formelle : pour tout $(t_1, t_2) \in \mathbf{R}$, si t_1 et t_2 coïncident sur $\{\mathrm{att}_1, \ldots, \mathrm{att}_k\}$ alors $t_1 = t_2$.
  $\rightsquigarrow$ on dit que $\{\mathrm{att}_1, \ldots, \mathrm{att}_k\}$ est une clef de **R**.
- Sémantique informelle : Il n'existe pas deux n-uplets de la relation possédant des valeurs identiques sur tous les $\{\mathrm{att}_1, \ldots, \mathrm{att}_k\}$. Les valeurs des att_i ne peuvent pas être nulles.
  Un n-uplet est identifié de manière unique par sa / ses clés. Toute relation a au moins une clé.

Contrainte d'unicité de clé : exemple

Élèves : {<u>prénom</u>, <u>nom</u>, e-mail, filière}

Élèves	prénom	nom	e-mail	filière
→	Dark	Vador	`vador@imag.fr`	IF
	Obi-Wan	Kenobi	`kenobio@imag.fr`	MMIS
	Han	Solo	`solo@falcon.com`	IF
→	Dark	Vador	`vador@blackstar.com`	IF

$\leadsto$ ne respecte pas la contrainté d'unicité de clé !

Contraintes de référence

Élèves	prénom	nom	e-mail	filière
	Dark	Vador	`vador@imag.fr`	IF
	Obi-Wan	Kenobi	`kenobio@imag.fr`	MMIS
	Han	Solo	`solo@falcon.com`	IF

Notes	cours	prénom	nom	note
	sport	Dark	Vador	20
$\rightarrow$	sport	Jabba	The Hut	3
	pilotage	Han	Solo	15

Comment imposer le fait que tout élève apparaissant dans la table **Notes** *apparaisse aussi dans la table* **Élèves** *?* $\rightsquigarrow$ Contrainte de référence

Contraintes de référence

- Définition : une correspondance entre des attributs $\{\mathrm{att}_1, \ldots, \mathrm{att}_k\}$ d'un schéma **R** et des attributs $\{\mathrm{att}'_1, \ldots, \mathrm{att}'_k\}$ d'un autre schéma $\mathbf{R}'$.
- Exemple : **Notes**(prénom, nom) référence **Élèves**(prénom, nom)
- Sémantique formelle :
  1. Pour tout tuple $t \in \mathbf{R}$, il existe un tuple $t' \in \mathbf{R}'$ tel que $t[\mathrm{att}_1, \ldots, \mathrm{att}_k] = t'[\mathrm{att}'_1, \ldots, \mathrm{att}'_k]$.
  2. $\{\mathrm{att}'_1, \ldots, \mathrm{att}'_k\}$ est une clef de **R'**
- Sémantique informelle : tout « objet » de **R** correspond à un et un seul « objet » de **R'**.

Base de données relationnelle

Schéma d'une base de données relationnelle

- Un ensemble de schémas de relations
- Un ensemble de contraintes de valeur par schéma de relation
- Un ensemble de contraintes d'unicité de clé par schéma de relation
- Un ensemble de contraintes de référence

Base de données relationnelle

- Un schéma de base de données relationnelle
- Des données ensembles de n-uplets respectant le schéma et vérifiant toutes les contraintes d'intégrité.

Exemple de schéma

Élèves : {prénom : String, nom : String, e-mail : String, filière :{MMIS, IF, ISSC, SLE, ISI} }.

Notes : {cours : String, prénom_élève† : String, nom_élève† : String, note : $\mathbb{Q}$}

Notes vérifie (note $\geq$ 0) $\wedge$ (note $\leq$ 20)

† **Notes**(prénom_élève, nom_élève) référence **Élèves**(prénom, nom)

Des opérateurs pour le modèle relationnel

Algèbre relationnelle : une algèbre au sens large (mathématique) du terme...

- **un ensemble** : l'ensemble $\mathcal{R}$ des relations
- **des opérateurs** : des lois internes sur les relations :
  - Opérateurs unaires ($f : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$) : projection, sélection
  - Opérateurs binaires ($f : \mathcal{R} \times \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$) : union, intersection, différence, produit, jointure, division.

Projection

Notation

$$\pi_{\mathsf{att}_1,\ldots,\mathsf{att}_\mathsf{n}}(\mathbf{R})$$

- **R** une relation ;
- $\mathsf{att}_1, \ldots, \mathsf{att}_\mathsf{n}$ un sous-ensemble d'attributs de **R**.

Résultat : La projection d'une relation sur un ensemble d'attributs construit une relation possédant les attributs de cet ensemble $(\mathsf{att}_1, \ldots, \mathsf{att}_\mathsf{n})$

Projection : exemple

Projection sur l'attribut nom de la relation **Élèves**...

Élèves	prénom	nom	e-mail	filière
	Luke	Skywalker	`skywalker@imag.fr`	MMIS
	Dark	Vador	`vador@imag.fr`	IF
	Han	Solo	`solo@falcon.com`	IF
	Leia	Solo	`princess@falcon.com`	MMIS
	Jabba	The Hut	`jabba@imag.fr`	ISSC

π_{nom}(**Élèves**)	nom
	Skywalker
	Vador
	Solo
	The Hut

Sélection

Notation

$$\sigma_P(\mathbf{R})$$

- **R** une relation ;
- P une condition booléenne (un critère) sur les attributs de **R**.

Résultat : La sélection d'une relation **R** selon un critère construit une relation dont l'extension contient les tuples de **R** satisfaisant ce critère.

Sélection : exemple

Sélection dans la relation **Notes** des tuples dont la note est inférieure à 10.

Notes	cours	prénom	nom	note
	sport	Dark	Vador	20
	sport	Jabba	The Hut	3
	pilotage	Han	Solo	15

$\sigma_{\text{note}<10}$(**Notes**)	cours	prénom	nom	note
	sport	Jabba	The Hut	3

Passage à la pratique

Exercice (R1)

Quelles sont les adresses e-mail des élèves de la filière ISSC ?

À vous de jouer...

Passage à la pratique

Exercice (R2)

Quels sont les élèves (prénom et nom) ayant eu moins de 10 à une matière ?

À vous de jouer. . .

Opérateurs ensemblistes

Notation

$$\mathbf{R}_1 \cup \mathbf{R}_2 \quad ; \quad \mathbf{R}_1 \cap \mathbf{R}_2 \quad ; \quad \mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2$$

$\mathbf{R}_1$ et $\mathbf{R}_2$ deux relations de même schéma.

Résultat :

- Union : tous les tuples contenus dans $\mathbf{R}_1$ ou $\mathbf{R}_2$
- Intersection : tous les tuples contenus dans $\mathbf{R}_1$ et $\mathbf{R}_2$
- Différence : tous les tuples contenus dans $\mathbf{R}_1$ mais pas dans $\mathbf{R}_2$

Différence : exemple

Différence entre **Élèves** et **Élèves 2**...

Élèves	prénom	nom	e-mail	filière
	Luke	Skywalker	`skywalker@imag.fr`	MMIS
	Dark	Vador	`vador@imag.fr`	IF
	Han	Solo	`solo@falcon.com`	IF
	Leia	Solo	`princess@falcon.com`	MMIS

Élèves 2	prénom	nom	e-mail	filière
	Dark	Vador	`vador@imag.fr`	IF
	Obi-Wan	Kenobi	`kenobio@imag.fr`	MMIS

Élèves – Élèves 2	prénom	nom	e-mail	filière
	Luke	Skywalker	`skywalker@imag.fr`	MMIS
	Han	Solo	`solo@falcon.com`	IF
	Leia	Solo	`princess@falcon.com`	MMIS

Passage à la pratique

Exercice (R3)

Quels sont les élèves (prénom et nom) n'ayant que des notes supérieures (ou égales) à 10 ?

À vous de jouer...

Produit cartésien

Notation

$$\mathbf{R}_1 \times \mathbf{R}_2$$

$\mathbf{R}_1$ et $\mathbf{R}_2$ deux relations (de schémas quelconques).

Résultat : Toutes les combinaisons possibles (t_1, t_2) de tuples $t_1 \in \mathbf{R}_1$ et $t_2 \in \mathbf{R}_2$.

