هو العلیم



|  |
| --- |
| **ساختمان داده‌ها و الگوریتم­ها** |
| **نیمسال اول سال تحصیلی 1403 – 1402** |
| **تمرینات 2** |
|  |

**1.** الگوریتم ساده­اندیشانه برای مسأله تطابق رشته را در نظر بگیرید:

**الف)** الگوریتم را به گونه­ای تغییر دهید که در صورت وجود الگو در متن، مکان نویسه­ای از متن را که با سمت راست‌ترین نویسه الگو تطابق داده شده است، برگرداند.

**ب)** الگوریتم را به گونه­ای تغییر دهید که نویسه­های الگو را از راست به چپ پردازش ­کند (نه از چپ به راست).

**پ)** مبتنی بر این الگوریتم، الگوریتمی بنویسید که با آن بتوان تعداد دفعات وقوع یک الگو در یک متن را تعیین کرد؛ الگوها نباید با یکدیگر اشتراک داشته باشند. کارایی زمانی الگوریتم خود را نیز تعیین کنید.

**ت)** با این فرض که همه نویسه­های الگوها متفاوت با یکدیگر باشند، الگوریتم را به گونه­ای تغییر دهید که کارایی زمانی آن شود.

**جواب**:

**مراجع**:

**2. الف)** شبه‌کد الگوریتم اقلیدس را در نظر بگیرید:

با این فرض که باشد، ثابت کنید که کارایی زمانی الگوریتم اقلیدس است.

**ب)** با این فرض که اعداد صحیح مثبت باشند، تابع gcd را با این رابطه بازگشتی تعریف می‌کنیم:

ثابت کنید که این رابطه بازگشتی، بدون آنکه ترتیب اعداد ورودی تابع مهم باشد، همیشه درست است.

**پ)** با مبنا قرار دادن رابطه بازگشتی، الگوریتم کارایی را برای محاسبه بزرگ­ترین مقسوم­علیه مشترک عدد صحیح مثبت با شبه‌کد توصیف کنید و کارایی زمانی آن را هم تعیین کنید.

**جواب**:

**مراجع:**

**3.** قرار است در روزی خاص، تعداد زیادی سخنرانی علمی که زمان­­های شروع و زمان­های پایان هر یک از آنها مشخص است، در تالارهای یک دانشگاه برگزار شود.

یکی از تالارهای دانشگاه بزرگ­تر از بقیه است و به همین دلیل، برگزار کنندگان می­خواهند بیشترین تعداد ممکن از سخنرانی‌ها را در آن تالار برگزار کنند. از آنجا که زمان­های برگزاری بعضی از سخنرانی­ها با هم تداخل دارند، مسأله برگزار کنندگان، انتخاب بیشترین تعداد از سخنرانی­ها است به گونه­ای که هیچ دو سخنرانی با هم تداخل نداشته باشند. گرچه هر سخنرانی باید بی‌وقفه برگزار شود، اما به محض پایان یافتن یک سخنرانی می­توان سخنرانی بعدی را شروع کرد.

**الف)** الگوریتمی ساده­اندیشانه برای این مسأله طراحی و آن را با شبه‌کد توصیف کنید. فرض کنید الگوریتم، عدد را (که تعداد سخنرانی‌ها است) ، مجموعه­ را (که مجموعه زمان­های شروع سخنرانی­ها است) و مجموعه را (که مجموعه­ زمان­های پایان سخنرانی­ها است) به عنوان ورودی می­گیرد.

**ب)** کارایی زمانی الگوریتم ساده­اندیشانه را با نماد مجانبی بیان کنید.

**جواب**:

**مراجع**:

**4.** فرض کنید دنباله­ای از مقدار به ما داده شده است و ما به دنبال راهی هستیم که سریعاً و مکرراً پرسش­هایی را پاسخ دهیم که به این شکل باشند: دو مقدار و را بگیرید و کوچک­ترین مقدار در محدوده را بیابید.

**الف)** الگوریتمی طراحی کنید که با آن بتوان ساختارداده­ای را ساخت که بتوان بر مبنای آن ساختارداده، در زمان به هر یک از پرسش­ها پاسخ داد.

