هو العلیم



|  |
| --- |
| **ساختمان داده‌ها و الگوریتم­ها** |
| **نیمسال اول سال تحصیلی 1403 – 1402** |
| **تمرینات 4** |
|  |

**1.** فرض کنید دنباله­ای نامتناهی **از** ماتریس­ها باشد. در این دنباله، است و برای هر ، ماتریسی است با این تعریف بازگشتی:

اگر برداری ستونی با طول باشد، الگوریتمی با کارایی برای محاسبه حاصل­ضرب ماتریس در بردار ارائه کنید. فرض کنید که همه اعداد آنقدر کوچک­ باشند که عملیات حسابی جمع و ضرب روی آنها در زمان ثابت قابل انجام باشد.

**جواب**:

**مراجع**:

**2. الف)** الگوریتمی­ بنویسید که به عنوان ورودی، اشاره­گری به ریشه درخت دودویی را بگیرد و تعداد گره‌های پر را به عنوان خروجی چاپ کند. کارایی زمان الگوریتم خود را تعیین کنید.

**ب)** الگوریتمی بنویسید که به عنوان ورودی، اشاره­گری به ریشه درخت دودویی را بگیرد و عمق هر یک از گره‌های را به عنوان خروجی چاپ کند. (عمق ریشه را صفر بگیرید.) کارایی زمان الگوریتم خود را تعیین کنید.

**جواب**:

**مراجع:**

**3.** این الگوریتم مرتب‌سازی را در نظر بگیرید.

**الف)** ثابت کنید که این الگوریتم، به درستی آرایه ورودی خود، ، را مرتب می‌کند.

**ب)** با تشکیل و حل یک رابطه بازگشتی برای شمارش تعداد عملیات مقایسه الگوریتم، کارایی زمانی آن را تعیین کنید.

**پ)** ثابت کنید که تعداد عملیات جابجایی الگوریتم حداکثر است.

**جواب**:

**مراجع**:

**4.** فرض کنید یک بازی رایانه­ای به نام **شکرستان** تولید شده است که بازیکن آن در دنیایی سه بعدی حرکت می­کند. مکان­های بازیکن در آن دنیای سه بعدی را خانه­های آرایه سه بعدی­ با ابعاد مشخص می­کنند و علاوه بر آن، مقدار هر خانه ، تعداد امتیازاتی را که بازیکن شکرستان با بودن در مکان به دست می­آورد، مشخص می­کند. در شروع بازی، تنها خانه از خانه­های آرایه­ غیرصفر است؛ همه خانه دیگر آن صفر هستند. اگر بازیکن در طول بازی، به مکان برود و غیرصفر باشد، آنگاه به مقدار ، امتیاز به عنوان جایزه به او داده می­شود و سپس مقدار صفر می‌شود. در ادامه، رایانه مکان دیگری مثل را تصادفاً انتخاب می­کند و 100 امتیاز را به مقدار اضافه می­کند.

مسأله این است که بازی شکرستان، برای اجرا روی رایانه­ای بزرگ طراحی شده است و چون حالا قرار است که آن را برای اجرا روی تلفن هوشمند (که حافظه بسیار کمتری دارد) سازگار کنیم، شما نمی­توانید مانند نسخه رایانه­ای بازی، از خانه حافظه برای نمایش آرایه در حافظه تلفن استفاده کنید.

توضیح دهید که چگونه می‌توانیم محتویات آرایه را با استفاده از تنها واحد حافظه نمایش دهیم و اینکه چگونه می‌توانیم با الگوریتم‌هایی با کارایی

* مقدار هر خانه را تعیین کنیم؛
* مقدار هر خانه غیرصفر را صفر کنیم؛
* و 100 امتیاز را به مقدار هر خانه اضافه کنیم.

**جواب**:

**مراجع:**

**5.** گاهی با داده‌هایی عددی کار می‌کنیم و ممکن است که تعیین میانه آن مجموعه اعداد، پیوسته در طول زمان لازم باشد. فرض کنید مجموعه‌ای ‌از اعداد باشد که در ابتدا تهی باشد و ممکن است لازم باشد که در طول زمان بارها با عملیات عدد در آن درج ‌شود یا با عملیات میانه آن تعیین ‌شود. روشی را پیشنهاد کنید که اگر عدد در مجموعه باشد، بتوان مبتنی بر آن، الگوریتمی با کارایی برای انجام عملیات و الگوریتمی هم با کارایی برای انجام عملیات طراحی کرد.

**جواب**:

**مراجع**: