Grenoble INP Ensimag

Introduction aux Réseaux de Communications, 1A

Travaux Dirigés
Communications numériques en bande de base

Objectifs du TD :
- Compléter le cours sur les codes en ligne
- Apprendre à utiliser la transformée de Fourier

Exercice : Comparaison des codes en ligne binaires

Préliminaire : étude de la fonction porte

Un signal temporel constant pendant une durée fixe T, appelé aussi 'impulsion' est modélisé mathématiquement par une fonction porte définie comme suit :

$$\Pi_T(t)=\begin{cases}1 \text{ si } -T/2 \le t \le T/2\\ 0 \text{ sinon}\end{cases}$$

Question 1. *Donnez l'expression de la transformée de Fourier de la fonction porte de durée T.*

La figure suivante donne le spectre (carré du module de sa transformée de Fourier), normalisé par rapport à son amplitude maximale, de l'impulsion temporelle pour trois cas : T=1 ms, T=0,25 ms et T=4 ms.

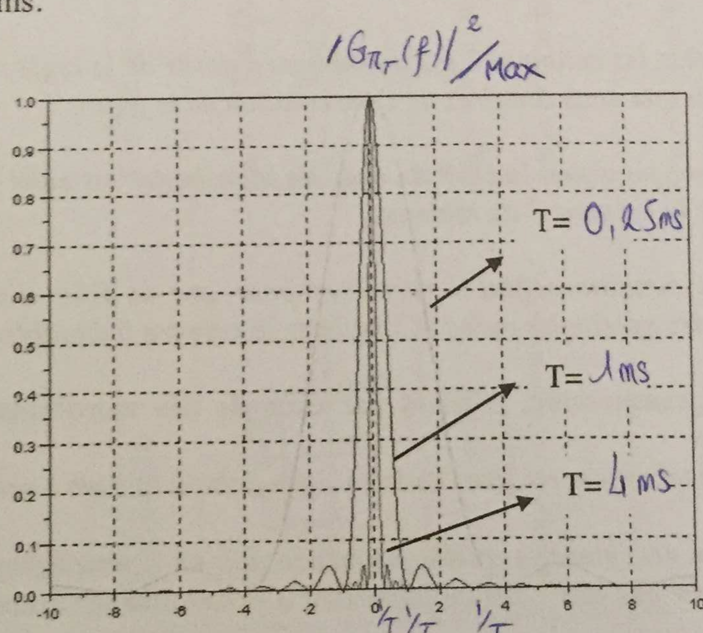


Figure 1 : Spectre des portes.

Question 2. *Complétez la figure 1 en ajoutant l'échelle et l'unité de l'axe des abscisses et en complétant la légende.*

Question 3. *Concluez sur le lien temps/fréquence : quel impact la durée d'un signal temporel a-t-elle sur le spectre qu'il occupe ?*

Etude de codes en ligne

On se propose de comparer l'occupation spectrale des différents codes en ligne NRZ, RZ et Manchester, dont la forme temporelle est rappelée sur la figure 2 (exemple sur une suite de 7 bits).

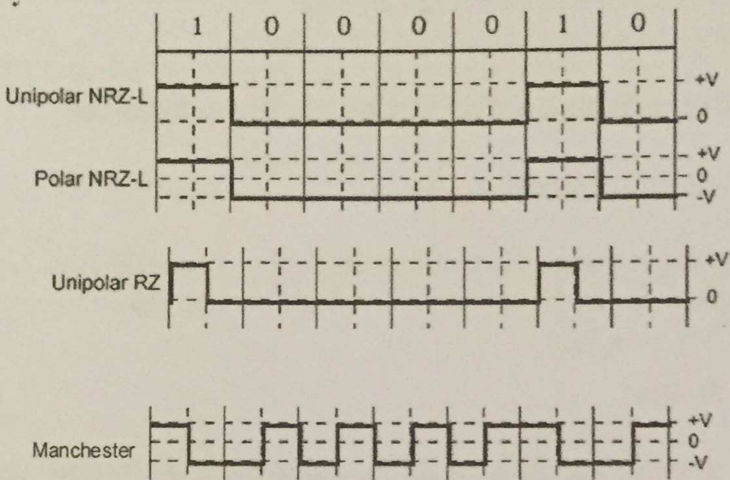


Figure 2 : Forme temporelle des codes en ligne.

La répartition de la puissance sur l'échelle fréquentielle ou 'densité spectrale de puissance' des codes en lignes dépend directement de leur règle de construction et s'exprime à l'aide de la formule de Bennett (voir diapo CN2_28).

Question 4. *Complétez les colonnes 2 à 5 du tableau à partir de la règle de construction de chacun des codes que vous déduirez de l'observation de la figure 2.*

Question 5. *Expliquez pourquoi la DSP du code de Manchester est nulle pour la fréquence nulle. Complétez la colonne 7 du tableau.*

Question 6. *Quelles conditions faut-il respecter pour que la DSP d'un code en ligne contienne des raies spectrales pures ?Complétez la colonne 6 du tableau.*

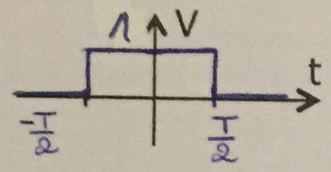
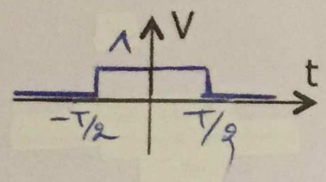
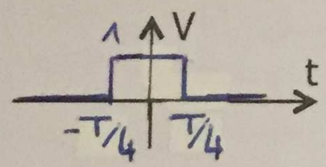
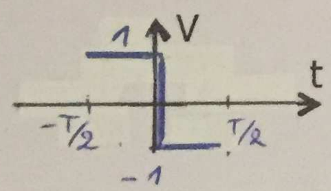
Certains supports de transmission, utilisant par exemple des transformateurs de tension, coupent le continu.

