

الف) با تحلیل ریاضی، مشخص شده است که اگر اندازه یک جدول درهم‌سازی بسته n باشد و اگر تعداد کلیدها m باشد و اگر $\alpha = \frac{n}{m}$ باشد، آنگاه میانگین تعداد مقایسه‌های لازم برای جستجوهای ناموفق (یا درجها) در چنین جدولی با راهبرد کاوش خطی، تقریباً $\frac{1}{2}(1 + \frac{1}{(1-\alpha)^2})$ خواهد بود.

برنامه‌ای بنویسید که با آن بتوان یک جدول درهم‌سازی بسته با اندازه n ساخت و سپس با راهبرد کاوش خطی $\frac{n}{2}$ عدد صحیح (کلید) تصادفی را در جدول درج کرد. سپس شمارنده‌ای (یا شمارنده‌هایی) را در برنامه درج کنید و با آن، میانگین تعداد مقایسه‌هایی را که برای جستجوهای ناموفق (درج‌ها) در جدول لازم است محاسبه کنید. آزمایش را با هر یک از مقادیر $n = 10, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$ انجام دهید و نتایج تجربی را با نتایج نظری مقایسه کنید.

ب) این فرضیه مطرح شده است که تعداد مقایسه‌های لازم برای درج m کلید تصادفی با راهبرد کاوش خطی در یک جدول درهم‌سازی بسته با اندازه m ، تقریباً برابر با $\sqrt{\frac{\pi}{2}}(m^{\frac{3}{2}})$ است. با نوشتن برنامه‌ای، درستی این ادعا را تحقیق کنید.