



# MAGNETIC LEVITATION SYSTEM

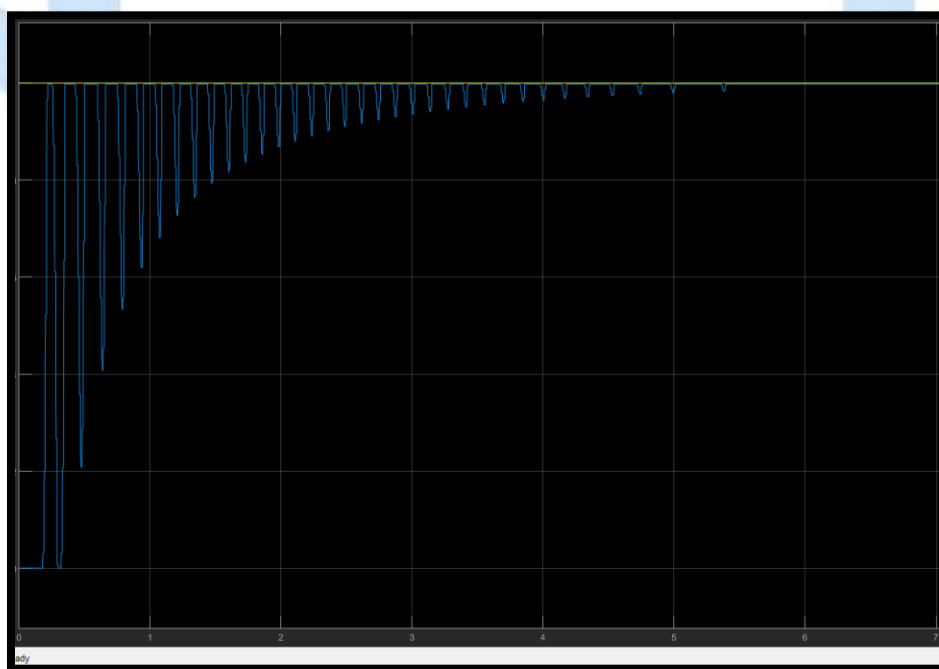


**K.N.TUSI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY**

# بسم الله الرحمن الرحيم

## فهرست مطالب

- (0) مقدمه
- (1) شرح مدل ( بلوک دیاگرام کلی)
- (2) شبیه سازی توپ (PLANT)
- (3) کنترل کننده PID
- (4) نتایج شبیه سازی
- (5) پاسخ تمارین
- (6) نتیجه گیری
- (7) منابع



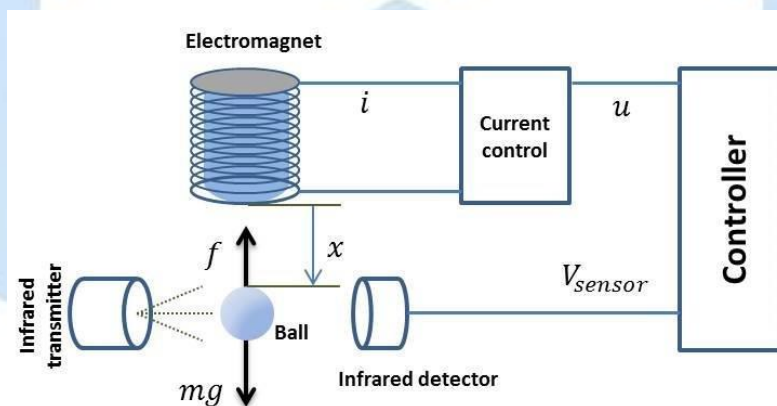
## مقدمه

قضیه Earnshaw<sup>1</sup> ثابت کرد که دستیابی به شناوری پایدار با استفاده از میدان های الکترومغناطیسی استاتیکی، ماکروسکوپی و کلاسیک امکان پذیر نیست، با این حال سیستم CE 152 با ایجاد یک چاه بالقوه در اطراف نقطه ای که توپ باید به حالت تعلیق در بیاید، یک نیروی قانون مربع غیر معکوس<sup>2</sup> ایجاد می کند؛ این مدل توسط یک سیم پیچ القایی به دست می آید که این سیم پیچ یک میدان الکترومغناطیسی متغیر تولید می کند که این میدان الکترومغناطیسی با استفاده از بازخورد<sup>3</sup> برای نگه داشتن توپ در محل مورد نیاز کنترل می شود.

