



(۱) به کمک تبدیل لاپلاس معادله زیر را حل کنید.

$$\begin{aligned}x \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial t} &= xt \\ w(x, 0) &= 0 \quad \text{if } x \geq 0 \\ w(0, t) &= 0 \quad \text{if } t \geq 0\end{aligned}$$

(۲) معادله زیر را با استفاده از تبدیل لاپلاس حل کنید.

$$\begin{cases} u_t = c^2 u_{xx}; & 0 < x < 1, t > 0, \quad c \in R^+ \\ u(x, 0) = \sin(\pi x) \\ u(0, t) = u(1, t) = 0 \end{cases}$$

(۳) معادله زیر را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + 2x \frac{\partial u}{\partial t} = 0, & 0 < t < \infty, 0 < x < \infty \\ u(x, 0) = 0, & u(0, t) = 1 \end{cases}$$

(۴) معادله زیر را با استفاده از تبدیل لاپلاس حل کنید.

$$\begin{cases} u_t = c^2 u_{xx}; & 0 < x < 1, t > 0, \quad c, \omega \in R^+ \\ u(x, 0) = \sin(\omega x) + A \\ u(0, t) = u(1, t) = A \end{cases}$$

(۵) معادله زیر را به روش تبدیل لاپلاس حل نمایید.

$$\begin{cases} u_t + x u_x = x^2, & t > 0 \\ u(x, 0) = 0 \\ u(0, t) = 0 \end{cases}$$

۶) به کمک تبدیل لاپلاس، معادله زیر را حل کنید.

$$\begin{aligned}x \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial t} &= x^2 t \\ w(x, 0) &= 0 \quad \text{if } x \geq 0 \\ w(0, t) &= 0 \quad \text{if } t \geq 0\end{aligned}$$

۷) معادله دیفرانسیل زیر را در نظر بگیرید. چنانچه تبدیل فوریه  $y(t)$  را  $Y(\omega)$  بنامیم؛  $Y(\omega)$  را بدست آورید.  
 $y'' + 4y = e^{-2x} ; x > 0$  &  $0 ; x < 0$

۸) با نوشتن انتگرال فوریه برای تابع  $f(x) = \frac{\pi}{2} e^{-x}$ ،  $x > 0$  با فرض اینکه  $f(x) = -f(-x)$  مقدار انتگرال زیر برابر چیست؟

$$I = \int_0^{\infty} \frac{x \sin kx}{1+x^2} dx$$