

فرض کنید A مجموعه‌ای بزرگ از n عنصر باشد؛ آنقدر بزرگ که نتوان آن را به طور کامل در حافظه اصلی نگهداری کرد و لازم باشد که آن را روی دیسک نگهداری کرد. یک راه برای مرتب کردن چنین مجموعه‌ای، طراحی گونه‌ای از الگوریتم مرتبسازی ادغامی است: مجموعه A را به k مجموعه کوچک‌تر A_1, A_2, \dots, A_k تقسیم کنید، هر یک از آن مجموعه‌ها را به طور بازگشتی مرتب کنید و سپس همه مجموعه‌های مرتب را با هم ادغام کنید تا مجموعه مرتب اصلی تشکیل شود.

الف) فرض کنید اندازه هر صفحه دیسک b باشد و اندازه حافظه اصلی m باشد. با یک مثال توضیح دهید که مقدار k (برحسب b و m) چند باشد تا بتوان با $O\left(\frac{n}{b}\right)$ عملیات انتقال صفحه (خواندن یک صفحه از دیسک یا نوشتن یک صفحه روی دیسک)، k مجموعه مرتب را با هم ادغام کرد.

ب) با تشکیل و حل یک رابطه بازگشتی برای تعداد عملیات انتقال صفحه، ثابت کنید که الگوریتم مرتبسازی ادغامی مجموعه A را با $O\left(\left(\frac{n}{b}\right) \frac{\log\left(\frac{n}{b}\right)}{\log\left(\frac{m}{b}\right)}\right)$ عملیات انتقال صفحه مرتب میکند.