در ادامه گزارش های قبل باید گفت برای مدل کردن سیستم با نوشتن معادلات حالت با مشکل مواجه شدیم؛ چرا که اولاً سیستم واقعی به صورت غیر خطی عمل می کند و این در حالیست که در روش های مدرن معادلات حول نقطه تعادل با بسط تیلور تقریب خطی زده می شوند و همین امر موجب نامحسوس شدن تلاش کنترلی برای برگرداندن توپ به حول نقطه تعادل میشد (چرا که قوانین کنترلی نوشته شده در ناحیه های خارج از اطراف نقطه تعادل دیگر صادق نبودند) و اگر به منظور عدم تخمین از معادلات اصلی استفاده می کردیم به علت غیر خطی بودن معادلات نمی توانستیم آن را به فرم معادلات حالت نمایش دهیم (به علاوه با بزرگ شدن تعداد ارقام متلب آن را به صورت  $\infty$  در نظر می گرفت)؛ به منظور مرتفع کردن مشکلات بالا تصمیم بر آن شد که به جای تخمین با روش های کنترل مدرن و نوشتن کد در محیط متلب، مدل سیستم کنترلی و دینامیک توپ را در Simulink شبیه سازی کنیم و سپس با توجه به پاسخ پله ی خروجی سیستم نهایی نمایش فضای حالت و تابع تبدیل سیستم را بیابیم.

## شرح مدل

سیستم شناوری مغناطیسی یک سیستم دینامیکی غیر خطی با یک ورودی و یک خروجی است؛ ولتاژ ورودی به یک سیم پیچ اعمال می شود که میدان الکترومغناطیسی را ایجاد می کند. موقعیت توپ توسط یک گیرنده و فرستنده مادون قرمز<sup>4</sup> اندازه گیری می شود و موقعیت توپ را در میدان مغناطیسی نشان می دهد؛ تصویر 1 این سیستم کلی را به اختصار نشان می دهد.

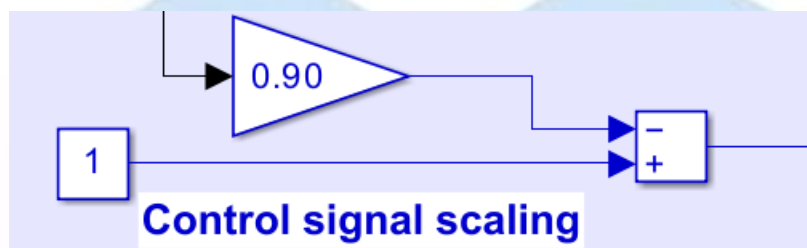


تصویر 1\_ دیگرام سیستم تعلیق

- (1) Earnshaw's theorem
- (2) قانون مربع غیر معکوس در زمینه یک توپ شناور به نیرویی اشاره دارد که با مربع فاصله از منبع آن کاهش نمی یابد
- (3) Feedback
- (4) Infrared transmitter/detector

مدل طراحی شده در سیمولینک به طور کلی بر مدل های قبلی (که در گزارش های قبلی شرح داده شد) منطبق است و تنها موارد زیر افزوده شده است:

- (1) غیر خطی بودن ناشی از اشباع سیم پیچ، توپ و تغییرات دینامیک خارج از محدوده میدان مغناطیسی نیز در Simulink مدل سازی شده است.<sup>1</sup>
- (2) همانطور که نیروی مغناطیسی سیم پیچ با توجه به قانون مربع معکوس واپاشی می شود ( $F \sim 1/r^2$ )، سطح ولتاژ بزرگتری لازم است تا توپ از سیم پیچ بیشتر فاصله بگیرد؛ سیگنال کنترل برای محاسبه این مورد مقیاس بندی شده است و مقیاس بندی در بلوک های Control signal scaling گنجانده شده است. (تصویر\_2)