Produit cartésien : exemple

Élèves 2	prénom	nom	e-mail	filière
	Dark	Vador	`vador@imag.fr`	IF
	Obi-Wan	Kenobi	`kenobio@imag.fr`	MMIS

Notes	cours	prénom	nom	note
	sport	Dark	Vador	20
	sport	Jabba	The Hut	3
	pilotage	Han	Solo	15

R	**ÉI2**.pré	**ÉI2**.nom	e-mail	filière	cours	**N**.pré	**N**.nom	note
	Dark	Vador	`va[...]fr`	IF	sport	Dark	Vador	20
	Dark	Vador	`va[...]fr`	IF	sport	Jabba	The Hut	3
	Dark	Vador	`va[...]fr`	IF	pilotage	Han	Solo	15
	Obi-Wan	Kenobi	`ke[...]fr`	MMIS	sport	Dark	Vador	20
	Obi-Wan	Kenobi	`ke[...]fr`	MMIS	sport	Jabba	The Hut	3
	Obi-Wan	Kenobi	`ke[...]fr`	MMIS	pilotage	Han	Solo	15

Produit cartésien : remarques

- Produit cartésien possible entre relations ayant des attributs communs (de mêmes noms)
- Auto-produit ($\mathbf{R} \times \mathbf{R}$) possible aussi.

Usage : renommer les attributs pour éviter la confusion.

Jointure conditionnelle (θ-produit)

Notation

$$\mathbf{R}_1 \bowtie_P \mathbf{R}_2$$

- $\mathbf{R}_1$ et $\mathbf{R}_2$ deux relations (de schémas quelconques).
- P une condition booléenne (un critère) sur les attributs de $\mathbf{R}_1$ et $\mathbf{R}_2$.

Résultat : Mathématiquement[1] équivalent à un produit cartésien suivi d'une sélection : $\mathbf{R}_1 \bowtie_P \mathbf{R}_2 = \sigma_P(\mathbf{R}_1 \times \mathbf{R}_2)$.

Remarque : un θ-produit dont le prédicat est une égalité entre attributs est appelée equi-jointure.

[1] Mais pas forcément équivalent informatiquement (efficacité).

Jointure naturelle

Notation

$$\mathbf{R}_1 \bowtie \mathbf{R}_2$$

- $\mathbf{R}_1$ et $\mathbf{R}_2$ deux relations ayant des attributs en commun (de même nom).

Résultat : Toutes les combinaisons possibles (t_1, t_2) de tuples $t_1 \in \mathbf{R}_1$ et $t_2 \in \mathbf{R}_2$ pour lesquelles t_1 et t_2 ont les mêmes valeurs sur les attributs communs.
Les attributs communs sont fusionnés dans la relation résultante.

Jointure naturelle : exemple

Jointure entre **Élèves 2** et **Notes** : informellement, liste des élèves (avec leurs données) et leurs notes.

Élèves 2	prénom	nom	e-mail	filière
	Dark	Vador	`vador@imag.fr`	IF
	Obi-Wan	Kenobi	`kenobio@imag.fr`	MMIS

Notes	cours	prénom	nom	note
	sport	Dark	Vador	20
	sport	Jabba	The Hut	3
	pilotage	Han	Solo	15

Él 2 $\bowtie$ Notes	prénom	nom	e-mail	filière	cours	note
	Dark	Vador	`vador@imag.fr`	IF	sport	20

Passage à la pratique

Exercice (R4)

Quelles sont les adresses e-mail des élèves ayant moins de 10 à au moins une matière ?

À vous de jouer. . .

Passage à la pratique

Exercice (R5)

Quels sont les élèves (prénom, nom) qui ont eu moins que Dark Vador en sport ?

La division

Notation

$$\mathbf{R}_1 \div \mathbf{R}_2$$

$\mathbf{R}_1$ et $\mathbf{R}_2$ deux relations telles que l'ensemble des attributs de $\mathbf{R}_2$ est inclus dans l'ensemble des attributs de $\mathbf{R}_1$.

