

برای حل این بخش می‌توانیم از قاعده همواری استفاده کنیم. از آنجایی که در هر مرحله جذر n را محاسبه می‌کنیم و از آن کف می‌گیریم، می‌توانیم فرض کنیم که $n = 2^{2^k}$ ، در این صورت می‌توانیم این رابطه بازگشتی را ساده‌تر کنیم و آن را حل کنیم:

$$T(2^{2^k}) = 2T(2^{2^{k-1}}) + \log(2^{2^k}) = 2T(2^{2^{k-1}}) + 2^k \log(2) = 2T(2^{2^{k-1}}) + 2^k \quad (۱)$$

$$= 2 \times [2T(2^{2^{k-2}}) + 2^{k-1}] + 2^k = 2^2 T(2^{2^{k-2}}) + 2 \times 2^k \quad (۲)$$

$$= 2^3 T(2^{2^{k-3}}) + 3 \times 2^k = \dots = 2^k T(2^{2^{k-k}}) + k \times 2^k \quad (۳)$$

$$= 2^k T(2) + k \times 2^k \quad (۴)$$

از طرفی داریم :

$$n = 2^{2^k} \rightarrow 2^k = \log(n) \quad (۵)$$

$$\rightarrow k = \log(\log(n)) \quad (۶)$$

بنابراین:

$$T(n) = \log(n) \times T(2) + \log(\log(n)) \times \log(n) \quad (۷)$$

$$\rightarrow T(n) \in \theta(\log(\log(n)) \times \log(n)) \quad (۸)$$

روش دوم می‌توانیم برای حل این سوال از قضیه اصلی نیز استفاده کنیم بدین صورت که با استفاده از تغییر متغیر، شکل رابطه بازگشتی را عوض کرده و آن را با قضیه اصلی حل می‌کنیم. برای این کار ابتدا فرض می‌کنیم $n = 2^k$ بنابراین داریم:

$$T(n) = T(2^k) = S(k) \quad (۹)$$

$$S(k) = 2S(k/2) + k \quad (۱۰)$$

$$\xrightarrow{\text{master theorem}} S(k) \in k \log(k) \quad (۱۱)$$

$$\rightarrow T(n) \in \log(\log(n)) \times \log(n) \quad (۱۲)$$