

Отчет по лабораторной работе №6

Модель эпидемии - вариант 69

Мохаммади Мохаммад Хафиз НФИбд-01-20

Содержание

1	Цель работы	4
2	Задание	5
3	Выполнение лабораторной работы	6
3.1	Теоретические сведения	6
3.2	Задача	7
4	Выводы	12
	Список литературы	13

List of Figures

3.1	Графики численности в случае $I(0) \leq I^*$	9
3.2	Графики численности в случае $I(0) > I^*$	9
3.3	Графики численности в случае $I(0) \leq I^*$	11
3.4	Графики численности в случае $I(0) > I^*$	11

1 Цель работы

Изучить модель эпидемии SIR

2 Задание

1. Изучить модель эпидемии
2. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае: $I(0) \leq I^*$, $I(0) > I^*$

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Теоретические сведения

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & , \text{если } I(t) > I^* \\ 0 & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится. Т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & , \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$

3.2 Задача

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 13013$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 113$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 31$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае: 1. $I(0) \leq I^*$ 2. $I(0) > I^*$

Решение в OpenModelica

model lab6

```
parameter Real a=0.12;  
parameter Real b=0.002;
```

```
Real S(start=12869);  
Real I(start=113);  
Real R(start=31);
```

```
equation
```

```
  der(S)=0;  
  der(I)=b*I;  
  der(R)=-b*I;
```

```
end lab6;
```

```
model lab6
```

```
parameter Real a=0.12;  
parameter Real b=0.002;
```

```
Real S(start=12869);  
Real I(start=113);  
Real R(start=31);
```

```
equation
```

```
  der(S)=-a*S;  
  der(I)=a*S-b*I;  
  der(R)=b*I;
```

```
end lab6;
```

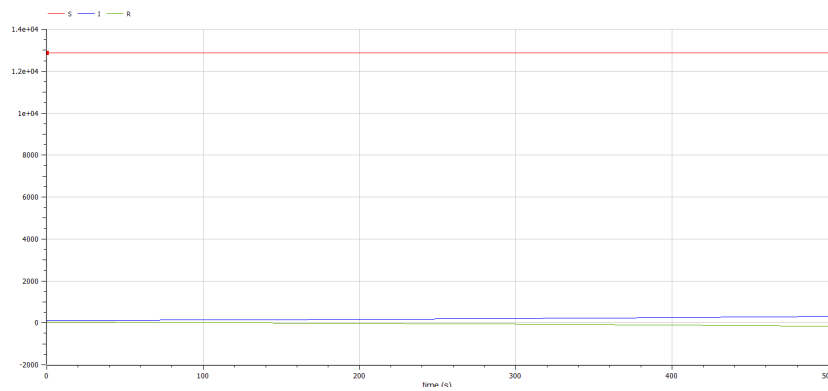



Figure 3.1: Графики численности в случае $I(0) \leq I^*$

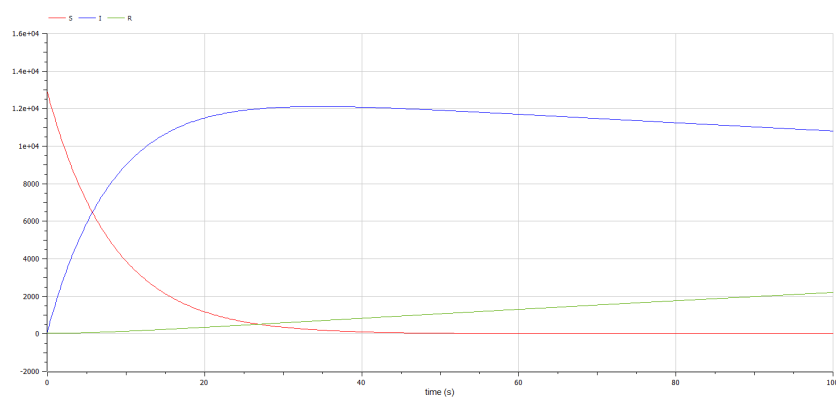


Figure 3.2: Графики численности в случае $I(0) > I^*$

Решение в Julia

using Plots

using DifferentialEquations

a = 0.12

b = 0.002

S = 12869

I = 113

R = 31

tspan = (0, 300)

```
t = collect(LinRange(0, 300, 1000))  
u0 = [S; I; R]
```

```
function syst(dy, y, p, t)  
    dy[1] = 0  
    dy[2] = b*y[2]  
    dy[3] = -b*y[2]  
end
```

```
prob = ODEProblem(syst, u0, tspan)
```

```
sol = solve(prob, saveat=t)
```

```
plot(sol)
```

```
function syst(dy, y, p, t)  
    dy[1] = -a*y[1]  
    dy[2] = a*y[1]-b*y[2]  
    dy[3] = b*y[2]  
end
```

```
prob = ODEProblem(syst, u0, tspan)
```

```
sol = solve(prob, saveat=t)
```

```
plot(sol)
```

```
In [11]: plot(sol)
```

```
Out[11]:
```

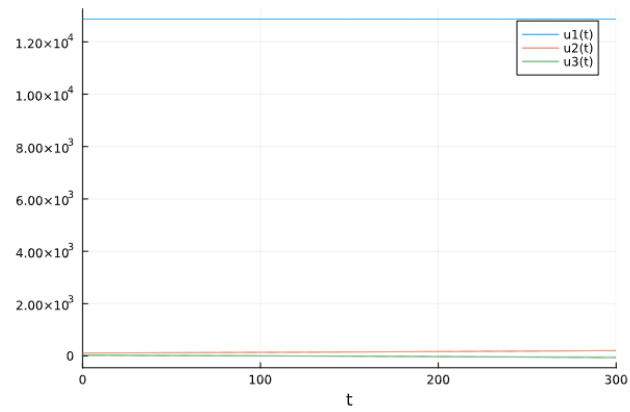


Figure 3.3: Графики численности в случае $I(0) \leq I^*$

```
In [14]: plot(sol)
```

```
Out[14]:
```

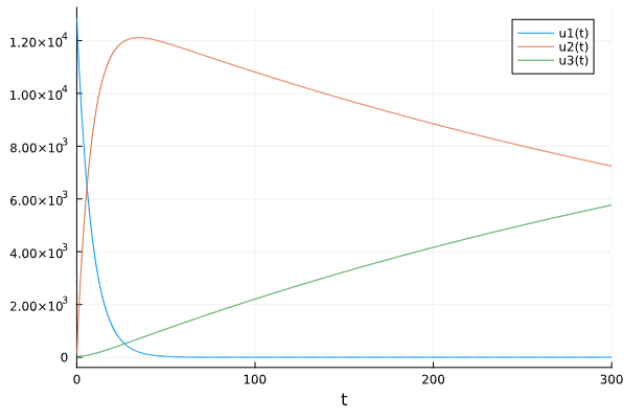


Figure 3.4: Графики численности в случае $I(0) > I^*$

4 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эпидемии и построены графики.

Список литературы

1. Конструирование эпидемиологических моделей
2. Зараза, гостя наша