- Att_2 : ensemble des attributs de $\mathbf{R}_2$
- $Att_1 = Att_2 \cup Att_3$: ensemble des attributs de $\mathbf{R}_1$

Résultat : Tous les tuples t_3 sur Att_3 tels que : pour chaque tuple $t_2 \in \mathbf{R}_2$ (sur Att_2), le tuple (t_2, t_3) (sur Att_1) existe dans $\mathbf{R}_1$.

Division : exemple

Informellement : donner les noms d'élèves qui apparaissent à la fois dans la filière MMIS et dans la filière IF (dans toutes les filières de $\mathbf{R}_2$).

Élèves 3	nom	filière
	Skywalker	MMIS
	Vador	IF
	Solo	IF
	Solo	MMIS
	The Hut	ISSC

$\div$

$\mathbf{R}_2$	filière
	MMIS
	IF

Élèves 3 $\div$ $\mathbf{R}_2$	nom
	Solo

Passage à la pratique

Exercice (R6)

Quels sont les élèves (prénom, nom, e-mail) qui ont une note dans toutes les matières de l'Ensimag ?

À vous de jouer...

Avant de terminer ... Un peu de logique

Par nature, les projections, sélections et jointures expriment :

- de simples restrictions de domaines :

$$\{x \in \mathcal{X} \mid P(x) \text{ est vrai } \}$$

- ou des quantifications existentielles :

$$\{x \in \mathcal{X} \mid \exists y \in \mathcal{Y},\ Q(x,y) \text{ est vrai } \}$$

Certaines requêtes ne sont pas de ce type-là, les requêtes universelles :

$$\{x \in \mathcal{X} \mid \forall y \in \mathcal{Y},\ R(x,y) \text{ est vrai } \}$$

ou :

$$\{x \in \mathcal{X} \mid \nexists y \in \mathcal{Y},\ S(x,y) \text{ est vrai } \}$$

(**Remarque** : la dernière requête est équivalente à : $\{x \in \mathcal{X} \mid \forall y \in \mathcal{Y},\ \neg S(x,y) \text{ est vrai } \}$)

Comment traiter ces requêtes ?

$$\{x \in \mathcal{X} \mid \forall y \in \mathcal{Y},\ R(x, y) \text{ est vrai } \}$$

1. Les reconnaître
2. Éventuellement utiliser la logique pour les mettre sous une forme exploitable
3. Utiliser la différence ou la division.

Vision globale du cours

- Introduction SGBD et modèles de données ✓
- Bases de données relationnelles ✓
  - Modèle relationnel ✓
  - Algèbre relationnelle ✓
  - SQL ✗
- Transactions ✗
- Conception de bases de données ✗
  - Analyse, dépendances, normalisation ✗
  - Modèle entité-associations, traduction en relationnel ✗

Ce Qu'il Faut Retenir

- Domaine, Relation, Attribut, schéma de relation.
- Contrainte d'unicité de clé, contrainte d'intégrité référentielle (de référence).
- Schéma de base de données relationnelle et instance d'un schéma.
- Opérateurs basiques de l'algèbre relationnelle : sélection (σ), projection (π), produit cartésien ($\times$), union ($\cup$), et différence ($-$).
- Définition des opérateurs étendus de l'algèbre relationnelle : intersection ($\cap$), jointure conditionnelle ($\bowtie_F$), jointure naturelle ($\bowtie$) et division ($\div$).

Semi-jointures

Notation

$$\mathbf{R}_1 \ltimes \mathbf{R}_2 \text{ (gauche)} \quad \mathbf{R}_1 \rtimes \mathbf{R}_2 \text{ (droite)}$$

- $\mathbf{R}_1$ et $\mathbf{R}_2$ deux relations (de schémas quelconques).

Résultat : Mathématiquement équivalent à une jointure naturelle suivie d'une projection sur les attributs de R_1 ($\ltimes$) ou R_2 ($\rtimes$)

- $\mathbf{R}_1 \ltimes \mathbf{R}_2 = \pi_{Att(\mathbf{R}_1)}(\mathbf{R}_1 \bowtie \mathbf{R}_2)$
- $\mathbf{R}_1 \rtimes \mathbf{R}_2 = \pi_{Att(\mathbf{R}_2)}(\mathbf{R}_1 \bowtie \mathbf{R}_2)$

Semi-jointure à gauche : exemple

Jointure entre **Élèves 2** et **Notes** : informellement, les élèves qui ont une note.

