

برای حل این سوال به یک درخت  $AVL$  نیاز خواهیم داشت با این تفاوت که هر گره، علاوه بر داشتن اشاره گر هایی به گره پدر و گره فرزند راست و گره فرزند چپ، مقداری تحت عنوان  $Size$  را نیز نگهداری می کند.  $Size$  گره  $c$  تعداد تمام گره هایی است که از  $c$  منشعب می شوند. برای مثال  $Size$  ریشه درخت، برابر با یک واحد کمتر از کل تعداد گره هاست. از طرفی، فرض کنید دنبال  $k$  امین کوچکترین عنصر در درخت هستیم. می دانیم تمام عناصر کوچکتر از ریشه، در سمت چپ آن قرار دارند. به عبارت دیگر، اگر  $Size$  زیردرخت چپ برابر با  $k - 1$  باشد (یعنی  $k - 1$  عنصر در زیردرخت چپ قرار دارند) و به دنبال  $k$  امین کوچکترین عنصر باشیم، پاسخ همان ریشه است. چرا که  $k - 1$  عنصر کوچکتر از ریشه وجود دارند و خود ریشه  $k$  امین عنصر است. حال اگر کلید  $k$  کوچکتر از  $Size$  زیردرخت چپ باشد، می توان نتیجه گرفت که عنصر مورد نظر ما جایی در زیردرخت چپ قرار دارد. در غیر این صورت، اگر  $k$  از  $Size$  زیردرخت چپ بیشتر باشد، باید در زیردرخت راست دنبال آن بگردیم. میانه ی یک لیست که تعداد عناصر آن فرد باشد، اندیس  $\lceil \frac{N+1}{2} \rceil$  ام آن است. در صورتی که تعداد عناصر آن زوج باشد، میانگین دو عنصر  $\lceil \frac{N}{2} \rceil$  ام و  $\lceil \frac{N+2}{2} \rceil$  ام آن است. پس با استفاده از الگوریتمی که در بالا شرح داده شد، به یافتن عناصر مورد نظر می پردازیم و میانه را حساب می کنیم.

---

Find\_Kth( $T, K, root$ )

---

**Require:**  $T$ : A tree,  $K$ : The  $K\_th$  element to be found,  $root$ : The root to begin with

**Ensure:** The  $K\_th$  smallest element in  $T$

```
size = root.left.size + 1
if k == size then
    return root.value
else if k < size then
    return Find_Kth(T, K, root.left)
else
    return Find_Kth(T, K - size, root.right)
```

---



---

Find\_Median( $T$ )

---

**Require:**  $T$ : The AVL tree

**Ensure:** Median in  $T$

```
size = T.size
if size%2 == 1 then
    return T.Find_Kth((T, size + 1, T.root) // 2)
first_med = T.Find_Kth(T, size // 2, T.root)
second_med = T.Find_Kth(T, (size + 2) // 2, T.root)
return (first_med + second_med) / 2
```

---

با توجه به اینکه درختی که استفاده کردیم از نوع  $AVL$  بوده است، کارایی زمانی افزودن یک مقدار به آن از مرتبه  $O(\log n)$  خواهد بود. بعلاوه، همانطور که در الگوریتم  $Find\_Median$  مشاهده کردیم، هر بار درخت را به دو نیم تقسیم کرده و یک نیم را حذف می کنیم. در نتیجه کارایی یافتن میانه از مرتبه  $O(\log n)$  خواهد بود.