Grammaires : TD3

Feuille 2 – exercice 2
Feuille 1 – exercices 5 et 6

Feuille 2 – exercice 2 : Décrire les langages de programmation

Question 1 : Écrire une grammaire décrivant les identificateurs Python v.2 (non-terminal *Idf*) sur le vocabulaire

$$V_1 = \{\mathbf{a}, \ldots, \mathbf{z}, \mathbf{A}, \ldots, \mathbf{Z}, \mathbf{0}, \ldots, \mathbf{9}, \_\}$$

(en v.3 d'autres caractères sont permis).
Contrainte : un identificateur ne peut commencer par un chiffre.

Feuille 2 – exercice 2 : Décrire les langages de programmation

Question 1 : Écrire une grammaire décrivant les identificateurs Python v.2 (non-terminal *Idf*) sur le vocabulaire

$$V_1 = \{\mathbf{a}, \ldots, \mathbf{z}, \mathbf{A}, \ldots, \mathbf{Z}, \mathbf{0}, \ldots, \mathbf{9}, \_\}$$

(en v.3 d'autres caractères sont permis).
Contrainte : un identificateur ne peut commencer par un chiffre.

Correction :

$$\begin{array}{lcl}
\textit{Idf} & \rightarrow & \text{début suite-idf} \\
\text{début} & \rightarrow & \mathbf{a} \mid \ldots \mid \mathbf{z} \mid \mathbf{A} \mid \ldots \mid \mathbf{Z} \mid _ \\
\text{suite-idf} & \rightarrow & \varepsilon \mid \text{symb suite-idf} \\
\text{symb} & \rightarrow & \text{début} \mid \mathbf{0} \mid \ldots \mid \mathbf{9}
\end{array}$$

Feuille 2 – exercice 2 : Décrire les langages de programmation

Question 1 : Écrire une grammaire décrivant les identificateurs Python v.2 (non-terminal *Idf*) sur le vocabulaire

$$V_1 = \{\mathbf{a}, \ldots, \mathbf{z}, \mathbf{A}, \ldots, \mathbf{Z}, \mathbf{0}, \ldots, \mathbf{9}, \_\}$$

(en v.3 d'autres caractères sont permis).
Contrainte : un identificateur ne peut commencer par un chiffre.

Correction :

$$\begin{array}{lcl}
\mathit{Idf} & \rightarrow & \text{début suite-idf} \\
\text{début} & \rightarrow & \mathbf{a} \mid \ldots \mid \mathbf{z} \mid \mathbf{A} \mid \ldots \mid \mathbf{Z} \mid _ \\
\text{suite-idf} & \rightarrow & \varepsilon \mid \text{symb suite-idf} \\
\text{symb} & \rightarrow & \text{début} \mid \mathbf{0} \mid \ldots \mid \mathbf{9}
\end{array}$$

Note : langage régulier (cf. doc Python 2)

Feuille 2 – exercice 2

Question 2 : En Python l'instruction d'affectation est de la forme :
Inst $\rightarrow$ *Cible* = *Exp*. En partie gauche (*Cible*), on peut trouver (entre autres) les éléments suivants :

- un identificateur (ex : `x` = 1)
- un attribut d'un objet (ex : `o.x` = 0)
- un élément d'une liste (ex : `l[i+1]` = 0)

Exemples : $x[y.z]$, $x.y[2]$

Écrire une grammaire **non ambiguë** décrivant la catégorie syntaxique *Cible* (restreinte aux cas ci-dessus).
On utilisera le non-terminal *Idf* défini à la question 1 ainsi que le non-terminal *Exp* (une expression quelconque), à ne pas définir.

Feuille 2 – exercice 2

Question 2 : En Python l'instruction d'affectation est de la forme :
Inst $\rightarrow$ *Cible* = *Exp*. En partie gauche (*Cible*), on peut trouver (entre autres) les éléments suivants :

- un identificateur (ex : `x` = 1)
- un attribut d'un objet (ex : `o.x` = 0)
- un élément d'une liste (ex : `l[i+1]` = 0)

Exemples : $x[y.z]$, $x.y[2]$

Écrire une grammaire **non ambiguë** décrivant la catégorie syntaxique *Cible* (restreinte aux cas ci-dessus).
On utilisera le non-terminal *Idf* défini à la question 1 ainsi que le non-terminal *Exp* (une expression quelconque), à ne pas définir.

