

Calcul de sensibilités

Dans ce TP, on propose de tester les différentes méthodes de calcul de sensibilité : méthode de différences finies, méthode “likelihood”, méthode “pathwise”. Ces méthodes seront testées sur le cas élémentaire du calcul du delta (dérivée par rapport au spot) de l’option Call dans le modèle de Black-Scholes.

On se place dans le modèle de Black-Scholes

$$dS_t = S_t(rdt + \sigma dW_t), \quad S_0 = x$$

où W est un mouvement Brownien standard réel. On rappelle les formules fermées du prix et du delta en 0 pour le call

$$C_0(S_0) = S_0 \mathcal{N}(d_1) - K e^{-rT} \mathcal{N}(d_2); \quad \Delta_0 = \mathcal{N}(d_1).$$

où \mathcal{N} désigne la fonction de répartition de la loi normale centrée et réduite et

$$d_1 = \frac{1}{\sigma\sqrt{T}} \left(\log \frac{S_0}{K} + \left(r + \frac{\sigma^2}{2} \right) T \right); \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}.$$

1. Implémenter les trois méthodes d’approximation du delta par différences finies, rapport de vraisemblance et dérivation trajectorielle.
2. Tracer en fonction du strike l’évolution du delta calculé par chacune des trois méthodes ci-dessus. On ajoutera sur le même graphique la valeur exacte du delta.
3. Tester la stabilité de la méthode de différences finies en fonction du paramètre ε .