



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده مهندسی برق - گروه مهندسی کنترل

کنترل مدرن

گزارش کار پروژه

محمد جلیلی 40004073

فهرست مطالب

سوال اول

سوال دوم

سوال سوم

سوال چهارم

سوال پنجم

سوال ششم

سوال هفتم

سوال هشتم

سوال اول

سیستم تعلیق چیست ؟

سامانه تعلیق یا Suspension System در خودروها، یک سیستم است که برای کنترل و تعادل خودرو در حین حرکت استفاده میشود. هدف اصلی سامانه تعلیق، میرا کردن ناهمواریها و جذب ضربات حاصل از آنها است تا سرنشینان خودرو سواری راحتتر و لذت بخشتری را درون خودرو تجربه کنند. وظیفه مهم دیگر این سیستم، تماس مؤثر لاستیک چرخها با سطح جاده است.

این سیستم به عنوان واسطه‌های بین چرخها و بدنه خودرو عمل میکند و از طریق استفاده از اجزای مختلفی مانند فنرها، تسمهها، چرخها، لول‌ها و سیستم هیدرولیک یا هوایی، بار و نیروهای ناشی از عدم صافی سطح جاده را کاهش میدهد.



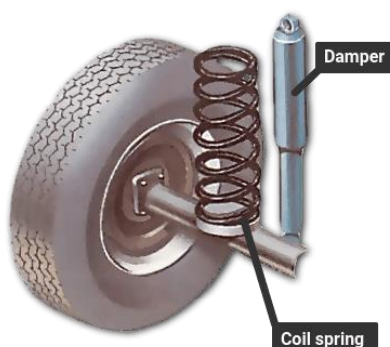
شکل 1-نمایی از سامانه تعلیق

کمک فنر در سامانه تعلیق

واژه کمک فنر در زبان فارسی در واقع ترکیبی از دو نام کمک (دمپر Damper یا جاذب ضربه Shock Absorber) و فنر (Spring) است و در حقیقت دو بخش جدا از سیستم تعلیق را شامل میشود.

وظیفه فنر یا Spring در حقیقت تحمل وزن خودرو و سرنشینان آن و هر آنچه در بالاتر از سطح مجموعه سیستم تعلیق قرار دارد است. اگرچه این عضو در دفع ضربات حاصل از ناهمواریها نیز نقشی اساسی دارد، اما وظیفه اصلی آن کنترل و تحمل وزن خودرو است.

وظیفه دمپر یا Damper، در حقیقت جذب ضربات و میرا کردن حرکت گهواره‌های طولی و عرضی خودرو است. در نتیجه ضربهای که به مجموعه سیستم تعلیق وارد میشود، از سوی این عضو جذب و میرا میشود.



شکل 2- فنر و دمپر در سامانه تعلیق

سامانه تعلیق فعال (Active Suspension systems (AS))

سیستم تعلیق فعال یا Active Suspension System، یک فناوری پیشرفته در سامانه تعلیق است که به صورت خودکار و با استفاده از سنسورها و فعالسازها، عملکرد تعلیق خودرو را بهبود میبخشد.

ویژگی و وظایف سیستم تعلیق فعال:

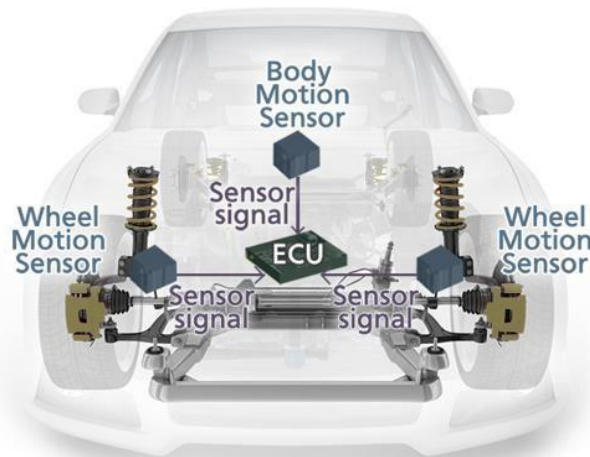
کنترل دقیق تعلیق: سیستم تعلیق فعال قادر است به طور دقیق و به سرعت بالا عملکرد تعلیق خودرو را کنترل کند. با استفاده از اطلاعات سنسورهای مختلف مانند سرعت خودرو، شرایط جاده و وضعیت تعلیق، سیستم تعلیق فعال تغییرات لازم را در طول و زمان عملکرد تعلیق اعمال میکند.

تسکین لرزشها و تکانها: سیستم تعلیق فعال با استفاده از فعالسازها و الگوریتمهای پیشرفته، تکانها و لرزشهای ناشی از عدم صاف بهای سطح جاده را بهبود میبخشد. با تنظیم سختی و نرمی تعلیق و تعدیل نیروهای عمودی و افقی، سیستم تعلیق فعال بهبود قابل توجهی در راحتی سفر و کنترل خودرو ایجاد میکند.

کاهش لنگش و شتابهای ناخواسته: با استفاده از واکنش سریع و دقیق سیستم تعلیق فعال، لنگش و شتابهای ناخواسته در روند حرکت خودرو به حداقل میرسد. سیستم تعلیق فعال عملکرد تعلیق را به گونهای بهینه تنظیم میکند که خودرو در هر شرایطی پایداری و کنترل مناسبی داشته باشد.

تطبیق به شرایط رانندگی: یکی از ویژگیهای مهم سیستم تعلیق فعال، تطبیق به شرایط رانندگی مختلف است. با تشخیص شرایط جاده مانند چالشهای موجود، اطلاعات آب و هوا، سرعت و سبک رانندگی، سیستم تعلیق فعال تنظیمات خود را تغییر میدهد تا عملکرد بهینه را فراهم کند.

به طور خلاصه، سیستم تعلیق فعال با استفاده از سنسورها و فعالسازها، تعلیق خودرو را بهبود میبخشد، لرزشها و تکانها را کاهش میدهد، لنگش و شتابهای ناخواسته را به حداقل میرساند و با تطبیق به شرایط رانندگی مختلف، عملکرد بهینه را فراهم میکند.



