

بنام خدا

دانشکده‌ی مهندسی برق و کامپیوتر

درس سیگنال‌ها و سیستم‌ها

تمرین کامپیوتری 2

استاد : دکتر ربیعی

تحلیل فوریه در یک بعد

مهلت تحویل : 23 اردیبهشت

Table of Content

FFT/DTFT	1
Intro	1
Simulation:	3
Guideline:	3
MATLAB Implementation:	7
Frequency resolution, Zero Padding (time domain)	9
IDTFT/IFFT	11
Voice Analysis/ Spectrogram	12
Final Points	14

FFT/DTFT

Intro

در این قسمت قصد داریم شما را با تحلیل فوریه در متلب و نحوه‌ی بدست آوردن ضرایب فوریه آشنا کنیم. در ابتدا شما را با پیاده سازی پایه‌ای تبدیل فوریه گسسته ^۱ آشنا خواهیم کرد و در ادامه با تابع آماده ^۲ fft در متلب آشنا خواهید شد.

برای بدست آوردن ضرایب فوریه یک سیگنال حقیقی، می‌خواهیم که شما را با دو مفهوم سیگنال نمایی مختلط ^۳ و ضرب داخلی ^۴ آشنا کنیم. یک سیگنال نمایی مختلط به صورت زیر تعریف می‌شود :

$$\text{Complex Exponential Waves} \rightarrow Ae^{i2\pi ft}$$

در ادامه علت انتخاب سیگنال نمایی مختلط را با هم بررسی خواهیم کرد.

به طور کلی، ضرب داخلی دو بردار v_1 و v_2 با طول برابر l به صورت زیر تعریف می‌شود :

$$\text{dot}(v_1, v_2) \triangleq v_1 \cdot v_2 = \sum_{i=1}^l v_1[i] v_2[i]$$

که رابطه مستقیمی با شباهت دو بردار دارد. مشکل اساس ضرب داخلی فعلی این است که هر چه قدر عناصر دو بردار بزرگتر باشند، مقدار ضرب داخلی بیشتر می‌باشد و محدود به بازه خاصی نیست. برای آنکه معیاری برای مقایسه ضرب های داخلی مختلف داشته باشیم، نیاز است که دو بردار را نرمالیزه ^۵ کنیم :

$$v_{1\text{scaled}} = \frac{v_1}{6|v_1|} = \bar{v}_1, v_{2\text{scaled}} = \frac{v_2}{|v_2|} = \bar{v}_2$$

که اندازه \bar{v}_1 و \bar{v}_2 برابر 1 می‌باشد.

و ضرب داخلی اسکیل شده به صورت زیر خواهد بود :

$$\text{dot}(v_1, v_2)_{\text{scaled}} = \frac{v_1 \cdot v_2}{|v_1||v_2|}$$

حال برای بررسی شباهت دو بردار v_2 و v_3 با بردار v_1 خواهیم داشت :

$$A = \frac{\text{dot}(v_1, v_2)_{\text{scaled}}}{\text{dot}(v_1, v_3)_{\text{scaled}}} = \frac{v_1 \cdot v_2}{v_1 \cdot v_3} \frac{|v_3|}{|v_2|} = \frac{v_1 \cdot \bar{v}_2}{v_1 \cdot \bar{v}_3}$$

¹ DTFT (Discrete time Fourier Transform)

² Fast Fourier Transform

³ Complex Exponential Wave

⁴ Dot Product

⁵ Normalize

⁶ Absolute value

بنابراین برای بررسی میزان شباهت بردارهای $w_j, j = 1, 2, \dots, n$ با بردار مرجعی مثل v_1 ، کافی است تا مقادیر $v_1 \cdot \overline{w_j}$ را حساب کنیم و مقایسه کنیم.

حال مفاهیم بالا را می‌توان برای شباهت دو سیگنال نیز بکار برد. در واقع فرض کنید سیگنال گسسته شده v_1 را در اختیار دارید و می‌خواهید آن را با سیگنال‌های گسسته شده دلخواه $w_j, j = 1, 2, \dots, n$ مقایسه کنید. در ادامه به بررسی مثالی خواهیم پرداخت.

فرض کنید سیگنال مرجعی با نرخ نمونه برداری^۷ برابر 1000 (تعداد نمونه‌های موجود در هر ثانیه از سیگنال برابر 1000 می‌باشد) و در بازه زمانی $[-1, 1]$ با ضابطه زیر ایجاد کنیم :

$$x(t) = \sin(10\pi t + \theta) e^{-t^2}$$

در گام دوم، دو سیگنال دلخواه برای ضرب داخلی در سیگنال بالا ارائه می‌دهیم :

❖ سیگنال سینوسی ساده : $\sin(2\pi ft)$

❖ سیگنال نمایی مختلط : $e^{i2\pi ft}$

(A)

شکلی مانند [شکل 1](#) ایجاد کنید که در ستون اول آن، سیگنال مرجع و در ستون دوم آن، مقادیر بدست آمده از ضرب داخلی سیگنال مرجع بالا را در دو سیگنال دلخواه ذکر شده به ازای فرکانس‌های موجود در بازه $[2:0.5:10]$ و برای $\theta = \pi/2$ رسم کنید. (*دقت کنید که خروجی بدست آمده از ضرب داخلی در سیگنال نمایی مختلط، دارای دو قسمت حقیقی و موهومی است و نیاز است که اندازه آن رسم شود).

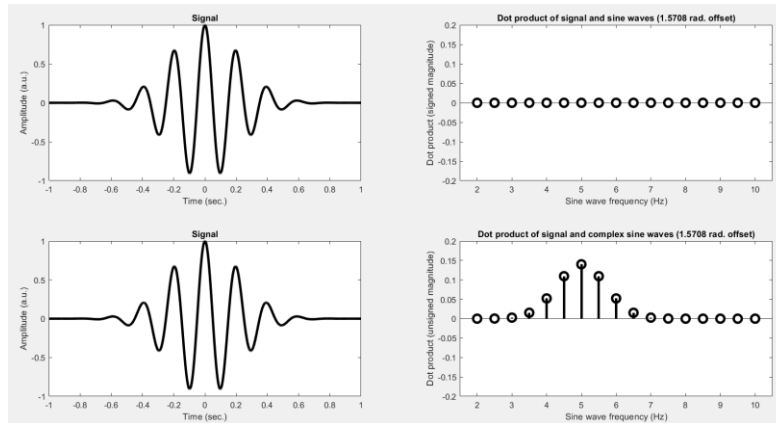
(B)

