

به نام خدا

عنوان

بخش دوم از تکلیف اول درس پردازش تصویر رقمی

استاد

دکتر منصوری

دانشجو

محمدعلی مجتهدسلیمانی

۴۰۳۳۹۰۴۵۰۴

تاریخ

۱۴۰۴/۰۲/۵

Table of Contents

۳	سوال دوم
۳	بخش الف
۳	هیستوگرام عادی
۴	هیستوگرام تجمعی
۵	بخش ب
۷	گزارش کار
۸	خروجی
۹	بخش ج
۹	روش همبستگی
۱۰	روش Bhattacharyya
۱۲	مزایا و معایب

سوال دوم

این سوال در ۳ بخش انجام شده است. در بخش دوم از آنجایی که پیاده سازی داریم گزارش کار آن نیز تهیه شده است.

بخش الف

به طور کلی هیستوگرام یک روش گرافیکی برای خلاصه کردن نحوه توزیع داده های عددی است. که محدوده داده ها را به صورت یک سری **bin** تقسیم میکنیم، یعنی یک سری بازه بین مقادیر داده ها در نظر میگیریم و بر اساس آن این کار را انجام میدهیم. اما در این قسمت با ۲ نوع خاص از هیستوگرام روبرو هستیم یک هیستوگرام عادی و دیگری هیستوگرام تجمعی:

هیستوگرام عادی

این هیستوگرام یک نمایش گرافیکی از توزیع مقادیر شدت/کمیت پیکسل ها در آن تصویر است. محور **X** در این هیستوگرام، محدوده مقادیر احتمالی کمیت هر پیکسل را نشان میدهد به عنوان مثال ۰ تا ۲۵۵ برای یک تصویر ۸ بیتی در مقیاس **grayscale**. محور **y** نشان دهنده فرکانس یا تعداد پیکسل هایی در تصویر است که دارای یک مقدار مشخص در محور **X** هستند. به صورت کلی این هیستوگرام یک نمای کلی از ویژگی های تصویر ارائه میدهد، مانند:

روشنایی:

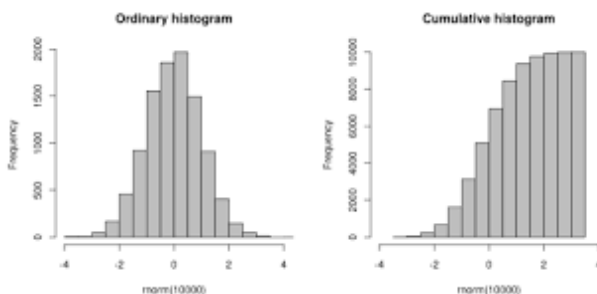
هیستوگرام که انحراف به چپ داشته باشد یعنی مقادیر پایین تر باشند، بیانگر تصویر تیره هستند. یک هیستوگرام که انحراف به سمت راست داشته باشد یک تصویر روشن را نشان میدهد.

کنتراست:

هیستوگرام یک طیف وسیعی از شدت کنتراست را نشان میدهد. یک هیستوگرام متمرکز در یک محدوده باریک نشان دهنده کنتراست کم است.

همچنین این هیستوگرام میتواند بیانگر مقادیر رایج در تصویر هستند.

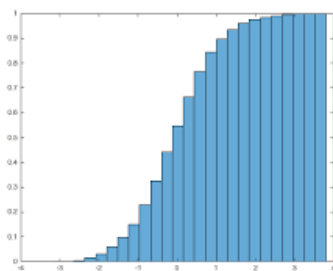
این یک توضیح مختصری از هیستوگرام عادی بود تا بهتر بتوانیم به تفاوت های این ۲ برسیم.



هیستوگرام تجمعی

یک هیستوگرام تجمعی تعداد تجمعی پیکسل ها را تا یک سطح شدت مشخص نشان می دهد، که از هیستوگرام عادی گرفته شده است. این هیستوگرام بیانگر موارد زیر است:

تعداد کل (یا نسبت) پیکسل هایی را که تیره تر یا مساوی با یک سطح شدت مشخص هستند. یک معیاری از توزیع شدت ارائه میدهد. از هیستوگرام تجمعی میتوان برای افزایش کنتراست با پخش مقادیر رایج شدت/کمیت استفاده کرد. این هیستوگرام همیشه یک تابع یکنواخت افزایشی است. اگر محور Y هیستوگرام را با تقسیم هر مقدار بر تعداد کل پیکسل های تصویر کنید، تابع توزیع تجمعی CDF را بدست میاوریم. از مهم ترین کاربردها میتوان به **equalization** استفاده کرد. CDF مستقیماً برای ایجاد یک تابع نگاشت استفاده میشود که شدت پیکسل ها را برای دستیابی به هیستوگرام هموار تر توزیع میکند و در نتیجه کنتراست سراسری را افزایش میدهد، به ویژه در تصاویری که شدت ها در آن خوشه بندی شده است. همچنین در هموار سازها مانند **CLAHE** استفاده میشود تا کنتراست را افزایش بدهد بدون اینکه نویز تقویت شود و هموار سازی صورت بگیرد.



در ادامه در یک جدول تفاوت های مهم این ۲ را قرار میدهیم:

feature	Regular	CDF
Y-AXIS	تعداد یک شدت خاص	تعداد جمع شده همه شدت ها
Calculation	در هر سطح پیکسل را میشمرد	تعداد پیکسل ها را از سطح صفر تا سطح فعلی جمع میکند.
shape	هم نقطه ماکسیموم هم نقطه مینیموم دارد	همیشه یکنواخت افزایشی است.
Primary use	تحلیل توزیع	Histogram equalization

بخش ب

برای پیاده سازی بهتر است تا حدودی با این روش ها آشنا شویم.

معادل سازی هیستوگرام (histogram equalization) به این صورت عمل میکند که توزیع مجدد مقادیر شدت پیکسل یک تصویر را برای هموار تر کردن هیستوگرام است. این به طور کلی کنتراست کلی تصویر را افزایش میدهد، به خصوص زمانی که محدوده شدت قابل استفاده تصویر فشرده شود. این با محاسبه تابع توزیع تجمعی (CDF) هیستوگرام تصویر و استفاده از آن به عنوان یک تابع نگاشت برای شدت پیکسل کار میکند. اگر چه که HE سراسری با کل تصویر به طور

یکنواخت برخورد میکند. اگر یک تصویر دارای مناطقی با سطوح روشنایی بسیار متفاوت باشد (مثلاً یک آسمان روشن و یک پس زمینه تاریک)، **HE** سراسری ممکن نویز را در مناطق نسبتاً یکنواخت افزایش دهد یا نتواند کنتراست را به اندازه کافی در مناطقی که بیشتر به آن نیاز دارند، افزایش دهد. برای حل این مشکل ما سراغ **AHE** میرویم که معادل سازی تطبیقی است یعنی ما یک سری بلوک های محلی در نظر میگیریم و معادل سازی در آنها صورت میگیرد که باعث میشود که افزایش کنتراست با ویژگی های محلی در هر بلوک سازگار شود. مشکل **AHE** این است که میتواند به طور قابل توجهی نویز را در مناطق نسبتاً همگن تقویت کند. این به این دلیل است که هیستوگرام در چنین مناطقی بسیار متمرکز است و یکسان سازی این محدوده باریک را به شدت گسترش میدهد و تغییرات کوچک نویز را بسیار برجسته میکند. برای حل این مشکل به سراغ **CLAHE** میرویم. که **AHE** را با یک محدودیت در کنتراست میسازد، قبل اینکه برای هر بلوک **CDF** را محاسبه بکند. مانند قبل هست همه مراحل فقط بعد از محاسبه برای هر بلوک، برای هر هیستوگرام، حداکثر ارتفاع مجاز ("محدودیت **CLIP**") تعیین می شود. هر **bin** هیستوگرام که از این حد تجاوز کند "قطع میشود"، به این معنی که تعداد اضافی حذف می شود. بعد از آن، تعداد کل حذف شده از همه **bin** های قطع شده به طور مساوی بین همه **bin** های موجود در هیستوگرام توزیع می شود. این تضمین می کند که تعداد کل (مساحت زیر هیستوگرام) ثابت باقی می ماند. با برش و توزیع مجدد، **CLAHE** از تسلط هر مقدار شدت منفرد (یا محدوده کوچک) بر تبدیل جلوگیری می کند و در نتیجه تقویت نویز را در مناطق تقریباً یکنواخت محدود می کند. بعد از آن تابع توزیع تجمعی (**CDF**) از هیستوگرام اصلاح شده (بریده شده و توزیع شده) برای هر بلوک محاسبه می شود. بعد از آن رای تعیین مقدار شدت جدید برای یک پیکسل، شدت آن با استفاده از **CDF** های بلوک های اطراف نگاشت می شود. از آنجایی که یک پیکسل ممکن است دقیقاً در مرکز یک بلوک نباشد، درون یابی دوخطی معمولاً بین توابع نگاشت مشتق شده از چهار مرکز بلوک استفاده می شود. این امر انتقال هموار بین بلوک ها را تضمین می کند. به طور خلاصه، **CLAHE** کنتراست محلی را

مانند **AHE** افزایش می دهد، اما با محدود کردن شیب **CDF** (و در نتیجه ضریب افزایش) در هر منطقه محلی، از مشکل تقویت بیش از حد نویز جلوگیری می کند.

گزارش کار

در این روش یک تصویر **grayscale** به عنوان ورودی گرفته ایم و از روش **CLAHE** سعی کردیم تصویر را روشن تر بکنیم.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from skimage import data, io, exposure, img_as_ubyte
from skimage.color import rgb2gray
```

✓ 3.3s Python

ابتدا کتابخانه ها را اضافه میکنیم. از **scikit image** برای اضافه کردن تصویر **grayscale** و از **matplotlib** برای نمایش خروجی استفاده کردیم.

```
try:
    image = data.camera()
    print("Loaded 'camera' benchmark image (grayscale).")
except Exception as e:
    print(f"Error loading 'camera' image: {e}")
    print("Attempting to create a sample gradient image instead.")
    image = np.arange(256*256, dtype=np.uint8).reshape((256, 256))
    image[:, :128] = image[:, :128] // 2
```

✓ 0.0s Python

Loaded 'camera' benchmark image (grayscale).

در این قسمت تصویر ورودی را بارگذاری کردیم و مطمئن شدیم تصویر به درستی دریافت شده است.

```
kernel_s = (image.shape[0] // 8, image.shape[1] // 8)
clip_l = 0.03

print(f"Applying CLAHE with kernel_size={kernel_s} and clip_limit={clip_l}")

clahe_img_float = exposure.equalize_adapthist(
    image,
    kernel_size=kernel_s,
    clip_limit=clip_l
)

clahe_img_uint8 = img_as_ubyte(clahe_img_float)
```

✓ 0.0s Python

Applying CLAHE with kernel_size=(64, 64) and clip_limit=0.03

در این قسمت به دنبال این هستیم تا **CLAHE** را بر روی تصویر اعمال کنیم. پارامتر هایی که داریم شامل **kernel_size** که اندازه بلوک ها را مشخص میکند. دقت شود که **sizes** به یکسان سازی سراسری نزدیک میشود، اندازه های کوچکتر باعث افزایش بیشتر میشود. جزئیات محلی اما اگر خیلی کوچک باشد میتواند نویز ایجاد کند. مقادیر بالاتر از ۱ به معنای کنتراست بیشتر است که کمتر محدود تر هستند و به **AHE** نزدیک هستند. سپس **CLAHE** را اعمال میکنیم و بعد خروجی را به ۸ بیت بدون علامت تبدیل میکنیم تا بتوانیم نمایش دهیم.

در خروجی هم خروجی تصویر هم هیستوگرام را نمایش میدهیم.

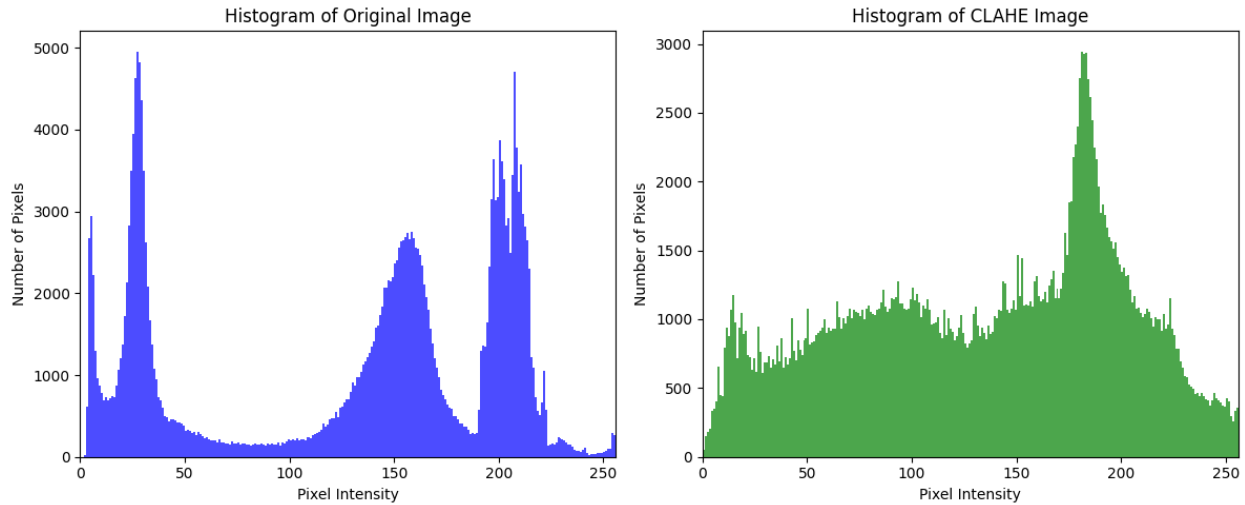
خروجی

Original Grayscale Image



CLAHE Enhanced Image
(Kernel: (64, 64), Clip: 0.03)





بخش ج

برای انجام این بخش به عنوان از خود **open cv document** استفاده کرده ایم که [لینک](#) منبع مورد نظر قابل دسترسی است.

روش همبستگی

که فرمول آن به شرح زیر است:

$$d(H_1, H_2) = \frac{\sum_I (H_1(I) - \bar{H}_1)(H_2(I) - \bar{H}_2)}{\sqrt{\sum_I (H_1(I) - \bar{H}_1)^2 \sum_I (H_2(I) - \bar{H}_2)^2}}$$

$$\bar{H}_k = \frac{1}{N} \sum_J H_k(J)$$

این فرمول ضریب همبستگی پیرسون را بین دو هیستوگرام محاسبه می کند و مقادیر bin هر هیستوگرام را به عنوان دنباله ای از اعداد در نظر می گیرد. شمارنده: $\sum_i (H_1(I) - \bar{H}_1)$ و $(H_2(I) - \bar{H}_2)$ کوواریانس بین دو هیستوگرام را محاسبه می کند. این اندازه گیری می کند که مقادیر bin در H_1 و H_2 با هم نسبت به میانگین مربوطه خود متفاوت هستند. اگر هر دو در یک

bin ها بالاتر از میانگین خود و در یک سطل ها کمتر از میانگین خود باشند، این مجموع زیاد و مثبت خواهد بود. اگر یکی بالاتر از میانگین خود باشد در حالی که دیگری کمتر از میانگین خود باشد، مجموع بزرگ و منفی خواهد بود. به طور کلی، ضریب همبستگی رابطه خطی بین مقادیر **bin** دو هیستوگرام را اندازه گیری می کند. این ارزیابی می کند که آیا اشکال هیستوگرام ها (به ویژه الگوی انحراف از ارتفاع متوسط **bin** آنها) مشابه است یا خیر. نتیجه $d(H_1, H_2)$ از ۱- تا ۱+ متغیر است. ۱+: نشان دهنده یک همبستگی خطی مثبت کامل است. هیستوگرام ها از نظر شکل بسیار شبیه هستند (به طور بالقوه فقط با مقیاس بندی و تغییر نسبت به میانگین آنها متفاوت هستند). این نشان دهنده یک تطابق کامل است. ۱-: نشان دهنده یک همبستگی خطی منفی کامل است. جایی که یک هیستوگرام مقادیر بالایی دارد (نسبت به میانگین آن)، هیستوگرام دیگر مقادیر پایینی (نسبت به میانگین آن) دارد و بالعکس. این نشان دهنده یک تطابق معکوس کامل است (برای مقایسه هیستوگرام معمولی غیر معمول). ۰: نشان دهنده عدم همبستگی خطی است. شکل هیستوگرام ها از نظر تغییرات آنها در اطراف میانگین آنها متفاوت است. این به معنی عدم تطابق است. در عمل برای مقایسه هیستوگرام، مقادیر نزدیک به ۱+ نشان دهنده تطابق بهتر بین هیستوگرام ها است.

روش Bhattacharyya

که فرمول آن به شرح زیر است:

$$d(H_1, H_2) = \sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{\bar{H}_1 \bar{H}_2 N^2} \sum_I \sqrt{H_1(I) \cdot H_2(I)}}$$

فاصله Bhattacharyya عدم تشابه بین دو توزیع احتمال را اندازه گیری می کند. هیستوگرام ها را می توان به عنوان توزیع های احتمال گسسته (به ویژه پس از نرمال سازی) مشاهده کرد. عبارت اصلی $\sum_i \sqrt{H_1(I) \cdot H_2(I)}$ میزان "همپوشانی" بین دو هیستوگرام را اندازه گیری

می کند. اگر هر دو هیستوگرام مقادیر بالایی در **bin** های یکسان داشته باشند، جذر حاصل ضرب آنها بزرگ خواهد بود و به میزان قابل توجهی کمک می کند. اگر هر یک از هیستوگرام ها در یک **bin** مقدار صفر داشته باشند، آن **bin** هیچ کمکی به مجموع نمی کند. ضریب **Bhattacharyya (BC)** از ۰ تا ۱ متغیر است. $BC = 1$: هیستوگرام های (نرمال شده) یکسان هستند. $BC = 0$: هیستوگرام ها همپوشانی ندارند (در مجموعه های کاملاً متفاوتی از **bin** ها مقادیر غیر صفر دارند). فاصله **Bhattacharyya d(H1, H2)** از ۰ تا ۱ متغیر است. ۰: یک تطابق کامل را نشان می دهد (از قبل از میلاد = ۱). ۱: حداکثر عدم تشابه / عدم همپوشانی را نشان می دهد (از قبل از میلاد = ۰). مقادیر نزدیک به ۰ نشان دهنده تطابق بهتر (شباهت یا همپوشانی بیشتر) بین هیستوگرام ها است.



به طور کلی

همبستگی: رابطه خطی انحراف از میانگین را اندازه گیری می کند. نتیجه نزدیک به ۱+ به معنای تطابق خوب است. محدوده $[-1, 1]$.

فاصله **Bhattacharyya**: همپوشانی بین هیستوگرام های (نرمال شده) را اندازه گیری می کند. نتیجه نزدیک به ۰ به معنای تطابق خوب است. محدوده $[0, 1]$.

مزایا و معایب

همبستگی

مزایا:

تشابه روند را اندازه گیری می کند: در تعیین اینکه آیا اشکال دو هیستوگرام تمایل به بالا و پایین رفتن با هم نسبت به ارتفاع متوسط **bin** خود دارند یا خیر، عالی است. یک همبستگی مثبت بالا نشان می دهد که در جایی که یک هیستوگرام دارای مقادیر بالاتر از حد متوسط است، هیستوگرام دیگر نیز تمایل دارد و بالعکس برای مقادیر کمتر از میانگین.

خروجی استاندارد شده: محدوده خروجی $[-1, +1]$ به خوبی تعریف شده است. $+1$ نشان دهنده یک رابطه خطی مثبت کامل (تطابق ایده آل از نظر شکل نسبی)، 0 نشان دهنده عدم وجود رابطه خطی و -1 نشان دهنده یک رابطه خطی منفی کامل است.

معایب:

تمرکز بر روابط خطی: در درجه اول روابط خطی بین انحراف از میانگین را نشان می دهد. اگر هیستوگرام ها از نظر شکل مشابه باشند اما به صورت غیر خطی مقیاس متفاوتی داشته باشند، ممکن است همبستگی $+1$ نباشد.

حساسیت به قدر کلی (کمتر از سایرین): در حالی که انحراف را از میانگین مقایسه می کند، تفاوت مطلق بزرگ در ارتفاع **bin** (حتی اگر الگوی مشابه باشد) می تواند بر انحرافات استاندارد در مخرج تأثیر بگذارد و بر نتیجه تأثیر بگذارد. با این حال، اگر شکل تغییرات مشابه باشد، معمولاً نسبت به تفاوت های بزرگی کلی نسبت به مثلاً **Chi-Square** حساسیت کمتری دارد.

تفسیر مقادیر منفی: برای تطبیق تصویر/هیستوگرام، یک همبستگی منفی معمولاً نشان دهنده عدم تشابه قوی است، اما به طور خاص به معنای یک رابطه معکوس است، که ممکن است در مقایسه با

یک متریک فاصله ساده که در آن مقادیر بالاتر همیشه به معنای ناهمسانی بیشتر است، گیج کننده باشد. مقدار نزدیک به ۰ نیز به معنای غیر مشابه است.

روش Bhattacharyya

مزایا:

Measures Overlap: به طور مستقیم میزان همپوشانی بین دو توزیع احتمال نشان داده شده توسط هیستوگرام (نرمال شده) را اندازه گیری می کند. این اغلب یک معیار بسیار شهودی برای تشابه است.

محدوده به خوبی تعریف شده $[0, 1]$: متریک فاصله از ۰ (هیستوگرام های یکسان) تا ۱ (بدون هیچ همپوشانی) متغیر است، که مقیاس واضحی از عدم تشابه را ارائه می دهد.

به خوبی bin های صفر را کنترل می کند: اگر یک bin در یک هیستوگرام صفر باشد، سهم آن در تشابه (ضریب Bhattacharyya) صفر می شود، که به درستی عدم همپوشانی در آن bin خاص را منعکس می کند.

معایب:

محاسبه: شامل محاسبه ریشه های مربع برای هر bin است که می تواند از نظر محاسباتی کمی بیشتر از روش های ساده تر مانند Intersection باشد.

حساسیت کمتری نسبت به تفاوت های شکل خالص (اگر همپوشانی زیاد باشد): اگر دو هیستوگرام در اکثر bin ها همپوشانی قابل توجهی داشته باشند، اما در ارتفاعات نسبی یا «لوج گیری» در آن bin ها تفاوت ظریفی داشته باشند، فاصله Bhattacharyya ممکن است هنوز بسیار کم باشد

(نشان دهنده شباهت). ممکن است گاهی اوقات همبستگی در تشخیص تفاوت‌ها در الگوی تغییرات بهتر باشد، حتی اگر همپوشانی کلی بالا باشد.

مقایسه این روش بر روی تصاویر:

```
--- Histogram Comparison Scores ---
```

```
Comparing: Original vs Brightened
```

```
Correlation: -0.0439 (Higher is more similar, Range [-1, 1], Target: 1)
```

```
Bhattacharyya: 0.6419 (Lower is more similar, Range [0, 1], Target: 0)
```

```
Comparing: Original vs Blurred
```

```
Correlation: 0.9703 (Higher is more similar, Range [-1, 1], Target: 1)
```

```
Bhattacharyya: 0.0963 (Lower is more similar, Range [0, 1], Target: 0)
```

```
Comparing: Brightened vs Blurred
```

```
Correlation: -0.0574 (Higher is more similar, Range [-1, 1], Target: 1)
```

```
Bhattacharyya: 0.6697 (Lower is more similar, Range [0, 1], Target: 0)
```

Original Cameraman



Brightened (+50)



Blurred (5x5 Gaussian)



Histograms