شکل 3- نمایی از سامانه تعلیق فعال

[در این ویدیو نحوه عملکرد سامانه تعلیق فعال بررسی میشود](#)

اجزای سامانه تعلیق فعال:

سامانه تعلیق فعال شامل اجزای مختلفی است که به صورت هماهنگ با یکدیگر عمل میکنند. اجزای اساسی سامانه تعلیق فعال عبارتند از:

1. سنسورها: سنسورها در سیستم تعلیق فعال برای جمعآوری اطلاعات محیطی و وضعیت خودرو استفاده میشوند.

ممکن است شامل سنسورهای سرعت خودرو، شتاب سنج، سنسورهای انحراف و شیب، سنسورهای بارگذاری، سنسورهای فشار و سایر سنسورهای مرتبط با عملکرد تعلیق باشد.

2. فعالسازها: فعالسازها، عملکرد تعلیق را تغییر میدهند و اعمال نیرو و تنظیم سختی و نرمی تعلیق را انجام میدهند.

3. واحد کنترل: یک واحد کنترل مرکزی در سیستم تعلیق فعال وجود دارد که اطلاعات سنسورها را تجزیه و تحلیل میکند و تصمیمات لازم را برای تنظیم عملکرد تعلیق اتخاذ میکند. این واحد کنترل یک واحد الکترونیکی است که با استفاده از الگوریتمهای پیشرفته مختلف، سیستم تعلیق را مدیریت میکند.

4. اجزای مکانیکی: سیستم تعلیق فعال شامل اجزای مکانیکی مختلفی است که نیروها و حرکات تعلیق را انتقال میدهند. این اجزا ممکن است شامل فنرها، بالشتکها و سایر اجزا باشند که نقش کلیدی در عملکرد تعلیق دارند.

همچنین، سیستم تعلیق فعال ممکن است از اجزای دیگری مانند ماژولهای ارتباطی، ماژولهای تغذیه، سیستمهای کنترلکننده تراکم و فشار هوا، سیستمهای تعلیق قابل تنظیم و سایر اجزا تشکیل شده باشد. این اجزا به طور جمعی با همکاری واحد کنترل، سیستم تعلیق فعال را شکل میدهند و عملکرد بهینه تعلیق را فراهم میکنند.

سامانه تعلیق فعال چگونه کار میکند ؟

سیستمهای تعلیق فعال از سنسورها، محرکها، کنترلکنندهها و الگوریتمها برای نظارت و اصلاح رفتار تعلیق استفاده میکنند. سنسورها شتاب عمودی، سرعت و جابجایی چرخها، بدنه و فرمان را اندازه گیری می کنند. عملگرها به فنرها و دمپرها نیرو اعمال می کنند تا ویژگی های آنها را تغییر دهند. کنترلکنندهها دادههای حسگر را پردازش میکنند و بر اساس استراتژیهای کنترل از پیش تعریفشده یا تطبیقی، دستورات را به محرکها ارسال میکنند. الگوریتمها تنطی مات بهی نه سیستم تعلیق را برای هر موقعیت رانندگی مانند سر پیچ، ترمز یا شتاب گیری تعیین میکنند.

چالش های سامانه تعلیق فعال

سیستمهای تعلیق فعال چالشهای عمدهای مانند هزینه و پیچیدگی بالا را ارائه میکنند که میتواند در دسترس بودن و قابلیت اطمینان آنها را محدود کند، همچنین مصرف انرژی و جرم بالا که میتواند کارایی سوخت را کاهش دهد و انتشار گازهای گلخانه‌ای را افزایش دهد. علاوه بر این، خرابیها و نقصهای احتمالی میتوانند ایمنی و عملکرد را به خطر بیندازند.

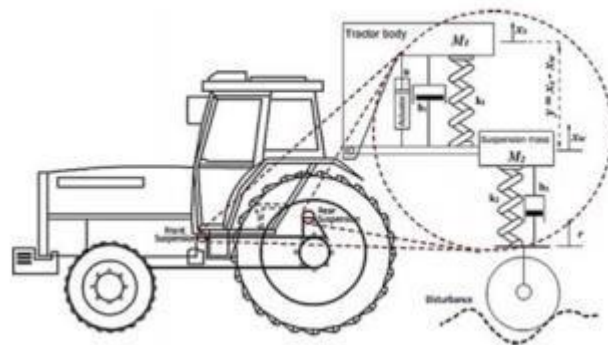
بررسی سامانه تعلیق فعال تراکتور Kubota M110X

هدف اصلی سیستم تعلیق جداسازی بدنه وسیله نقلیه از بی نظمی های جاده ای به منظور به حداکثر رساندن راحتی سواری سر نشینان و حفظ تماس مداوم چرخ های جاده به منظور حفظ جاده است. در حالی که تماس لاستیک با جاده را به حداکثر میرساند، یک سیستم تعلیق باید نیروهای عمودی منتقل شده به راننده ناشی از لرزش زمین را که منجر به شتابهای عمودی بدنه کوچکتر میشود، به حداقل برساند. برای این هدف، یک محرک که در یک سامانه تعلیق فعال گنجانده شده است، نیروهای کنترلی را به بدنه وسیله نقلیه تراکتور اعمال می کند تا شتاب عمودی آن را به صفر کاهش دهد.

این سامانه تعلیق جهت حذف اثر ارتعاشات منتقل شده به تراکتور (ناهمواری های مزرعه و اختلالات جاده) طراحی شده تا کیفیت رانندگی را افزایش دهد.

این سامانه چگونه کار میکند ؟

در این سامانه به کمک فیدبک گیری، فعال کننده هیدرولیکی سیستم کنترل میشود و نوسانات ناشی از ورودی های اغتشاشی حذف میشوند .



شکل 4 - شماتیک تراکتور Kubota M110X و سیستم تعلیق فعال آن

اجزای تشکیل دهنده:

این سامانه متشکل است از فنر (k_1 و k_2 ثابت های فنر هست ند)، دمپر (b_1 و b_2 ضرایب دمپر ها هست ند)،
(جرم بنده تراکتور) M_1 و (جرم سامانه تعلیق) M_2 .

x_s جابجایی بنده تراکتور و x_w جابجایی سامانه تعلیق هستند.

ورودی های سیستم هم، اغتشاشات محیط (r) و نیروی کنترلی اعمال شده توسط عملگر (u) هستند.

