

**الف)** فرض کنید  $A$  و  $B$ ، دو مجموعه ای باشند هر یک متشکل از  $n$  عدد صحیح که هر یک از آنها در محدوده 1 تا  $2n$  واقع باشد. الگوریتمی را با کارایی زمانی  $O(n)$  توصیف کنید که دو مجموعه  $A$  و  $B$  را به عنوان ورودی بگیرد و تعیین کند که آیا دو مجموعه  $A$  و  $B$  با هم برابر هستند یا خیر؛ یعنی آیا شامل عناصر کاملاً یکسانی (گرچه با ترتیب متفاوت) هستند یا خیر. برنامه‌ای برای پیاده‌سازی الگوریتم بنویسید و با درج شمارنده‌ای (یا شمارنده‌هایی) در آن، تعداد عملیات پایه‌ای الگوریتم را به عنوان تابعی از اندازه دو مجموعه  $A$  و  $B$  محاسبه کنید. با هر یک از مقادیر  $n = 10, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$  آزمایش کنید.

**ب)** فرض کنید  $A$  و  $B$ ، دو مجموعه‌های باشند هر یک متشکل از  $n$  عدد صحیح که هر یک از آنها در محدوده‌ی 1 تا  $n^4$  واقع باشد. الگوریتمی را با کارایی زمانی  $O(n)$  توصیف کنید که دو مجموعه  $A$  و  $B$  و عدد صحیح  $x$  را به عنوان ورودی بگیرد و تعیین کند که آیا عدد صحیح  $a$  در مجموعه  $A$  و عدد صحیح  $b$  در مجموعه  $B$  وجود دارند که رابطه  $a + b = x$  برقرار باشد یا خیر.

برنامه‌ای برای پیاده‌سازی الگوریتم بنویسید و با درج شمارنده‌ای (یا شمارنده‌ایی) در آن، تعداد عملیات پایه‌ای الگوریتم را به عنوان تابعی از اندازه دو مجموعه  $A$  و  $B$  محاسبه کنید. با هر یک از مقادیر  $n = 10, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$  آزمایش کنید.