نمودار بدست آمده در سطر دوم و ستون دوم شکل 1، چه اطلاعاتی را در مورد سیگنال دلخواه $X(t)$ می‌دهد ؟

(C)

باتوجه به نتایج بدست آمده در شکل 1 و نکات مطرح شده در بالا، استدلال کنید که چرا انتخاب سیگنال سینوسی به جای نمایی مختلط مشکل ساز می‌باشد ؟

⁷ Sampling Rate



شکل 1

:Simulation

:Guideline

حال که با مفاهیم پایه‌ای سیگنال‌نمایی مختلط و ضرب داخلی آشنا شدید، وقت آن است که ضرایب فوریه یک سیگنال دلخواه را محاسبه کنید و در حوزه فرکانس رسم کنید. سیگنال $x(t)$ را در نظر بگیرید :

$$x(t) = 2.5 \sin(8\pi t) + 1.5 \sin(13\pi t)$$

که زمان در بازه $[0, 2]$ و نرخ نمونه برداری برابر 1000 می‌باشد.

رابطه تبدیل فوریه تابعی مانند $x(t)$ را یادآوری می‌کنیم :

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i2\pi f t} dt$$

که در حوزه گسسته و با نمونه برداری از سیگنال $x(t)$ ، رابطه فوق به صورت زیر درمی‌آید :

$$X[f]_{8i} = \text{dot}(x[10t], e^{-11i 2\pi f_i 13t_f})$$

⁸ The ith element of vector X[f]

⁹ Dot Product

¹⁰ Discretized time

¹¹ Imaginary Number

¹² The ith frequency of Complex Exponential wave : $f_i \in [1:npts]$

¹³ Fourier Time : $t_f = \frac{[0:npts-1]}{npts}$ (*Normalized Time Vector)

طبق فرض اولیه در این قسمت، سیگنال $x(t)$ با نرخ 1000 نمونه برداری شده بود، بنابراین بیشترین مقداری که فرکانس f در $X[f]$ می تواند اختیار کند، برابر 1000 خواهد بود ولی سوال اساسی این است که آیا تمامی فرکانس های موجود در بازه $[0, 1000]$ ، فرکانس های مجاز خواهد بود ؟

در جواب این سوال، ابتدا باید شما را با قضیه نایکوئیست شنون¹⁴ آشنا کنیم. فرض کنید که سیگنال پیوسته متناوبی در اختیار دارید. همانطور که می دانید برای کار و تحلیل بر روی تمامی سیگنال ها نیاز است که آنرا به شکل گسسته تبدیل کنیم. مفهوم دقیق گسسته سازی در سیگنال و سیستم به معنای نمونه برداری می باشد. در واقع لازم دارید که تعداد محدودی از نقاط سیگنال خود را ذخیره کنید. از آنجا که یک دوره تناوب سیگنال حاوی تمام اطلاعات سیگنال ما می باشد، تمرکز خود را بر روی نمونه برداری از یک دوره تناوب سیگنال داده شده می گذاریم. اگر از شما سوال شود که در یک دوره تناوب سیگنال چه تعداد نقاط با فاصله مساوی از هم را انتخاب کنیم که اطلاعات کلی سیگنال حفظ شود، چه پاسخی می دهید ؟

شاید در ابتدا بپرسید که منظور از اطلاعات کلی یک سیگنال چیست ؟ در جواب باید گفت که مهمترین ویژگی های موجود در یک دوره تناوب سیگنال می توان به نقطه بیشینه و کمینه سیگنال و نحوه تغییر سیگنال پیوسته بین این دو نقطه و ... اشاره کرد. در ابتدا شاید پاسخ دهید که هر چه تعداد نقاط انتخابی در یک دوره تناوب سیگنال بیشتر باشد، اطلاعات بیشتری حفظ خواهد شد پس شاید سوال درست این باشد که حداقل تعداد این نقاط چقدر باشد ؟

طبق نظر آقای شنون، تعداد حداقل 2 نقطه جواب نسبتا مناسبی می باشد ولی هیچ صحبتی در مورد نوع این دو نقطه زده نمی شود. برای مثال بهترین انتخاب برای دو نقطه در اکثر سیگنال ها نقاط مینیمم و ماکزیمم می باشد ولی بطور کلی این عدد یک مقدار تئوری است که بتوان برای تمامی سیگنال ها تعمیم داد فارغ از اینکه مقدار دقیقا درستی نیست.

حال اگر به طور میانگین فاصله 2 نقطه در یک دوره تناوب¹⁵ برابر نصف دوره تناوب باشد، با افزایش تعداد نقاط این فاصله کمتر خواهد شد که بصورت ریاضی به شکل زیر می باشد :

$$SR \geq 2 \text{ (Signal Maximim Frequency)}^{16}$$

$$\text{Equivalently} \rightarrow \text{Signal Maximim Frequency} \leq \frac{SR}{2}$$

که به بیشترین یا سریع ترین فرکانس موجود در یک سیگنال، فرکانس نایکوئیست می گویند.

حال به سوال اول برمیگردیم، از آنجایی که سیگنال $x(t)$ با نرخ 1000 نمونه برداری شده بود، بنابراین بیشترین فرکانس مجاز برابر

$$f = \text{linspace}\left(0, \frac{SR}{2}, \left\lfloor \frac{npts}{2} \right\rfloor + 1\right)$$

که به این رنج مجاز از فرکانس ها، فرکانس مثبت نیز می گویند.