مدل فضای حالت سیستم

در این سیستم خروجی، به صورت تفاوت x_s و x_w نمایش داده میشود. ورودی های سیستم نیز نیروی کنترلی u و اغتشاش محیطی r می باشند.

$$\ddot{x}_s = \frac{1}{M_1} [b_1(\dot{x}_w - \dot{x}_s) + k_1(x_w - x_s) + u]$$

$$\ddot{x}_w = \frac{1}{M_2} [b_1(\dot{x}_s - \dot{x}_w) + k_1(x_s - x_w) + b_2(\dot{r} - \dot{x}_w) + k_2(r - x_w) - u]$$

$$y = x_s - x_w$$

$$X = \begin{bmatrix} x_s \\ \dot{x}_s \\ y \\ \dot{y} \end{bmatrix}$$

$$\dot{X} = AX + B_1 u + B_2 d$$

$$y = CX$$

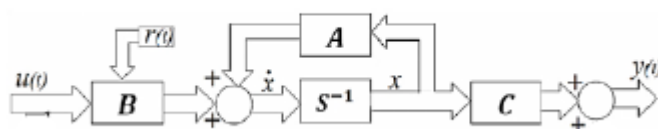
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-k_1}{M_1} & \frac{-b_1}{M_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_2}{M_2} & \frac{b_2}{M_2} & \frac{-k_1}{M_2} + \frac{-k_1}{M_1} + \frac{-k_2}{M_2} & \frac{-b_1}{M_1} + \frac{-b_2}{M_2} + \frac{-b_1}{M_2} \end{pmatrix}$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \\ 0 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{-k_2}{M_2} & \frac{-b_2}{M_2} \end{pmatrix}$$

$$C = (0 \quad 0 \quad 1 \quad 0)$$

$$d = \begin{pmatrix} r \\ \dot{r} \end{pmatrix}$$

بلوک دیاگرام:



توجه کنید که بلوک B دارای 2 قسمت b_1 و b_2 می باشد.

مقادیر پارامترها:

بر اساس مقاله ای که برای انجام پروژه بررسی شده، مقادیر را انتخاب میکنیم.

The simulation model was designed by means of MATLAB-Simulink© with block diagram provided in Fig. 6. The road roughness and disturbances were simulated by step (representing uneven surface) and sinusoidal functions (representing pot holes and bumps) with 0.25 m amplitude and 0.5 sec of duration (Fig. 7) and were then programmed into the Simulink blocks by means of signal generator. The numerical values of the suspension model parameters for Kubota M110X tractor are proposed as follow; sprung mass $M_1 = 700$ kg, un-sprung mass $M_2=90$ kg, spring stiffness $k_1= 62000$ N/m, $k_2 = 570000$ N/m, damper constant $b_1= 500$ N.s/m and $b_2 = 22500$ N.s/m.

$$M_1 = 700 \text{ kg}$$

$$M_2 = 90 \text{ kg}$$

$$K_1 = 62000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$K_2 = 570000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$b_1 = 500 \frac{\text{N.s}}{\text{m}}$$

$$b_2 = 22500 \frac{\text{N.s}}{\text{m}}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -88.6 & -0.7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 6333.3 & 250 & -7110.8 & -256.3 \end{bmatrix}$$

محاسبه ماتریس انتقال حالت:

$$\Phi(t) = \mathcal{L}^{-1}((sI - A)^{-1})$$

در اینجا با استفاده از کد زیر ماتریس انتقال حالت به ازای $(\Delta t = 0.1 \text{ sec})$ محاسبه شده

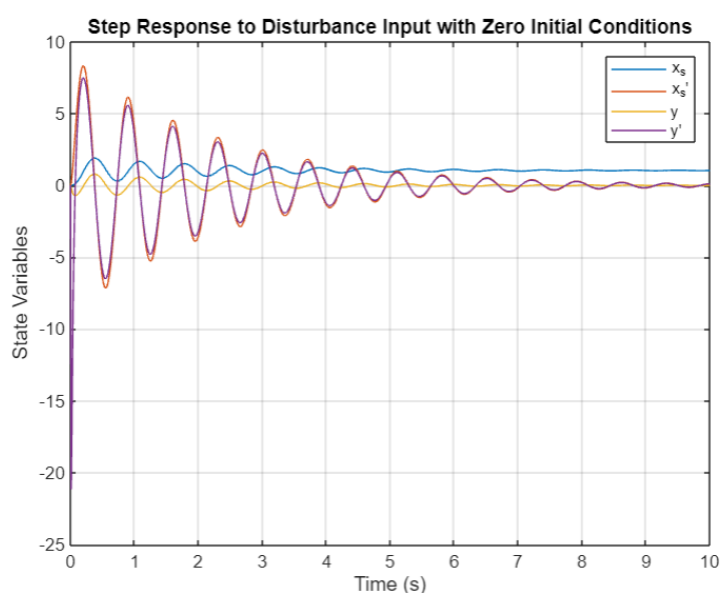
```
import numpy as np
from scipy.linalg import expm
A = np.array([[0, 1, 0, 0],
              [0, 0, -88.6, -0.7],
              [0, 0, 0, 1],
              [6333.3, 250, -7110.8, -256.3]])
t = 0.1
phi = expm(np.array(A) * t)
print(phi)
```

```
[ [ 7.76666690e-01  8.46070110e-02 -1.56188337e-01 -8.06686104e-04 ]
[ -5.10898510e+00  5.74995164e-01 -1.75999763e+00 -8.65959623e-03 ]
[  6.45285395e-01  7.80372231e-02 -9.48818652e-02 -5.25220482e-04 ]
[ -3.32637888e+00  5.13980275e-01 -3.17936016e+00 -1.48939119e-02 ] ]
```

بررسی پاسخ حلقه باز سیستم به ورودی های مختلف

پاسخ پله برای ورودی اغتشاشی با شرایط اولیه صفر:

با استفاده از دستور step، پاسخ پله برای ورودی اغتشاشی و شرایط اولیه صفر محاسبه و رسم شده است.



رفتار نوسانی اولیه:

تمام متغیرهای حالت در ابتدا رفتار نوسانی دارند. این نوسانات به دلیل پاسخ سیستم به ورودی اغتشاشی پله است. سیستم با دریافت اغتشاش، دچار نوسانات می‌شود که با گذشت زمان (تقریباً 8 ثانیه) کاهش می‌یابد.

دمپینگ (کاهش دامنه نوسانات):

با گذشت زمان، دامنه نوسانات متغیرهای حالت کاهش می‌یابد. این نشان‌دهنده وجود دمپینگ در سیستم است که موجب کاهش تدریجی نوسانات و نهایتاً رسیدن به حالت پایدار می‌شود.

دمپینگ به دلیل اصطکاک و خاصیت ویسکوزیته در سیستم تعلیق تراکتور است که انرژی نوسانات را کاهش می‌دهد.

رسیدن به حالت پایدار:

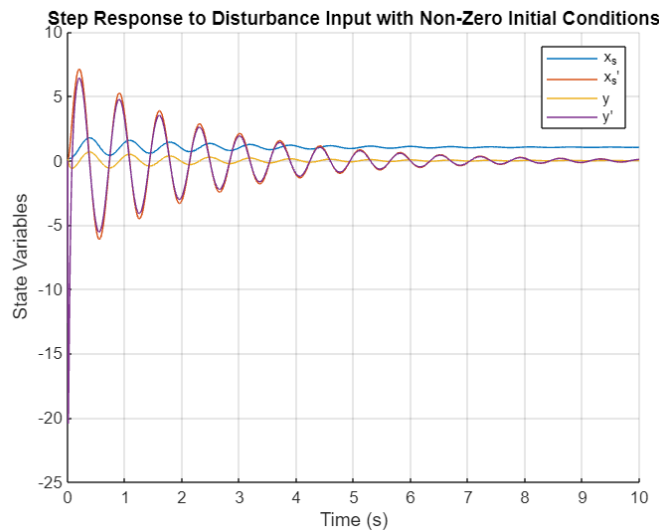
پس از 8 ثانیه، تقریباً همه متغیرهای حالت به حالت پایدار می‌رسند. این نشان می‌دهد که سیستم به تعادل بازگشته و تأثیر اغتشاش ورودی کاهش یافته است.

در حالت پایدار، جابه‌جایی و سرعت‌ها به مقادیر ثابتی نزدیک می‌شوند و نوسانات ناپدید می‌شوند.

در حالت کلی نمودار نشان می‌دهد که سیستم حلقه باز به ورودی اغتشاشی پله با نوسانات اولیه پاسخ می‌دهد، اما به دلیل وجود دمپینگ، نوسانات به تدریج کاهش یافته و سیستم به حالت پایدار باز می‌گردد. البته این سیستم سرعت مناسبی برای دفع اغتشاش پله ندارد.

پاسخ پله برای ورودی اغتشاشی با شرایط اولیه غیر صفر:

با استفاده از دستور initial، پاسخ سیستم به شرایط اولیه غیر صفر $[0.15; 0; 0.1; 0]$ محاسبه شده و سپس پاسخ پله به ورودی اغتشاشی اضافه شده است. سپس نمودار رسم شده است.



رفتار نوسانی اولیه:

مانند شرایط اولیه صفر، در اینجا نیز تمام متغیرهای حالت در ابتدا رفتار نوسانی دارند. اما به دلیل شرایط اولیه غیر صفر، دامنه نوسانات ممکن است متفاوت باشد (چرا؟).

تأثیر شرایط اولیه غیر صفر:

شرایط اولیه غیر صفر باعث می‌شود که مقادیر اولیه متغیرهای حالت از صفر متفاوت باشند. در این مثال، ممکن است یکی از شرایط اولیه مانند $x_s(0)=0.1$ قرار داده شده باشد. این شرایط اولیه باعث می‌شود که پاسخ سیستم به ورودی اغتشاشی پله تغییر کند.

دمپینگ (کاهش دامنه نوسانات):

با گذشت زمان، دامنه نوسانات متغیرهای حالت کاهش می‌یابد. این نشان‌دهنده وجود دمپینگ در سیستم است که موجب کاهش تدریجی نوسانات و نهایتاً رسیدن به حالت پایدار می‌شود.

رسیدن به حالت پایدار:

پس از چند ثانیه، همه متغیرهای حالت به حالت پایدار می‌رسند. این نشان می‌دهد که سیستم به تعادل بازگشته و تأثیر اغتشاش ورودی کاهش یافته است.

چرا ممکن است دامنه نوسانات متفاوت باشد؟ پاسخ را در 2 حالت بررسی میکنیم:

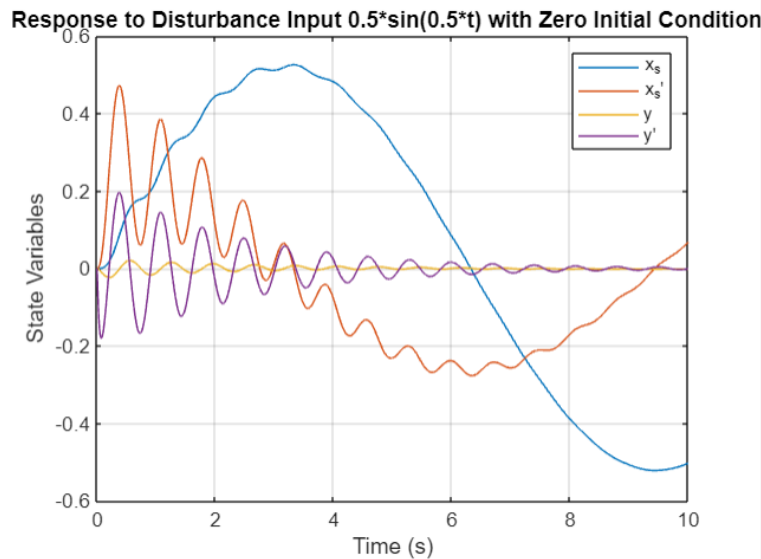
شرایط اولیه صفر:

اگر تمام متغیرهای حالت در زمان $t=0$ برابر صفر باشند، پاسخ سیستم به ورودی اغتشاشی پله از صفر شروع می‌شود و سیستم با دریافت اغتشاش شروع به نوسان می‌کند تا به حالت پایدار برسد. دامنه نوسانات در این حالت وابسته به مشخصات سیستم و ورودی اغتشاشی است.

شرایط اولیه غیر صفر:

اگر برخی از متغیرهای حالت در زمان $t=0$ مقادیری غیر از صفر داشته باشند (مثلاً $x_s(0) = 0.1$ و بقیه صفر باشند)، پاسخ سیستم از این مقادیر غیر صفر شروع می‌شود. این مقادیر اولیه غیر صفر می‌توانند باعث افزایش یا کاهش دامنه نوسانات شوند، زیرا سیستم باید به تعادل جدیدی برسد که تحت تأثیر شرایط اولیه قرار دارد.

پاسخ سیستم حلقه باز به ورودی اغتشاش $((0.5\sin(0.5t)))$ با شرایط اولیه صفر:

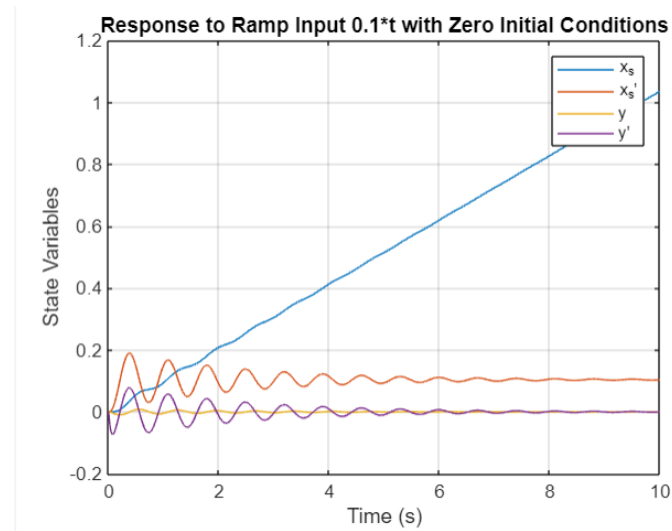


رفتار نوسانی ناشی از ورودی سینوسی:

تمامی متغیرهای حالت به دلیل ورودی سینوسی رفتار نوسانی دارند. این ورودی سینوسی باعث تحریک سیستم و ایجاد نوسانات در متغیرهای حالت می‌شود.

پاسخ سیستم در حالت حلقه باز به ورودی اغتشاشی سینوسی نشان می‌دهد که سیستم نمی‌تواند به خوبی اغتشاشات را دفع کند و دامنه نوسانات خروجی زیاد است. این نمودار نشان می‌دهد که سیستم نیاز به یک کنترل کننده مناسب برای کاهش تأثیر اغتشاشات و بهبود پایداری دارد.

پاسخ سسیستم به ورودی رمپ (0.1t):



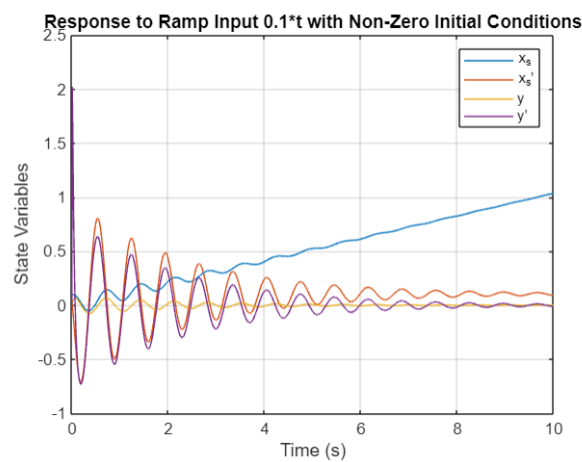
رفتار خطی x_s :

ورودی رمپ باعث می‌شود که جابه‌جایی به طور خطی و مداوم افزایش یابد. این نشان می‌دهد که سیستم به ورودی رمپ به خوبی پاسخ نمی‌دهد و نمی‌تواند آن را جبران کند.

نوسانات اولیه:

نوسانات اولیه در متغیرها نشان‌دهنده پاسخ دینامیکی سیستم به ورودی ناگهانی هستند. این نوسانات به دلیل طبیعت مکانیکی سیستم و خواص دمپینگ ایجاد می‌شوند.

پاسخ سسیستم به ورودی رمپ با شرایط اولیه غیر صفر:



نوسانات اولیه در هر دو حالت وجود دارند، اما دامنه نوسانات در شرایط اولیه غیر صفر بیشتر است. این نشان می‌دهد که شرایط اولیه غیر صفر باعث افزایش شدت نوسانات می‌شود.

بررسی کنترل پذیری و رویت پذیری سیستم

رویت پذیری (Observability):

رویت پذیری به این معنا است که آیا می توان با استفاده از اندازه گیری های خروجی سیستم، تمامی حالت های داخلی سیستم را شناسایی کرد یا نه. به عبارت دیگر، یک سیستم رویت پذیر است اگر بتوان با مشاهده خروجی های سیستم در طول زمان، به طور کامل به اطلاعات مربوط به تمامی حالت های داخلی سیستم دست پیدا کرد. برای بررسی رویت پذیری ابتدا ماتریس رویت پذیری را تشکیل می دهیم، در صورتی که رنک ماتریس کامل بود، سیستم رویت پذیر است.

ماتریس رویت پذیری به شکل زیر است:

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

کنترل پذیری (Controllability):

کنترل پذیری به این معنا است که آیا می توان با اعمال ورودی مناسب، سیستم را از هر حالت اولیه ای به هر حالت نهایی دلخواه منتقل کرد یا نه. به عبارت دیگر، یک سیستم کنترل پذیر است اگر بتوان با اعمال ورودی های مناسب، حالت های سیستم را به هر مقدار دلخواه تغییر داد.

ماتریس کنترل پذیری به شکل زیر است:

$$\mathcal{C} = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B]$$

ماتریس کنترل پذیری (دستور ctrb) و رویت پذیری (دستور obsv) را در متلب تشکیل می دهیم و رتبه هر کدام را بررسی می کنیم.

Rank of Controllability Matrix:

4

Rank of Observability Matrix:

4

The system is controllable.

The system is observable.

طبق خروجی داده شد سیستم هم رویت پذیر است و هم کنترل پذیر.

