

فرض کنید یک بازی رایانه‌ای به نام **شکرستان** تولید شده است که بازیکن آن در دنیایی سه بعدی حرکت می‌کند. مکان‌های بازیکن در آن دنیای سه بعدی را خانه‌های آرایه سه بعدی C با ابعاد $n \times n \times n$ مشخص می‌کنند و علاوه بر آن، مقدار هر خانه $C[i, j, k]$ ، تعداد امتیازاتی را که بازیکن شکرستان با بودن در مکان (i, j, k) به دست می‌آورد، مشخص می‌کند. در شروع بازی، تنها $O(n)$ خانه از خانه‌های آرایه C غیر صفر است؛ همه $O(n^3)$ خانه دیگر آن صفر هستند. اگر بازیکن در طول بازی، به مکان (i, j, k) برود و $C[i, j, k]$ غیر صفر باشد، آنگاه به مقدار $C[i, j, k]$ ، امتیاز به عنوان جایزه به او داده می‌شود و سپس مقدار $C[i, j, k]$ صفر می‌شود. در ادامه، رایانه مکان دیگری مثل (i, j, k) را تصادفاً انتخاب می‌کند و ۱۰۰ امتیاز را به مقدار $C[i, j, k]$ اضافه می‌کند. مسأله این است که بازی شکرستان، برای اجرا روی رایانه‌ای بزرگ طراحی شده است و چون حالا قرار است که آن را برای اجرا روی تلفن هوشمند (که حافظه بسیار کمتری دارد) سازگار کنیم، شما نمیتوانید مانند نسخه رایانه‌ای بازی، از $O(n^3)$ خانه حافظه برای نمایش آرایه C در حافظه تلفن استفاده کنید. توضیح دهید که چگونه می‌توانیم محتویات آرایه C را با استفاده از تنها $O(n)$ واحد حافظه نمایش دهیم و اینکه چگونه می‌توانیم با الگوریتم‌هایی با کارایی $O(\log n)$

- مقدار هر خانه $C[i, j, k]$ را تعیین کنیم؛
- مقدار هر خانه غیر صفر $C[i, j, k]$ را صفر کنیم؛
- و ۱۰۰ امتیاز را به مقدار هر خانه $C[i, j, k]$ اضافه کنیم.