¹⁴ Nyquist-Shannon Theorem

¹⁵ Sampling Interval : $SI = \frac{1}{SR}$

¹⁶ Sampling Rate

¹⁷ Nyquist Frequency

در مقابل فرکانس مثبت، فرکانس منفی وجود دارد. در واقع به فرکانس های در بازه $[\frac{SR}{2}, SR]$ فرکانس های منفی گفته می شود. در تبدیل فوریه سیگنال حقیقی، متناظر با هر فرکانس مثبت یک فرکانس منفی وجود دارد. چرا؟

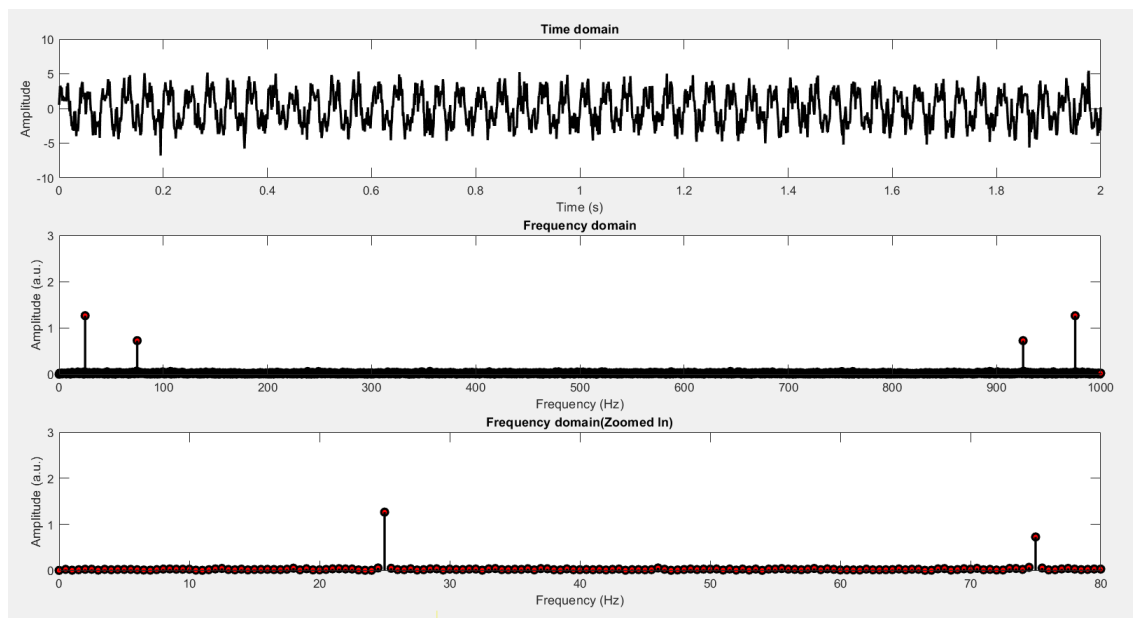
همانطور که می دانید سیگنال حقیقی داده شده را می توان به صورت جمعی از ترم سینوسی یا کسینوسی نوشت. حال شکل دیگر رابطه اوایلر^{۱۸} را در نظر بگیرید :

$$\cos(2\pi k t) = \frac{e^{i 2\pi k t} + e^{-i 2\pi k t}}{2}$$

عبارت $\frac{e^{-i 2\pi k t}}{2}$ شامل فرکانس های مثبت و عبارت $\frac{e^{i 2\pi k t}}{2}$ شامل فرکانس های منفی سیگنال حقیقی شما می باشد و هر کدام نصف دامنه سیگنال حقیقی شما را شامل می شوند پس اگر صرفاً می خواهیم فرکانس های منفی را حذف کنیم و تمامی فرکانس ها تا فرکانس نایکوئیست را نشان دهیم لازم است که اندازه تبدیل فوریه بدست آمده را در ۲ ضرب کنیم. (ضریب تصحیح اول تبدیل فوریه)

همینطور مقادیر متناظر با فرکانس های منفی آیینیهی مقادیر متناظر با فرکانس مثبت می باشند.

در زیر نمایی از نمودار بدست آمده از تبدیل فوریه یک سیگنال مجهول با نرخ نمونه برداری 1000 در شکل ۲ آورده شده است :



شکل ۲

¹⁸ Euler formula

همانطور که در نمودار دوم دیده می‌شود، مقدار فرکانس نایکویست برابر 500 و فرکانس های مثبت در بازه [0 500] و فرکانس های منفی در بازه [500 1000] قرار دارند و مقادیر این دو نسبت به فرکانس نایکویست آینه هستند. در نمودار سوم، نمایی بزرگ شده از تبدیل فوریه سیگنال را نشان می‌دهد که فرکانس های اصلی سیگنال را در مقادیر 25 و 75 هرتز نشان می‌دهد. همانطور که قبلا ذکر شد، فرکانس های بزرگتر از نایکویست معتبر نمی‌باشند و طبق شکل بالا، دو فرکانس با مقدارهای بزرگتر از 900 وجود دارند که قطعا فرکانس های سیگنال ما نمی‌باشند ولی به قرینه ایجاد شده اند.

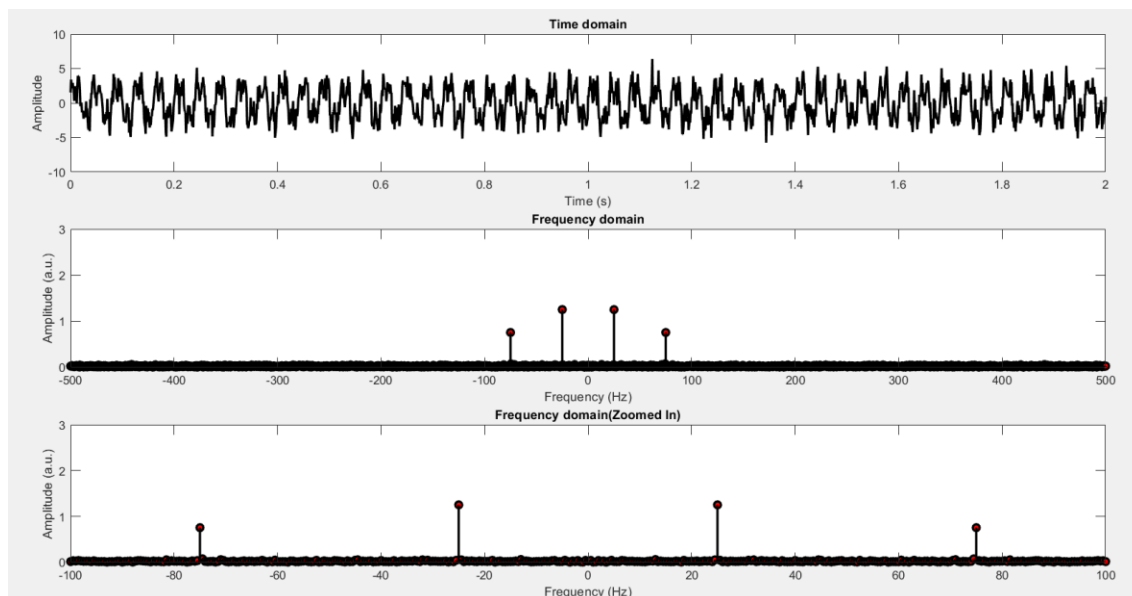
در برخی کاربردها، برای اینکه فرکانس های مثبت و منفی از نظر عددی هم قرینه باشند، نیاز است که فرکانس نایکویست را به صفر انتقال بدهیم :

