

۱- مطلوبست:

الف) حاصل $\int_c z^{-\frac{1}{2}} dz$ که c مسیر روبه‌رو می‌باشد.

ب) حاصل $\int_{c_1} e^{iLnz} dz$ که c_1 نیم‌دایره $z = e^{i\theta}$, $0 \leq \theta \leq \pi$ (شاخه اصلی Lnz را در نظر بگیرید).

۲- حاصل انتگرال $\oint_c \frac{e^{kz}}{z} dz$ که c دایره واحد می‌باشد را بدست آورده و با استفاده از آن نشان دهید:

$$\int_0^\pi e^{k \cos \theta} \cos(k \sin \theta) d\theta = \pi$$

۳- در تابع $f(z) = ax^3 + bxy^2 + i(x^2y + cy^3)$ مقادیر a, b و c را به گونه‌ای تعیین کنید که تابع f در تمام نقاط تحلیلی باشد (تابع تام باشد).

۴- مطلوبست حاصل $\int_c |z-1| |dz|$ که در آن c نیمه بالایی از دایره $|z|=1$ می‌باشد که در جهت مثلثاتی (پاد ساعتگرد) طی شده است.

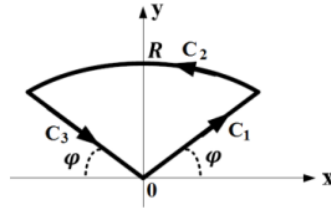
۵- الف) اگر $f(z) = x^3 - y^3 - j(x^3 + y^3)$ باشد، $f'(1-j)$ را محاسبه کنید.
ب) اگر $g(z) = u(x, y) + j(-3xy^2 + x^3 + K)$, $K \in R$ تابعی تام باشد، $g''(z)$ را محاسبه کنید.

۶- انتگرال زیر را محاسبه کنید.
$$I = \oint_c \text{Im}(z) \cdot e^{(\bar{z}^2)} dz, \quad c: |z| = R$$

۷- با بیان راه حل کامل مشخص کنید که تابع $f(z) = \text{Ln}(z)$ در چه نقاطی تحلیلی است و سپس $f'(z)$ را محاسبه کنید.

۸- انتگرال‌های زیر را حساب کنید

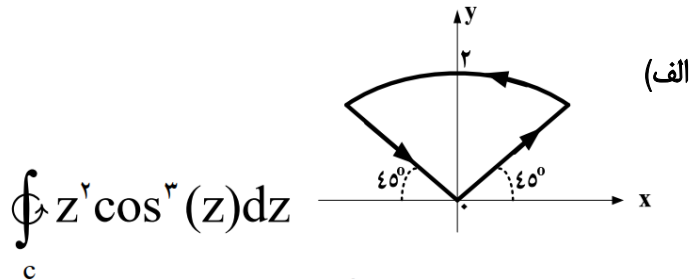
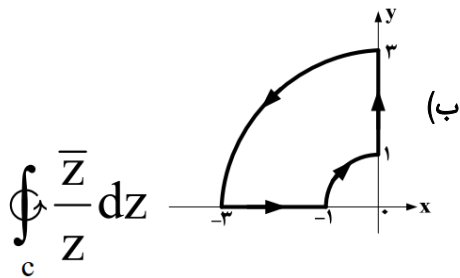
الف) انتگرال تابع $f(z) = \frac{z}{z-1}$ روی مسیر زیر که کمان، روی دایره $|z| = R$ قرار دارد و $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$.



ب)

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(1 - 2p\cos\theta + p^2)^2}, \quad p \in \mathbb{R}, |p| \neq 1$$

۹- انتگرال‌های زیر را در مسیر داده شده محاسبه کنید.



۱۰- انتگرال‌های زیر را در مسیر داده شده محاسبه کنید.

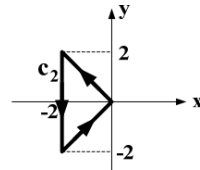
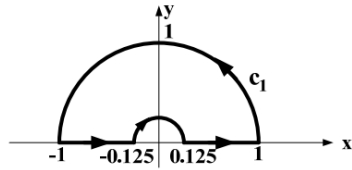
الف) $\int_c |z-2| |dz|$ ربع سوم دایره $|z|=2$ است.

ب) $\oint_c e^{z+\frac{1}{z}} dz$ دایره $|z|=1$ است.

۱۱- انتگرال‌های زیر را با استفاده از تعریف در مسیرهای داده شده، به دست آورید.

الف- $\int_{c_1} z^{-\frac{1}{3}} dz$

ب- $\int_{c_2} \operatorname{Re}(z^2) dz$



۱۲- انتگرال زیر را به دست آورید.

$$\oint_c \frac{ze^z}{(z-2)^4} dz, \quad c: |z|=4$$

شاد و پیروز باشید!