تصویر\_2 مقیاس سیگنال کنترلی

## شبیه سازی توپ

سیستم فیزیکی شامل یک توپ (با جرم 0.00837 کیلوگرم) است که تحت تاثیر سه نیرو قرار دارد:

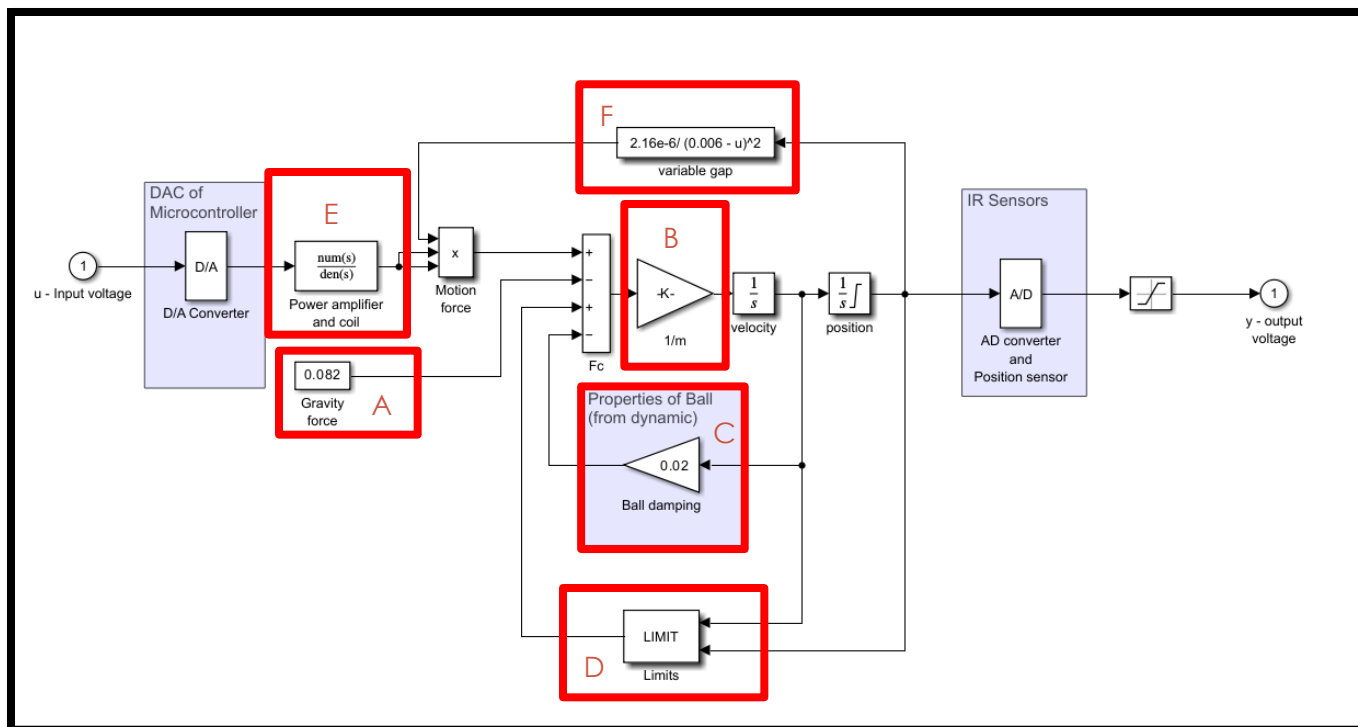
- (1) میدان مغناطیسی تولید شده توسط یک سیم پیچ القایی: نیروی سیم پیچ بستگی به مربع جریان، شکاف هوا بین کوئل و توپ و خواص فیزیکی توپ دارد. (نیروی بالا بر<sup>2</sup>)
- (2) نیروی گرانشی (نیروی پایین برنده<sup>3</sup>)
- (3) نیروی میرایی<sup>4</sup> که در خلاف جهت سرعت هر لحظه از زمان عمل می کند و حاصل از لختی توپ می باشد.