فرم قطری بلوکی جردن سیستم

برای پیدا کردن فرم قطری بلوکی جردن، ابتدا ماتریس A را تعریف میکنیم. سپس با استفاده از دستور jordan، ماتریس را به فرم جردن تبدیل میکنیم. ماتریس تبدیل P نیز به دست می آید.

Jordan form of A:

-0.0000 + 0.0000i	0.0022 + 0.0000i	-0.0091 + 0.1226i	-0.0091 - 0.1226i
0.0014 + 0.0000i	-0.0689 + 0.0000i	1.1013 + 0.0286i	1.1013 - 0.0286i
-0.0045 + 0.0000i	-0.0321 + 0.0000i	-0.0054 + 0.1114i	-0.0054 - 0.1114i
1.0000 + 0.0000i	1.0000 + 0.0000i	1.0000 + 0.0000i	1.0000 + 0.0000i

Transformation matrix P:

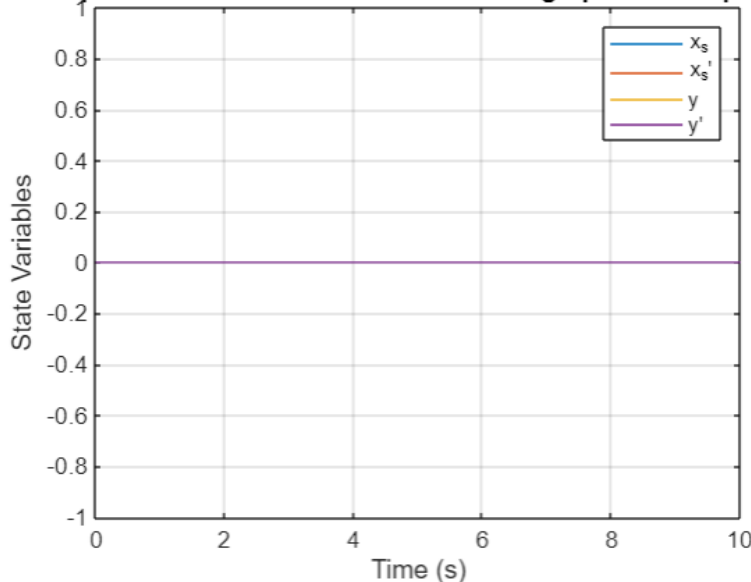
1.0e+02 *

-2.2430 + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i
0.0000 + 0.0000i	-0.3114 + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i
0.0000 + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i	-0.0043 - 0.0895i	0.0000 + 0.0000i
0.0000 + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i	0.0000 + 0.0000i	-0.0043 + 0.0895i

پیدا کردن شرایط اولیه به صورتی که پاسخ ورودی صفر، فرکانس مشخصی از سیستم را تحریک نکند.

هر سیستم دینامیکی مقادیر ویژه‌ای دارد که با فرکانس‌های طبیعی سیستم مرتبط هستند. اگر یک ورودی یا شرایط اولیه خاصی باعث شود که سیستم با این فرکانس‌ها نوسان کند، می‌گوییم که این فرکانس‌ها تحریک شده‌اند. در این سوال هدف این است که شرایط اولیه‌ای را تعیین کنیم که باعث نشود سیستم در یک یا چند فرکانس طبیعی خاص نوسان کند. برای تعیین شرایط اولیه به صورتی که پاسخ ورودی صفر، فرکانس مشخصی از سیستم را تحریک نکند، باید شرایط اولیه‌ای را پیدا کنیم که ترکیب خطی از مقادیر ویژه و بردارهای ویژه مربوط به آن فرکانس مشخص را شامل نشود. به عبارت دیگر، اگر فرکانس مشخصی را که نمی‌خواهیم تحریک شود، شناسایی کنیم، می‌توانیم شرایط اولیه را به گونه‌ای تعیین کنیم که مولفه‌های مربوط به آن فرکانس در بردار حالت اولیه صفر باشند.

Response with Initial Conditions Avoiding Specific Frequency



پیدا کردن تابع تبدیل

ابتدا سیستم را تعریف میکنیم و سپس با دستور (zpk) تابع تبدیل را پیدا میکنیم.

```
M1=700;
M2=90;
K1=62000;
K2=570000;
b1=500;
b2=22500;
A = [0 1 0 0; 0 0 -K1/M1 -b1/M1; 0 0 0 1;
      K2/M2 b2/M2 -(K1/M2)-(K1/M1)-(K2/M2) -(b1/M1)-(b2/M2)-(b1/M2)];
B = [0;1/M1;0;(1/M1)+(1/M2)];
C = [0 0 1 0];
D=0;
G = zpk(ss(A,B,C,D))
```

```
G =

      0.01254 (s^2 + 28.48s + 721.5)
-----
(s+224.2) (s+31.14) (s^2 + 0.8812s + 80.32)

Continuous-time zero/pole/gain model.
```

تحقق کانونیکال کنترل پذیر

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -5.611e+5 & -2.658e+04 & -7286 & -256.3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = [9.048 \quad 0.3571 \quad 0.0111 \quad 0]x$$

پایداری

مقادیر ویژه سیستم به شکل زیر می باشند:

```
ans =  
  
1.0e+02 *  
  
-2.2424 + 0.0000i  
-0.3114 + 0.0000i  
-0.0044 + 0.0895i  
-0.0044 - 0.0895i
```

تمامی مقادیر ویژه ها در سمت چپ محور موهومی قرار دارند، پس سیستم پایدار داخلی است.

تمامی قطب ها پایدار هستند، پس سیستم پایدار ورودی-خروجی (BIBO stable) است.

بررسی پایداری لیاپانوف

ابتدا ماتریس A را تعریف میکنیم. سپس ماتریس مثبت معین Q را تعریف میکنیم. از معادله لیاپانوف با فرض متقارن بودن P آن را حساب میکنیم. سپس مثبت معین بودن P را بررسی میکنیم.

```
-----  
Matrix P:  
88.1380    2.9784   -11.5587   -0.0001  
2.9784    1.1035    -3.3312   -0.0139  
-11.5587   -3.3312   22.3874    0.0416  
-0.0001   -0.0139    0.0416    0.0022  
  
Is P positive definite?  
1  
  
The system is Lyapunov stable.  
..
```

همان طور که مشاهده میشود سیستم پایدار لیاپانوف است.

