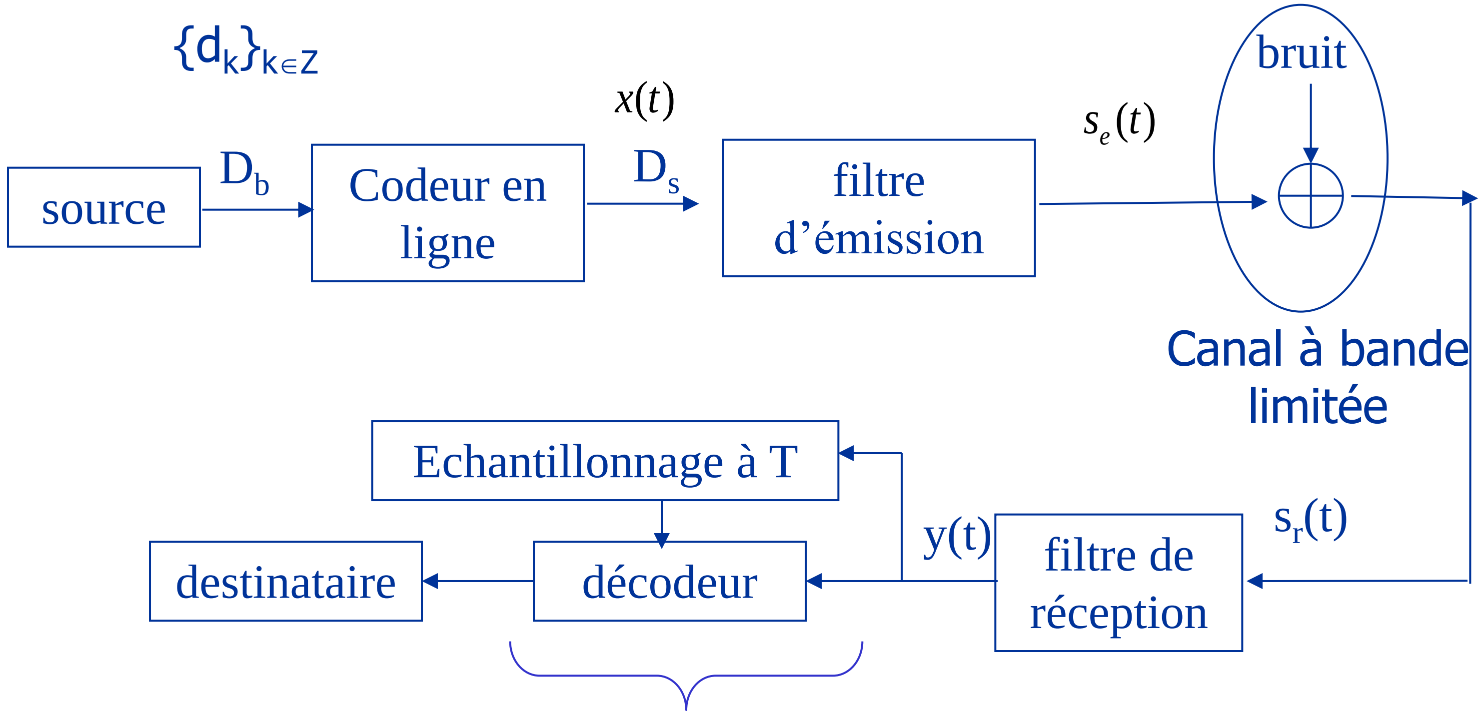
Partie 4 :
Les contraintes dues au bruit

Comment transmettre des bits à travers un canal bruité ? Quel niveau de qualité de la transmission peut-on attendre ?

Chaîne de transmission en bande de base



But : trouver à l'instant t_j=jT+τ la valeur de a_j !

À l'instant d'échantillonnage : $y(t_j) = a_j l(\tau) + \underbrace{\sum_{k\neq j} a_k l(\tau + (j-k)T) + b_r(jT+\tau)}_{\text{IES=0 avec le critère de Nyquist}}$

IES=0 avec le critère de Nyquist

Modélisation du bruit

Bruit : blanc, gaussien centré

• blanc = densité spectrale bilatérale de puissance indépendante de la fréquence (= $N_0/2$)

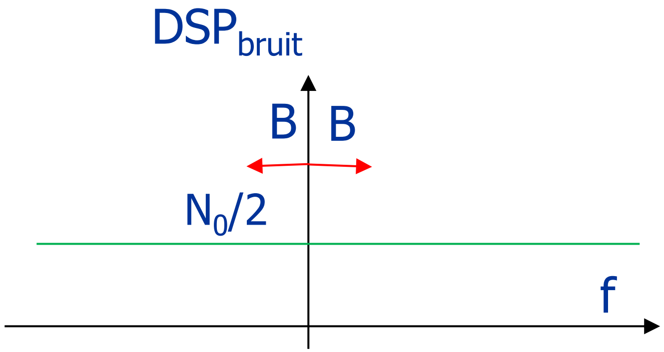
• gaussien = loi de distribution est gaussienne, à valeur moyenne nulle (centré)

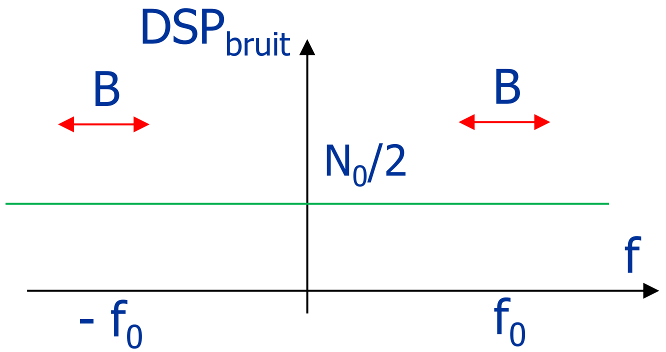
$$p_{b_r}(u) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma^2}\right)$$

σ^2 = puissance du bruit (à la sortie du filtre de réception)

$p_{br}(u)$: 'probabilité que le bruit $b_r(t)$ prenne une amplitude=u'