Correction :

$$\mathit{Cible} \rightarrow \mathit{Idf} \mid \mathit{Cible}\ .\ \mathit{Idf} \mid \mathit{Cible}\ [\ \mathit{Exp}\ ]$$

Feuille 2 – exercice 2

Question 2 : En Python l'instruction d'affectation est de la forme : *Inst* $\rightarrow$ *Cible* = *Exp*. En partie gauche (*Cible*), on peut trouver (entre autres) les éléments suivants :

- un identificateur (ex : `x` = 1)
- un attribut d'un objet (ex : `o.x` = 0)
- un élément d'une liste (ex : `l[i+1]` = 0)

Exemples : $x[y.z]$, $x.y[2]$

Écrire une grammaire **non ambiguë** décrivant la catégorie syntaxique *Cible* (restreinte aux cas ci-dessus).
On utilisera le non-terminal *Idf* défini à la question 1 ainsi que le non-terminal *Exp* (une expression quelconque), à ne pas définir.

Correction :

$$\mathit{Cible} \rightarrow \mathit{Idf} \mid \mathit{Cible}\ .\ \mathit{Idf} \mid \mathit{Cible}\ [\ \mathit{Exp}\ ]$$

ou bien

$$\begin{array}{lcllll} \mathit{Cible} & \rightarrow & \mathrm{Idf}\ \mathit{Suite} & & & \\ \mathit{Suite} & \rightarrow & .\ \mathit{Idf} & \mid\ [\ \mathit{Exp}\ ] & \mid\ \varepsilon & \end{array}$$

Feuille 2 – exercice 2

Question 2 : En Python l'instruction d'affectation est de la forme : $Inst \rightarrow Cible = Exp$. En partie gauche (*Cible*), on peut trouver (entre autres) les éléments suivants :

- un identificateur (ex : `x` = 1)
- un attribut d'un objet (ex : `o.x` = 0)
- un élément d'une liste (ex : `l[i+1]` = 0)

Exemples : $x[y.z]$, $x.y[2]$

Écrire une grammaire **non ambiguë** décrivant la catégorie syntaxique *Cible* (restreinte aux cas ci-dessus).
On utilisera le non-terminal *Idf* défini à la question 1 ainsi que le non-terminal *Exp* (une expression quelconque), à ne pas définir.

Correction :

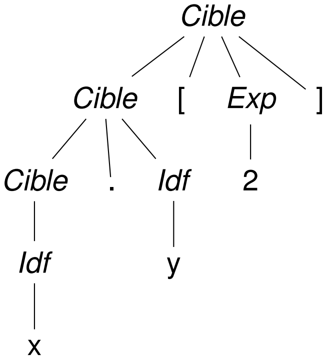
$$Cible \rightarrow Idf \mid Cible\ .\ Idf \mid Cible\ [\ Exp\ ]$$

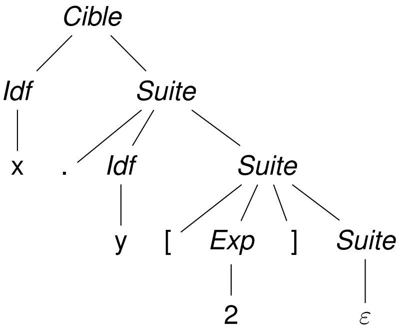
ou bien

$$\begin{array}{lcl} Cible & \rightarrow & \mathrm{Idf}\ Suite \\ Suite & \rightarrow & .\ Idf\ Suite \mid [\ Exp\ ]\ Suite \mid \varepsilon \end{array}$$

Feuille 2 – exercice 2 – question 2

Exemple : x.y[2]





On préfère en général la solution 1 !
Mais la solution 2 a aussi ses avantages (*cf.* TL2).

Feuille 2 – exercice 2 – questions 3 et 4

Question 3 : En fait une cible peut aussi être une liste de cibles. Cette liste doit être non vide, commence par une parenthèse ouvrante et finit par une parenthèse fermante. Les cibles sont séparées par une virgule et la dernière peut être suivie d'une virgule.
Compléter la grammaire pour prendre en compte cette définition.

Feuille 2 – exercice 2 – questions 3 et 4

Question 3 : En fait une cible peut aussi être une liste de cibles. Cette liste doit être non vide, commence par une parenthèse ouvrante et finit par une parenthèse fermante. Les cibles sont séparées par une virgule et la dernière peut être suivie d'une virgule.
Compléter la grammaire pour prendre en compte cette définition.

Correction :

$$\begin{array}{lcl} \textit{Cible} & \rightarrow & \ldots \;\mid\; (\ \textit{Liste-Cible}\ ) \\ \textit{Liste-Cible} & \rightarrow & \textit{Cible}\ ,\ \textit{Liste-Cible} \;\mid\; \textit{Cible} \;\mid\; \textit{Cible}\ , \end{array}$$

Feuille 2 – exercice 2 – questions 3 et 4

Question 3 : En fait une cible peut aussi être une liste de cibles. Cette liste doit être non vide, commence par une parenthèse ouvrante et finit par une parenthèse fermante. Les cibles sont séparées par une virgule et la dernière peut être suivie d'une virgule.
Compléter la grammaire pour prendre en compte cette définition.

Correction :

$$\begin{array}{lcl} \textit{Cible} & \rightarrow & \ldots \mid (\ \textit{Liste-Cible}\ ) \\ \textit{Liste-Cible} & \rightarrow & \textit{Cible}\ ,\ \textit{Liste-Cible} \mid \textit{Cible} \mid \textit{Cible}\ , \end{array}$$

Question 4 : Donner des exemples d'expressions qui ne sont pas des cibles.

Feuille 2 – exercice 2 – questions 3 et 4

Question 3 : En fait une cible peut aussi être une liste de cibles. Cette liste doit être non vide, commence par une parenthèse ouvrante et finit par une parenthèse fermante. Les cibles sont séparées par une virgule et la dernière peut être suivie d'une virgule.
Compléter la grammaire pour prendre en compte cette définition.

Correction :

$$\begin{array}{lcl} \mathit{Cible} & \rightarrow & \ldots \;\mid\; (\; \mathit{Liste\text{-}Cible} \;) \\ \mathit{Liste\text{-}Cible} & \rightarrow & \mathit{Cible} \;,\; \mathit{Liste\text{-}Cible} \;\mid\; \mathit{Cible} \;\mid\; \mathit{Cible} \;, \end{array}$$

Question 4 : Donner des exemples d'expressions qui ne sont pas des cibles.

Correction : x+1, x**3, 42, . . .

Feuille 2 – exercice 2 – questions 3 et 4

Question 3 : En fait une cible peut aussi être une liste de cibles. Cette liste doit être non vide, commence par une parenthèse ouvrante et finit par une parenthèse fermante. Les cibles sont séparées par une virgule et la dernière peut être suivie d'une virgule.
Compléter la grammaire pour prendre en compte cette définition.

Correction :

$$\begin{array}{lcl} \textit{Cible} & \rightarrow & \ldots \ \mid \ (\ \textit{Liste-Cible}\ ) \\ \textit{Liste-Cible} & \rightarrow & \textit{Cible}\ ,\ \textit{Liste-Cible} \ \mid \ \textit{Cible} \ \mid \ \textit{Cible}\ , \end{array}$$

Question 4 : Donner des exemples d'expressions qui ne sont pas des cibles.

Correction : x+1, x**3, 42, ...

Doc Python 2 : instruction d'affectation

Feuille 1 – exercice 5

Soit $V_T = \{0, 1\}$.
Le langage W des mots de la forme ww n'est pas hors-contexte mais on peut montrer que son complémentaire C l'est.

Question 1 : Soit Y le langage des mots sur V_T **de longueur impaire** dont le milieu est 0.
Soit Z le langage des mots sur V_T **de longueur impaire** dont le milieu est 1.
Donner une grammaire hors-contexte pour chacun de ces langages.

Question 2 : Montrer que tout mot de $YZ \cup ZY$ n'est pas de la forme ww.

Question 3 : Montrer que tout mot de longueur paire, qui n'est pas de la forme ww appartient à $YZ \cup ZY$. En déduire une grammaire pour C.

Feuille 1 – exercice 5 – question 1

Soit $V_T = \{0, 1\}$.
Le langage W des mots de la forme ww n'est pas hors-contexte mais on peut montrer que son complémentaire C l'est.

Question 1 : Soit Y le langage des mots sur V_T **de longueur impaire** dont le milieu est 0. Soit Z le langage des mots sur V_T **de longueur impaire** dont le milieu est 1. Donner une grammaire hors-contexte pour chacun de ces languages.

Feuille 1 – exercice 5 – question 1

Soit $V_T = \{0, 1\}$.
Le langage W des mots de la forme *ww* n'est pas hors-contexte mais on peut montrer que son complémentaire C l'est.

Question 1 : Soit Y le langage des mots sur V_T **de longueur impaire** dont le milieu est 0. Soit Z le langage des mots sur V_T **de longueur impaire** dont le milieu est 1. Donner une grammaire hors-contexte pour chacun de ces languages.