$$f_{shifted} = linspace\left(-\frac{SR}{2}, \frac{SR}{2}, npts\right)$$

و همچنین فرکانس مثبت را به اندازه‌ی فرکانس نایکویست به راست و فرکانس منفی را به اندازه‌ی فرکانس نایکویست به چپ انتقال دهیم و در واقع جای فرکانس های مثبت و منفی را عوض کنیم. این کار توسط دستور fftshift در متلب قابل انجام خواهد بود. برای تمرین یک آرایه از اعداد 1 تا 10 ایجاد کنید و سپس خروجی حاصل از fftshift را روی آرایه بررسی کنید.

$$X_{new}[f_{shifted}]_i = \text{fftshift}(X_{old}[f]_i)$$

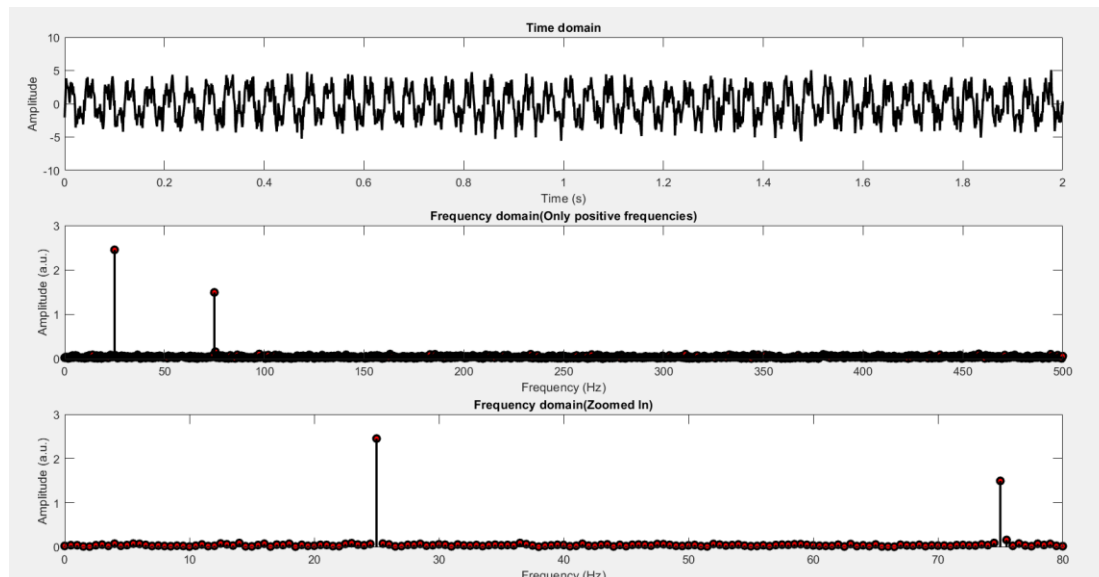
در شکل 3، نمودارهای نمایش جدید تبدیل فوریه سیگنال مجهول پیشین آورده شده است :



شکل 3 (نمایش اول)

همانطور که در شکل بالا مشخص است، سیگنال حقیقی از فرکانس های ± 25 , ± 75 تشکیل شده است.

در بسیاری از کاربرد ها، فرکانس منفی را حذف می کنند و صرفا ضرایب فوریه را برای فرکانس های مثبت تا فرکانس مجاز (نایکوئیست) رسم می کنند (به اسکیل ضرایب فوریه در شکل 4 دقت کنید) :



شکل 4 (نمایش دوم)

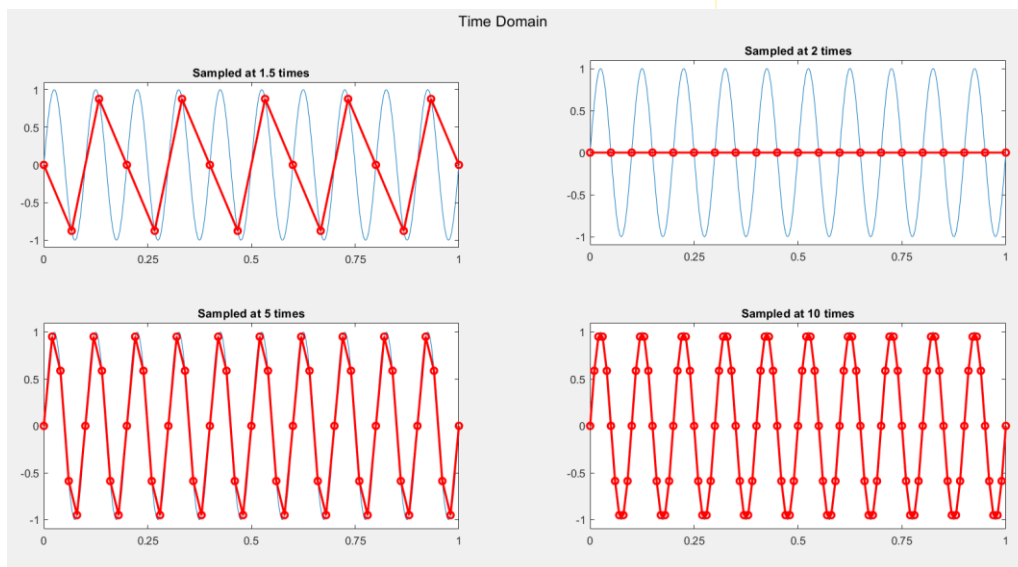
نکته آخر در اسکیل ضرایب فوریه بدست آمده می باشد. در توضیح فرکانس مثبت و منفی اولین ضریب تصحیح ذکر شد. ضریب تصحیح دوم به نکته ای در مورد ضرب داخلی برمی گردد. همانطور که توضیح داده شد، آرایه شامل ضرایب فوریه سیگنال $x(t)$ از ضرب داخلی بین دو سیگنال گسسته شده بدست می آید. مشکل ضرب داخلی دو بردار در این است که هر چقدر طول دو بردار بزرگتر باشد، حاصل ضرب داخلی دو بردار نیز بزرگتر خواهد بود ولی هدف ما این است که ضرایب فوریه سیگنال را فارغ از تعداد نقاط نمونه برداری شده بدست آوریم، به این منظور لازم است که ضرایب فوریه بدست آمده را بر تعداد نقاط نمونه برداری شده تقسیم کنیم (ضریب تصحیح دوم).

