تمرین سری اول ریاضیات مهندسی

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

استاد علی اکبریان

دانشکده های مهندسی برق و کامپیوتر

سری فوریه

1. سری فوریه تابع f(x) را بدست آوریدو با استفاده ازآن حاصل مجموع را بدست آورید.

$$f(x)=\begin{cases}\sin(x) & 0<x<\pi\\ 0 & -\pi<x<0\end{cases}\qquad S=\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{1+\cos(n\pi)}{1-n^2}\right)^2$$

2. برای تابع f(x) ، حاصل انتگرال را بیابید.

$$f(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin nx}{n^2}\qquad \int_0^{\pi} f(x)\sin^3(x)\,dx$$

3. برای تابع حقیقی f(x) با دوره تناوب 2π ، از طریق محاسبه سری فوریه و خواص مرتبط با آن حاصل هر یک از عبارت های مجموع را بیابید. $(1<a<\pi)$

$$f(x)=\begin{cases}1 & -a\le x\le a\\ 0 & a\le |x|\le \pi\end{cases}\qquad \text{ب)}\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2(na)}{n^2}\qquad \text{الف)}\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(na)}{n}$$

4. برای تابع $T=\frac{\pi}{3}\ ,0<x<\frac{\pi}{3}\ ,\ \mathrm{f}(x)=\sin(x)$ حاصل عبارت $\sum_{n=1}^{\infty}a_n^2$ را با استفاده قسمت های زوج و فرد تابع f(x) بدست آورید .

5. با استفاده از سری فوریه زوج تابع $f(x)=-x+0.5\pi\ ,0<x<\pi$ ، حاصل مجموع زیر را بیابید.

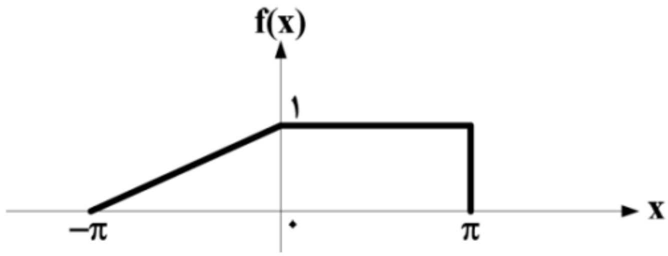
$$S=\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}$$

6. سری فوریه تابع f(x) را بیابید.

$$f(x) = e^{cosx}.\cos(\sin(x))$$

را هنمایی: $\cos(x) = Real\{e^{jx}\}$ $e^x = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{x^k}{k!}$

7. برای تابع f(x) با دوره تناوب 2π سری فوریه را بدست آورید.



8. مثال 1 متن از بخش 11.3 کتاب ریاضیات مهندسی کریزیگ را مطالعه کنید. سپس سوالی همچون مثال طراحی کنید و به آن پاسخ دهید.سوال طرح شده توسط شما باید تشدید در مدارات الکتریکی را مورد بررسی قرار دهد.

9. با استفاده از سری فوریه مختلط ، سری فوریه تابع f(x)را بدست آورید.

$$f(x) = \sinh(x)\,, -\pi \leq x \leq \pi\,, a > 0$$

10. مثال 1 متن از بخش 17.4 از کتاب گرینبرگ را بررسی کنید و تفاوت های بسط نیم دامنه و بسط ربع دامنه را مورد بررسی قرار دهید . سپس 3 قسمت از سوال 2 در انتهای بخش 17.4 را به دلخواه انتخاب کرده و حل کنید.

11. سوال 15 از سوالات انتهایی بخش 17.3 از کتاب گرینبرگ را حل کنید.

12. فرض کنید تابعی داریم به صورت f(x) در چه صورت سری فوریه ی این تابع با خود تابع برابر است (تنها کافی است با استفاده از تبدیل های مثلثاتی عبارت ها را ساده تر کنیم) و درچه صورت سری فوریه تابع با خود تابع برابر نیست و نیاز است که با توجه فرمول ها ضرایب سری فوریه را بیابیم. برای هر یک از حالت ها مثالی ارائه دهید.

$$f(x) = G\left(\cos(x)\,, cos^2(x), .., cos^n(x)\right) + H(\sin(x)\,, sin^2(x), \dots, sin^n(x))$$