Woche 9 Aufgaben

Question 1

⋆⋆Bei Gewitter werden Elektronen in einem Blitzkanal im elektrischen Feld der Atmosphäre mit $a = 2 \times 10^{17} m/s^2$ beschleunigt. Ihre mittlere freie Weglänge beträgt unter Normalbedingungen etwa $L = 5 \times 10^{-5}$ m. Nach dieser Strecke stossen sie auf ein Luftmolekül und werden gestoppt, um danach durch das Feld wieder beschleunigt zu werden. Wie lange dauert es ungefähr, bis ein Blitz die Strecke von einem Kilometer zurückgelegt hat?

Hint 1

Berechnen Sie die Zeit, die es braucht, um unter der gegebenen Beschleunigung den Weg L zurückzulegen.
Wie viele solcher Stösse sind erforderlich?
Damit können Sie dann die Zeit berechnen.

Question 2

⋆⋆Ein geladenes Ion bewegt sich im Vakuum kräftefrei mit der Geschwindigkeit $v_0 = 2$ km/s längs der x-Achse. An der Position $x_0 = 3.0$ mm tritt es zur Zeit $t_0 = 0$ in ein zeitabhängiges elektrisches Gegenfeld ein und bewegt sich mit der Beschleunigung $a = bt$ weiter, wobei $b = -0.75 \times 10^{15} m/s^3$.
a) Skizzieren Sie das a-t Diagramm einschliesslich $t < 0$.
b) Berechnen Sie die Funktionsgleichung $v(t)$ für $t > 0$ mit der entsprechenden Anfangsbedingung.
c) Berechnen Sie die Funktionsgleichung $x(t)$ für $t > 0$ mit der entsprechenden Anfangsbedingung.
d) Zu welcher Zeit t_U ändert sich die Bewegungsrichtung?
e) Wo ist der Umkehrort x_U?
f) Skizzieren Sie das v-t-Diagramm einschliesslich $t < 0$
g) Skizzieren Sie das x-t-Diagramm einschliesslich $t < 0$

hint 2

Typisches Problem der Kinematik, Beschleunigung, Anfangsgeschwindigkeit und Anfangsort (Zeit 0) gegeben.
Beachten Sie die nicht-konstante Beschleunigung!

Question 3

⋆Ein Fahrzeug der Masse m steht mit angezogener Handbremse auf einer stark abschüssigen Strasse, die um den Winkel α gegen die Waagerechte geneigt ist.
a) Berechnen Sie die resultierende Kraft, sog. "Hangabtriebskraft" (die Vektorsumme aus Gewichts und Normalkraft)

b) Warum bewegt sich das Fahrzeug unter dem Einfluss der Hangabtriebskraft nicht abwärts?
c) Berechnen Sie unter Verwendung der Newtonschen Bewegungsgleichung, wie gross die Reibungskraft sein muss. Was wäre der maximale Winkel, an dem das Fahrzeug noch stehen bleibt?

hint 3

a) Schauen Sie auf der Folie Kräfte am Hang nach.
b) Es muss eine entgegengesetzte kompensierende Kraft geben. Welche?

Question 4

$\star$Eine mittlere Antriebskraft von 800 N wirkt während einiger Zeit auf ein Fahrzeug, dessen Masse 1100 kg beträgt.
a) Berechnen Sie die Strecke, die das Fahrzeug auf horizontaler Strasse in 5 s zurücklegt.
b) Welche Geschwindigkeit hat es dann?

hint 4

Einfacher Fall einer gleichmässig beschleunigten Bewegung.

Question 5

$\star\star$Ein Klotz liegt auf dem Boden. Wählen Sie für Klotz und Boden verschiedene Farben.
a) Zeichnen Sie die Gewichtskraft F_G ein, mit der die Erde den Klotz anzieht.
b) Wechselwirkungskräfte: Zeichnen Sie nun die Kraft F_{KB} des Klotzes auf den Boden und die Gegenkraft F_{BK} des Bodens auf den Klotz ein. Dabei bedeutet K Klotz und B Boden. Diese Kräfte sind Kraft und Gegenkraft. Sie greifen an verschiedenen Körpern an und genügen dem Wechselwirkungsgesetz.
c) Welche Kräfte greifen am Klotz an? Woran erkennt man, dass diese Kräfte sich genau aufheben?
d) Wo greift die Gegenkraft zur Gewichtskraft des Klotzes an?

hint 5

Denken Sie an die Eigenschaften von actio-reactio Paaren.