MATLAB Implementation

(A)

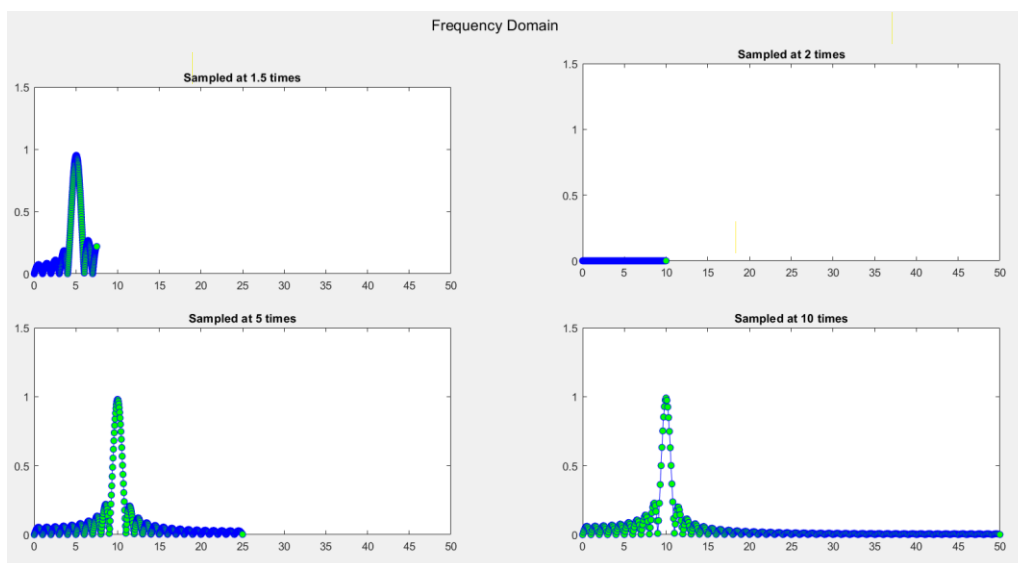
همانطور که توضیح داده شد، انتخاب درست نرخ نمونه برداری بسیار مهم است چون در غیر این صورت سیگنال در گسسته سازی ویژگی های خود را از دست می دهد و دیگر قابل شناسایی نیست^{۱۹}. فرض کنید که در ابتدا سیگنال سینوسی پیوسته ای با فرکانس 10 هرتز در بازه [0 1] در اختیار داریم. از آنجا که نمی توان یک سیگنال پیوسته در متلب ایجاد کرد، نرخ نمونه برداری را مقدار بزرگی مثل 1000 فرض کنید. حال برای 4 مقدار نرخ نمونه برداری 15، 20، 50، 100 سیگنال پیوسته خود را گسسته کنید. (فرض کنید که اولین نقطه نمونه برداری شده در $t=0$ باشد) و در یک subplot سیگنال پیوسته و سیگنال نمونه برداری شده را مانند شکل 5 رسم کنید :

¹⁹ Aliasing



شکل 5

حال در شکلی دیگر، تبدیل فوریه هر 4 نوع سیگنال گسسته سازی شده را تا فرکانس نایکویست مانند شکل 6 رسم کنید. برای هر 4 نمودار بدست آمده مقادیر xlim را روی 50 و ylim را روی 1.5 تنظیم کنید.



شکل 6

* نکته : در این سوال مجاز به استفاده از تابع آماده fft هستید.

(B)

سیگنال $x(t)$ تعریف شده در [قسمت آشنایی](#) را در نظر بگیرید. به کمک روابط توضیح داده شده، تبدیل فوریه سیگنال داده شده را پیاده سازی کرده و ضرایب فوریه بدست آمده را در حوزه فرکانس رسم کنید. (* در این قسمت مجاز به استفاده از تابع fft نیستید.)

(C)

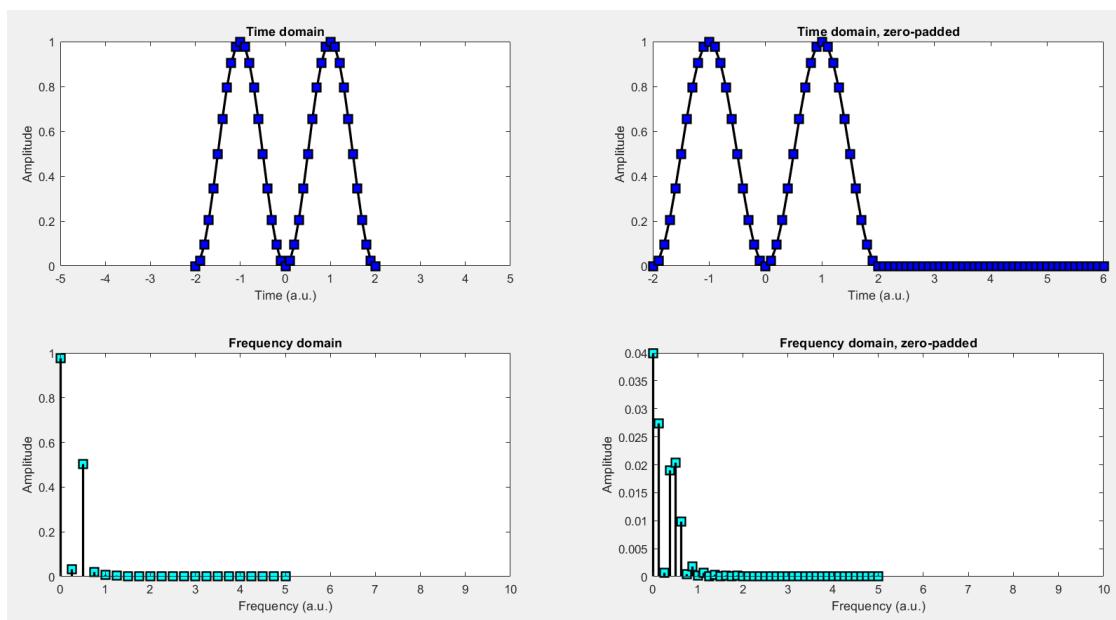
این بار سیگنال سینوسی $x(t) = 1.5 + 2.5 * \sin(8 \pi t)$ را در نظر بگیرید. مانند [قسمت ب](#)، ضرایب فوریه بدست آمده سیگنال را رسم کنید. آیا ضرایب بدست آمده صحیح می‌باشد؟ مشکل از کجاست؟ با اعمال یک شرط جدید، ضرایب بدست آمده را اصلاح کنید.

