



تمرینات سری ۴

تمرین ۱

فرض کنید C_1 و C_2 دو Clause باشند به طوری که $C_1 \subset C_2$ و $C_1, C_2 \in S$. ثابت کنید $S - C_2 \equiv S$.

جواب ابتدا فرض می‌کنیم S صدق‌پذیر است یعنی تعبیری مانند \mathcal{I} وجود دارد که $V_{\mathcal{I}}(S) = 1$. این بدین معناست که ارزش هر یک از اعضای این مجموعه برابر یک است و حذف یکی از اعضای این مجموعه مانند C_2 ، تغییری در ارزش S ایجاد نخواهد کرد و $S \rightarrow S - C_2$. برعکس فرض می‌کنیم $S - C_2$ صدق‌پذیر است و تعبیری مانند \mathcal{I} وجود دارد به طوری که $V_{\mathcal{I}}(S - C_2) = 1$. از آنجایی که $C_1 \in S$ ، $V_{\mathcal{I}}(C_1) = 1$ بنابراین حداقل یک literal مانند q در C_1 وجود دارد که $V_{\mathcal{I}}(q) = 1$. میدانیم که $C_1 \subset C_2$ بنابراین $q \in C_2$ و چون C_2 یک clause است، نتیجه می‌گیریم که $V_{\mathcal{I}}(C_2) = 1$ بنابراین اضافه کردن C_2 به $S - C_2$ ارزش آن را تغییر نخواهد داد و $S - C_2 \equiv S$.

تمرین ۲

الگوریتم رزولوشن را با تمرین ۱ بهینه کنید.

جواب اگر $C = \text{Res}(C_1, C_2)$ باشد، با توجه به تمرین قبل C را زمانی به S اضافه می‌کنیم که هیچ زیرمجموعه‌ای از C در S وجود نداشته باشد. هنگام اضافه کردن C می‌توانیم اعضای S که C زیرمجموعه آنهاست را نیز از S حذف کنیم. بنابراین الگوریتم رزولوشن را می‌توانیم به صورت زیر بازنویسی کنیم:

Resolution(S)

Input: A non-empty set S of clauses

Output: S is satisfiable or unsatisfiable

$S_0 = S$

repeat

 choose a new pairs of clashing clauses $C_1, C_2 \in S$

$C := \text{Res}(C_1, C_2)$

if C is not trivial and there is no $A \in S$ s.t. $A \subseteq C$ **then**

$S_{i+1} := S_i$

while there is $A \in S$ s.t. $C \subset A$ **do**

 remove A from S

until $c = \square$ or all pairs of clashing clauses have been resolved

if $c = \square$ **then**

return satisfiable

else

return unsatisfiable