



(۱) مطلوبست حل مسئله زیر

$$u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} + x + y + t ; 0 \leq x \leq \pi \quad 0 \leq y \leq \pi \quad t \geq 0$$

$$u(x, y, 0) = x + 2y, u_t(x, y, 0) = 2x - y$$

$$u(0, y, t) = y + t, u(\pi, y, t) = y - t$$

$$u(x, \pi, t) = 2x - t, u(x, 0, t) = x - 2t$$

(۲) معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$F(x, y) = F(x)F(y)$$

$$F_x + 2xF_y = 0$$

(۳) مساله ارتعاش غشاء مستطیلی زیر را حل کنید.

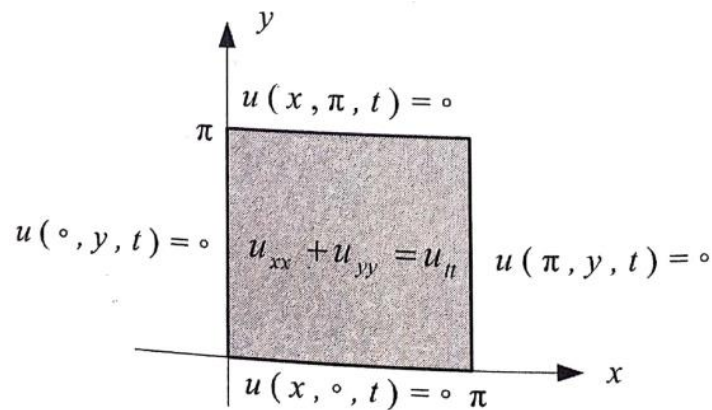
$$\begin{cases} u_{tt} = c^2(u_{xx} + u_{yy}), & 0 < x < a, \quad 0 < y < b, \quad t > 0 \\ u(x, y, 0) = f(x, y), & 0 \leq x \leq a, \quad 0 \leq y \leq b \\ u_t(x, y, 0) = g(x, y), & 0 \leq x \leq a, \quad 0 \leq y \leq b \\ u(0, y, t) = u(a, y, t) = 0 \\ u(x, 0, t) = u(x, b, t) = 0 \end{cases}$$

(۴) معادله پاره‌ای زیر را به روش جداسازی متغیرها حل کنید.

$$\begin{cases} C^2(u_{xx} + u_{yy}) = u_t \\ u(x, 0, t) = u(x, b, t) = 0 \\ u(0, y, t) = u(a, y, t) = 0 \\ u(x, y, 0) = f(x, y) \end{cases}$$

(۵) معادله‌ی زیر را در ناحیه‌ی مستطیلی نشان داده شده، به روش جداسازی متغیرها حل کنید.

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} & 0 < x < \pi, 0 < y < \pi \\ u(x, y, 0) = \sin x \sin 2y \\ u_t(x, y, 0) = 0 \\ u(\pi, y, t) = u(0, y, t) = u(x, 0, t) = u(x, \pi, t) = 0 \end{cases}$$



(۶) معادله گرما زیر را به روش جداسازی متغیرها حل نمایید.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0 \\ u(x, 0) = \sin x + \sin 6x \end{cases}$$

(۷) با استفاده از روش جداسازی متغیرها معادله زیر را حل کنید و  $u(x, y)$  را بدست آورید.

$$u_x + u_y = (x^2 + y) \cdot u$$

(۸) درجه حرارت در یک میله نامتناهی را بیابید در صورتی که

$$u(x, 0) = \begin{cases} x, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$$

۹) اگر در میله ای به طول  $L=1\text{m}$  توزی ابتدایی دما به صورت  $T(x, 0) = 100 \sin(\pi x)$  باشد و توزیع دمایی این میله در فرمول زیر صدق کند و داشته باشیم  $T(0,t)=0$  و  $T(1,t)=0$ ؛ آنگاه مقدار  $T(0.5,2)$  تقریباً کدام است؟

$$\pi^2 \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

۱۰) مطلوبست حل مسئله زیر

$$u_{tt} - u_{xx} = x + t ; u(x, 0) = 2 , u_t(x, 0) = x , u(0, t) = \sin t , u(\pi, t) = 2t$$

۱۱) جواب عمومی معادله  $u_{xy} + u_x + x + y + 1 = 0$  را بیابید.