

فروشگاهی بزرگ برای تحلیل رفتار مشتریان خود، آرایه‌ای دو بعدی A را نگهداری میکند که سطرهاى آن، متناظر با مشتریان هستند و ستون‌های آن، متناظر با کالاهایی هستند که به مشتریان فروخته است. خانه $A[i, j]$ نمایانگر این است که مشتری i چند قلم از کالای j را خریده است. این مثالی است کوچک از چنین آرایه‌ای:

	ماکارونی	کره	نوشابه	شیر
مشتری ۱	۳	۰	۶	۰
مشتری ۲	۰	۰	۳	۲
مشتری ۳	۷	۰	۰	۰

یکی از کارهایی که فروشگاه میتواند با داده‌ها انجام دهد، پیدا کردن زیرمجموعه‌ای متنوع از مشتریان است: میگوییم که یک زیرمجموعه S از مشتریان، متنوع است اگر هیچ یک از دو مشتری عضو این مجموعه، یک کالا را نخریده باشند (یعنی هر کالایی در فروشگاه را حداکثر یکی از مشتریان در مجموعه S خریده باشد). مجموعه‌های متنوع مشتریان میتوانند مفید باشند؛ مثلاً می‌توان از آنها به عنوان منبعی برای تحقیقات بازاریابی استفاده کرد.

مسئله فروشگاه را می‌توان به این شکل بیان کرد: آرایه A با ابعاد $m \times n$ (به شکلی که توصیف شد) و عدد صحیح k ($k \leq m$) مشخص شده است؛ آیا زیرمجموعه‌ای از حداقل k مشتری وجود دارد که متنوع باشد؟

الف نشان دهید که این مسئله، در رده NP است.

ب نشان دهید که این مسئله، در رده NPC است.