تعریف معیار های عملکردی:

برای سیستم تعلیق تراکتور، معیار های عملکردی مناسب شامل موارد زیر می‌توانند باشند:

زمان نشست (Settling Time):

زمانی که سیستم برای رسیدن و باقی ماندن در یک محدوده مشخصی از مقدار نهایی (مثلاً 2% یا 5%) صرف می‌کند.

درصد فراجهش (Overshoot):

حداکثر مقدار بیش از حدی که سیستم از مقدار نهایی عبور می‌کند، به صورت درصد بیان می‌شود.

زمان صعود (Rise Time):

زمانی که سیستم برای رسیدن از 10% به 90% مقدار نهایی نیاز دارد.

طراحی کنترل کننده PID برای سیستم

برای بهبود عملکرد سیستم، می‌توانیم از یک کنترل کننده PID استفاده کنیم. پکنترل کننده PID می‌تواند به بهبود زمان نشست، کاهش درصد فراجهش و بهبود پایداری سیستم کمک کند. در اینجا از روش بهینه‌سازی خودکار برای تنظیم پارامترهای PID استفاده می‌کنیم. MATLAB دارای یک تابع داخلی به نام "pidtune" است که برای بهینه‌سازی پارامترهای PID به کار می‌رود.

معیار های عملکردی سیستم حلقه بسته:

Optimized PID Parameters:

Kp: 323792.6046

Ki: 1092280.639

Kd: 21452.0464

Performance Metrics of the Closed-Loop System:

Settling Time: 0.77725 seconds

Overshoot: 7.269 %

Rise Time: 0.066096 seconds

زمان نشست (Settling Time) : 0.77725s

زمان نشست کمتر از 1 ثانیه است که نشان‌دهنده سرعت بالای سیستم در رسیدن به حالت پایدار است.

درصد فراجهش (Overshoot) : 7.269

درصد فراجهش حدود 7.269% است که نشان‌دهنده یک عبور کوچک از مقدار نهایی است. این مقدار قابل قبول است و نشان می‌دهد که سیستم به خوبی تنظیم شده است.

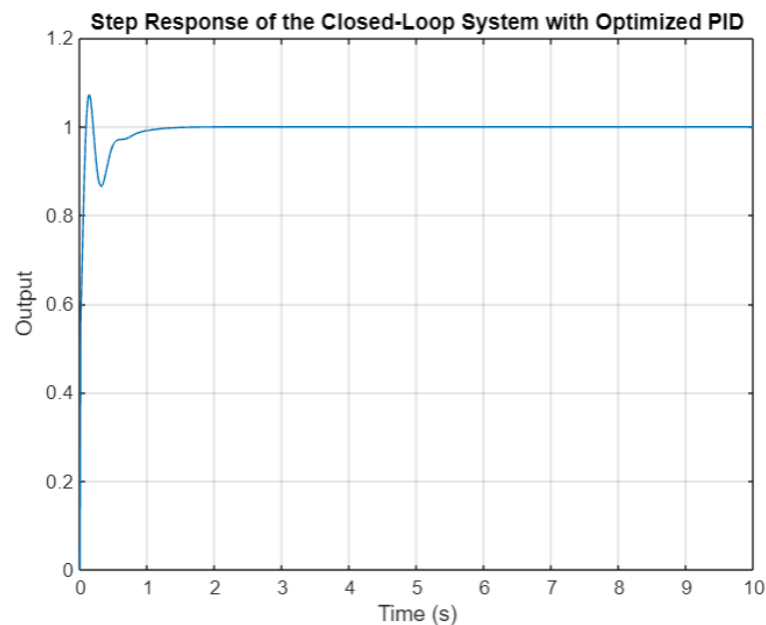
زمان صعود (Rise Time) : 0.066096s

زمان صعود کمتر از 0.1 ثانیه است که نشان‌دهنده پاسخ سریع سیستم به ورودی پله است.

تابع تبدیل PID با توجه به ضرایب به دست آمده:

$$G_c = 323792.6046 + \frac{1092280.639}{s} + 21452.0464s$$

پاسخ سیستم حلقه بسته به ورودی پله:



در این نمودار، سیستم دارای عملکرد مطلوبی است و به سرعت (تقریباً بعد از 2 ثانیه) به مقدار نهایی خود می‌رسد.

بررسی و لزوم استفاده از مفاهیم کنترل مدرن در مقایسه با کنترل ورودی-خروجی (I/O)

کنترل ورودی-خروجی (I/O) یک روش سنتی برای کنترل سیستم‌های دینامیکی است که تمرکز آن بر روی رابطه بین ورودی‌های سیستم و خروجی‌های سیستم است. این روش برای سیستم‌های LTI مناسب است. اما کنترل مدرن بر پایه مدل‌های دینامیکی سیستم و بردار حالت‌ها است و می‌تواند اطلاعات بیشتری از سیستم را در نظر بگیرد و برای سیستم‌های پیچیده تر مناسب تر است.

محدودیت‌های عملکردی کنترل ورودی-خروجی (I/O):

عدم دسترسی به تمام حالت‌ها:

در کنترل I/O، تنها خروجی‌های قابل اندازه گیری سیستم در دسترس هستند. این محدودیت می‌تواند مانع از کنترل دقیق سیستم شود، زیرا تمام حالت‌های داخلی سیستم قابل مشاهده نیستند. برای مثال، در سیستم تعلیق، تنها ممکن است موقعیت و سرعت انداز مگیری شوند، در حالی که اطلاعات مهمی مانند نیروهای وارد شده از جاده و موقعیت چرخ‌ها در دسترس نیستند.

ناتوانی در کنترل سیستم‌های چندمتغیره (MIMO):

کنترل I/O، برای سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی (MIMO) مناسب نیست. این روش نمی‌تواند تعاملات پیچیده بین ورودی‌ها و خروجی‌ها را به خوبی مدیریت کند. به عنوان مثال، سیستم‌های رباتیک پیچیده و سیستم‌های هوافضا که نیاز به کنترل دقیق تعاملات بین ورودی‌ها و خروجی‌ها دارند، نمی‌توانند به طور کامل با این روش کنترل شوند.