Frequency resolution, Zero Padding (time domain)

در قسمت قبل شما با مفهومی به نام Sampling Interval آشنا شدید که فاصله زمانی بین دو نقطه متوالی نمونه برداری شده بود. در مقابل مفهومی وجود دارد که فاصله بین دو نقطه متوالی بدست آمده در حوزه فرکانس می‌باشد^{۲۰} که به دو مقدار نرخ نمونه برداری و تعداد نقاط نمونه برداری شده مربوط می‌باشد.

(A)

سیگنال $x(t) = \sin^2_{(0.5\pi t)}$ را در نظر بگیرید که در بازه زمانی $[-2, 2]$ و دارای نرخ نمونه برداری 10 می‌باشد. ابتدا یک subplot با ۲ سطر و ۲ ستون مانند شکل 7 ایجاد کنید و در ستون اول، سیگنال گسسته شده و ضرایب فوریه بدست آمده را رسم کنید. در ادامه به سیگنال گسسته شده، آرایه‌ای به طول 40 با مقادیر صفر اضافه کنید^{۲۱}. سپس نمودار سیگنال جدید بدست آمده و ضرایب فوریه آن را در ستون دوم رسم کنید. (ضرایب فوریه بدست آمده را تا فرکانس نایکویست رسم کنید و xlim را برای این دو نمودار در بازه $[0, 10]$ تنظیم کنید).



شکل 7

(B)

طبق شکل بدست آمده، با افزایش تعداد نقاط نمونه برداری، چه تغییری در حوزه فرکانس سیگنال ایجاد شد؟

²⁰ Frequency Resolution

²¹ Zero Padding

با بررسی خروجی های بدست آمده ، فرمولی برای Frequency Resolution ارائه دهید که با تعداد نقاط نمونه برداری و نرخ نمونه برداری رابطه دارد.

(C)

سیگنال معروف^{۲۲} زیر را در نظر بگیرید :

$$x(t) = \cos(10 \pi t) e^{-\frac{t^2}{0.5}}$$

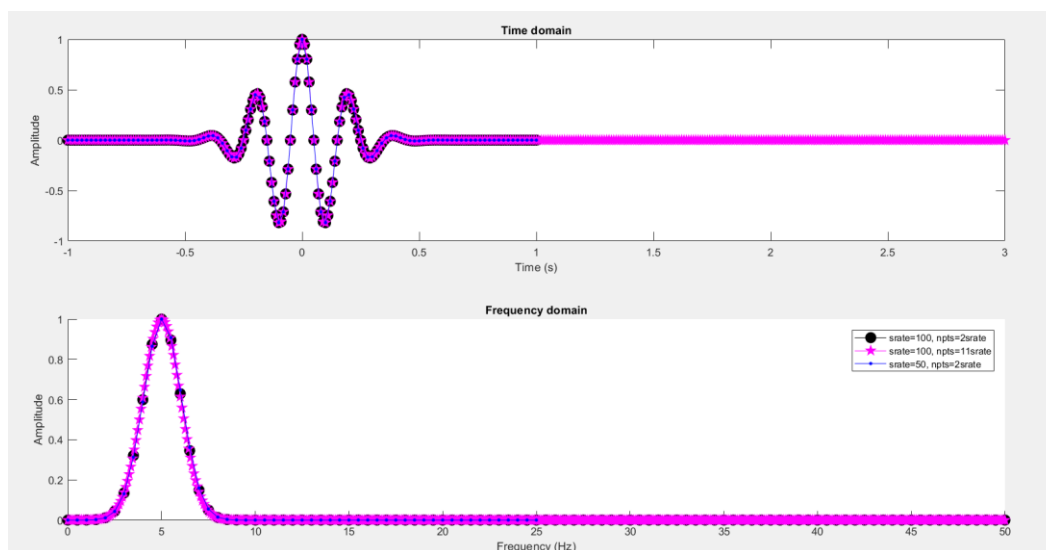
قصد داریم که سه نوع نمونه برداری مختلف در بازه های زمانی مختلف از سیگنال بالا ایجاد کنیم.

1. سیگنال اول در بازه [0 1] و با نرخ نمونه برداری 100
2. سیگنال دوم در بازه [0 10] و با نرخ نمونه برداری 100
3. سیگنال سوم در بازه [0 1] و با نرخ نمونه برداری 50

در ادامه یک subplot با دو سطر مانند شکل 8 ایجاد کنید که در سطر اول، سه سیگنال گسسته شده را در یک نمودار رسم کنید و در سطر دوم ضرایب فوریه سه سیگنال را در یک نمودار رسم کنید.

Frequency Resolution سه سیگنال داده شده از روی شکل مقایسه کنید و از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

نتایج بدست آمده را از طریق رابطه ای که از [بخش B](#) بدست آوردید، صحت سنجی کنید.