با نوشتن معادلات حالت سیستم (غیر خطی) و لاپلاس گیری از آن میتوان استفاده از روش های کاربردی گراف که در کنترل خطی بیان شد، معادلات را به صورت تصویر\_3 اجرا کرد (معادلات حالت در گزارش های قبلی بیان شد).

اکنون به شرح اجزای مدل می پردازیم:

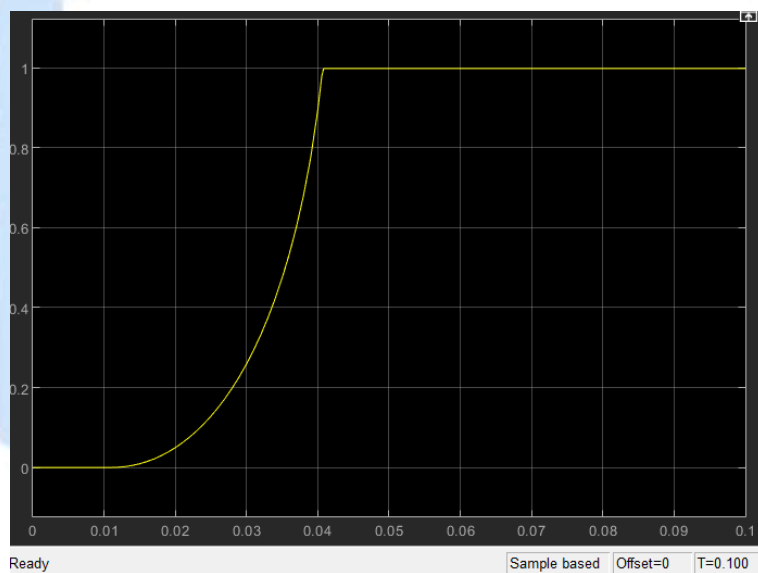
- a. نیروی گرانشی
- b. اثر جرم توپ
- c. لختی توپ<sup>5</sup>
- d. اثر اشباع مغناطیسی توپ و سیم پیچ
- e. تابع تبدیل بین ورودی سیم پیچ (ولتاژ) و خروجی آن (میدان مغناطیسی)
- f. اثر فاصله هوایی (بجای خلاء)

(1) این مورد از روی طرح های موجود در مقالات مورد استفاده قرار گرفت. (به منابع مذکور مراجعه شود).  
 (2) Upward acting: این نیرو توسط بلوک Power amplifier and coil در Simulink مدل سازی شده است.  
 (3) Downward acting: این نیرو توسط بلوک gravity force در Simulink مدل سازی شده است.  
 (4) Damping force: این نیرو توسط بلوک Ball damping در Simulink مدل سازی شده است.  
 (5) Ball Damping



تصویر 3\_ شبیه سازی معادلات

با توجه به اینکه سیستم ذاتا ناپایدار است انتظار می رود پاسخ پله نامیرا شود؛ با اعمال پله واحد به ورودی سیستم تصویر 4\_ حاصل میشود. (در ادامه از این خروجی برای تخمین تابع تبدیل استفاده خواهد شد)



تصویر 4\_ پاسخ مدل توپ بدون فیدبک به ورودی پله<sup>1</sup>

(1) علت میل کردن پاسخ به 1 قرار دادن بلوک Limit می باشد و مدل توپ به تنهایی نامیرا خواهد بود.