Question 6

$\star\star$Ein Fahrzeug wird im Gebirge aus einer engen Kurve geschleudert und stürzt $h = 48$ m in die Tiefe.
Die Aufschlagstelle liegt von der Absturzstelle horizontal gemessen $L = 52$ m entfernt.

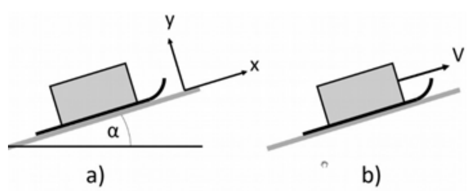
Ist die Ursache des Unfalls ein Überschreiten der Höchstgeschwindigkeit von 40 km/h gewesen?
Skizze mit Bezeichnungen und Koordinatensystem, Rechnung.

hint 6

Stichwort Horizontaler Wurf

Question 7

⋆⋆Betrachten Sie den Schlitten auf der schiefen Ebenen in der Skizze unten. Dieser steht still (a) oder wird mit konstanter Geschwindigkeit v nach oben gezogen (b).
Zeichnen Sie für beide Situationen alle auf den Schlitten wirkenden Kräfte in den Bildern ein und bezeichnen Sie die Kräfte sinnvoll.
Geben Sie für die Situation a) den Vektor der Reibungskraft an, in b) die Seilkraft.



hint 7

Thema Kräfte am Hang, Schiefe Ebene mit trockener Reibung

Question 8

⋆⋆Für ein Auto der Masse m mit Allradantrieb beträgt $\mu_H = 0.7$.
a) Wie gross ist die maximale Beschleunigung a_max beim Anfahren auf ebener Strasse?
b) Wir nehmen jetzt an, auf dem Mond gäbe es eine Strasse, ähnlich wie auf der Erde. Ist die höchstmögliche Beschleunigung auf dem Mond die gleiche wie auf der Erde?
c) Das Auto sei jetzt anstelle des Allradantriebes mit Frontantrieb ausgestattet. Bei der Behandlung der Reibung haben wir gesehen, dass die Haftreibungskraft unabhängig von der Grösse der Berührungsfläche ist. Bedeutet das, dass sich durch Umstellung auf Frontantrieb die maximal mögliche Beschleunigung nicht ändert?

hint 8

a) Welche Kraft beschleunigt das Auto? Sie muss von der Strasse auf das Auto wirken,

b) Welcher Parameter in der Reibungskraft ist spezifisch für die Erde?
c) Denken Sie an der Normalkraft.

Question 9

$\star\star\star$Ein Staubsauger mit dem Gewicht F_G wird einmal geschoben und einmal gezogen. Der Koeffizient für das Gleiten auf dem Boden betrage μ_{Gl}.
(a) Mit welcher Schubkraft F_S muss mindestens unter dem Winkel α gegen den Staubsauger gedrückt werden, damit das Gleiten aufrechterhalten bleibt?
(b) Mit welcher Zugkraft F_Z muss der Staubsauger unter dem Winkel α mindestens gezogen werden, damit das Gleiten aufrechterhalten bleibt? Vergleichen Sie mit (a). Warum ist das Ziehen leichter als das Schieben?

hint 9

Zerlegen Sie die Schub- bzw- Zugkraft in ihre Komponenten parallel und senkrecht zur Oberfläche. Eine Skizze ist hilfreich.
Berechnen Sie damit die Gleitreibungskraft. Achtung! Normalkraft ist nicht nur mg
Stellen Sie dann eine Bedingung für die Gleitreibungskraft und die Horizontalkomponente der Zug/Schubkraft auf, damit der Staubsauger mit konstanter Geschwindigkeit gleitet.

