

شما قرار است که به یک شرکت مشاوره پزشکی که در حال طرح ریزی یک زمانبندی کاری برای حضور پزشکان در یک بیمارستان بزرگ است، کمک کنید. پزشکان یک زمانبندی کاری روزانه و منظم دارند که در بیشتر اوقات پاسخگوی نیازهای آنها است. با وجود این، حالا آنها لازم است به همه موارد خاص بپردازند و به ویژه، می‌خواهند از این مطمئن شوند که در هر روز تعطیلی، حداقل یک پزشک، در بیمارستان حضور کاری داشته باشد.

مسئله از این قرار است:  $k$  دوره تعطیلی وجود دارد (مثل تعطیلات نوروزی یا تعطیلات تابستانی) که هر یک از آنها چند روز متوالی طول میکشد.  $D_j$  را مجموعه روزهای  $j$  امین دوره تعطیلی بگیرید؛ ما به اجتماع همه این روزها، یعنی  $\bigcup_j D_j$ ، مجموعه همه روزهای تعطیلی می‌گوییم.

$n$  پزشک در بیمارستان کار میکنند؛  $S_i$  را مجموعه روزهای تعطیلی بگیرید که پزشک  $i$ ، می‌تواند در آن روزها سر کار حاضر شود. (این مجموعه، ممکن است تنها شامل روزهایی خاص از یک دوره تعطیلی باشد نه همه روزهای آن دوره تعطیلی. مثلاً یک پزشک ممکن است بتواند در جمعه یا شنبه یا یکشنبه یک دوره تعطیلی در بیمارستان حاضر شود، اما در پنجشنبه آن دوره تعطیلی نتواند در بیمارستان حاضر شود.)

**الف** الگوریتمی کارا را توصیف کنید که این اطلاعات را بگیرد و مشخص کند که آیا تحت قیدهای زیر، میتوان حداقل یک پزشک را برای حضور در هر روز تعطیلی، انتخاب کرد یا خیر:

- هر پزشک باید در مجموع حداکثر در  $c$  روز تعطیلی کار کند، و این  $c$  روز باید فقط از روزهایی باشد که او امکان حضور در بیمارستان را دارد (مقدار  $c$  مشخص است).

- هر پزشک باید حداکثر در یکی از روزهای هر دوره تعطیلی  $j$ ، یعنی در یکی از روزهای مجموعه  $D_j$  کار کند. (به عبارت دیگر، یک پزشک خاص میتواند در چند روز تعطیلی در طول سال کار کند، اما نباید در دو روز یا بیشتر از هر دوره تعطیلی کار کند.)

الگوریتم، یا باید روزهای کاری پزشکان در تعطیلات را تحت قیدهای مذکور تعیین کند، یا آنکه به درستی این نتیجه را گزارش کند که نمیتوان بدون نادیده گرفتن قیدها، روزهای کاری پزشکان را تعیین کرد.

**ب** با یک مثال، نحوه اجرای الگوریتم را توضیح دهید