پایداری محدود:

کنترل I/O ممکن است نتواند پایداری سیستم را به طور کامل تضمین کند، به خصوص در سیستم‌های غیرخطی. برای مثال، سیستم‌های رباتیک پیچیده که دارای دینامیک غیرخطی هستند، با استفاده از این روش ممکن است دچار ناپایداری شوند.

لزوم استفاده از مفاهیم کنترل مدرن:

دسترسی به تمام حالت‌ها:

کنترل فضای حالت این امکان را می‌دهد که تمام حالت‌های سیستم در نظر گرفته شوند و کنترل دقیق تری اعمال شود. مثلاً در سیستم تعلیق، با استفاده از کنترل حالت-می‌توان به تمام حالت‌های داخلی سیستم دسترسی داشت و کنترل بهتری اعمال کرد.

مدیریت سیستم‌های چندمتغیره (MIMO):

کنترل فضای حالت برای سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی (MIMO) مناسب است و می‌تواند تعاملات پیچیده بین ورودی‌ها و خروجی‌ها را به خوبی مدیریت کند.

تضمین پایداری:

کنترل فضای حالت می‌تواند پایداری سیستم را به طور کامل تضمین کند و به بهبود عملکرد سیستم کمک کند.

طراحی کنترل‌کننده فیدبک حالت بر اساس معیارهای به دست آمده از PID

کنترل‌کننده فیدبک حالت به ما این امکان را می‌دهد که با استفاده از اطلاعات کامل از حالت‌های سیستم، کنترل دقیق‌تری را اعمال کنیم. با توجه به معیارهای عملکردی به دست آمده از کنترل‌کننده PID، می‌توانیم قطب‌های مطلوب سیستم حلقه بسته را تعیین کنیم و یک کنترل‌کننده فیدبک حالت مناسب طراحی کنیم.

زمان نشست (Settling Time) : 0.77725s

درصد فراجش (Overshoot) : 7.269

زمان صعود (Rise Time) : 0.066096s

با توجه به معیارهای فوق، می‌توانیم قطب‌های مطلوب را تعیین کنیم. فرض کنیم که سیستم باید دارای قطب‌هایی با زمان نشست و درصد فراجش مطلوب باشد. برای تعیین قطب‌های مناسب، می‌توانیم از روابط زیر استفاده کنیم:

قطب‌های مطلوب: فرض می‌کنیم قطب‌های مطلوب سیستم به صورت $\alpha \pm j\beta$ باشند.

با استفاده از رابطه‌ی زیر، قطب‌های مطلوب را تعیین می‌کنیم:

$$\sqrt{(\zeta^2 - 1)}\zeta\omega_n \pm \zeta\omega_n = s_{1,2}$$

ζ نسبت میرایی سیستم است.

ω_n فرکانس طبیعی سیستم است.

طراحی رویت گر

جهت طراحی رویت گر، ابتدا باید رویت پذیری سیستم را بررسی کنیم. در سوالات قبلی رتبه ماتریس رویت پذیری را برابر 4 به دست آوردیم و نتیجه گرفتیم که ماتریس رویت پذیر است.

قطب های رویتگر را 3 برابر سریعتر از قطبهای سیستم اصلی در نظر گرفته و با استفاده از روش آکرمن مقدار بهره محاسبه میشود

```
clear all;
close all;

% Define system parameters
M1 = 700; % (kg)
M2 = 90; % (kg)
K1 = 62000; % (N/m)
K2 = 570000; % (N/m)
b1 = 500; % (N.s/m)
b2 = 22500; % (N.s/m)

% Define system matrices
A = [0 1 0 0;
     0 0 -K1/M1 -b1/M1;
     0 0 0 1;
     K2/M2 b2/M2 -(K1/M2)-(K2/M2) -(b1/M2)-(b2/M2)];
B1 = [0;
      1/M1;
      0;
      (1/M1)+(1/M2)];
B2 = [0 0;
      0 0;
      0 0;
      -K2/M2 -b2/M2];
C = [0 0 1 0];
D = 0;

% Controllability Analysis
phic = ctrb(A, B1);
rank_phic = rank(phic);
disp(['Controllability Matrix Rank: ', num2str(rank_phic)]);

% Observability Analysis
rank_obsv = rank(observ(A, C));
disp(['Observability Matrix Rank: ', num2str(rank_obsv)]);

% Desired poles for the observer
P = 3*[-218, -31, -4.7+89.6i, -4.7-89.6i];

% Design the observer
L1 = acker(A', C', P);
L = L1'

% System with observer
A_obs = [A -L*C; zeros(size(A)) A - L*C];
B_obs = [B1; B1];
C_obs = [C zeros(size(C))];
D_obs = [D];
```

```

% Closed-loop system with state feedback and observer
sys_obs = ss(A_obs, B_obs, C_obs, D_obs);

% Simulation parameters
t = 0:0.01:10;
u = ones(size(t)); % Step input

% Simulate the response
[y, t, x] = lsim(sys_obs, u, t);

% Extract the original states and estimated states
x_actual = x(:, 1:size(A,1));
x_estimated = x(:, size(A,1)+1:end);

% Plot comparison between actual and estimated states
figure;
subplot(2, 2, 1);
plot(t, x_actual(:,1), 'b', t, x_estimated(:,1), 'r--');
title('Comparison - State 1');
xlabel('Time (s)');
ylabel('State 1');
legend('Actual', 'Estimated');
grid on;

subplot(2, 2, 2);
plot(t, x_actual(:,2), 'b', t, x_estimated(:,2), 'r--');
title('Comparison - State 2');
xlabel('Time (s)');
ylabel('State 2');
legend('Actual', 'Estimated');
grid on;

subplot(2, 2, 3);
plot(t, x_actual(:,3), 'b', t, x_estimated(:,3), 'r--');
title('Comparison - State 3');
xlabel('Time (s)');
ylabel('State 3');
legend('Actual', 'Estimated');
grid on;

subplot(2, 2, 4);
plot(t, x_actual(:,4), 'b', t, x_estimated(:,4), 'r--');
title('Comparison - State 4');
xlabel('Time (s)');
ylabel('State 4');
legend('Actual', 'Estimated');
grid on;

```

بهره رویت گر

L =

1.0e+05 *

-0.1865

6.9533

0.0052

0.1434