Correction :

$$\mathrm{Y} \rightarrow 0$$

Feuille 1 – exercice 5 – question 1

Soit $V_T = \{0, 1\}$.
Le langage W des mots de la forme ww n'est pas hors-contexte mais on peut montrer que son complémentaire C l'est.

Question 1 : Soit Y le langage des mots sur V_T **de longueur impaire** dont le milieu est 0. Soit Z le langage des mots sur V_T **de longueur impaire** dont le milieu est 1. Donner une grammaire hors-contexte pour chacun de ces languages.

Correction :

$$\mathrm{Y} \rightarrow 0 \mid 0\mathrm{Y}0 \mid 0\mathrm{Y}1 \mid 1\mathrm{Y}0 \mid 1\mathrm{Y}1$$

Feuille 1 – exercice 5 – question 1

Soit $V_T = \{0, 1\}$.
Le langage W des mots de la forme ww n'est pas hors-contexte mais on peut montrer que son complémentaire C l'est.

Question 1 : Soit Y le langage des mots sur V_T **de longueur impaire** dont le milieu est 0. Soit Z le langage des mots sur V_T **de longueur impaire** dont le milieu est 1. Donner une grammaire hors-contexte pour chacun de ces languages.

Correction :

$$\begin{array}{lcl} \mathrm{Y} & \rightarrow & 0 \mid 0\mathrm{Y}0 \mid 0\mathrm{Y}1 \mid 1\mathrm{Y}0 \mid 1\mathrm{Y}1 \\ \mathrm{Z} & \rightarrow & 1 \mid 0\mathrm{Z}0 \mid 0\mathrm{Z}1 \mid 1\mathrm{Z}0 \mid 1\mathrm{Z}1 \end{array}$$

Feuille 1 – exercice 5 – question 1

Soit $V_T = \{0, 1\}$.
Le langage W des mots de la forme ww n'est pas hors-contexte mais on peut montrer que son complémentaire C l'est.

Question 1 : Soit Y le langage des mots sur V_T **de longueur impaire** dont le milieu est 0. Soit Z le langage des mots sur V_T **de longueur impaire** dont le milieu est 1. Donner une grammaire hors-contexte pour chacun de ces languages.

Correction :

$$\begin{array}{lcl}
\mathrm{Y} & \to & 0 \mid 0\mathrm{Y}0 \mid 0\mathrm{Y}1 \mid 1\mathrm{Y}0 \mid 1\mathrm{Y}1 \\
\mathrm{Z} & \to & 1 \mid 0\mathrm{Z}0 \mid 0\mathrm{Z}1 \mid 1\mathrm{Z}0 \mid 1\mathrm{Z}1
\end{array}$$

ou, en factorisant

$$\begin{array}{lcl}
\mathrm{Y} & \to & 0 \mid \mathrm{BYB} \\
\mathrm{Z} & \to & 1 \mid \mathrm{BZB} \\
\mathrm{B} & \to & 0 \mid 1
\end{array}$$

Feuille 1 – exercice 5 – question 2

Objectif : Si $u \in YZ \cup ZY$, alors u n'est pas de la forme ww.

Feuille 1 – exercice 5 – question 2

Objectif : Si $u \in YZ \cup ZY$, alors u n'est pas de la forme ww.

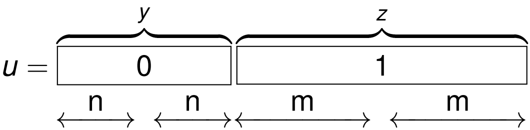
Soit u dans YZ. On a donc $u = yz$ avec $y \in Y$ et $z \in Z$.

$$u = \overbrace{\boxed{\quad 0 \quad}}^{y}\overbrace{\boxed{\quad\quad 1 \quad\quad}}^{z}$$

Feuille 1 – exercice 5 – question 2

Objectif : Si $u \in YZ \cup ZY$, alors u n'est pas de la forme ww.

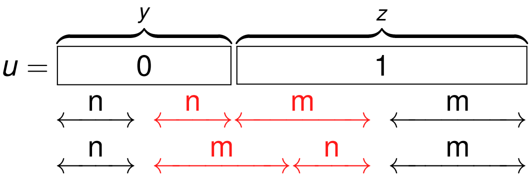
Soit u dans YZ. On a donc $u = yz$ avec $y \in Y$ et $z \in Z$.



Feuille 1 – exercice 5 – question 2

Objectif : Si $u \in YZ \cup ZY$, alors u n'est pas de la forme ww.