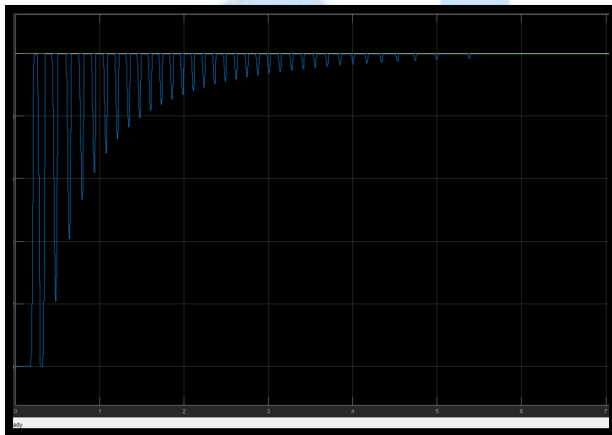
## کنترل کننده PID

کنترل کننده باید بتواند توپ را در ارتفاع دلخواه (روی محور سیم پیچ) در میدان مغناطیسی قرار دهد و از یک موقعیت به موقعیت دیگر حرکت دهد، البته به صورت محدود و تحت کنترل؛ (برای مثال اگر توپ سقوط کند و خیلی به سیم پیچ نزدیک شود آنگاه تلاش کنترلی بالایی نیاز است تا توپ به حالت عادی برگردد و ممکن است به منبع تغذیه آسیب برساند) این الزامات با قرار دادن مرزهای پاسخ پله در اندازه گیری موقعیت اصلاح می شود<sup>1</sup>.

به طور خاص ما نیاز به محدودیت های زیر در موقعیت توپ داریم:

- 1) محدودیت موقعیت: به 20٪ از موقعیت مطلوب در کمتر از 0.5 ثانیه برسیم (در صورت جابجایی).
- 2) محدودیت زمانی حل و فصل: به 2٪ از موقعیت مطلوب در 1.5 ثانیه برسیم. (بازگشت سریع)<sup>2</sup>.

برای طراحی فیدبک و کنترل کننده، پیش تر فیدبک حالت مورد استفاده قرار گرفت که در محاسبه ضرایب K در آن از روش آکرمن استفاده کردیم اما مشاهده شد که ضرایب بزرگی حاصل می شود<sup>3</sup> و جابجایی قطب به این روش عملاً هزینه زیادی را تحمیل می کند (و حتی غیر ممکن است)؛ در ادامه از کنترل کننده LQR نیز استفاده کردیم تا صحت ضرایب را در روش آکرمن و محاسبات خود ببینیم و در صورت امکان فیدبک بهینه تری را طراحی کنیم؛ اما ضرایب بدست آمده بسیار نزدیک به روش آکرمن بود<sup>4</sup>؛ در آخر به طراحی فیدبک با روش های کنترل صنعتی پرداختیم.



ما یک کنترل کننده (PID)<sup>5</sup> را با پارامتر های مطلوب پیاده سازی کردیم. در این مدل کنترل کننده از یک اندازه گیری موقعیت نرمال با محدوده 0 تا 1 استفاده می کند که به ترتیب کمترین و بیشترین ولتاژ مجاز را نشان می دهد<sup>6</sup>؛ در طراحی کنترل کننده PID برای جلوگیری از اثر بلوک<sup>7</sup> Limited integrator بر اساس روش کنترل ترجیحی<sup>8</sup> طراحی شد.

## نتایج شبیه سازی

ابتدا به رصد ولتاژ خروجی می پردازیم (تصویر\_5).

تصویر\_5\_ تقریبی از روند حرکت توپ

ولتاژ ورودی بین 0 و 1 یک قرار دارد که این مطلوب طراحی مورد نظر بود؛ حال می خواهیم مکان توپ را رسم کنیم؛ برای این کار از بلوک to workspace استفاده کرده و مانند کد موجود در فایل Runfile.m<sup>9</sup> آن را رسم می کنیم (تصویر\_6).

(1) این مورد با بلوک Limit در Simulink نمایش داده شده است.

(2) این قوانین مشابه با تعلیق قطار های مغناطیسی هستند.

(3)  $K = [-0.889, -9.4674e+15, -4.20776e+15]$

(4) برای مشاهده این مدل و ضرایب به فایل ارسال شده به نام Modeling\_Part2.m مراجعه کنید.