Expression de la puissance de bruit dans une bande B



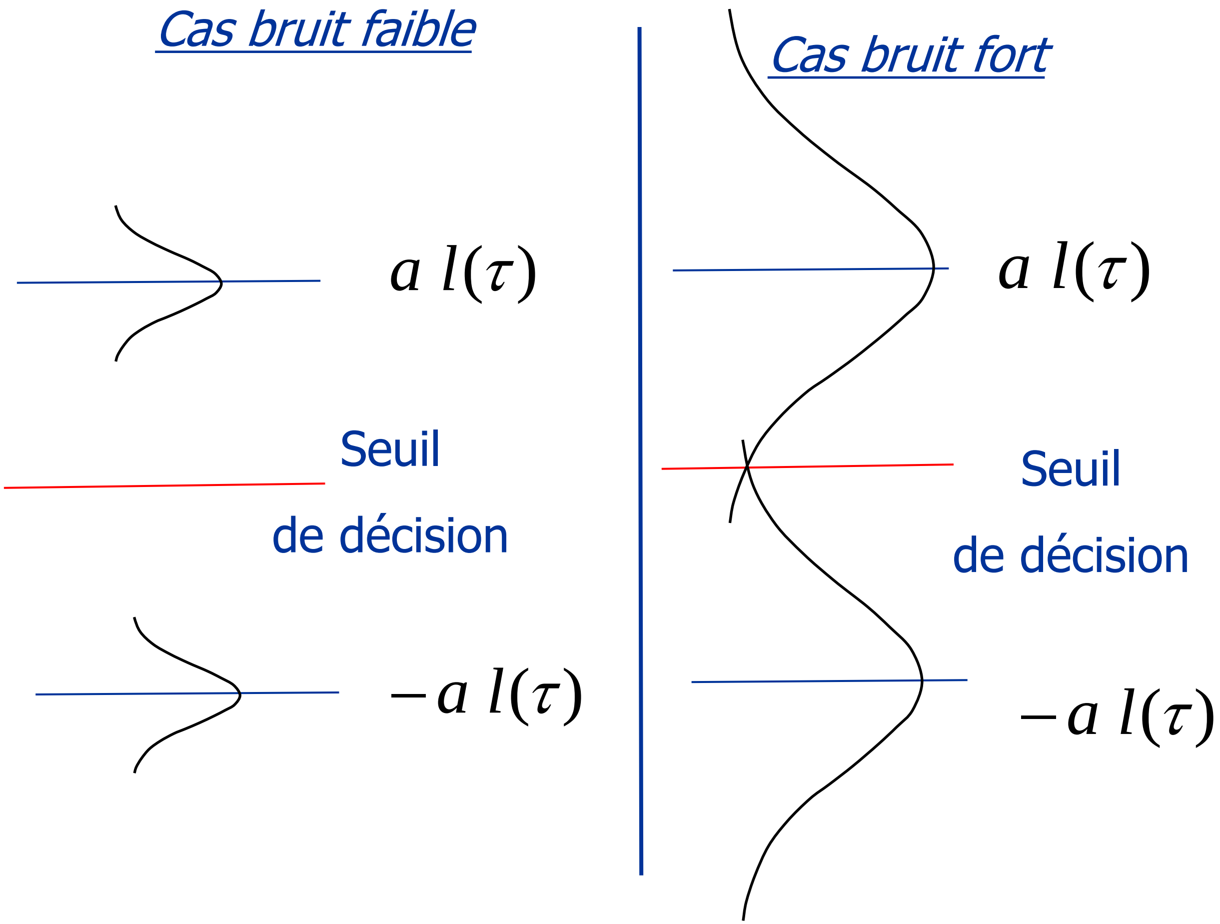


B : définie dans le domaine des fréquences positives

$$\boxed{P_{bruit} = N_0 \times B}$$

Répartition statistique des échantillons reçus

cas d'une transmission NRZ polaire binaire : $a_j = \pm a$



Algorithme de décision :

- si $y(t_j) > 0$

alors $\widehat{a}_j = a$

- si $y(t_j) \leq 0$

alors $\widehat{a}_j = -a$

Estimation de la probabilité d'erreur

Principe du calcul :

$$P_{erreur} = \mathrm{proba}\left(\mathrm{a}_{\mathrm{j}} = -a\right) \times \mathrm{proba}\left(\hat{a}_j = a / \mathrm{a}_{\mathrm{j}} = -a\right)$$
$$+ \mathrm{proba}\left(\mathrm{a}_{\mathrm{j}} = a\right) \times \mathrm{proba}\left(\hat{a}_j = -a / \mathrm{a}_{\mathrm{j}} = a\right)$$

or

$$\mathrm{proba}\left(\hat{a}_j = a / \mathrm{a}_{\mathrm{j}} = -a\right) = \mathrm{proba}\left(\mathrm{b}_{\mathrm{r\,j}} > al(\tau)\right)$$
$$= \int_{al(\tau)}^{+\infty} p_{b_r}(u)\,du$$

...

alors :

$$\boxed{P_{erreur} = \frac{1}{2}\, erfc\left(\sqrt{\frac{a^2 l(\tau)^2}{2\sigma^2}}\right) \quad \text{où} \quad erfc(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{+\infty} \exp\left(-u^2\right) du}$$

Interprétation : rôle du rapport signal/bruit

$a^2 l(\tau)^2$: puissance du signal à l'instant d'échantillonnage

σ^2 : puissance du bruit

=> Probabilité d'erreur dépend du rapport S/B à l'instant d'échantillonnage

=> But = maximiser S/B à l'instant d'échantillonnage !

Rmq : On peut écrire :

$$a^2 l(\tau)^2 = a^2 \left[\int_{-\infty}^{+\infty} G(f) H_e(f) H_r(f) \exp\left(j 2\pi\tau f\right) df \right]^2$$

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{N_0}{2} \left| H_r(f) \right|^2 df$$

Relation de Cauchy-Schwartz

$$\left|\int u(x)v(x)dv\right|^2 \leq \int \left|u(x)\right|^2 dx \int \left|v(x)\right|^2 dx$$

Egalité si : $u(x) = \lambda v^*(x)$

Condition pour maximiser le rapport S/B à l'instant d'échantillonnage

Démonstration complète disponible sur Chamilo

1) Rapport S/B max pour un filtre de réception particulier, appelé le filtre adapté :

$$H_r(f) = \lambda F_e^*(f)\exp(-j2\pi\tau f)$$

2) La valeur du rapport S/B max est connue et dépend de la DSP du bruit, de la puissance de signal à l'entrée du récepteur et de la durée du bit

$$\left.\frac{a^2 l(\tau)^2}{\sigma^2}\right|_{\max} = 2\frac{P_{reçue} \times T_b}{N_0}$$

Récepteur numérique optimal : filtrage adapté

Filtre de réception : adapté à la forme de l'impulsion qui arrive

$$\boxed{h_r(t) = \lambda \, f_e(\tau - t)}$$

<u>Ex</u> : *forme de l'impulsion = rectangle*

Forme de la réponse impulsionnelle du filtre adapté ?

Forme de l'impulsion à échantillonner ?

=> Rôle du filtre adapté = concentrer le max d'énergie au moment de la prise de décision !

Probabilité d'erreur pour la transmission binaire en bande de base

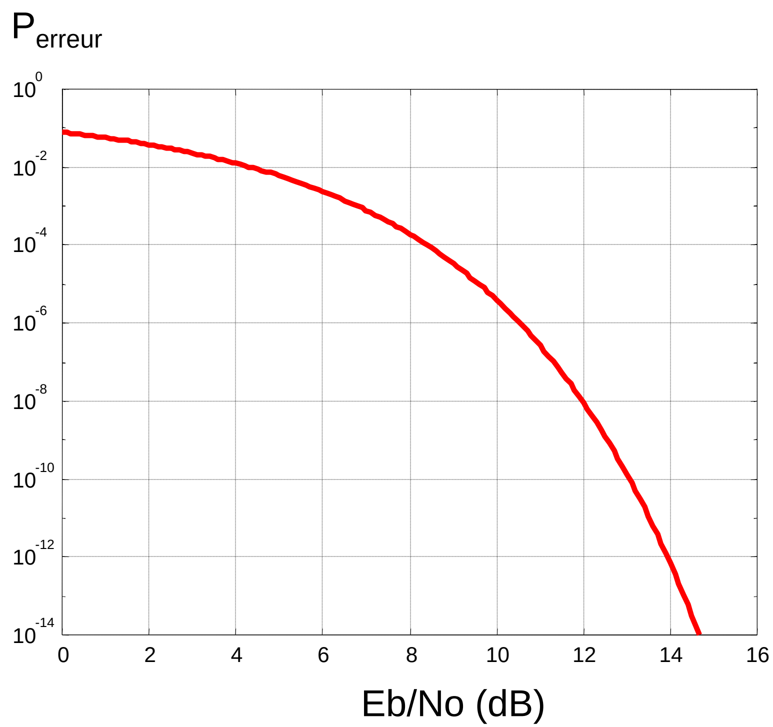
probabilité d'erreur fonction du rapport énergie d'un bit / DSP de bruit au niveau du récepteur :

$$P_{erreur} = \frac{1}{2} erfc\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