Question 7. *Avec de tels supports, quel code en ligne doit-on utiliser à votre avis ?*

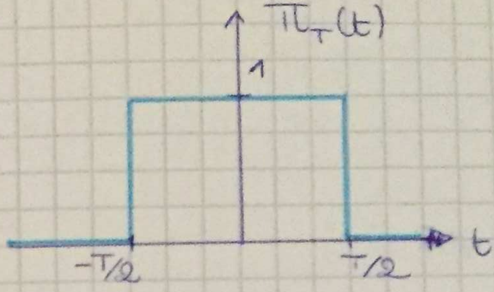
Question 8. *Dans un récepteur, à quelle fréquence doit-on échantillonner le signal pour retrouver la valeur des bits ? Est-ce important d'échantillonner exactement à la bonne fréquence ?*

Question 9. *A votre avis, quels codes parmi ceux étudiés ici permettront d'optimiser le processus de 'récupération d'horloge' ?*

Question 10. *Complétez les diapositives CN2-29, 30 et 31.*

code	Allure de g(t)	Définition des a_k	m_a	σ_a^2	Présence de raies pures	Caractéristiques de G(f)
NRZ unipolaire		$a_k = V$ si bit =1 $a_k = 0$ si bit =0	$\frac{1}{2}V + \frac{1}{2}(0) = \frac{1}{2}V$	$\frac{1}{2}V^2 + \frac{1}{2}(0)^2 - (\frac{1}{2}V)^2 = \frac{1}{4}V^2$	oui /non si oui, pour f= $\frac{n}{T}$	G(f) =
NRZ polaire		$a_k = V$ si bit =1 $a_k = -V$ si bit =0	$\frac{1}{2}V + \frac{1}{2}(-V) = 0$	$\frac{1}{2}V^2 + \frac{1}{2}(-V)^2 - 0 = V^2$	oui /non $m_a = 0$ si oui, pour f=	G(f) =
RZ		$a_k = V$ si bit =1 $a_k = 0$ si bit =0	$\frac{1}{2}V$	$\frac{V^2}{4}$	oui /non si oui, pour f= $\frac{n}{T}$	G(f) =
Manchester		$a_k = V$ si bit =1 $a_k = -V$ si bit =0	0	V^2	oui /non si oui, pour f=	pour f=0, G(f) = 0 ⇒ valeur continue ne passe pas

TD : Communication en base de bande



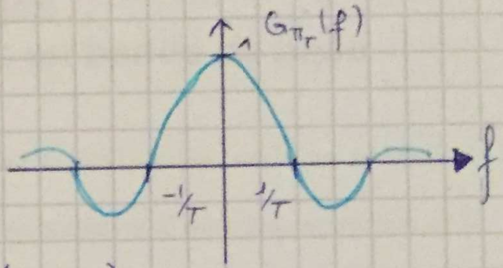
Q1)

$$\Pi_T(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } -T/2 \leq t \leq T/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

On a $G_{\Pi_T}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi_T(t) e^{-j2\pi f t} dt$

$$= \left[\frac{e^{-2\pi j f t}}{-2\pi j f} \right]_{t=-T/2}^{t=T/2}$$

$$= \frac{1}{\pi f} \sin(\pi f T) = T \operatorname{Sinc}(\pi f t)$$



Q2) plus T est petit plus la periode du sinc est grande

Q3) plus T diminue, plus il y a de frequence accepté

Q4) Voir Tableau

On use de la formule de Benett

NRZ polaire $\quad S_g(f) = V^2 \frac{T^2 \operatorname{sinc}^2(\pi f T)}{T} = V^2 T \operatorname{sinc}(\pi f T)$

NRZ unipolaire $\quad S_x(f) = \frac{V^2}{4} \frac{T^2}{T} \operatorname{Sinc}^2(\pi f T) + \frac{V^2}{4} \frac{T^2 \operatorname{Sinc}^2(\pi f T)}{T^2} \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{N}{T}\right)$

Or pour $N \neq 0 \quad \operatorname{Sin}^2 c(\pi f T) \delta\left(f - \frac{N}{T}\right) = \begin{cases} 0 & \text{si } f \neq \frac{N}{T} \\ 0 & \text{si } f = \frac{N}{T} \end{cases}$

D'où $\quad S_x(f) = \frac{V^2}{4} \operatorname{Sinc}^2(\pi f T) \left(T + \delta(f) \right) = \frac{V^2}{4} \left(T \operatorname{sinc}^2(\pi f T) + \delta(f) \right)$

RZ $\quad S_x(f) = \frac{V^2}{16} T \operatorname{sinc}^2\left(\pi f \frac{T}{2}\right) + \frac{V^2}{16} \operatorname{sinc}^2\left(\pi f \frac{T}{2}\right) \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T}\right)$

Q7) User de Manchester