به نام خدا

نویسنده:

محمدعلی مجتهدسلیمانی

توضیحات پیاده سازی سوال ۷:

- **بخش اضافه کردن کتابخانه:**

```
import matplotlib
matplotlib.use('TkAgg')
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.pyplot import figure
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from sklearn.metrics import mean_squared_error
from sklearn.linear_model import LinearRegression
from scipy.spatial.distance import cdist
```

با توجه به اینکه بنده از IDE، pycharm استفاده میکنیم نمیتوانستم از خود کتابخانه matplotlib بصورت مستقیم استفاده کنم در نتیجه مجبور شدم خط دوم را هم وارد کنم.

طبق کد، از کتابخانه sklearn به ۲ منظور استفاده کردیم: ۱. ابتدا برای استفاده از تابع MSE برای محاسبه خطا خروجی واقعی نسبت به خروجی desired. ۲. Linear regression برای fit کردن مدل.

از کتابخانه scipy بخاطر استفاده از تابع cdist استفاده کردیم تا فاصله داده ورودی نسبت به center های RBF استفاده کردیم.

- **بخش تولید داده:**

```
N = 20
x = np.linspace(0, 2, N).reshape(-1, 1)


def main_function(x):
    return 0.3 * np.cos(3 * np.pi * x) + 0.7 * np.sin(np.pi * x) + 0.5


out_y = main_function(x)
rand_noise = np.random.normal(0, np.sqrt(0.01), N).reshape(-1, 1)
y = out_y + rand_noise
```

N=20 برای تعداد نقاط ورودی که میخواهیم تولید کنیم. از linspace که یک تابع numpy است برای ساختن یک بردار مقادیر بین ۰ تا ۲ انتخاب کردیم که به تعداد ۲۰ تا نمونه تولید میکند. تابع main همان تابعی است که سوال از ما خواسته است تا استفاده بکنیم این تابع ارتباط بین x و y را بدون در نظر گرفتن نویز میسازد. Out_y خروجی واقعی کد ما بدون در نظر گرفتن نویز خواهد بود. Rand_noise با استفاده از numpy یک نویز تصادفی با میانگین صفر تولید میکند که باعث تصادفی شدن y خواهد شد. Y درنهایت حاصل جمع خروجی واقعی با نویز تولید شده در خط قبلی خواهد بود.

- **بخش شبکه RBF:**

```
def rbf_model(x, centers, variances):
    distances = cdist(x, centers)
    rbf_values = np.exp(-distances ** 2 / (2 * variances))
    return rbf_values
```

این تابع جایی است که برای هر نقطه X، RBF را محاسبه میکند. Distance فاصله اقلیدوسی را بین هر center و نقطه x را محاسبه میکند. Rbf_values تابع gaussian را به هر distance اعمال میکند و distance را با یک واریانس به یک مقداری تبدیل میکند که این مقدار به فاصله تا center ها گفته میشود. در واقع این مقدار نشان میدهد که به چه شدتی هر center تاثیر روی ورودی گذاشته است. در نهایت return را داریم که ماتریس RBF برای همه نقاط X را محاسبه میکند.

- **بخش ارزیابی شبکه RBF:**

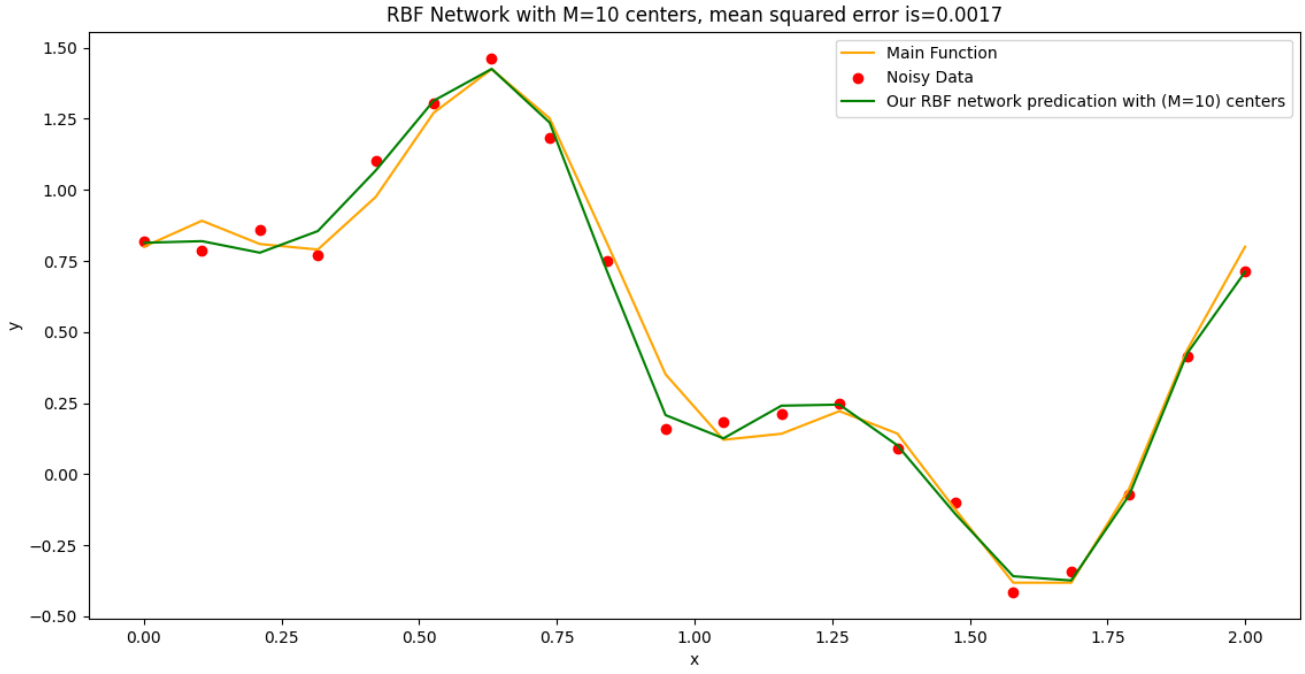
```
def fit_rbf_network(x, y, M):
    centers = np.random.choice(x.flatten(), M).reshape(-1, 1)
    variances = np.random.rand(M)

    rbf_features = rbf_model(x, centers, variances)

    model = LinearRegression()
    model.fit(rbf_features, y)
    y_pred = model.predict(rbf_features)

    mse = mean_squared_error(y, y_pred)
    return y_pred, mse
```