E_b : énergie du bit

$= P_{reçue} \times T_b$

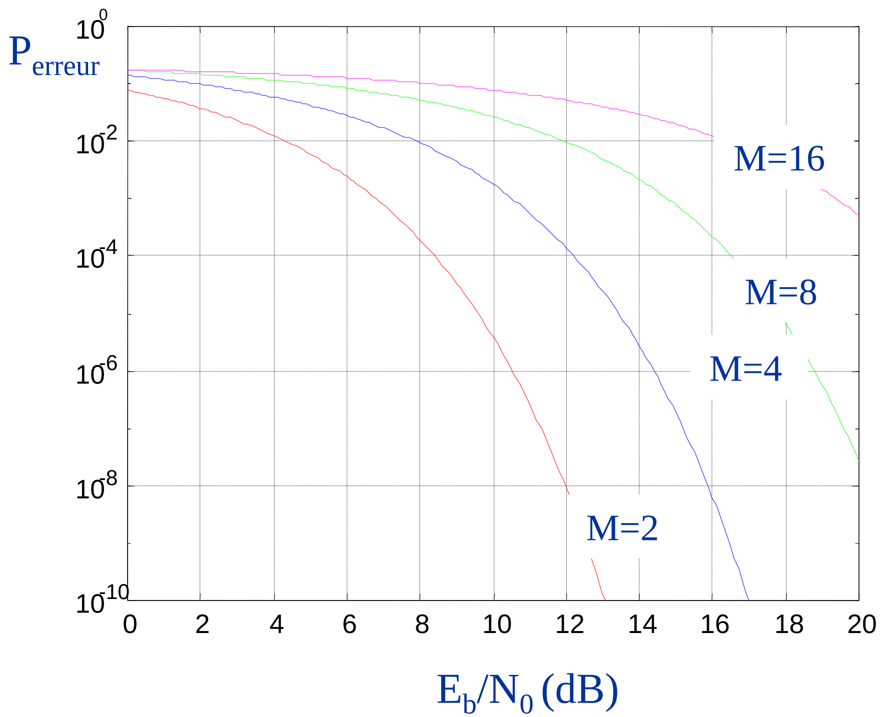
Où : $$erfc(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{+\infty} \exp(-u^2) du$$



Rmq : E_b/N_0 (dB) = $10\log_{10}(E_b/N_0)$!

Généralisation à la transmission M-aire en bande de base

$$P_{erreur} \approx \frac{M-1}{M\log_2 M}\, erfc\left(\sqrt{\frac{3\log_2 M}{M^2-1}\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

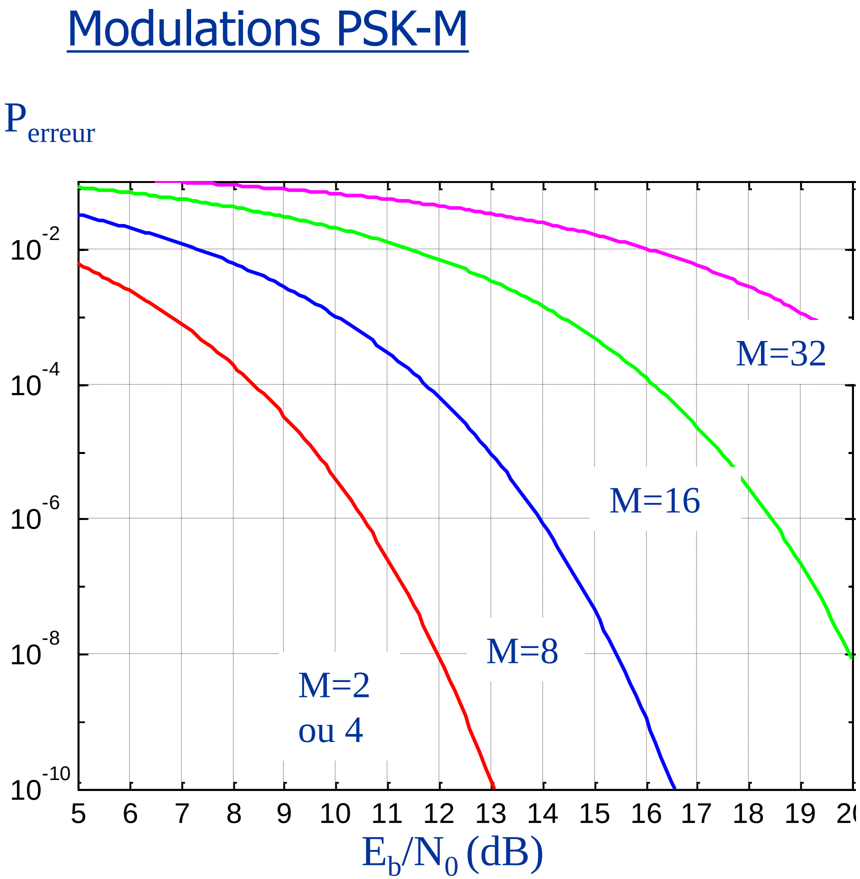


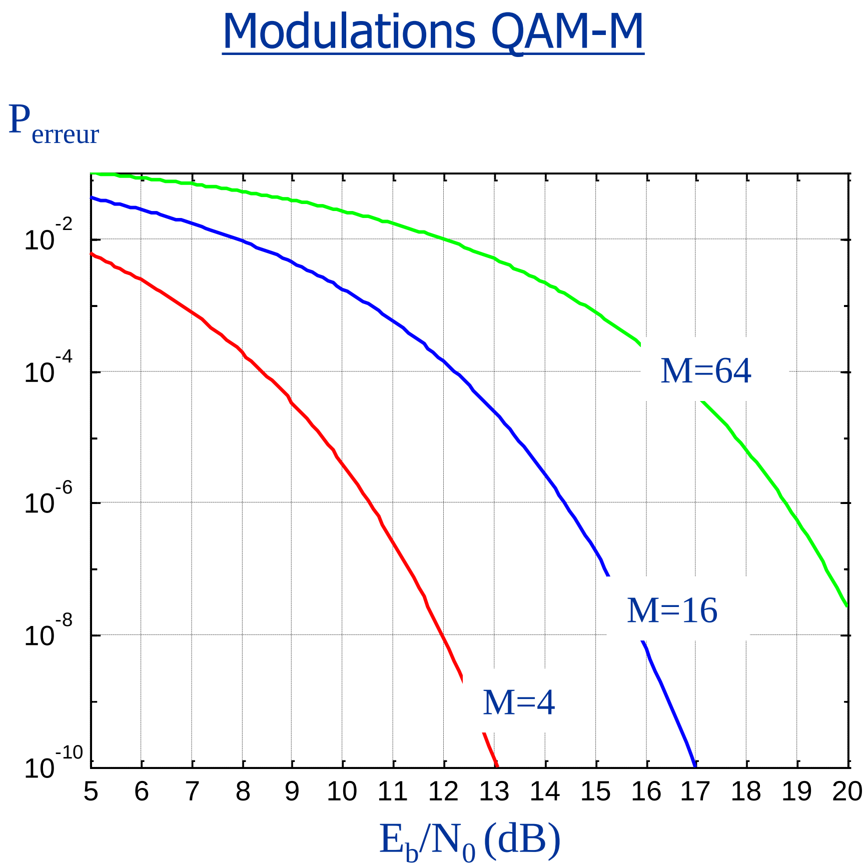
Rmq : en pratique on mesure TEB qui permet d'estimer la P_{erreur}.

=> Si M ↑, pour avoir la même qualité de transmission, E_b/N_0 doit ↑

=> Si M ↑, moins de contraintes fréquentielles, mais + de contraintes sur la puissance émise !

Performances optimales des différentes modulations





=> Si M ↑, pour avoir la même qualité E_b/N_0 doit ↑

=> Si M ↑, moins de contraintes fréquentielles, mais + de contraintes sur la puissance émise !

Lien avec la théorie de l'information

Sous réserve que le débit reste inférieur à la capacité du canal, il est possible de réduire à une valeur arbitrairement petite la probabilité d'erreur sans réduire le débit de transmission.

