در ابتدا ثابت می‌کنیم که خاصیت فوق برای هر گزاره‌ی اتمی صادق است. اگر p گزاره‌ای اتمی باشد، می‌دانیم $Sub(p) = \{p\}$.
پس در نتیجه تعداد اعضای این زیرفرمول متناهی است. یعنی $|Sub(A)| = |\{p\}| = 1$

اکنون باید تحقیق کنیم که به ازای فرمولی چون $A \in \mathscr{F}$ ، اگر $Sub(A)$ متناهی باشد، آنگاه $Sub(\neg A)$ نیز متناهی است.
فرضا تعداد زیرفرمول های A متناهی است. یعنی $|Sub(A)| = n, n \in \mathbb{N}$. حال داریم:

$$Sub(\neg A) = Sub(A) \cup \{\neg A\}$$

. پس

$$|Sub(\neg A)| = n + 1$$

که عددی است متناهی. در نتیجه حکم دوم نیز ثابت است.

حال به اثبات حکم سوم می‌پردازیم: اگر $A, B \in \mathscr{F}$ فرمول هایی باشند که زیرفرمول‌های آنها متناهی باشد، آنگاه

$$Sub(A * B) = Sub(A) \cup Sub(B) \cup \{A * B\}$$

نیز متناهی است.
فرض کنیم

$$|Sub(A)| = n$$

$$|Sub(B)| = m$$

به صورتی که $m, n \in \mathbb{N}$. در نتیجه

$$|Sub(A * B)| \leq |n| + |m| + |1|$$

چرا که در بدترین حالت، A و B هیچ اشتراکی ندارند و تعداد اعضای اجتماع آنها برابر با مجموع اعضای تک‌تک آنهاست. از آنجایی که $m + n + 1$ نیز متناهی است، پس $Sub(A * B)$ نیز متناهی خواهد بود و حکم ثابت است.

پس صورت کلی صادق و به ازای هر فرمول $A \in \mathscr{F}$ داریم: $Sub(A)$ متناهی است.