شکل 8

²² Morlet wavelet

IDTFT/IFFT

در این قسمت قصد داریم به عکس تبدیل فوریه بپردازیم. رابطه عکس تبدیل فوریه را یادآوری می‌کنیم :

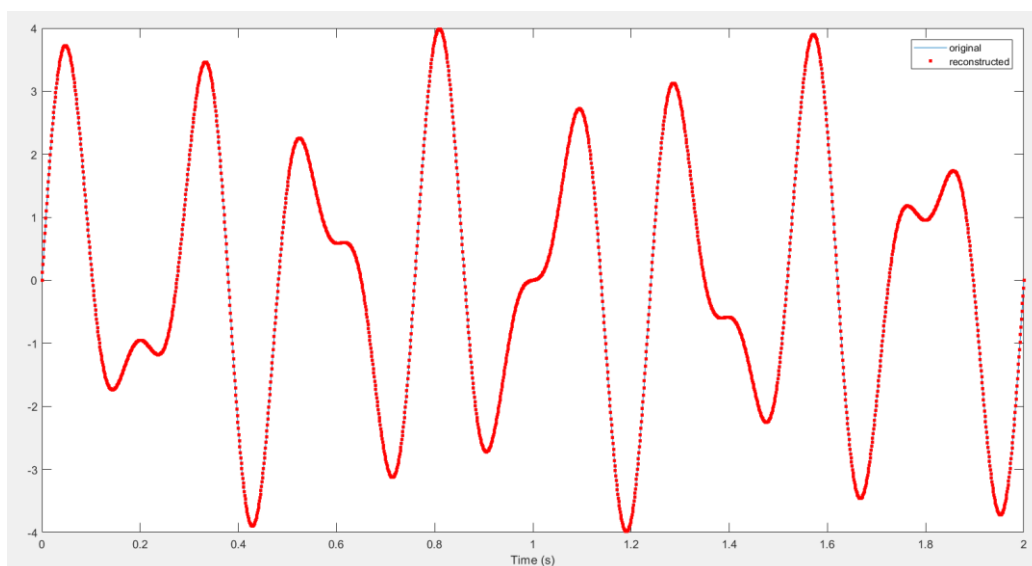
$$X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{i2\pi ft} df$$

(A)

طبق [رابطه گسسته شده تبدیل فوریه](#) در بخش قبل و فرمول بالا، رابطه گسسته شده‌ای برای محاسبه سیگنال $x(t)$ از روی $X(f)$ ارائه دهید.

(B)

سیگنال قرار داده شده در فایل `mat`. موجود در پوشه پروژه را در محیط متلب بخوانید. سپس در ابتدا از سیگنال بدست آمده تبدیل فوریه بگیرید و در ادامه تبدیل فوریه معکوس ضرایب بدست آمده را بدست آورید. در نهایت دو سیگنال اصلی و بازیابی شده را در یک نمودار مانند شکل 9 رسم کنید. (در این قسمت مجاز به استفاده از توابع `fft` و `ifft` نیستید و باید هر کدام را جداگانه پیاده سازی کنید).



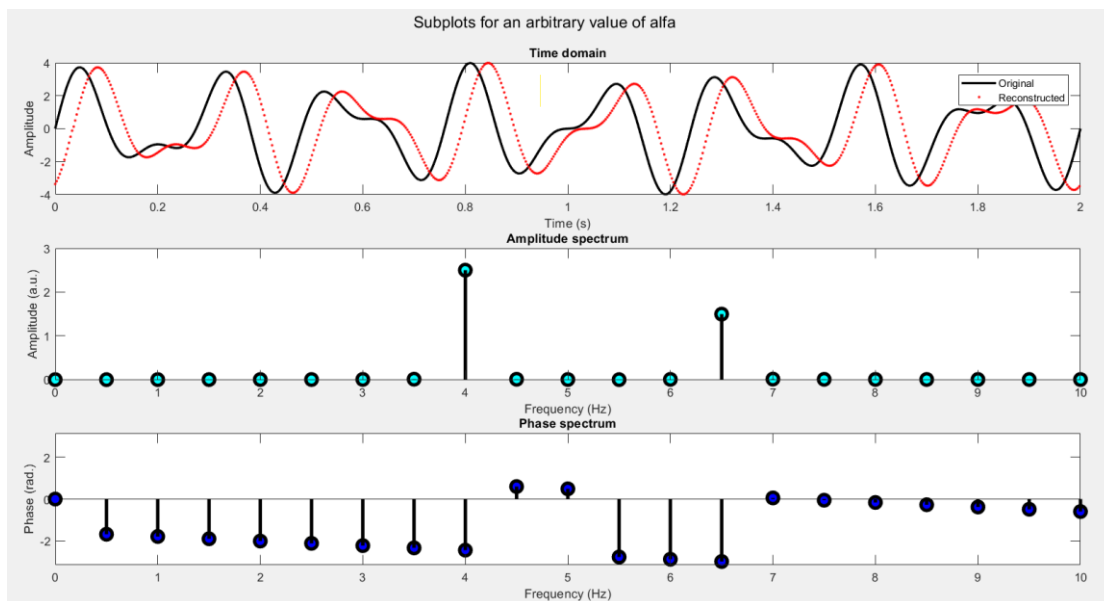
شکل 9

(C)

در این قسمت تاثیر انتخاب t_f در $e^{i2\pi f t_f}$ را در بازیابی سیگنال داده شده در [بخش B](#) بررسی می‌کنیم. در قسمت آشنایی ذکر شد که t_f باید نرمالیزه شود و بین بازه $[0 \ 1]$ قرار گیرد ولی دلیلی برای آن ذکر نکردیم. برای سه مقدار موجود در بازه $\alpha = [0 \ 35 \ 50]$ مقدار t_f را به صورت زیر شیفت دهید :

$$t_{f_{\text{new}}} = \frac{(a : npts + \alpha - 1)}{npts}$$

حال برای هر یک از مقادیر α در بالا، یک subplot مانند شکل 10 ایجاد کنید که در سطر اول آن، سیگنال اصلی و بازیابی شده و در سطر دوم، ضرایب فوریه سیگنال و در سطر سوم، فاز تبدیل فوریه سیگنال را رسم کند :



شکل 10

تاثیر پارامتر α در بازیابی، ضرایب فوریه و فاز سیگنال بررسی کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید ؟