Question 10

$\star\star\star\star$Hagelkörner werden durch Aufwinde immer wieder in höhere und kältere Luftschichten getragen, wobei sich kleinere Wassertröpfchen anlagern und gefrieren.
Schätzen Sie die Windgeschwindigkeiten ab, die bei der Entstehung von Hagelkörnern von der Grösse eines Hühnereies (r = 2 cm) geherrscht haben

hint 10

Keine Aufgabe für eine Prüfung. Versuchen Sie die Gedanken direkt mit der Lösung nachzuvollziehen.

Solution 1

Typische Physiker Abschätzung, die Bewegung eines Blitzes lässt sich nicht in eine Formel fassen. Trotzdem können wir vernünftige Werte abschätzen.
Es treten hohe Beschleunigungen auf. Die Regeln der Kinematik gelten aber auch hier, wir können mit Elektronen rechnen wie mit Bällen.
Wir haben eine konstante Beschleunigung und können daraus Ort und Geschwindigkeit berechnen

$$\begin{aligned} a(t) &= a_0 = \text{konst.} \\ v(t) &= \int a(t)\,dt = a_0 t + v_0 \\ x(t) &= \int v(t)\,dt = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + x_0 \end{aligned}$$

Wir beginnen bei jedem Stoss von vorne, die Anfangsgeschwindigkeit und der Anfangsort sind deshalb jedesmal 0:

$$\begin{aligned} a(t) &= a_0 = \text{konst.} \\ v(t) &= \int a(t)\,dt = a_0 t \\ x(t) &= \int v(t)\,dt = \frac{1}{2} a_0 t^2 \end{aligned}$$

Das Elektron legt eine mittlere Strecke L zurück bis zum nächsten Stoss, daraus erhalten wir die Zeit zwischen zwei Stössen

$$L = {}^1\!/_2 a_0 t^2 \Rightarrow t = \sqrt{2 {}^L\!/_{a_0}} = 2 \cdot 10^{-11}\text{s}$$

Um einen Kilometer zurückzulegen, muss es $N = 1000\ {}^\text{m}\!/_L = 2 \times 10^7$ Stösse machen.
Die Zeit für einen Kilometer wird dann $T = Nt = (2 \times 10^7) \times (2 \times 10^{-11}) = 0.4 \times 10^{-3}\text{s}$ Das Elektron braucht etwa eine halbe Tausendstelsekunde, um einen Kilometer zurückzulegen.

Solution 2

a)$a - t$ Diagramm

Für $t < 0$ ist $a = 0$. Die Geschwindigkeit des Teilchens ist konstant. Danach lineare Abnahme mit Steigung $-b$

b)$v - t$

Die Geschwindigkeit ist das Integral der Beschleunigung über die Zeit.

$$v(t) = \int a(t)dt = \int btdt = {}^1\!/\!{}_2bt^2 + v_0$$

c)$x - t$

Der Ort ist das Integral der Geschwindigkeit über die Zeit.

$$x(t) = \int v(t)dt = \int ({}^1\!/\!{}_2bt^2 + v_0)dt = 1/2 \times 1/3bt^3 + v_0t + x_0$$

d)Richtungsumkehr

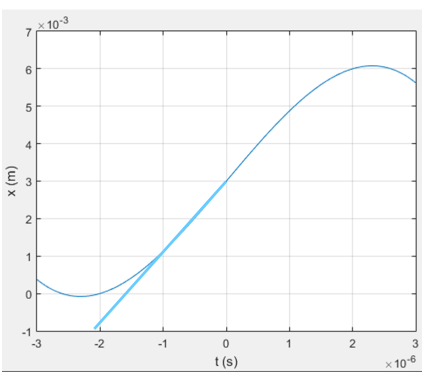
Bei der Richtungsumkehr ist $v = 0$:

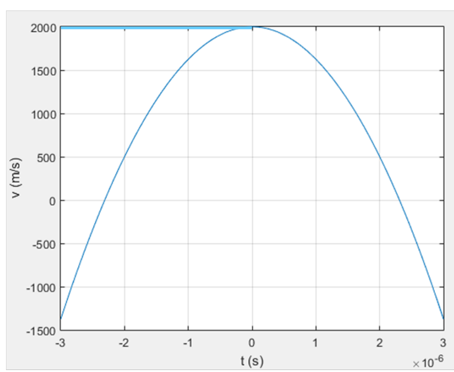
$$0 = {}^1\!/\!{}_2bt^2 + v_0 \Rightarrow t_{Umkehr} = \sqrt{\frac{-2v_0}{b}} = 2.31 \times 10^{-6}s$$

e)Umkehrort

Umkehrzeit aus d) einsetzen bei c) mit v_0 und x_0 aus Aufgabenstellung: $x_U = 6.08mm$

f, g)$x - t$,$v - t$ **Diagramm**





Die gerade hellblaue Linie zeigt die Lösung für $t < 0$.
Die dünne gekrümmte Linie stellt die Lösungsfunktion für alle Zeiten dar, ohne die Einschränkung konstanter Geschwindigkeit für $t < 0$.

Solution 3

a) Die Summe von Gewichts- und Normalkraft zeigt parallel zum Boden (das Auto sinkt nicht ein), ihr Betrag ist $F = mg\sin\alpha$
b) Die maximale Haftreibungskraft ist grösser als die Gravitationskraft und die wirkende Haftreibungskraft kompensiert deshalb die Kraft parallel zum Hang.

c) Keine Beschleunigung, d.h. reultierende Kraft 0, die wirkende Reibungskraft ist somit gleich $F = mg\sin\alpha$ hanaufwärts.
Maximale Haftreibungskraft > Kraft parallel zum Hang: $mg\cos\alpha\ \mu_{Haft} > m\ g\ \sin\alpha$

Aufgelöst nach dem Haftreibungskoeffizienten: $\mu_{Haft} > \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$

Der Haftreibungskoeffizient muss grösser sein als der Tangens des Neigungswinkels. Die Steigung von Strassen ist oft in Prozent angegeben, das entspricht gerade dem Tangens. Bei einer sehr steilen Strasse mit 10 % Neigung muss also $\mu_{\text{Haft}} > 0.1$ sein.

Solution 4

Hemdsärmlige Lösung

$$\begin{aligned}
&\text{a)} \quad a = \frac{F}{m} = \frac{800}{1100} = 0.73\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \qquad s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\frac{F}{m}t^2 = 9.09\,\text{m} \\
&\text{b)} \quad v = at = \frac{F}{m}t = \frac{800}{1100}\cdot 5 = 3.63\,\text{m/s}
\end{aligned}$$

Systematische Lösung nach Schema
(1) Betrachten das Auto
(2) Koordinatensystem entlang der Strasse in Fahrtrichtung
(3) Kräfte sind Antriebskraft, Gewichts und Normalkraft
(4) Die Resultierende Kraft ist die Summe aller Kräfte. Gewichts und Normalkraft heben sich auf, vertikal wirkt keine Kraft, das Fahrzeug bewegt sich nicht vertikal. Es bleibt die Antriebskraft.
Die Antriebskraft wirkt vom Auto auf die Strasse, die Gegenkraft der Strasse auf das Auto treibt das Auto an.
(5) Die Kraft ist konstant. Daraus erhalten wir a, v, x

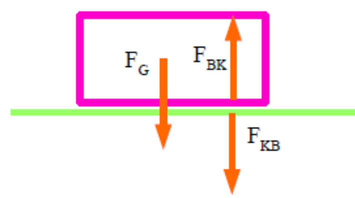
$$\begin{aligned}
\vec{a} &= \frac{\vec{F}}{m} = \text{const.} \\
\vec{v} &= \int \vec{a}\,dt = \frac{\vec{F}}{m}t + \vec{v}_0 \\
\vec{x} &= \int \vec{v}\,dt = \frac{1}{2}\frac{\vec{F}}{m}t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{x}_0
\end{aligned}$$

(6) Anfangsbedingungen: Das Auto startet aus der Ruhe am Ort 0:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \text{const.}$$
$$\vec{v} = \int \vec{a}\,dt = \frac{\vec{F}}{m}t$$
$$\vec{x} = \int \vec{v}\,dt = \frac{1}{2}\frac{\vec{F}}{m}t^2$$

Lösung (a): In Gleichung für x einsetzen
Lösung (b): In Gleichung für v einsetzen

Solution 5



a+b) siehe Skizze
c) Gewichtskraft nach unten, die Kraft des Bodens F_{BK} nach oben. Der Klotz bewegt sich nicht, es gibt deshalb keine resultierende Kraft, die Vektorsumme $\vec{F_G} + \vec{F_{BK}} = 0$
d) Die Gravitationskraft Klotz auf Erde als Gegenkraft zur Gewichtskraft (Gravitation Erde auf Klotz) kann man sich im Zentrum der Erdkugel befestigt denken. Jedes Atom der Erde zieht natürlich am Klotz, aus Symmetriegründen ist das äquivalent zu einem Massepunkt im Zentrum der Erde.

Solution 6

Zwei Lösungswege
Beide Lösungswege liefern dasselbe Ergebnis. Der zweite ist formaler und schult das Denken besser.

Lösung Ralph Markendorf
Fallzeit für 48 m : $t = 3.13$ s (siehe unten) Daraus Wurfweite $3.13 \times 40/3.6 = 34.8$ m. Mit 40 km/h wäre das Fahrzeug nur ca. 35 m weit geflogen.

Allgemeinerer Ansatz mit dem Schema
Wir kennen die folgenden Anfangsbedingungen
Setzen Sie den Anfangspunkt auf der Straße:

$$\vec{r}_0 = (0, 0) \quad \text{und} \quad \vec{v}_0 = (v_{0x}, 0)$$

Der Aufschlagpunkt zur Zeit t_1 ist:

$$\vec{r}(t_1) = (+52, -48\,\mathrm{m})$$

Die Beschleunigung ist:

$$\vec{a} = (0, -g)$$

1-Was betrachten wir?
Das Auto
2-Koordinatensystem
Wählen ein Koordinatensystem mit y gegen oben, x in Fahr/Flugrichtung
Ursprung am Boden, wo das Auto aufprallt
3-Kräfte
Es wirkt nur die Gewichtskraft
4-Resultierende Kraft

$$\vec{F}_{\text{Res}} = \vec{F}_G = m\vec{g}$$

5-Bewegungsgleichung

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{Res}}}{m} = \vec{g}$$

6-Lösung

$$v = \int a\,dt = gt + v_0$$
$$\vec{r} = \int v\,dt = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + \vec{r}_0$$

7-Anfangsbedingungen

$$\vec{g} = (0, -9.81)\,\mathrm{m/s}^2, \quad \vec{v}_0 = |\vec{v}_0|(1,0), \quad \vec{r}_0 = (0, h)$$

Einsetzen in Lösung:

Flugzeit, Aufschlag zur Zeit t_1:

In y-Richtung:$r_y(t_1) = \frac{1}{2}(-9.81)t_1^2 + 0 + h \overset{!}{=} 0$ Daraus t_1.
In x-Richtung:$r_x(t_1) = |\vec{v}_0|t_1$, t_1 von oben, daraus v_0.
$t_1 = 3.13\,\text{Sekunden}, \quad v_0 = 16.6\,\mathrm{m/s} = 59.8\,\mathrm{km/h}$
Ja, die Geschwindigkeit wurde deutlich überschritten.

Solution 7

In beiden Fällen wirkt die Gewichtskraft nach unten und die Normalkraft von der Unterlage senkrecht nach oben.
In beiden Fällen ändert sich die Geschwindigkeit nicht: Bei a) ist sie konstant null, bei b) konstant v. In x-Richtung gibt es deshalb keine resultierende Kraft. Bei a) wirkt hangabwärts in negativer x-Richtung eine Kraft $F_x = -mg\sin\alpha$.

Um die resultierende Kraft in x-Richtung zum Verschwinden zu bringen, braucht es hangaufwärts eine Haftreibungskraft $F_{Haft,x} = +mg\sin\alpha$. Ihre y-Komponente ist null.
Bei b) wirkt hangabwärts in negativer x-Richtung zusätzlich eine Gleitreibungskraft: $F_x = -(mg\sin\alpha + F_N\mu) = -mg(\sin\alpha + \cos\alpha\mu)$. Weil die Geschwindigkeit konstant ist, muss die Zugkraft im Seil gerade das Negative dieser Kraft sein: $F_{Zug} = +mg(\sin\alpha + \cos\alpha\mu)$

Solution 8

(a)Die Beschleunigung ist: $F = am$
Die maximale Kraft des Bodens auf die Reifen ist die maximale Haftreibungskraft

$$mg_E\,\mu_{Haft} = a_{max}\,m \Rightarrow a_{Max} = g_E\,\mu_{Haft}$$

(b) Auf dem Mond ist die Gravitationsfeldstärke g_M kleiner als die Gravitationsfeldstärke g_E auf der Erde.
Damit sind auch die Normalkraft und die Reibung kleiner. (Grenzfall: Ohne Gravitation gibt es gar keine Normalkraft und Haftreibung, aber die zu beschleunigende Masse bleibt die gleiche.)
Die maximale Beschleunigung

$$a_{Max} = g_M\,\mu_{Haft}$$

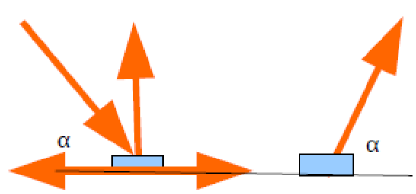
ist deshalb um den Faktor

$$g_E/g_M \approx 6$$

kleiner.

(c) Mit Vorderrad-Antrieb trägt nur die Normalkraft der vorderen Räder zur Reibungskraft bei. Das ist rund die Hälfte. Allradantrieb bringt mehr Reibungskraft vom Boden auf die Räder.

Solution 9



Stossen
Die Kraft F stösst unter dem Winkel α von links oben. Die Normalkraft des Bodens auf den Schlitten setzt sich zusammen aus der Gewichtskraft des Schlittens und der vertikalen Komponente der Kraft $F: F_N = F_G + F\sin\alpha$.

Die Reibungskraft ist dann $F_R = F_N \mu = (F_G + F \sin\alpha)\mu$.
Die Komponente vorwärts (parallel zum Boden) der Kraft F muss gerade gleich dieser Reibungskraft sein, damit der Staubsauger mit konstanter Geschwindigkeit fährt: $F \cos\alpha \geq F_R = F_N \mu = (F_G + F \sin\alpha)\mu$.
Diesen Ausdruck können wir nach F auflösen: $F \geq \frac{F_G \mu}{\cos\alpha - \mu \sin\alpha}$
Mit steigendem Winkel wird die Kraft immer grösser und unendlich, wenn der Nenner null wird.
Ziehen
Beim Ziehen gibt es eine Komponente von F nach oben, die Normalkraft wird kleiner.
Die Bedingung wird $F \cos\alpha \geq F_R = F_N \mu = (F_G - F \sin\alpha)\mu$.
Aufgelöst nach $F \geq \frac{F_G \mu}{\cos\alpha + \mu \sin\alpha}$.
Der Nenner ist beim Ziehen immer grösser als beim Stossen und es braucht deshalb weniger Kraft zum Ziehen als zum Stossen.

Solution 10

Wir betrachten das Hagelkorn und wählen eine Koordinatenachse, die nach oben zeigt. Die resultierende Kraft auf das Hagelkorn ist $\vec{F}_{\text{Res}} = \vec{F}_G + \vec{F}_{\text{Wind}}$.
Im Grenzfall ist die resultierende Kraft gerade 0 $\Rightarrow \vec{F}_G = -\vec{F}_{\text{Wind}}$.
Die Gewichtskraft ist $\vec{F}_G = -mg = -\frac{4\pi}{3} r^3 \rho_{\text{Eis}} g$ (negativ, weil gegen Koordinatenachse).
Die Windreibung ist sicher turbulent. Dann ist die Windkraft auf das Hagelkorn $|\vec{F}_{\text{Wind}}| = \frac{1}{2} \rho_A c_w v^2$ (positiv, weil entlang Koordinatenachse).
Im Gleichgewicht:

$$\frac{1}{2}\rho(r^2\pi)c_w v^2 = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho_{\text{Eis}} g$$

Daraus die Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{8/3\, r\, \rho_{\text{Eis}} g}{\rho_{\text{Luft}} c_w}}$$

Eingesetzt mit Verhältnis Eis/Luft (bei 0°C) = $918/1.30 \sim 706$ und $c_w = 0.15$: $v = 50\,\text{m/s} \sim 180\,\text{km/h}$. Der numerische Wert der Lösung hängt von der Wahl der Luftdichte und von c_w ab.