Élèves 2	prénom	nom	e-mail	filière
	Dark	Vador	`vador@imag.fr`	IF
	Obi-Wan	Kenobi	`kenobio@imag.fr`	MMIS

Notes	cours	prénom	nom	note
	sport	Dark	Vador	20
	sport	Jabba	The Hut	3
	pilotage	Han	Solo	15

Él 2 $\ltimes$ Notes	prénom	nom	e-mail	filière
	Dark	Vador	`vador@imag.fr`	IF

Jointures externes

Notation

$$\mathbf{R}_1 \text{⟕} \mathbf{R}_2 \text{ (gauche)} \quad \mathbf{R}_1 \text{⟖} \mathbf{R}_2 \text{ (droite)}$$

- $\mathbf{R}_1$ et $\mathbf{R}_2$ deux relations (de schémas quelconques).

Résultat : tous les tuples de $\mathbf{R}_1 \bowtie \mathbf{R}_2$, auxquels on ajoute :

- pour la jointure à gauche tous les tuples $t_1 \cdot (\mathbf{null}, ..., \mathbf{null})$ pour tout tuple $t_1 \in \mathbf{R}_1$ n'apparaissant pas dans la jointure naturelle
- pour la jointure à droite tous les tuples $(\mathbf{null}, ..., \mathbf{null}) \cdot t_2$ pour tout tuple $t_2 \in \mathbf{R}_2$ n'apparaissant pas dans la jointure naturelle

Formellement :

$$\mathbf{R}_1 \text{⟕} \mathbf{R}_2 = \mathbf{R}_1 \bowtie \mathbf{R}_2 \cup \Big((\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_1 \ltimes \mathbf{R}_2) \times \{(\mathbf{null}, \ldots, \mathbf{null})\} \Big)$$

Jointure externe à gauche : exemple

Jointure externe à gauche entre **Élèves 2** et **Notes** : informellement, les élèves (avec leurs données) et leurs notes, y compris les élèves qui n'ont pas de notes

Élèves 2	prénom	nom	e-mail	filière
	Dark	Vador	`vador@imag.fr`	IF
	Obi-Wan	Kenobi	`kenobio@imag.fr`	MMIS

Notes	cours	prénom	nom	note
	sport	Dark	Vador	20
	sport	Jabba	The Hut	3
	pilotage	Han	Solo	15

Él 2 ⟕ Notes	prénom	nom	e-mail	filière	cours	note
	Dark	Vador	`vador@imag.fr`	IF	sport	20
	Obi-Wan	Kenobi	`kenobio@imag.fr`	MMIS	**null**	**null**

Jointure externe complète

Notation

$$\mathbf{R}_1 ⟗ \mathbf{R}_2$$

- $\mathbf{R}_1$ et $\mathbf{R}_2$ deux relations (de schémas quelconques).

Résultat : l'union des jointures externes à gauche et à droite de R_1 et R_2.

Formellement :

$$\mathbf{R}_1 ⟗ \mathbf{R}_2 = \mathbf{R}_1 ⟕ \mathbf{R}_2 \cup \mathbf{R}_1 ⟖ \mathbf{R}_2$$

Jointure externe complète : exemple

Jointure externe complète entre **Élèves 2** et **Notes**

Élèves 2	prénom	nom	e-mail	filière
	Dark	Vador	`vador@imag.fr`	IF
	Obi-Wan	Kenobi	`kenobio@imag.fr`	MMIS

Notes	cours	prénom	nom	note
	sport	Dark	Vador	20
	sport	Jabba	The Hut	3
	pilotage	Han	Solo	15

Él 2 ⟗ Notes	prénom	nom	e-mail	filière	cours	note
	Dark	Vador	`v[...]g.fr`	IF	sport	20
	Obi-Wan	Kenobi	`k[...]g.fr`	MMIS	**null**	**null**
	Jabba	The Hut	**null**	**null**	sport	3
	Han	Solo	**null**	**null**	pilotage	15