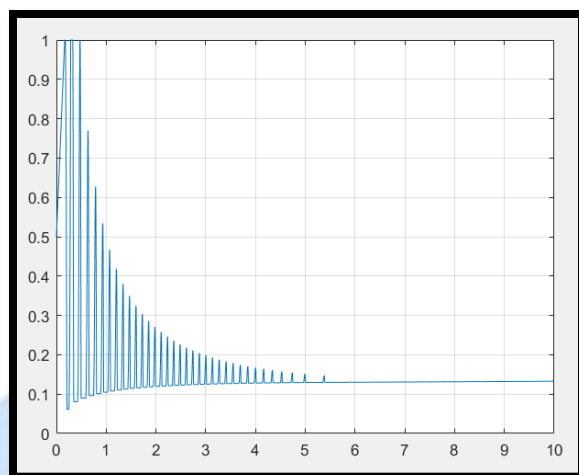
(5) پارامتر های کنترل کننده PID با روش Lambda محاسبه شد و جابجایی قطب صورت گرفت.

(6) به علت فیلتری که در ورودی اعمال شده، ورودی PID نیز بین 0 و 1 تغییر میکند.

(7) Integral windup

(8) Override control

(9) این فایل همراه دیگر فایل ها ارسال شده است.



تصویر 6\_ موقعیت توپ

همان طور که انتظار می‌رفت خروجی در 0.5 ثانیه اول به 20% پاسخ اما در 1.5 ثانیه اول به 2% پاسخ نهایی نمی‌رسد؛ به هر حال موقعیت توپ بعد از 5 ثانیه ثابت می‌شود و به 0.1m (10 cm) بالاتر سیم پیچ می‌رسد و همانجا معلق باقی می‌ماند.

از اینجا به بعد به دنبال پیدا کردن تقریب و تخمین تابع تبدیل سیستم به صورت خطی هستیم.

اکنون به کد ها و نتایج خواسته شده در سوالات می‌پردازیم.

## تمرین دوم

1) مدل سیستم خود را به دست آورید: این مورد در صفحه قبل بدست آمد.

فرم فضای حالت: مورد خواسته شده در ابتدای همین صفحه آورده شد.

## تابع تبدیل سیستم

پیشتر شکل 4 که پاسخ پله ی سیستم حلقه باز (بدون فیدبک) بود نمایش داده شد؛ با توجه به روش های موجود در کنترل صنعتی میتوان تابع تبدیل سیستم را به صورت زیر تخمین زد.

$$G(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = e^{-0.041s}$$

اگر از تقریب پده<sup>1</sup> استفاده کنیم میتوانیم تابع تبدیل سیستم را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$e^{-0.041s} = \frac{1-0.02s}{1+0.02s}$$

## تشکیل معادلات حالت و فضای حالت

با توجه به معادلات بالا و طرفین وسطین داریم:

$$y(s) + 0.02sy(s) = u(s) - 0.02su(s) \rightarrow \text{ilaplace} \rightarrow y(t) + 0.02\dot{y}(t) = u(t) - 0.02\dot{u}(t)$$

با تغییر متغیر داریم:

$$0.02\dot{z}(t) + z(t) = u(t) \rightarrow x(t) = z(t) \quad , \quad \dot{x}(t) = -50x(t) + 50u(t)$$

با توجه به معادلات بالا نتیجه میشود:  $A = -50$  ,  $B = 50$  ,  $C = 1$  ,  $D = 0$

مشاهده می‌کنید که سیستمی با آن پیچیدگی به مثال یک تاخیر<sup>1</sup> مدل شد!