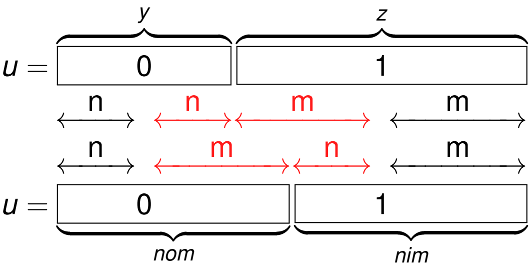
Soit u dans YZ. On a donc $u = yz$ avec $y \in Y$ et $z \in Z$.



Feuille 1 – exercice 5 – question 2

Objectif : Si $u \in YZ \cup ZY$, alors u n'est pas de la forme ww.

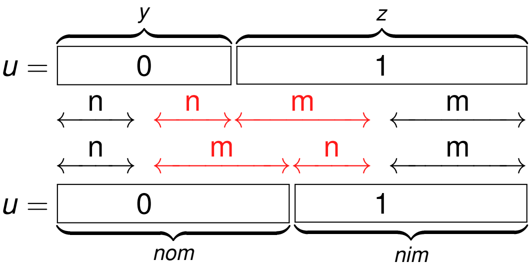
Soit u dans YZ. On a donc $u = yz$ avec $y \in Y$ et $z \in Z$.



Feuille 1 – exercice 5 – question 2

Objectif : Si $u \in YZ \cup ZY$, alors u n'est pas de la forme ww.

Soit u dans YZ. On a donc $u = yz$ avec $y \in Y$ et $z \in Z$.

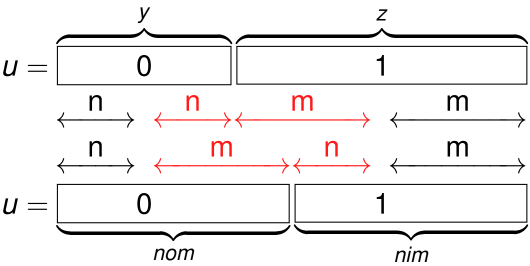


Il est clair que $|nom| = |nim| = n + m + 1$ et que $nom \neq nim$ (ils diffèrent en position $n + 1$).

Feuille 1 – exercice 5 – question 2

Objectif : Si $u \in YZ \cup ZY$, alors u n'est pas de la forme ww.

Soit u dans YZ. On a donc $u = yz$ avec $y \in Y$ et $z \in Z$.

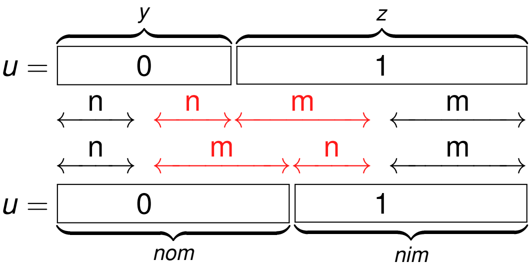


Il est clair que $|nom| = |nim| = n + m + 1$ et que $nom \neq nim$
(ils diffèrent en position $n + 1$).
Donc $u = nom.nim$ n'est pas de la forme $w.w$.

Feuille 1 – exercice 5 – question 2

Objectif : Si $u \in YZ \cup ZY$, alors u n'est pas de la forme ww.

Soit u dans YZ. On a donc $u = yz$ avec $y \in Y$ et $z \in Z$.



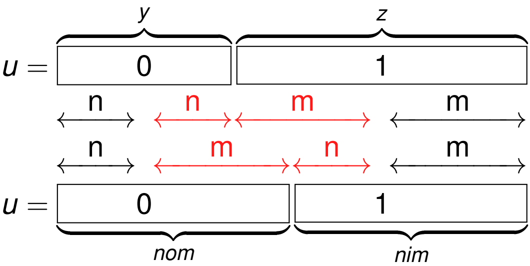
Il est clair que $|nom| = |nim| = n + m + 1$ et que $nom \neq nim$
(ils diffèrent en position $n + 1$).
Donc $u = nom.nim$ n'est pas de la forme $w.w$.

Note : On peut formaliser tout ça avec des indices.

Feuille 1 – exercice 5 – question 2

Objectif : Si $u \in YZ \cup ZY$, alors u n'est pas de la forme ww.

Soit u dans YZ. On a donc $u = yz$ avec $y \in Y$ et $z \in Z$.