با استفاده از یک مقدار M مشخص تعداد center ها را مشخص میکنیم. Centers به صورت تصادفی به اندازه m تا از x برای center ها انتخاب میکند. Center محل RBF را مشخص میکنند. Variance به

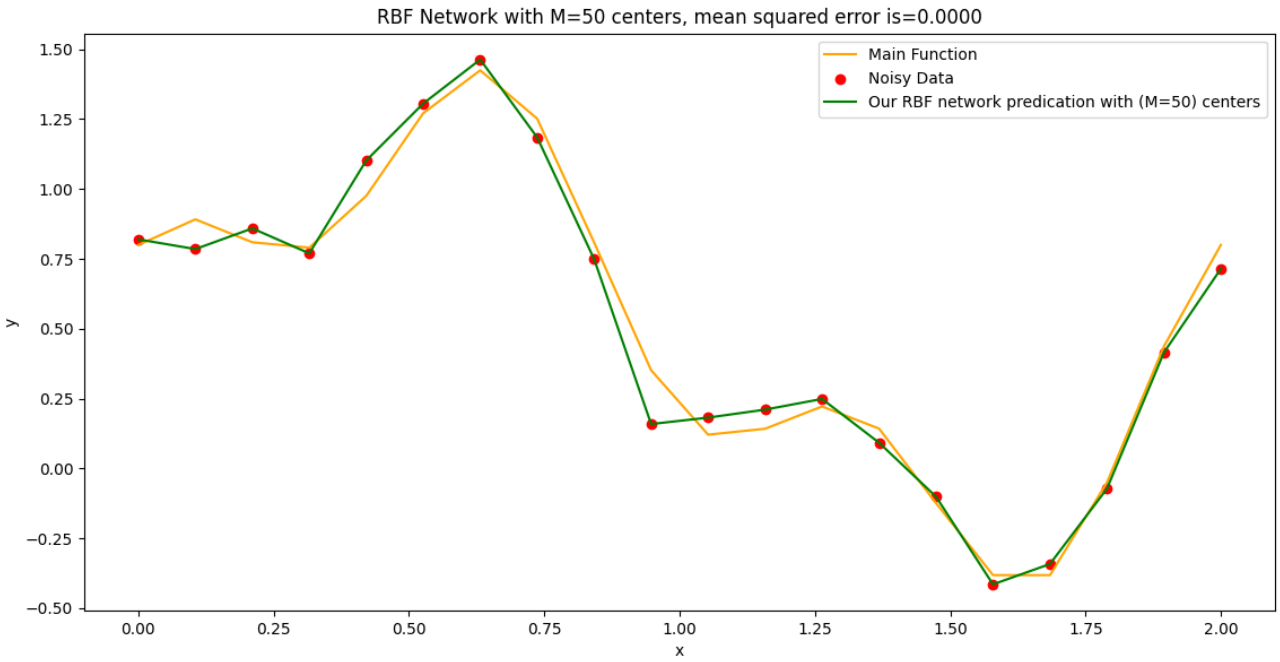
صورت تصادفی m تا واریانس تصادفی بین مقادیر ۰ و ۱ تولید میکند. هر center واریانس مخصوص به خودش را دارد که به همگرایی زودتر RBF با distance کمک میکند. Rbf_feature جایی هست که مقدار RBF را برای همه نقاط X حساب میکنیم (با توجه به center و واریانس مخصوص به آن). اینجا feature space که یک بعد بالاتر است ساخته میشود که هر feature یک خروجی RBF هستند. model یک مدل با linear regression ساخته ایم. بعد مدل را با RBF آموزش میدهیم تا مقدار y را تقریب بزنیم. Y_pred مقدار prediction تابع خواهد بود. MSE مقدار خطا را تخمین میزند که به فاصله بین خروجی desired و خروجی پیشبینی شده ما خواهد بود. و در نهایت این ۲ مقدار را return کرده ایم.

در بخش آخر خروجی را plot کرده ایم به کمک matplotlib.

- **خروجی به ازای مقدار M=10:**



- **خروجی به ازای مقدار m=50:**



- تحلیل تغییر عملکرد شبکه:

وقتی که مقدار m برابر با ۱۰ بود مدل فضای کافی برای ذخیره تمام جزئیات target نداشت و تمام الگو را مدل نمیتوانست یاد بگیرد با توجه به اینکه در بعضی قسمت ها تغییرات زیاد بود اما وقتی m برابر با ۵۰ شد مدل فضای کافی برای ذخیره تمام جزئیات داشت و مدل به اصطلاح overfit شد و حتی به موارد noise هم سازگار شد که این امر تاثیر بسیار منفی در تعمیم پذیری مدل ما دارد نسبت به داده های جدیدی که تا الان مشاهده نکرده است. از طرف دیگر وقتی تعداد m بالاتر رفته است مدل حتی به نویز های بسیار کوچک هم بسیار حساسیت نشان داد که باعث نا همواری در روند شد.