

## Woche4 Aufgaben

### Question 1

Auf einem Volksfest versuchen Sie, einen schweren Zylinder umzustossen, indem Sie einen kleinen Ball auf ihn werfen. Sie haben die Wahl zwischen einem Ball, der an dem Zylinder kleben bleibt, und einem zweiten Ball mit identischer Masse und Geschwindigkeit, der von dem Zylinder zurückprallt. Mit welchem Ball ist die Wahrscheinlichkeit grösser, den Zylinder zu bewegen?★★

### Hint 1

### Question 2

Berechnen Sie die auf eine Rakete beim Start ausgeübte Kraft. Die Antriebsgase werden mit einer Geschwindigkeit von 50 000 m/s und einem Massestrom von 1200 kg/s ausgestossen.★

### Hint 2

### Question 3

Ein Güterwagen mit einer Masse von 9700 kg, der sich mit 18 m/s bewegt, fährt auf einen zweiten Wagen auf. Die beiden Wagen bleiben aneinander haften und bewegen sich mit einer Geschwindigkeit von 4.0 m/s weiter. Wie gross ist die Masse des zweiten Wagens?★

### Hint 3

### Question 4

Ein oben offener Güterwagen rollt ohne Reibung in einem senkrecht fallenden Regenguss, so dass sich immer mehr Wasser im Wagon sammelt.

a) Wie verändern sich die Geschwindigkeit, der Impuls und die Energie des Wagens? Erklären Sie.

b) Es hat aufgehört zu regnen. Aus dem Abflussloch am Boden des Güterwagens wird der Stöpsel gezogen und das Wasser fliesst langsam nach unten wieder heraus (Der Wagen rollt noch immer). Wie verändern sich die Geschwindigkeit, der Impuls und die Energie des Wagens jetzt? Erklären Sie.★★★

### Hint 4

a) Regen ohne Horizontalimpuls (senkrecht) fällt in Güterwagen

b) Der horizontale Impuls von Wagen und Wasser bleibt konstant, weil keine horizontalen Kräfte wirken. Vertikale Kräfte kümmern uns nicht, sie werden von den Schienen aufgefangen.

### Solution 1

Sie wollen möglichst viel Impuls auf den Zylinder übertragen.

Ihr Ball hat einen Impuls  $-\vec{p}_B$

Die Impulsänderung ist die Differenz zwischen dem Impuls nachher und vorher.

Bleibt der Ball kleben, so ändert sich sein Impuls um  $\Delta\vec{p} = -\vec{p}_B$

Prallt er aber ab, so wird sein Impuls umgekehrt und es ist

$$\Delta\vec{p} = -\vec{p}_B + (-\vec{p}_B) = -2\vec{p}_B$$

Die Impulsänderung ist jetzt doppelt so gross: Zuerst muss der Ball gestoppt werden und erhält dann wieder Impuls, um zurückzuflogen.

### Solution 2

-Die während einer Sekunde ausgestoßenen Gase haben einen Impuls von  $|\vec{p}| = 1,2 \times 10^3 \text{ kg} \cdot 50 \times 10^3 \text{ m/s} = 60 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ . Die Rakete erhält den genau gleichen Impuls in Gegenrichtung.

-Die erzeugte Kraft ist

$$|\vec{F}| = \frac{|\vec{p}|}{\Delta t} = \frac{60 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{1 \text{ s}} = 60 \cdot 10^6 \text{ N}$$

-Offenbar erhalten wir die Kraft direkt durch Multiplikation des Massestroms mit der Geschwindigkeit.

### Solution 3

-Wir fassen die beiden Wagen zusammen als ein System auf.

-Es wirken keine äußeren Kräfte, der Impuls der beiden Wagen zusammen bleibt erhalten.

-Der Impuls vor dem Stoß ist:

$$\vec{p}_{\text{vor}} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{0} \quad (\text{der zweite Wagen ist in Ruhe}).$$

-Der Impuls nach dem Stoß ist:

$$\vec{p}_{\text{nach}} = (m_1 + m_2) \vec{v}_{\text{nach}}.$$

Es gibt nur noch eine gemeinsame Geschwindigkeit.

-Der Impuls bleibt erhalten, es muss gelten:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{0} = (m_1 + m_2) \vec{v}_{\text{nach}}$$

-Wir lösen auf nach der Masse des zweiten Wagens. Dabei lassen wir die Vektorsymbole weg, weil die Bewegung nur eindimensional ist (entlang der Schiene).

$$m_2 = \frac{m_1 v_1 - m_1 v_{\text{nach}}}{v_{\text{nach}}} = \frac{m_1 (v_1 - v_{\text{nach}})}{v_{\text{nach}}}$$

Zahlen eingesetzt:

$$m_2 = \frac{9700(18 - 4)}{4} = 33\,950 \text{ kg}$$

## Solution 4

### a) Impuls erhalten

Wir betrachten die Situation wie einen inelastischen Stoss zwischen Güterwagen der Masse  $m_G$  und dem Regen. Das Wasser im Wagen hat die Masse  $m_W$ .

Es wirken keine äusseren Kräfte. Der Impuls bleibt erhalten und ist gleich dem Impuls des Wagens am Anfang.

Vor dem Regen ist

$$\vec{p}_{\text{vor}} = \vec{v}_G m_G$$

Nach dem Regen ist

$$\vec{p}_{\text{nach}} = \vec{u}_{G+W}(m_G + m_W).$$

Mit  $\vec{u}_G$  bezeichnen wir die Geschwindigkeit nach dem Regen. Impuls vorher ist gleich Impuls nachher:

$$\vec{v}_G m_G = \vec{u}_{G+W}(m_G + m_W)$$

Die Geschwindigkeit  $\vec{u}_{G+W}$  nach dem Stoß ist dann

$$\vec{u}_{G+W} = \vec{v}_G \frac{m_G}{m_G + m_W}$$

### Energie nicht erhalten

Beim Zerplatzen des Regentropfens treten nicht-konservative Kräfte auf (konservativ sind z.B. die Gravitation und die Federkraft)

Die mechanische Energie (kinetische und potenzielle Energie) ist deshalb nicht erhalten

Vor dem Regen ist die kinetische Energie

$$E_{\text{vor}} = \frac{1}{2} m_G v_G^2$$

Nach dem Regen ist die kinetische Energie

$$E_{\text{nach}} = \frac{1}{2} (m_G + m_W) u_{G+W}^2$$

Wir berechnen das Verhältnis von Energie nachher zu Energie vorher und setzen die Geschwindigkeit nach dem Stoß von oben ein.

$$\frac{E_{\text{nachher}}}{E_{\text{vorher}}} = \frac{\frac{1}{2} (m_G + m_W) u_{G+W}^2}{\frac{1}{2} m_G v_G^2} = \frac{(m_G + m_W) v_G^2 \frac{m_G^2}{(m_G + m_W)^2}}{m_G v_G^2} = \frac{m_G}{m_G + m_W}$$

Das Verhältnis ist kleiner als 1, die Energie nimmt ab.

**Gleichwertiges Bild**

Statt dem Regen können Sie sich einen leichten zweiten Wagen vorstellen, der schon mit Wasser gefüllt ist.

Der erste Wagen macht dann einen inelastischen Stoss mit dem zweiten Wagen und wir haben die gleiche Situation, wie wenn der Regen senkrecht in den ersten Wagen getropft wäre.

**b) Abfluss:**

Das Loch ist im Boden, der Ausfluss wirkt nicht in Bewegungsrichtung, sondern senkrecht dazu.

Der Gesamtimpuls Wasser + Wagen in Bewegungsrichtung bleibt auch beim Ausfliessen erhalten, weil keine äusseren Kräfte wirken.

Fliesst eine Masse  $dm$  aus, verliert der Wagen  $dm \cdot v$  an Impuls, das Wasser nimmt deshalb den Impuls  $dm \cdot v$  mit.

$$p_{\text{vor}} = mv, \quad p_{\text{nach}} = (m - dm)u + dm u = mu$$

Der Impuls muss erhalten bleiben, also gilt  $|p_{\text{vor}} = p_{\text{nach}} \Rightarrow u = v|$

Die Geschwindigkeit des Wagens bleibt erhalten, aber sein Impuls nimmt ab, weil die Masse abnimmt.

Der Impuls inklusive der Erde bleibt aber erhalten, das Wasser macht mit den Schienen einen inelastischen Stoss.