**ب)** الگوریتم خود را با شبه‌کد توصیف کنید و کارایی زمانی آن را اندازه بگیرید.

**جواب**:

**مراجع:**

**5.** شما قرار است به گروهی از تحلیگران امنیت که در حال نظارت بر مجموعه­ای از رایانه­های یک شبکه و ردگیری مسیرهای انتشار یک ویروس در شبکه هستند، کمک کنید. رایانه­ موجود در شبکه، با برچسب­های مشخص شده­اند. مجموعه­ای از داده­های ردگیری به شما داده شده است که زمان­هایی را که دو رایانه با یکدیگر ارتباط داشته­اند، مشخص می­کنند. مجموعه داده­ها به شکل سه­تایی­های مرتب است که مشخص می­کند دو رایانه و ، در زمان ، بیت­هایی را با یکدیگر تبادل کرده­اند. در مجموع، سه تایی این چنینی وجود دارد. فرض کنید که سه­تایی­ها، قبلاً به ترتیب صعودی مؤلفه زمان­شان، مرتب شده باشند. و برای سادگی، فرض کنید که هر دو رایانه، در بازه زمانی که شما فعالیت آنها را نظاره می­کنید، حداکثر یک بار با یکدیگر تبادل اطلاعات خواهند داشت.

تحلیلگران امنیت که شما با آنها کار می­کنید، می­خواهند به چنین سؤالاتی پاسخ دهند: اگر ویروس در زمان به رایانه تزریق شده باشد، آیا می­توانسته است که رایانه را تا زمان آلوده کرده باشد؟

فرایند آلودگی ساده است: اگر رایانه آلوده ، در زمان ، با رایانه سالم ارتباط برقرار کرده باشد (یعنی اگر یکی از سه­تایی­های یا در داده­های ردگیری وجود داشته باشد) پس رایانه نیز، از زمان به بعد آلوده خواهد بود. بنابراین، آلودگی می­تواند از طریق دنباله­ای از ارتباطات، از یک رایانه به رایانه­ای دیگر انتقال پیدا کند؛ با این شرط که هر گام در این دنباله، بیانگر حرکت رو به جلوی ویروس در طول زمان باشد. اگر مثلاً رایانه تا زمان آلوده شده باشد و سه­تایی­های و در داده­های ردگیری وجود داشته باشد و باشد، پس می­توان نتیجه گرفت که نیز از طریق آلوده شده است. (توجه کنید که می‌تواند با برابر باشد: این برابری، به آن معناست که همزمان با و در حال ارتباط بوده است؛ و در نتیجه، ویروس می­توانسته از به منتقل شود.)

به عنوان مثال، وضعیتی را در نظر بگیرید که رایانه در شبکه وجود داشته است و مجموعه داده­های ردگیری، شامل سه­تایی­های

باشد و ویروس در زمان 2 به رایانه تزریق شده باشد.

در چنین وضعیتی، می­توان نتیجه گرفت که بعد از 3 گام و در زمان 8 ، رایانه نیز آلوده شده است: در زمان 4 ، آلوده شده است؛ سپس در زمان 8 ، ویروس را از گرفته است؛ و سپس در زمان 8 ، ویروس را از گرفته است.

از طرف دیگر، اگر مجموعه داده­های ردگیری، به صورت

باشند و ویروس در زمان 2 به رایانه تزریق شده باشد، می­توان نتیجه گرفت که در طول دوره نظارت، آلوده نشده است. گرچه در زمان 14 آلوده شده، ولی می­بینیم که تنها در وقتی که هنوز آلوده نشده است، با آن ارتباط برقرار کرده است. بنابراین، در این نمونه، دنباله­ای از ارتباطات رو به جلو در محور زمان وجود ندارد که از طریق آن، ویروس بتواند از به برسد.

**الف)** الگوریتمی با زمان اجرای طراحی کنید که با آن بتوان به سؤالاتی از این دست پاسخ داد: با توجه به داده‌های ردگیری، آیا اگر ویروس در زمان به رایانه تزریق شده باشد، می­توانسته است که رایانه را تا زمان آلوده کرده باشد یا خیر؟

**ب)** الگوریتم خود را با شبه‌کد توصیف کنید.

**جواب**:

**مراجع**: