ابتدا پایه‌های استقرا را در نظر می‌گیریم:

- فرض کنید A یک فرمول اتمی بسته باشد و A' تنها متغیر آزادش x باشد به طوری که $A = \forall x\ A'(x)$. طبق تعریف صدق تارسکی :

$$\mathscr{I} \underset{\sigma_1}{\models} \forall x\ A'(x) \Longleftrightarrow \mathscr{I} \underset{\sigma_1'}{\models} A'\ for\ all\ d \in D\ , \sigma_1' := \sigma_1[x \leftarrow d] \tag{۱}$$

$$\mathscr{I} \underset{\sigma_2}{\models} \forall x\ A'(x) \Longleftrightarrow \mathscr{I} \underset{\sigma_2'}{\models} A'\ for\ all\ d \in D\ , \sigma_2' := \sigma_2[x \leftarrow d] \tag{۲}$$

از آنجایی که x تنها متغیر آزاد A' است و توسط σ' با d جایگزین می‌شود، مقدار این دو تابع در x یکسان است و از آنجا که میدانستیم σ_1 و σ_2 تنها در x می‌توانند تفاوت داشته باشند و چون طبق (1) و (2) نشان دادیم در x نیز مقدارشان یکسان است ، نتیجه می‌گیریم $\sigma_1 = \sigma_2$ و :

$$\mathscr{I} \underset{\sigma_1}{\models} A \longleftrightarrow \mathscr{I} \underset{\sigma_2}{\models} A$$

- اگر $A = \exists x A'(x)$ باشد، همانند قسمت قبل می‌توانیم درستی حکم را نشان دهیم.

حالا طبق استقرای ساختاری فرض می‌کنیم حکم برای A و B برقرار باشد نشان می‌دهیم برای $\neg A$ و $A * B$ نیز برقرار است:

$$\mathscr{I} \underset{\sigma_1}{\models} \neg A \leftrightarrow \mathscr{I} \underset{\sigma_1}{\not\models} A \leftrightarrow \mathscr{I} \underset{\sigma_2}{\not\models} A \leftrightarrow \mathscr{I} \underset{\sigma_2}{\models} \neg A \tag{۳}$$

$$\mathscr{I} \underset{\sigma_1}{\models} A * B \leftrightarrow \mathscr{I} \underset{\sigma_1}{\models} A * \mathscr{I} \underset{\sigma_1}{\models} B \leftrightarrow \mathscr{I} \underset{\sigma_2}{\models} A * \mathscr{I} \underset{\sigma_2}{\models} B \leftrightarrow \mathscr{I} \underset{\sigma_2}{\models} A * B \tag{۴}$$

حالا کافیست با استفاده از استقرا روی تعداد سورها حکم را ثابت کنیم تا اثبات به پایان برسد:
فرض می کنیم A یک فرمول بسته باشد و $\{x_1, \ldots x_n\}$ متغیرهای آزاد A' باشند به طوری که : $A = \forall x_n \ldots \forall x_1 A'(x_1, \ldots, x_n)$
با فرض اینکه حکم برای $n-1$ سور برقرار است اثبات را انجام می‌دهیم:

$$\mathscr{I} \underset{\sigma_1}{\models} \forall x_n \ldots \forall x_1 A' \Longleftrightarrow \mathscr{I} \underset{\sigma_1'}{\models} \forall x_{n-1} \ldots \forall x_1 A'\ for\ all\ d \in D\ , \sigma_1' := \sigma_1[x_n \leftarrow d] \tag{۵}$$

$$\mathscr{I} \underset{\sigma_2}{\models} \forall x_n \ldots \forall x_1 A' \Longleftrightarrow \mathscr{I} \underset{\sigma_2'}{\models} \forall x_{n-1} \ldots \forall x_1 A'\ for\ all\ d \in D\ , \sigma_2' := \sigma_2[x_n \leftarrow d] \tag{۶}$$

این قسمت نیز به طور مشابه اثبات می‌شود چرا که اگر $\forall x_{n-1} \ldots \forall x_1 A'$ را A'' بنامیم، داریم:

$$\mathscr{I} \underset{\sigma_1}{\models} \forall x_n A'' \Longleftrightarrow \mathscr{I} \underset{\sigma_1'}{\models} A''\ for\ all\ d \in D\ , \sigma_1' := \sigma_1[x_n \leftarrow d] \tag{۷}$$

$$\mathscr{I} \underset{\sigma_2}{\models} \forall x_n A'' \Longleftrightarrow \mathscr{I} \underset{\sigma_2'}{\models} A''\ for\ all\ d \in D\ , \sigma_2' := \sigma_2[x_n \leftarrow d] \tag{۸}$$

این بخش قبلا اثبات شده است بنابراین اثبات کامل و حکم همیشه برقرار است.