

مسئله ازدواج پایدار را به این شکل تعمیم می‌دهیم که تشکیل زوج‌های خاصی از مردها - زن‌ها صریحاً ممنوع باشد. (در مورد تطابق کارفرماها و کارچوها، می‌توانیم این گونه تصور کنیم که بعضی از کارچوها فاقد صلاحیت‌ها یا گواهی‌های لازم باشند و بنابراین، با وجود آنکه موجه به نظر می‌رسند، نتوانند در شرکت‌های خاصی استخدام شوند.) پس ما یک مجموعه M شامل n مرد داریم و یک مجموعه W شامل n زن. و یک مجموعه $F \subseteq M \times W$ شامل زوج‌هایی که مجاز به ازدواج با یکدیگر نیستند. هر مرد m ، تمام زنهای w را با شرط $(m, w) \notin F$ رتبه‌بندی میکند و هر زن w' ، تمام مردهای m' را با شرط $(m', w') \notin F$ رتبه‌بندی میکند. در این قالب کلیتر از مسئله ازدواج پایدار، ما می‌گوییم که یک تطابق ازدواج S پایدار است، اگر هیچ یک از این نوع ناپایدارها را نداشته باشد:

- دو زوج (m, w) و (m', w') در S وجود داشته باشند و با شرط $(m', w') \notin F$ ، مرد m ترجیح دهد زن w' را به w ، و زن w' ترجیح دهد مرد m را به m' . (این حالت، همان نوع عادی ناپایداری است.)
- زوج $(m, w) \in S$ باشد، اما یک مرد m' وجود داشته باشد که در هیچ زوجی از تطابق قرار نگرفته باشد، و با شرط $(m', w) \notin F$ ، w ترجیح دهد m' را به m . (در این حالت، زنی با مردی زوج شده است، ولی مردی مجرد را که ازدواج با او ممنوع نیست، به آن مرد ترجیح می‌دهد.)
- زوج $(m, w) \in S$ باشد، اما یک زن w' وجود داشته باشد که در هیچ زوجی از تطابق قرار نگرفته باشد، و با شرط $(m, w') \notin F$ ، m ترجیح دهد w' را به w . (در این حالت، مردی با زنی زوج شده است، اما زنی مجرد را که ازدواج با او ممنوع نیست، به آن زن ترجیح می‌دهد.)
- یک مرد m و یک زن w وجود داشته باشند که با شرط $(m, w) \notin F$ ، هیچ یک از آن دو در هیچ زوجی از تطابق قرار نگرفته باشند. (در این حالت، یک مرد مجرد و یک زن مجرد وجود دارند که مانعی برای ازدواج آنها با یکدیگر وجود ندارد.)

الف ثابت کنید که با این تعریف از ناپایداری یک تطابق ازدواج، میتوان با همان الگوریتمی که مسئله پایه‌ای ازدواج پایدار را حل میکند، این مسئله را نیز حل کرد. الگوریتم باید همیشه برای هر مجموعه‌ای از لیستهای ترجیحات مردان و زنان و هر مجموعه‌ای از زوجهای ممنوع، یک تطابق ازدواج پایدار تولید کند.

ب برنامه‌ای برای پیاده‌سازی الگوریتم بنویسید به نحوی که رده کارایی زمانی آن $O(n^2)$ باشد. با اجرای برنامه روی چند نمونه ورودی مختلف، درستی آن را تحقیق کنید.