



۱. انتگرال فوریه تابع $f(x) = e^{-x^2}$ را محاسبه کنید.

۲. به کمک محاسبه انتگرال فوریه تابع $f(x)$ حاصل عبارت A را بیابید.

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & ; |x| < 1 \\ 0 & ; |x| > 1 \end{cases} \quad A = \int_0^{\infty} \frac{\omega \cos \omega - \sin \omega}{\omega^3} \cos \frac{\omega}{3} d\omega$$

۳. انتگرال فوریه کسینوسی تابع $f(x)$ را بیابید و با استفاده از آن حاصل انتگرال I را محاسبه نمایید.

$$f(x) = \begin{cases} Ax + B; & -\alpha \leq x \leq \alpha \\ 0 & ; \text{Otherwise} \end{cases} \quad I = \int_0^{+\infty} \frac{\sin(x^n)}{x} dx, \quad n \in N$$

۴. با استفاده از انتگرال فوریه تابع $f(x)$ حاصل I را بیابید.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \cos(x); & 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 0 & ; \text{Otherwise} \end{cases} \quad I = \int_0^{+\infty} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\omega\right)}{1-\omega^2} d\omega$$

۵. اگر $f(x)$ تابعی فرد باشد و در معادله انتگرالی زیر صدق کند و $f(1)=1$ باشد، آنگاه تابع

$$f(x) \text{ را بیابید.} \quad \int_0^{+\infty} f(x) \sin(\omega x) dx + \int_0^{+\infty} x f(x) \cos(\omega x) dx = 0$$

۶. الف) دومین مثال متن از فصل ۱۱.۷ کتاب کریزیگ را مطالعه کنید.
 ب) از میان سوالات ۷ تا ۱۲ از بخش ۱۱.۷ کتاب کریزیگ ، ۴ سوال را به دلخواه حل نمایید.

۷. الف) دومین مثال متن از فصل ۱۱.۷ کتاب کریزیگ را مطالعه کنید.
 ب) سوال ۱۴ از بخش ۱۱.۷ کتاب کریزیگ را حل نمایید.

۸. الف) دومین مثال متن از فصل ۱۱.۷ کتاب کریزیگ را مطالعه کنید.
 ب) مثال ۲ از متن از بخش ۱۷.۹ از کتاب گرینبرگ را حل نمایید.

۹. در معادله انتگرالی که به شکل زیر می باشد ، تابع $f(\omega)$ را محاسبه نمایید.

$$\int_0^{\infty} f(\omega) \cos(\omega x) d\omega = \begin{cases} 1-x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases}$$

$$10. \int_0^{\infty} g(\omega) \sin(\omega x) d\omega = \begin{cases} 0.5\pi & x > 1 \\ 0.25\pi & x = 1 \\ 0 & x < 1 \end{cases} \quad \text{اگر}$$

حاصل $\frac{d}{d\omega}(\omega g(\omega))$ را محاسبه نمایید.

$$11. \int_0^{\infty} g(\omega) \sin(\omega x) d\omega = \begin{cases} 0.5 \cos(x) & |x| < 0.5\pi \\ 0 & |x| > 0.5\pi \end{cases} \quad \text{اگر}$$

حاصل $\frac{d}{d\omega}((1-\omega^2)g(\omega))$ را محاسبه نمایید.

۱۲. درباره موارد کاربرد تبدیل لاپلاس در محاسبه انتگرال فوریه تحقیق کنید و چند مثال از این کاربرد ارائه کنید . میتوانید به کتاب های کریزیگ و گرینبرگ مراجعه کنید.

PDE MATHTOOLS

سیگنال متناوب $x(t)$ ، به دوره تناوب T_0 به صورت زیر تعریف میشود:

$$x(t) = A\Pi\left(\frac{t}{2t_0}\right) = \begin{cases} A & ; |t| \leq t_0 \\ 0 & ; o.w. \end{cases}$$

$$A = 1, t_0 = 1, T_0 = 4$$

الف) به صورت ریاضی نشان دهید، ضرایب سری فوریه این سیگنال به صورت زیر است:

$$x_n = \frac{1}{2} \text{sinc}\left(\frac{n}{2}\right) = \frac{\sin(\frac{n\pi}{2})}{n\pi}$$

ب) با استفاده از سایت داده شده¹، نمودار سیگنال اصلی را به ازای $n=1,3,5,7,9$ در یک دوره تناوب رسم کنید. توجه شود که با افزایش n ، تقریب نزدیک تری از $x(t)$ به دست می آید.

ج) طیف اندازه $|x_n|$ و طیف فاز $\angle x_n$ را به ازای $|n| \leq 20$ رسم کنید.