



به نام خدا



دانشگاه تهران  
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر  
آمار و احتمال مهندسی

گزارش پروژه‌ی نهائی

نام و نام خانوادگی	محمد قره حسنلو
شماره دانشجویی	810198461
تاریخ ارسال گزارش	1400/4/8

## فهرست گزارش سوالات

- 3..... سوال اول: مسابقه ی تلویزیونی
- 4..... سوال دوم: تخمین عدد پی
- 5..... سوال سوم: پارادوکس سنت پترزبورگ
- 6..... سوال چهارم: داده بازی

## سوال اول: مسابقه ی تلویزیونی

اگر حالت اول باشد، به احتمال یک سوم خودرو به دست می آید.

اگر حالت دوم باشد، به احتمال دو سوم ابتدا اشتباه انتخاب می شود ولی پس از تعویض انتخاب حتما جواب درست است، چون داور یکی از دو تا گزینه را حذف کرده است.

اگر حالت سوم باشد، به صورت شکل زیر حساب می شود و امید آن یک دوم می شود.

$$E[X1] = \frac{1}{3} * 0 + \frac{2}{3} * 1 = \frac{2}{3}$$

$$E[X2] = \frac{1}{3} * 1 + \frac{2}{3} * 0 = \frac{1}{3}$$

$$E[X3] = \frac{1}{3} * \frac{1}{2} + \frac{2}{3} * \frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow E[X1] > E[X3] > E[X2]$$

[Plot for n=10](#)

[Plot for n=100](#)

[Plot for n=1000](#)

[Plot for n=10000](#)

[Python Code](#)

## سوال دوم: تخمین عدد پی

1 و 2 و 3 -

$$\begin{aligned}\int_0^1 \sqrt{1-x^2} &= \int \cos u \sqrt{1-\sin^2 u} du = \int \cos^2 u du \\ &= \frac{\cos u * \sin u}{2} + \frac{1}{2} * \int 1 du \xrightarrow{u=\sin^{-1} x} (\sin^{-1} x)/2 + x * \sqrt{1-x^2} = \frac{\pi}{4}\end{aligned}$$

$$S = \frac{\pi}{4} * r^2 = \frac{\pi}{4} * 1^2 = \frac{\pi}{4}$$

$$f_{avg} = \frac{1}{1-0} \int_0^1 \sqrt{1-x^2} = 1 * \int_0^1 \sqrt{1-x^2} = \frac{\pi}{4}$$

4- پاسخ ها برابر نمی شوند؛ چون به ازای هر بار آزمایش مقداری که به دست می آید، با توجه به تصادفی بودن آن یکسان در نمی آید؛ پس در کل تخمین عدد پی هر بار برابر نمی شوند.

7- میانگینی که به دست می آید، اگر در 4 ضرب کنیم، با خطای خوبی به مقدار عدد پی نزدیک می شود، هر چی عدد پی مقدارش بیشتر شود، مقدار خطا کمتر می شود.

8- مقدار واریانس نشان دهنده توزیع مقادیر به دست آمده توسط آزمایش ها نسبت به مقدار دقیق عدد پی می باشد.

[Plot for n = 100, n=1000 and n = 10000](#)

[Python Code](#)

## سوال سوم: پارادوکس سنت پترزبورگ

-1

For N:  $E[X] = \sum_{i=1}^N (1/2^i) (2^i) = N$

For  $N \rightarrow \infty$ :  $E[X] = \sum_{i=1}^{\infty} 1 = \infty$

2- مبلغی که پیشنهاد می شود، بهتر است کمتر از 10 دلار باشد.

[Python Code](#)

## سوال چهارم: داده بازی

### #Part1

آ) این دیتاست ویژگی های مختلفی اعم از جنسیت, چند نمره که کسب کرده اند, وضعیت غیبت,سلامتی تعداد افتادن ها و شغلشان و ... دارد.

ب) ویژگی هایی مانند نمره, تعداد غیبت ها و تایم مطالعه اهمیت بیشتری دارند. هم با توجه به اسم فایل و هم با توجه به اینکه این موضوعات بیشتر به نمره و وضعیتی که به آن نمره رسیده اند, مربوط است.

### #Part3

آ) برای حالت گسسته, ارتباط بین پاس نشدن و میانگین نمرات را نشان دادم که هر چه نمرات کمتر باشد, تعداد افتادن های اشخاص بیشتر است و ضریب همبستگی هم حدود منفی نیم درصد به دست می آید که نشان دهنده هم بستگی نسبتا بالا است و همچنین نشان دهنده رابطه معکوس بین این دو متغیر است. یعنی هر چه میانگین نمرات بیشتر باشد, تعداد افتادن ها کمتر است.

برای حالت پیوسته, میانگی نمرات با یکی از نمرات در نظر گرفته شده است که ضریب همبستگی در حدود 0.9 به دست آمده که ضریب همبستگی بالایی است و نشان دهنده رابطه مستقیم بین این دو متغیر تصادفی هم می باشد.

د) حدس ما با جواب به دست آمده مطابقت بسیار بالایی دارد.

[Part3 Plots](#)

[Part4 Plots](#)

[R Code Part3](#)

[R Code Part4](#)