<u>Expression de la capacité du canal gaussien en bit/s (théorème de Shannon-Hartley)</u> :

$$\boxed{C = B \times log2(1+\mathrm{SNR})}$$

$$\eta_{\max} = \log_2\left(1 + \frac{E_b}{N_0}.\eta_{\max}\right) \ \frac{\text{bits/sec}}{\text{Hz}}$$

η : efficacité spectrale

Autre type de modulations : FSK

(Bocc augmente avec M)

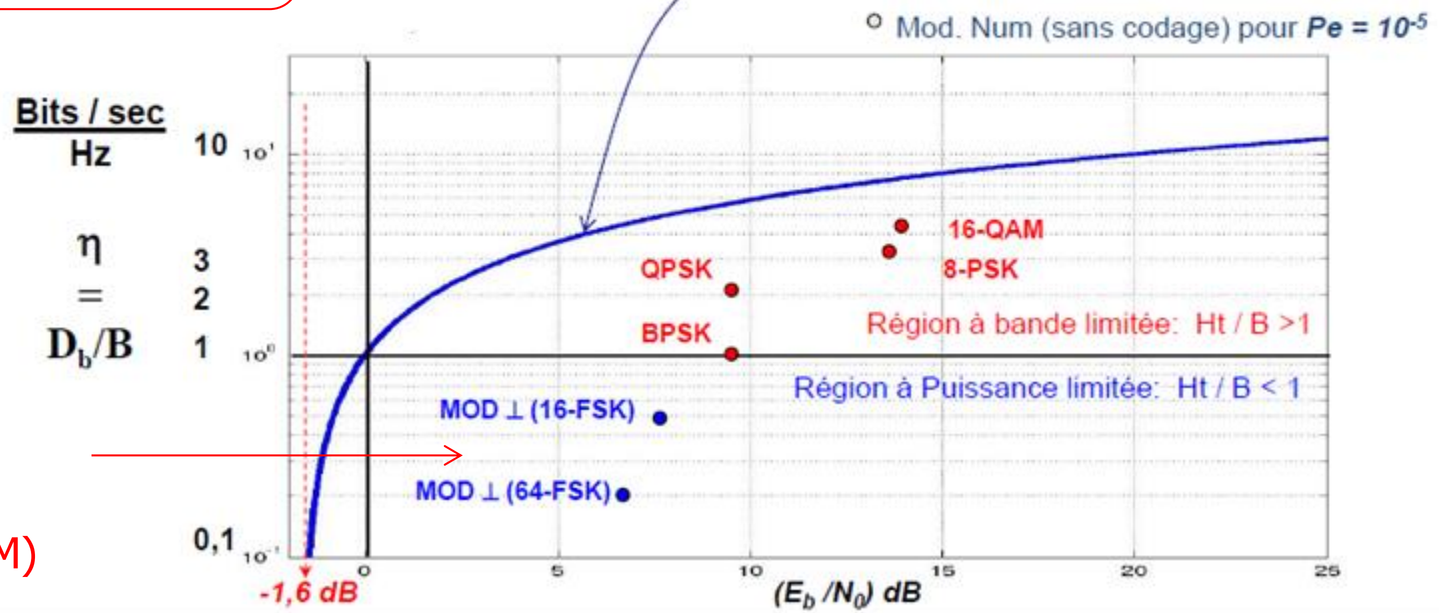
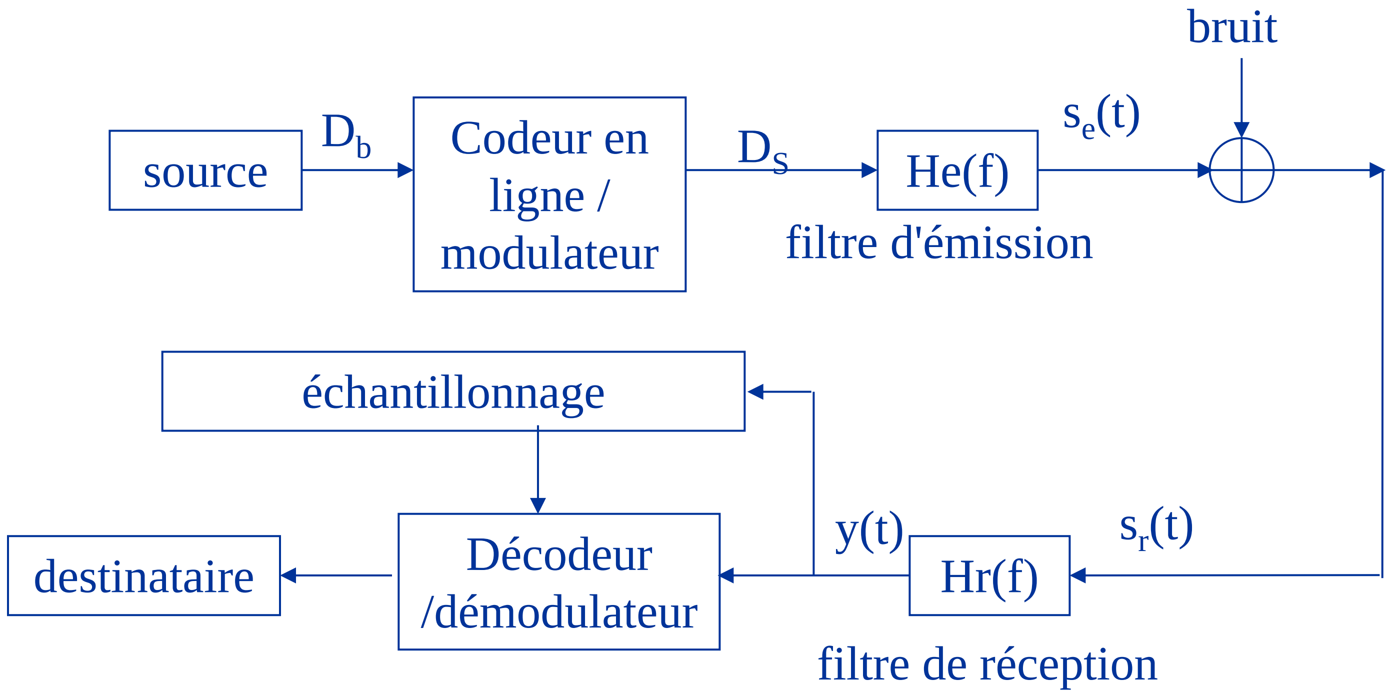


Figure du cours SICN SEOC2A L.Ros

Bilan sur la chaine optimale de transmission numérique



Conditions à respecter pour le récepteur optimal :

- filtrage de Nyquist pour supprimer l'IES

$$(F_e \times H_r)(f) = CS_\alpha(f)$$

- filtrage adapté pour maximiser Signal/Bruit à l'instant d'échantillonnage

$$H_r(f) = \lambda F_e^*(f)\exp(-j2\pi\tau f)$$

=> équirépartition du filtrage de Nyquist entre l'émission et la réception

Bilan 4

Canal : de bande B limitée pour la transmission, à bruit additif

Ressources à utiliser le + efficacement possible :

largeur de bande fréquentielle et puissance émise

- Comprendre le compromis bande occupée / puissance émise
et les implications en cas d'augmentation du débit binaire

- Connaître les rôles des principaux blocs d'une chaîne de transmission

- Savoir s'adapter au canal

- Faire le lien entre débit binaire et le débit symboles
- Choisir un codage optimal (nombre d'états, forme d'impulsion pour un canal) en fonction de la bande du canal et du débit binaire voulu
- Estimer la qualité de la transmission en utilisant les courbes $P_{erreur}(E_b/N_o)$ ou optimiser la puissance nécessaire en réception
- Savoir interpréter un diagramme de l'œil

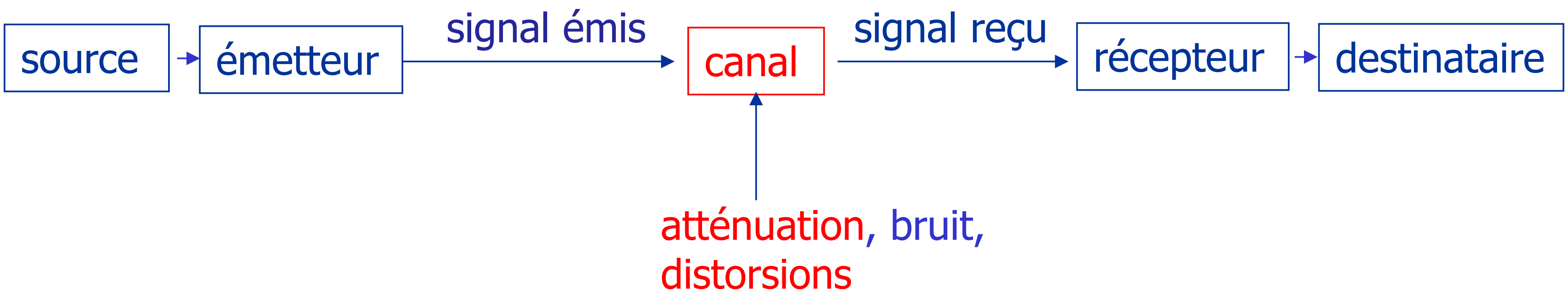
Partie 5 :
Les systèmes réels

1) Défauts supplémentaires
    - Atténuation dans la bande du canal
    - Réponse fréquentielle variable dans la bande du canal