Il est clair que $|nom| = |nim| = n + m + 1$ et que $nom \neq nim$ (ils diffèrent en position $n + 1$).
Donc $u = nom.nim$ n'est pas de la forme $w.w$.

Note : On peut formaliser tout ça avec des indices.

Et enfin, idem pour $u \in ZY$.

Feuille 1 – exercice 5 – question 3

Objectif : Tout mot de longueur paire, pas de la forme ww, appartient à $YZ \cup ZY$.

Feuille 1 – exercice 5 – question 3

Objectif : Tout mot de longueur paire, pas de la forme ww, appartient à $YZ \cup ZY$.

Il suffit de faire le raisonnement précédent à l'envers !

Feuille 1 – exercice 5 – question 3

Objectif : Tout mot de longueur paire, pas de la forme ww, appartient à $YZ \cup ZY$.

Il suffit de faire le raisonnement précédent à l'envers !
Soit u de longueur paire avec $u \neq ww$.
Alors u peut s'écrire $nom.nim$ avec $|nom| = |nim|$ et $nom \neq nim$.

Feuille 1 – exercice 5 – question 3

Objectif : Tout mot de longueur paire, pas de la forme ww, appartient à $YZ \cup ZY$.

Il suffit de faire le raisonnement précédent à l'envers !
Soit u de longueur paire avec $u \neq ww$.
Alors u peut s'écrire $nom.nim$ avec $|nom| = |nim|$ et $nom \neq nim$.
Comme $|nom| = |nim|$ et $nom \neq nim$, il existe $k \leqslant |nom|$ tel que $nom[k] \neq nim[k]$.

$$u = \overbrace{\boxed{\quad x \quad}}^{nom}\overbrace{\boxed{\quad y \quad}}^{nim} \qquad \text{avec } x \neq y$$

Feuille 1 – exercice 5 – question 3

Objectif : Tout mot de longueur paire, pas de la forme ww, appartient à $YZ \cup ZY$.

Il suffit de faire le raisonnement précédent à l'envers !
Soit u de longueur paire avec $u \neq ww$.
Alors u peut s'écrire $nom.nim$ avec $|nom| = |nim|$ et $nom \neq nim$.
Comme $|nom| = |nim|$ et $nom \neq nim$, il existe $n < |nom|$ tel que $nom[n+1] \neq nim[n+1]$.

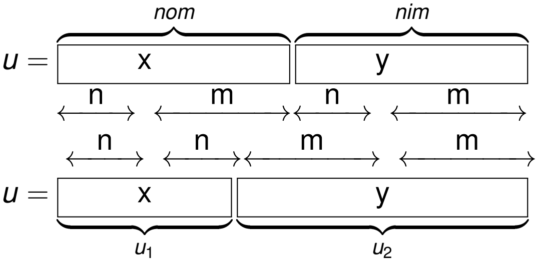
$$u = \overbrace{\boxed{\quad\quad x \quad\quad}}^{nom}\overbrace{\boxed{\quad\quad y \quad\quad}}^{nim} \qquad \text{avec } x \neq y$$

$$\underleftrightarrow{\ \ n\ \ }\ \underleftrightarrow{\quad m \quad}\ \underleftrightarrow{\ \ n\ \ }\ \underleftrightarrow{\quad m \quad}$$

Feuille 1 – exercice 5 – question 3

Objectif : Tout mot de longueur paire, pas de la forme ww, appartient à $YZ \cup ZY$.

Il suffit de faire le raisonnement précédent à l'envers !
Soit u de longueur paire avec $u \neq ww$.
Alors u peut s'écrire $nom.nim$ avec $|nom| = |nim|$ et $nom \neq nim$.
Comme $|nom| = |nim|$ et $nom \neq nim$, il existe $n < |nom|$ tel que $nom[n+1] \neq nim[n+1]$.

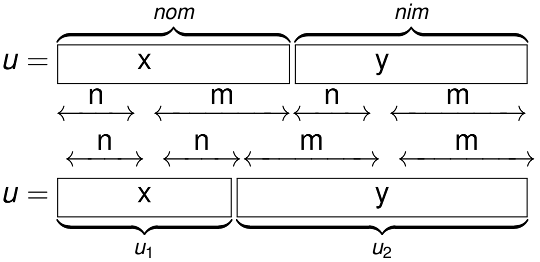


avec $x \neq y$

Feuille 1 – exercice 5 – question 3

Objectif : Tout mot de longueur paire, pas de la forme ww, appartient à $YZ \cup ZY$.