Voice Analysis/ Spectrogram

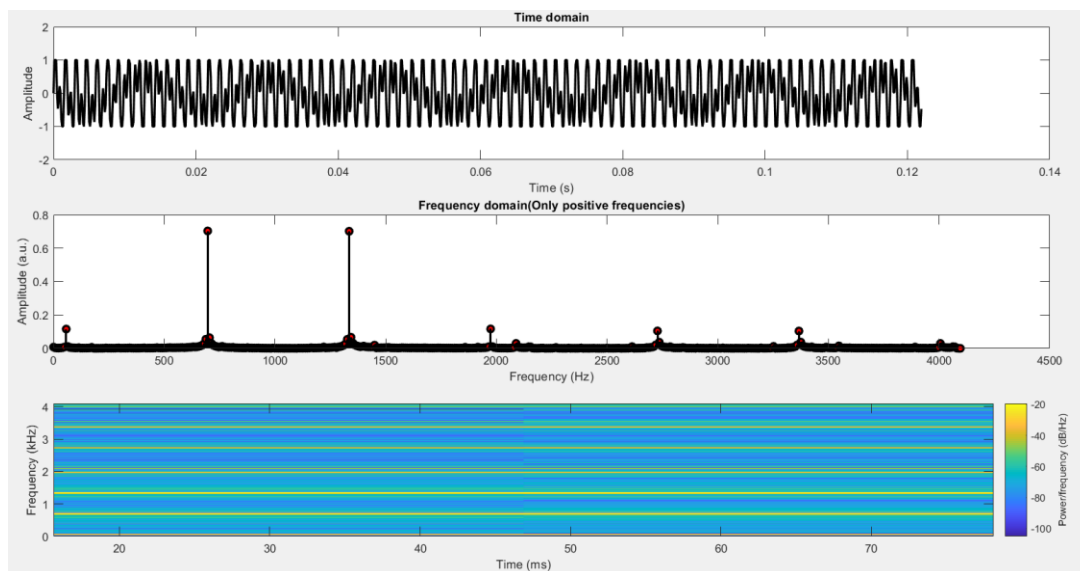
در فایل پروژه به تعداد 10 فایل صوتی به فرمت های wav. قرار داده شده است که به ترتیب صدای شماره های تلفن همراه از عدد 0 تا 9 می‌باشد. در ابتدا هر کدام از فایل های صوتی داده شده را با استفاده از دستور `audioread` در متلب بخوانید:

```
[u, Fs]=audioread('key2.wav');
```

که در آن u داده های سیگنال صوتی و F_s فرکانس نمونه برداری می‌باشد. طبق آموخته های بخش های قبل، ضرایب فوریه مربوط به هر شماره را ذخیره کنید.

در ادامه می‌خواهیم با نمودار اسپکتروگرام ^{۲۳} آشنا شویم و آنرا تحلیل کنیم. در زیر نمودار اسپکتروگرام یک داده‌ی مجهول به همراه تبدیل فوریه آن مانند شکل 11 آورده شده است :

²³ Spectrogram



شکل 11

در نمودار اسپکتروگرام ، سه اطلاعات مهم از سیگنال وجود دارد که در دو بعد نمایش داده می شود. همانطور که در سطر سوم از نمودار بالا مشاهده می کنید، در بعد اول و دوم، مقادیر گسسته شده زمان و فرکانس سیگنال وجود دارد و اطلاعات در بعد سوم به صورت انرژی موجود متناظر در یک زمان و فرکانس دلخواه در نمودار نشان داده شده است. مقادیر انرژی موجود در هر نقطه نمودار اسپکتروگرام بصورت یک طیف رنگی^{۲۴} در کنار نمودار آن نشان داده شده است. از آنجا که این مقادیر نرمالایز^{۲۵} شده اند، مقدار آنها به دسی بل^{۲۶} منفی می باشد. هر چه ضرایب فوریه متناظر با یک فرکانس در سیگنال بزرگتر باشد، انرژی موجود در آن فرکانس بیشتر بوده و انرژی اسکیل شده آن به دسی بل مثبت تر خواهد بود و در طیف فرکانسی به رنگ زرد نزدیکتر خواهد بود. برای رسم اسپکتروگرام یک سیگنال در متلب از دستور زیر استفاده کنید :

`Spectrogram(signal, 256, [], npts, SR, 'yaxis')`

(A)

برای سه شماره دلخواه، سه نمودار سیگنال اصلی، تبدیل فوریه و اسپکتروگرام را مانند شکل 11 رسم کنید.

(B)

دو فرکانس اصلی تشکیل دهنده ی هر کدام از فایل های صوتی را از نمودار اسپکتروگرام پیدا کنید و در قالب یک جدول گزارش کنید و سپس سیگنال مربوط به هر کدام از فایل های صوتی در حوزه زمان را بدست آورده و ذخیره کنید.

(C)

در مرحله بعد می خواهیم با استفاده از سیگنالی که برای هر کدام از فایل های صوتی تخمین زدید ، یک شماره ی تلفن دلخواه (برای مثال 09121151869) را ایجاد کنید ، به صدای آن گوش دهید و آنرا در فایل تحویلی پروژه قرار دهید.

²⁴ Colorbar
²⁵ Normalize
²⁶ Decibel

برای گوش کردن به یک سیگنال دلخواه، از تابع `sound` متلب استفاده کنید. دقت کنید که فرکانس نمونه برداری فایل صوتی خوانده شده را به عنوان آرگومان دوم قرار دهید :

```
sound(u_estimate,Fs)
```

برای ایجاد یک سری از اعداد تلفن همراه ، لازم است که بین هر دو رقم میزانی فاصله باشد تا بتوانیم در هنگام شنیدن شماره تلفن ، صوت هر رقم را واضح بشنویم . برای این منظور بین داده های هر دو رقم شماره تلفن یک ماتریس صفر به طول مشخص (از طول ماتریس داده ها بیشتر باشد) اضافه کنید . برای مثال :

Phone Number = $[u1_{estimate}; \text{Zeros}(n,1); u2_{estimate}; \text{Zeros}(n,1), \dots]$

Final Points

1. کدهای تحویلی هر سوال را در یک فایل **m**. در نهایت قرار دهید. همچنین در هر فایل **m**، قسمت های مختلف هر سوال را توسط cell ها جدا کنید.
 2. صحت کار شما با داشتن یک گزارش کار مشخص می شود، پس حتما خروجی نمودار ها و پاسخ قسمت های مختلف را در گزارش خود بیاورید. به تمارین بدون گزارش کار نمره ای تعلق نخواهد گرفت.
 3. فایل های نهایی را به فرمت **zip**. در آورده و به صورت **CA_num-Last_name-std_num** در صفحه درس آپلود کنید.
 4. هدف از تمرین های کامپیوتری کمک به یادگیری شماست. بنابراین در صورت مشابهت بیش از حد در بخش های تمرین، از شما نمره کم خواهد شد .
 5. در صورتی که نسبت به تمرین سوال یا ابهامی داشتید، می توانید از طریق ایمیل یا گروه تلگرامی با من (sh.vassef@ut.ac.ir) و یا آقای وطن پرست (a.vatanparast@ut.ac.ir) در ارتباط باشید.
- موفق باشید .