2) Solutions

Application : cas des systèmes radio

Effets du canal de transmission réel

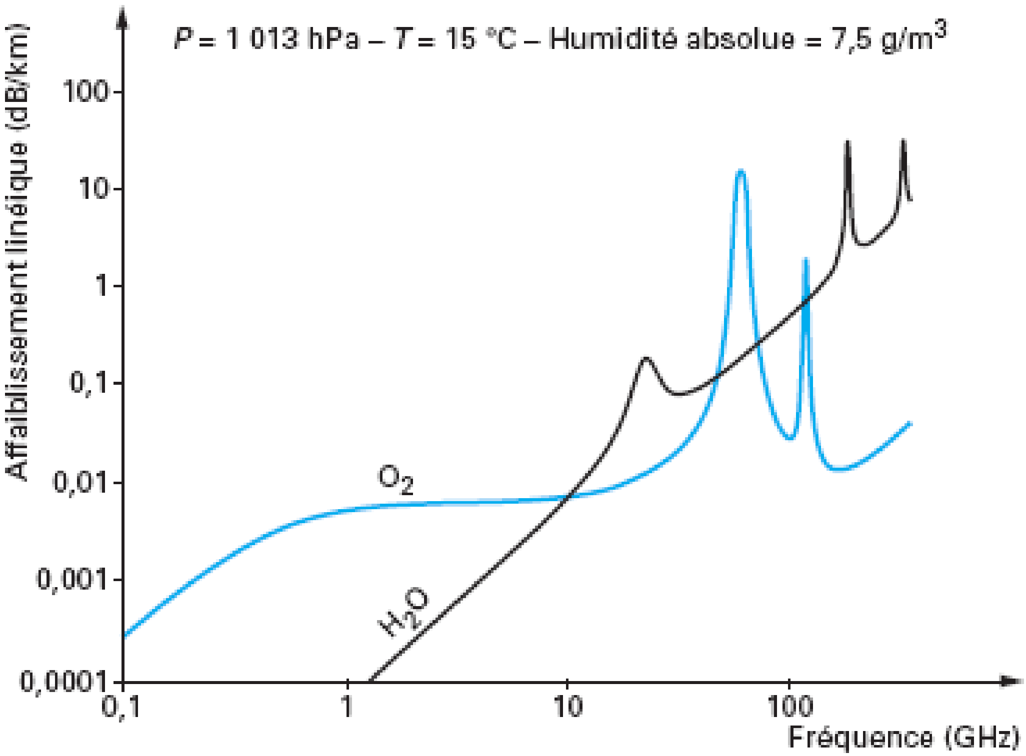


Bilan de liaison radio en espace libre

$$P_R = g_E . g_R . P . \left(\frac{\lambda}{4\pi\, r} \right)^2$$

gain des antennes d'émission et de réception g, espacées de la distance r

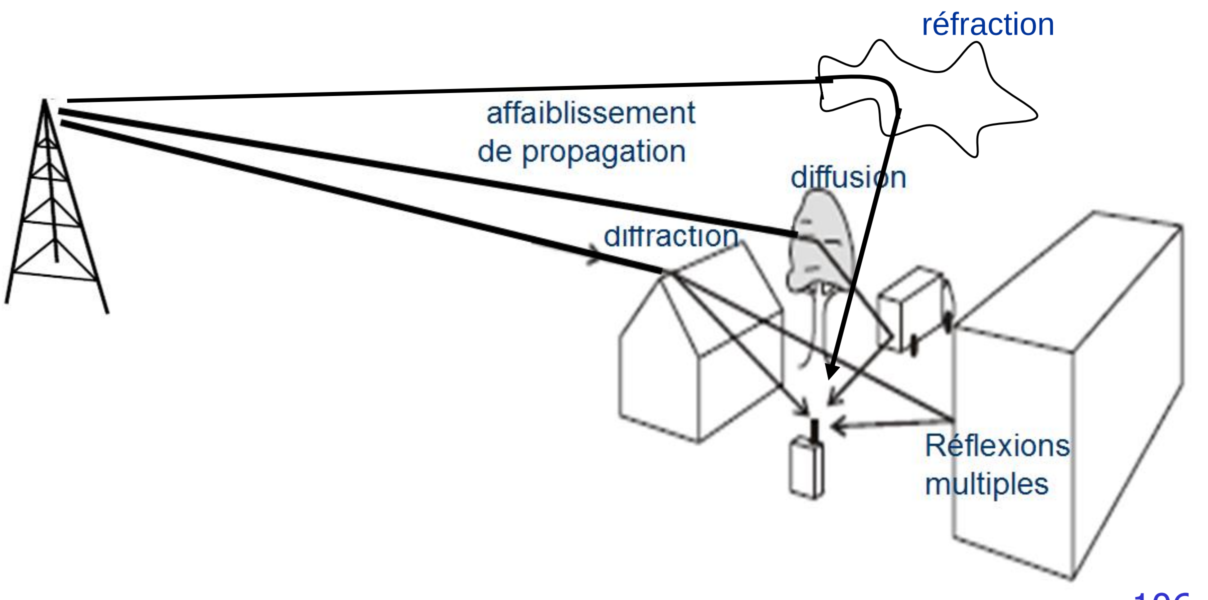
Atténuation dans l'air



Les trajets multiples

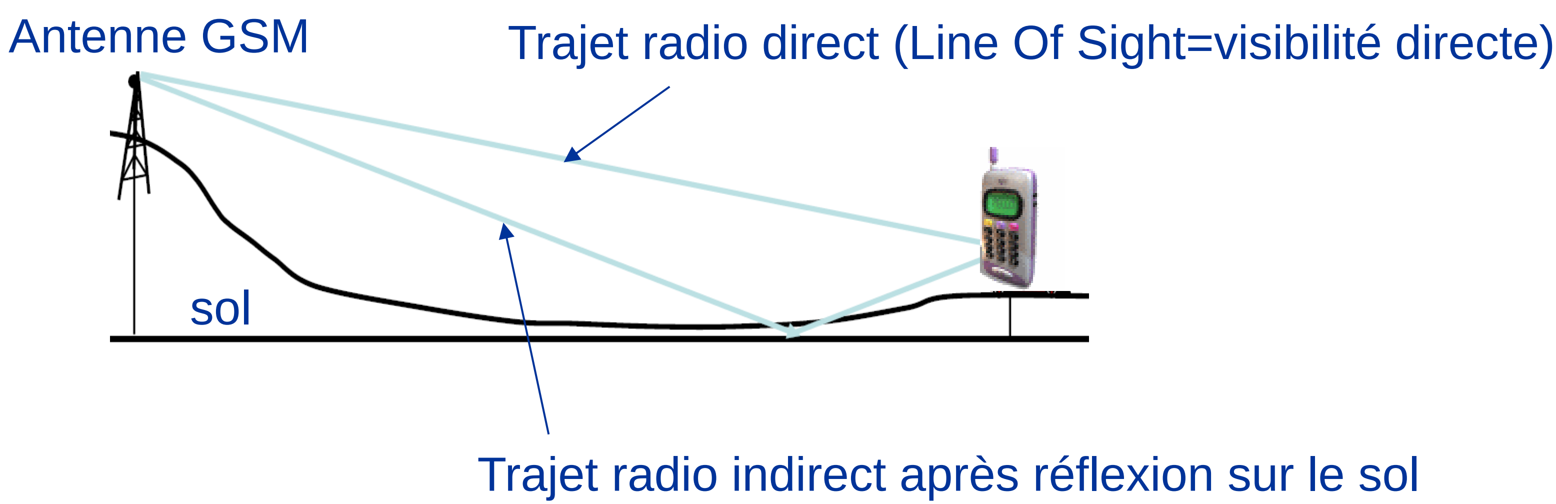
Pas un seul trajet direct : réflexions, réfraction (indice variable selon l'altitude, les perturbations atmosphériques …), diffraction, diffusion