Il suffit de faire le raisonnement précédent à l'envers !
Soit u de longueur paire avec $u \neq ww$.
Alors u peut s'écrire $nom.nim$ avec $|nom| = |nim|$ et $nom \neq nim$.
Comme $|nom| = |nim|$ et $nom \neq nim$, il existe $n < |nom|$ tel que $nom[n+1] \neq nim[n+1]$.



avec $x \neq y$

Suivant la valeur de x (0 ou 1), on a alors $u_1 \in Y$ et $u_2 \in Z$ ou l'inverse.

Feuille 1 – exercice 5 – question 3

Tout mot de longueur paire, pas de la forme ww, appartient à $YZ \cup ZY$.

Feuille 1 – exercice 5 – question 3

Tout mot de longueur paire, pas de la forme *ww*, appartient à $YZ \cup ZY$.

Objectif : en déduire une grammaire pour C.

Feuille 1 – exercice 5 – question 3

Tout mot de longueur paire, pas de la forme *ww*, appartient à $YZ \cup ZY$.

Objectif : en déduire une grammaire pour C.

Correction :

$$
\begin{array}{rcl}
S & \rightarrow & YZ \mid ZY \\
Y & \rightarrow & 0 \mid BYB \\
Z & \rightarrow & 1 \mid BZB \\
B & \rightarrow & 0 \mid 1
\end{array}
$$

Feuille 1 – exercice 5 – question 3

Tout mot de longueur paire, pas de la forme *ww*, appartient à $YZ \cup ZY$.

Objectif : en déduire une grammaire pour C.

Correction :

$$
\begin{array}{lcl}
S & \rightarrow & YZ \mid ZY \\
Y & \rightarrow & 0 \mid BYB \\
Z & \rightarrow & 1 \mid BZB \\
B & \rightarrow & 0 \mid 1
\end{array}
$$

C contient aussi tous les mots de longueur impaire !

Feuille 1 – exercice 5 – question 3

Tout mot de longueur paire, pas de la forme *ww*, appartient à $YZ \cup ZY$.

Objectif : en déduire une grammaire pour C.

Correction :

$$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & YZ \mid ZY \mid Y \mid Z \\ Y & \rightarrow & 0 \mid BYB \\ Z & \rightarrow & 1 \mid BZB \\ B & \rightarrow & 0 \mid 1 \end{array}$$

C contient aussi tous les mots de longueur impaire !

Feuille 1 – exercice 6

On admettra dans un premier temps que les langages $a^n b^n c^n$ et ww ne sont pas hors-contexte (avec $w \in \{a, b\}^*$). Que peut-on dire des affirmations suivantes :

1. la classe des langages hors-contexte est fermée par union, concaténation et itération
2. la classe des langages hors-contexte est fermée par intersection et complémentaire

Feuille 1 – exercice 6

On admettra dans un premier temps que les langages $a^n b^n c^n$ et ww ne sont pas hors-contexte (avec $w \in \{a, b\}^*$). Que peut-on dire des affirmations suivantes :

1. la classe des langages hors-contexte est fermée par union, concaténation et itération
2. la classe des langages hors-contexte est fermée par intersection et complémentaire

Correction :

1. Oui, on l'a vu au premier TD sur les grammaires.
   - $\mathcal{L}(G_1) \cup \mathcal{L}(G_2)$: ajouter $S \rightarrow S_1 \mid S_2$
   - $\mathcal{L}(G_1).\mathcal{L}(G_2)$: ajouter $S \rightarrow S_1 S_2$
   - $\mathcal{L}(G_1)^*$: ajouter $S \rightarrow S_1 S \mid \varepsilon$

Feuille 1 – exercice 6

On admettra dans un premier temps que les langages $a^n b^n c^n$ et ww ne sont pas hors-contexte (avec $w \in \{a, b\}^*$). Que peut-on dire des affirmations suivantes :

1. la classe des langages hors-contexte est fermée par union, concaténation et itération
2. la classe des langages hors-contexte est fermée par intersection et complémentaire

Correction :

1. Oui, on l'a vu au premier TD sur les grammaires.
   - $\mathcal{L}(G_1) \cup \mathcal{L}(G_2)$: ajouter $S \rightarrow S_1 \mid S_2$
   - $\mathcal{L}(G_1).\mathcal{L}(G_2)$: ajouter $S \rightarrow S_1 S_2$
   - $\mathcal{L}(G_1)^*$: ajouter $S \rightarrow S_1 S \mid \varepsilon$
2. Pour l'intersection :

Feuille 1 – exercice 6

On admettra dans un premier temps que les langages $a^n b^n c^n$ et ww ne sont pas hors-contexte (avec $w \in \{a, b\}^*$). Que peut-on dire des affirmations suivantes :

1. la classe des langages hors-contexte est fermée par union, concaténation et itération
2. la classe des langages hors-contexte est fermée par intersection et complémentaire

Correction :

1. Oui, on l'a vu au premier TD sur les grammaires.
   - $\mathcal{L}(G_1) \cup \mathcal{L}(G_2)$: ajouter $S \rightarrow S_1 \mid S_2$
   - $\mathcal{L}(G_1).\mathcal{L}(G_2)$: ajouter $S \rightarrow S_1 S_2$
   - $\mathcal{L}(G_1)^*$: ajouter $S \rightarrow S_1 S \mid \varepsilon$
2. Pour l'intersection : $a^n b^n$ est hors-contexte, donc $a^m b^m c^*$ et $a^* b^p c^p$ le sont aussi.

Feuille 1 – exercice 6

On admettra dans un premier temps que les langages $a^n b^n c^n$ et ww ne sont pas hors-contexte (avec $w \in \{a,b\}^*$). Que peut-on dire des affirmations suivantes :

1. la classe des langages hors-contexte est fermée par union, concaténation et itération
2. la classe des langages hors-contexte est fermée par intersection et complémentaire

Correction :

1. Oui, on l'a vu au premier TD sur les grammaires.
   - $\mathcal{L}(G_1) \cup \mathcal{L}(G_2)$: ajouter $S \rightarrow S_1 \mid S_2$
   - $\mathcal{L}(G_1).\mathcal{L}(G_2)$: ajouter $S \rightarrow S_1 S_2$
   - $\mathcal{L}(G_1)^*$: ajouter $S \rightarrow S_1 S \mid \varepsilon$
2. Pour l'intersection : $a^n b^n$ est hors-contexte, donc $a^m b^m c^*$ et $a^* b^p c^p$ le sont aussi.
   Or $a^n b^n c^n = a^m b^m c^* \cap a^* b^p c^p$ donc la réponse est **non**.

Feuille 1 – exercice 6

On admettra dans un premier temps que les langages $a^n b^n c^n$ et ww ne sont pas hors-contexte (avec $w \in \{a, b\}^*$). Que peut-on dire des affirmations suivantes :

1. la classe des langages hors-contexte est fermée par union, concaténation et itération
2. la classe des langages hors-contexte est fermée par intersection et complémentaire

Correction :

1. Oui, on l'a vu au premier TD sur les grammaires.
   - $\mathcal{L}(G_1) \cup \mathcal{L}(G_2)$: ajouter $S \rightarrow S_1 \mid S_2$
   - $\mathcal{L}(G_1).\mathcal{L}(G_2)$: ajouter $S \rightarrow S_1 S_2$
   - $\mathcal{L}(G_1)^*$: ajouter $S \rightarrow S_1 S \mid \varepsilon$
2. Pour l'intersection : $a^n b^n$ est hors-contexte, donc $a^m b^m c^*$ et $a^* b^p c^p$ le sont aussi.
   Or $a^n b^n c^n = a^m b^m c^* \cap a^* b^p c^p$ donc la réponse est **non.**
   Pour le complémentaire :

Feuille 1 – exercice 6

On admettra dans un premier temps que les langages $a^n b^n c^n$ et ww ne sont pas hors-contexte (avec $w \in \{a, b\}^*$). Que peut-on dire des affirmations suivantes :

1. la classe des langages hors-contexte est fermée par union, concaténation et itération
2. la classe des langages hors-contexte est fermée par intersection et complémentaire

Correction :

1. Oui, on l'a vu au premier TD sur les grammaires.
   - $\mathcal{L}(G_1) \cup \mathcal{L}(G_2)$: ajouter $S \rightarrow S_1 \mid S_2$
   - $\mathcal{L}(G_1).\mathcal{L}(G_2)$: ajouter $S \rightarrow S_1 S_2$
   - $\mathcal{L}(G_1)^*$: ajouter $S \rightarrow S_1 S \mid \varepsilon$
2. Pour l'intersection : $a^n b^n$ est hors-contexte, donc $a^m b^m c^*$ et $a^* b^p c^p$ le sont aussi.
   Or $a^n b^n c^n = a^m b^m c^* \cap a^* b^p c^p$ donc la réponse est **non.**
   Pour le complémentaire : ww n'est pas hors-contexte, mais son complémentaire C l'est (exercice 5) donc la réponse est **non.**