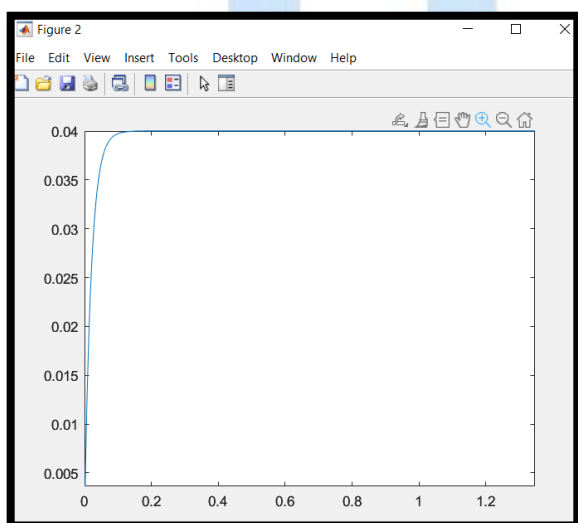
## تمرین سوم

(1) ماتریس انتقال حالت سیستم را بدست آورید؛ به سادگی داریم:  $e^{At} = e^{-50t}$

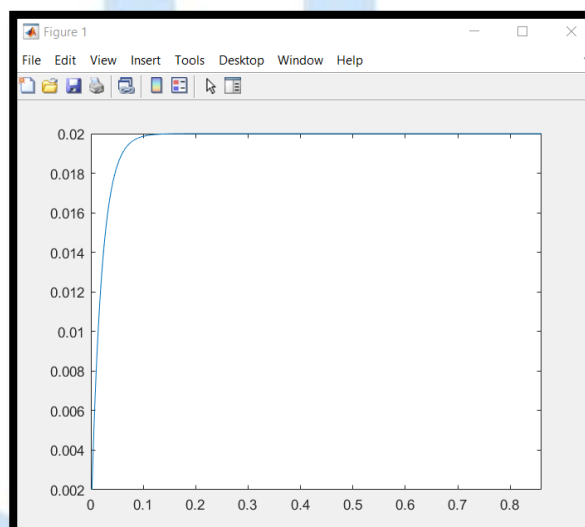
(2) پاسخ سیستم خطی سازی شده به ازای دو ورودی و شرایط اولیه متفاوت:

شرایط اول:  $u(t) = 0.5$  و  $x(t) = 0.5$  (تصویر 7)

شرایط دوم:  $u(t) = 1$  و  $x(t) = 1$  (تصویر 8)



تصویر 8\_ پاسخ به ورودی و شرایط ثانویه



تصویر 7\_ پاسخ به ورودی و شرایط اولیه

(3) سیستم غیر خطی را وارد سیمولینک کنید: این مورد در صفحات قبل به صورت کامل شرح داده شد.

## تمرین چهارم

(1) رویت پذیری و کنترل پذیری سیستم را بررسی کنید: با استفاده از کدهای زیر ماتریس‌های کنترل پذیری و رویت پذیری را تشکیل داده و رتبه آن را مشاهده می‌کنیم.

```
% Controlability
Controlability = ctrb(A , B);
CTR_RANK = rank(Controlability);
% Visibility
Visibility = obsv(A,C);
OBS_RANK = rank(Visibility);
```



خروجی کد مورد نظر به این صورت است:  $CTR\_RANK = 1$  و  $OBS\_RANK = 1$

(2) سیستم خود را به فرم قطری بلوکی در بیاورید: با توجه به ماتریس های فرم فضای حالت سیستم به صورت قطری بلوکی جردن می باشد.