=> Trajets multiples



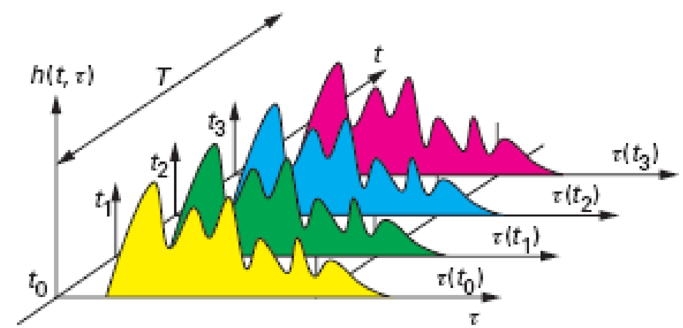
Trajets multiples => canal sélectif en fréquence

<u>Ex</u> : 2 trajets

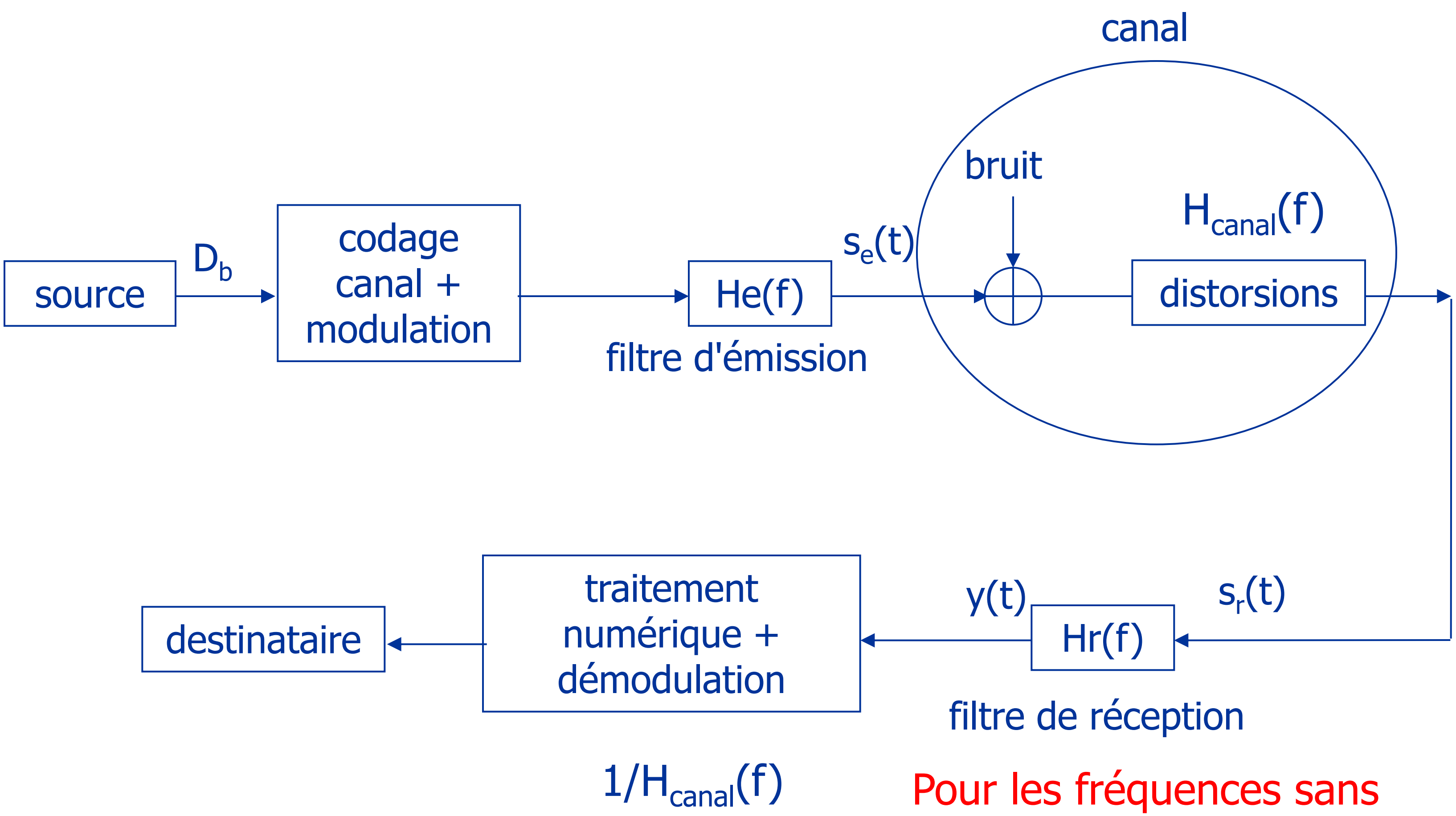


Selon lien fréquence / délai entre les 2 trajets, interférences destructives possibles !

> Problème des trajets multiples : canal sélectif en fréquence, variable au cours du temps



Techniques d'égalisation

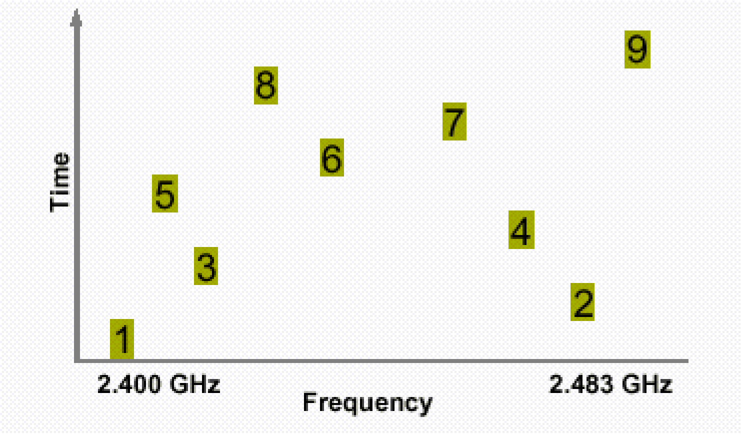


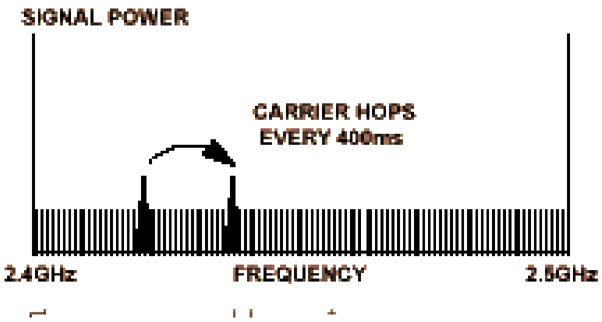
Pour les fréquences sans évanouissement !

=> traitements numériques supplémentaires pour compenser les distorsions du canal, techniques adaptatives

Etalement de spectre par saut de fréquence

= Frequency Hopping Spreading Spectrum





Ex : **Bluetooth**

Gamme de fréquences : bande ISM 2,4 GHz

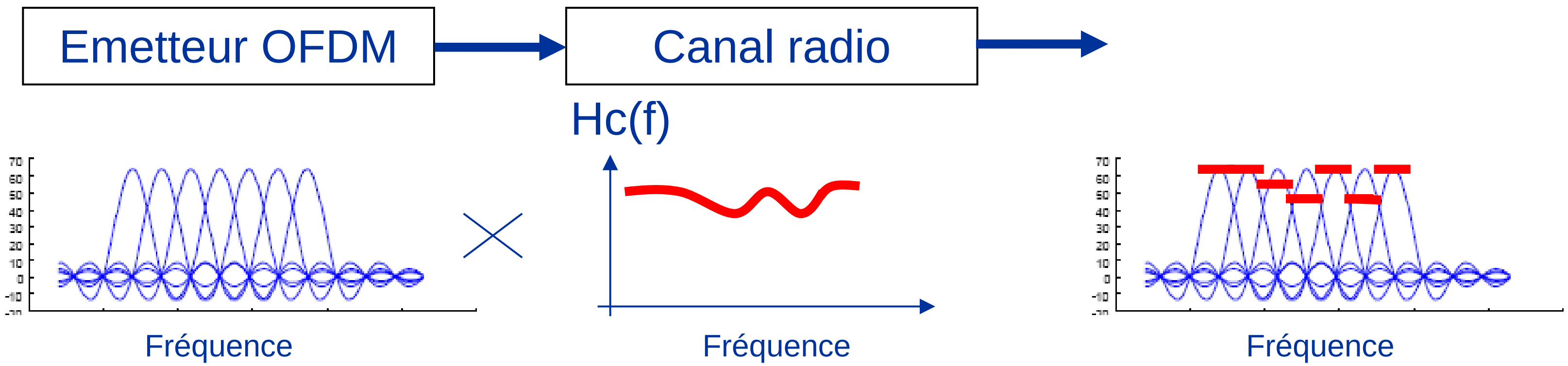
Technique : FHSS (1600 sauts/s parmi 79 canaux de 1 MHz

Modulation multi-porteuses : OFDM

Principe : modulation QAM multi-porteuses

Découpage du canal fréquence en petites sous-bandes

où réponse fréquentielle ≈ simple coefficient complexe qui ne dépend pas de la fréquence



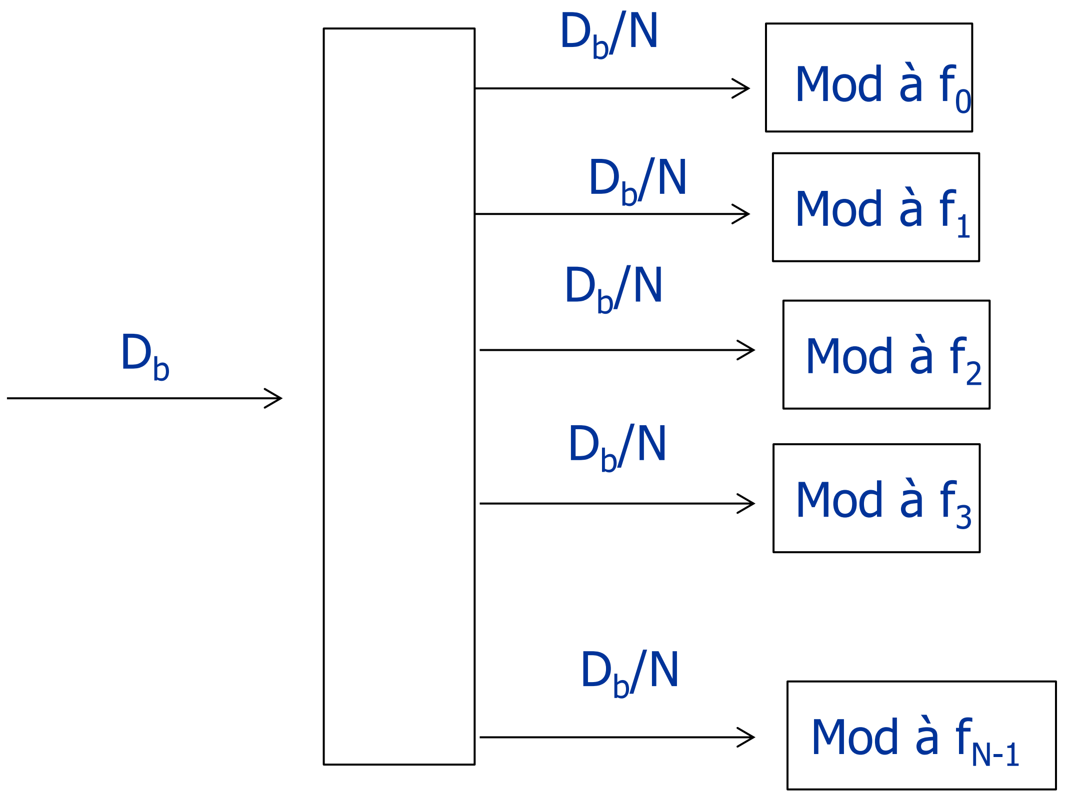
Le canal agit comme un simple coefficient pour chaque porteuse

=> facile à compenser en réception (égalisation)

Rmq : Si évanouissement, perte d'une partie des infos numériques seulement (transmises dans la sous-bande où il y a pb)

Modulation multi-porteuses : OFDM

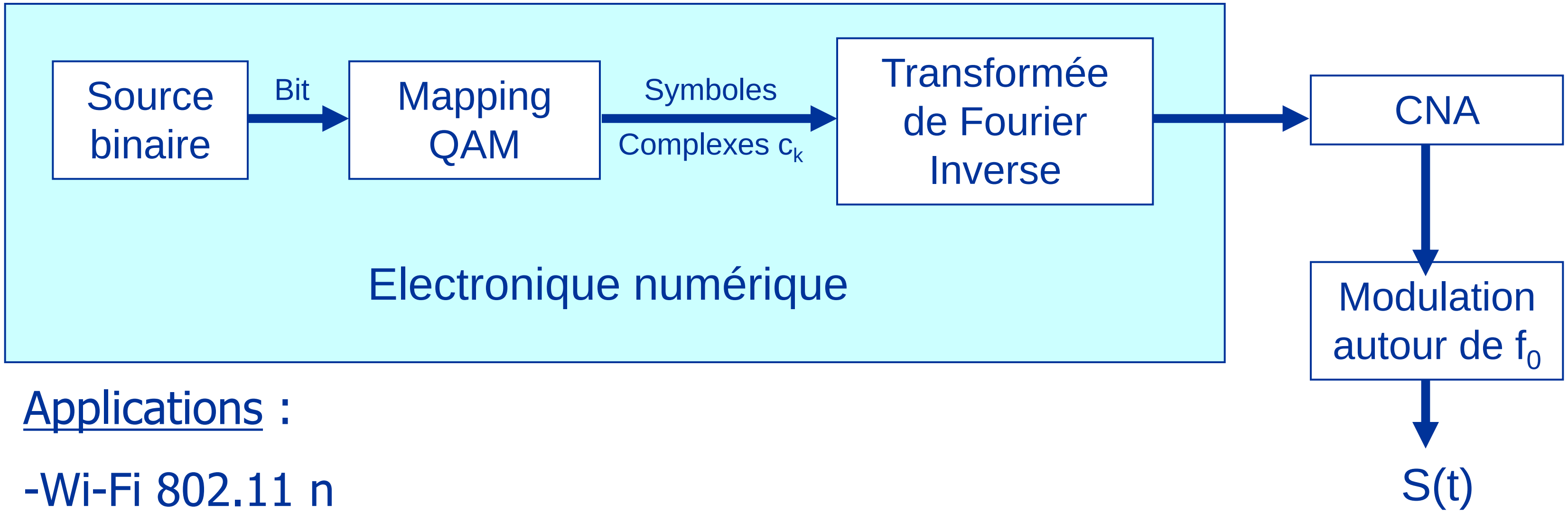
Principe : modulation QAM multi-porteuses



Mise en œuvre

- Simple calcul de Transformée de Fourier Inverse dans le domaine numérique

$$s(t) = \left[\sum_{k=0}^{N-1} c_k \exp(j2\pi f_k t) \right] \times \exp(\mathrm{j}2\pi \mathrm{f}_0 \mathrm{t}) \text{ où } f_k = \frac{k}{T_S}$$



Applications :