## تمرین پنج

(1) یک تحقق سیستم انتخابی: تحقق کانونی کنترل کننده

$$\dot{X} = [-50]X$$

$$y = [50] X$$

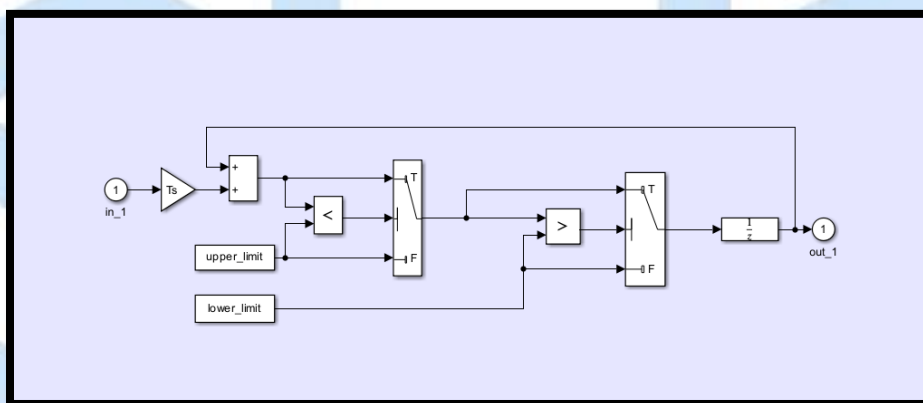
(2) وضعیت پایداری سیستم با تعرف تحقق: با توجه به اینکه این تحقق کانونی کنترل کننده است پس این سیستم قطعاً کنترل پذیر است، به علاوه با توجه به فول رنک بودن ماتریس رویت پذیری این سیستم رویت پذیر نیز می باشد؛ به علاوه با توجه به اینکه تمامی قطب های تابع تبدیل آن در نیم صفحه چپ است این سیستم پایدار BIBO است. با توجه به اینکه مقدار ویژه ماتریس A برابر -50 است این سیستم پایدار داخلی نیز می باشد.

## تمرین شش

(1) تعریف معیار های عملکردی و طراحی کنترلر: این موضوع در صفحه 5 مورد بررسی قرار گرفت.

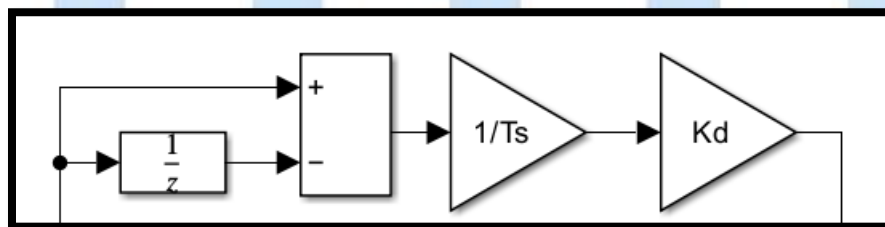
(2) پیشبینی و حل محدودیت های احتمالی سیستم: این مورد نیز در طراحی PID مورد بررسی قرار گرفت که در اینجا به شرح آن می پردازیم:

همان طور که گفته شد برای جلوگیری از مشکل IW از کنترلر ترجیحی در قسمت I در PID بهره بردیم (تصویر 9).



تصویر 9\_کنترل ترجیحی

همچنین به جهت جلوگیری از بزرگ شدن نویز سوار بر سیگنال P (جمله مشتق گیر) از مدل تصویر 10 استفاده کردیم.



تصویر 10\_جمله مشتقگیر PID

(3) برای جابجایی قطب با توجه به موارد مطلوب مقدار  $P = -2$  برگزیده شد که با روش بس و گیورا داریم:

$$\alpha = [2], \quad a = [50], \quad c = [50], \quad \psi = [1]$$

بنابراین  $K = (-24/25)$  بدست خواهد آمد.

4) برای طراحی کنترلر LQR اگر  $R=1$  و  $Q=0.01$  قرار دهیم داریم:  
 $K = 0.0049$  و  $P = 9.97 \times 10^{-5}$

### نتیجه گیری

اگرچه سیستم مدل شده کاملاً دقیق نبوده و ممکن است روش های بهتر و بهینه تری برای مدل کردن آن وجود داشته باشد، اما با توجه به پارامتر های بدست آمده نظیر پایداری، زمان صعود، زمان نشست و... این سیستم می تواند گزینه ای اقتصادی و قابل تحقیق برای مدل های آکادمیک و آزمایشگاهی باشد.

### منابع

1. دکتر حمیدرضا تقی راد، مقدمه ای بر کنترل مدرن، انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، 1396.
2. B. Z. Kaplan and D. Regev, "Dynamic stabilization of tuned-circuit levitators," IEEE Trans. Magn., vol. MAG-12, pp. 556–559, Sept. 1976.
3. D. Cho, Y. Kato, and D. Spilman, "Sliding mode and classical control magnetic levitations systems," IEEE Contr. Syst. Mag., vol. 13, pp. 42–48, Feb. 1993.