-Wi-Fi 802.11 n

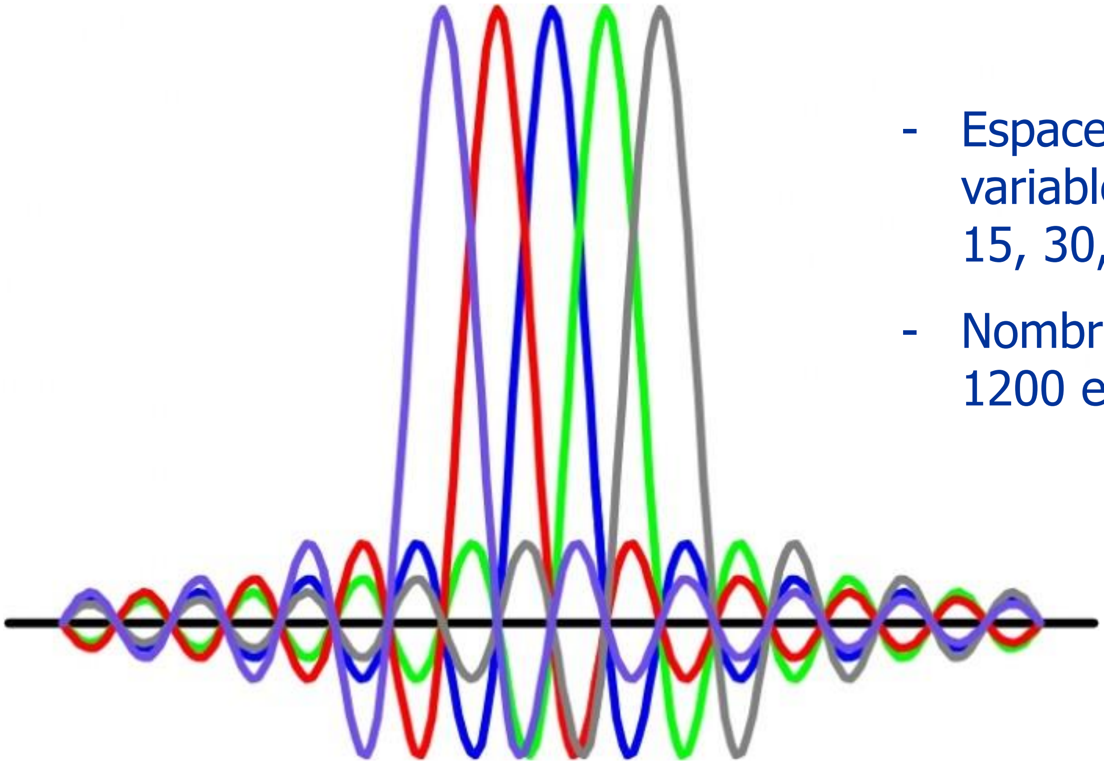
- TNT

- ADSL

- 4G / 5G

…

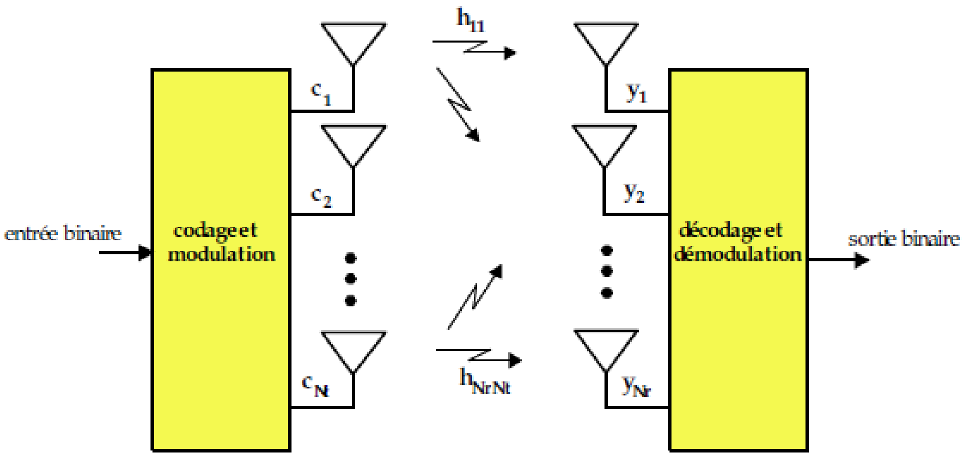
OFDM en 4G et 5G



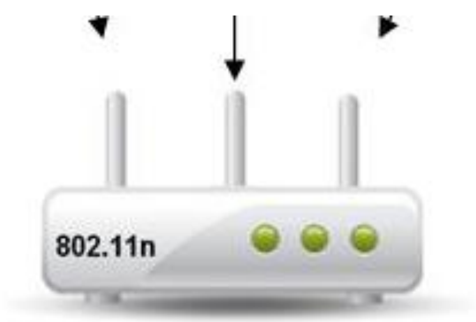
- Espacement des sous-porteuses variable : 15 kHz en 4G, variable 15, 30, 60 et 120 kHz en 5G
- Nombre max de sous-porteuses 1200 en 4G, 3300 en 5G

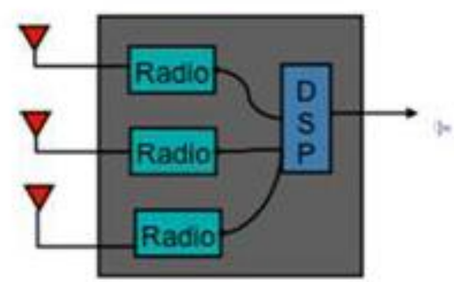
Techniques MIMO

= Mutiple Input – Multiple Output



<u>Ex</u> : **Wi-Fi IEEE 802.11n** : 2,4 GHz ou 5GHz, D_{bmax}= 300 Mbit/s





Bilan final

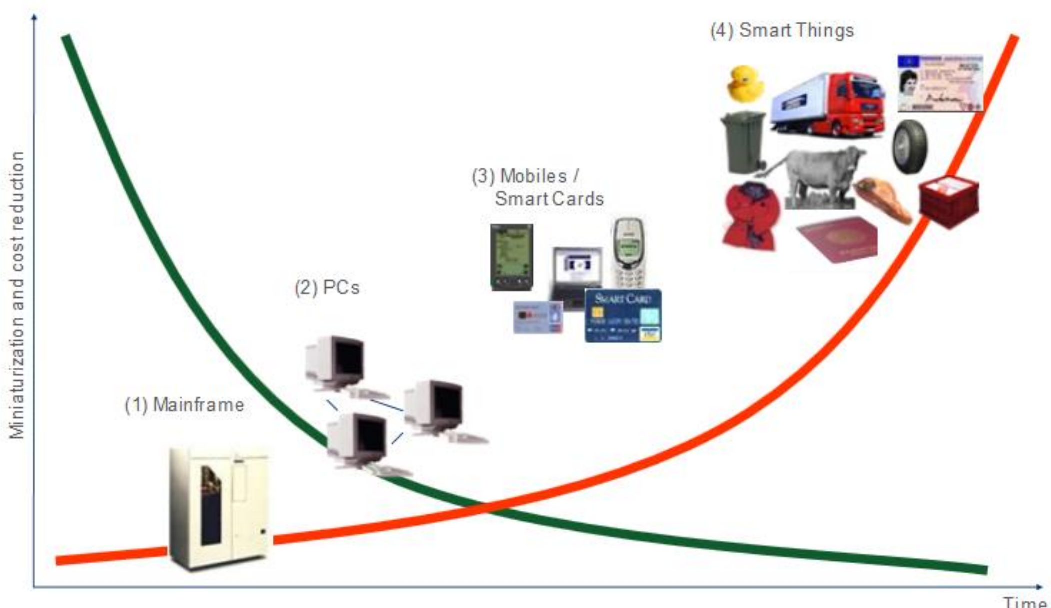
- Connaître les contraintes des systèmes de transmission numérique réels

- Connaître les trajets multiples et leurs effets
- Connaître le principe de quelques techniques de modulation avancées

- Avoir bien compris la 'force' du numérique

- information contenue en des instants discrets, ensemble discret de valeurs possibles (décision à prendre en réception lors des instants d'échantillonnage)
- pas de perte d'information si canal à bande limitée
- traitement numérique pour minimiser l'influence du bruit, des trajets multiples …

=> révolution du numérique ,
Internet des Objets, IoT



'EPC Advanced Business Aspects Training', Lena Godfrey