



بنام خدا

دانشکده‌ی مهندسی برق و کامپیوتر

درس سیگنال و سیستم‌ها

تمرین کامپیوتری 1

استاد : دکتر اخایی

مهلت تحویل : 28 آبان

سر فصل مطالب

- سوال 1 : رسم توابع گسسته زمان 2
- سوال 2 : پاسخ ضربه و پله سیستم گسسته زمان 2
- سوال 3 : پاسخ سیستم گسسته زمان 3
- سوال 4 : کانولوشن 3
- کانولوشن گسسته زمان 3
- کانولوشن (Convolution) 3
- دیکانولوشن (Deconvolution) 3
- کانولوشن پیوسته زمان 4
- بخش اول 4
- بخش دوم 4
- بخش سوم 5
- نکات تحویل 6

سوال 1 :

تابع گسسته زمان $x[n] = A \cos[2\pi kn]$ را در نظر بگیرید که A ضریب دلخواهی است و $k \in (0,1)$ می‌باشد.

(الف) توابع زیر را به کمک stem رسم کنید ($T \rightarrow \text{Sample period}$) :

- A. $y[n] = \frac{1}{T}(x[n+1] - x[n])$
- B. $y[n] = \frac{1}{2T}(x[n+1] - x[n-1])$
- C. $y[n] = \frac{1}{T^2}(x[n+1] - 2x[n] + x[n-1])$
- D. $y[n] = 0.1x[n-2] + 0.2x[n-1] + 0.4x[n] + 0.2x[n+1] + 0.1x[n+2]$

(ب) با افزایش تعداد Sample ها (n) برای هر یک از موارد بالا، $y[n]$ بدست آمده را با $x[n]$ اولیه مقایسه و تحلیل کنید.

سوال 2 :

برای هر یک از سیستم های آورده شده در زیر :

(الف) پاسخ ضربه و پله را هم بصورت تحلیلی و هم در پایتون بدست آورده و رسم کنید :

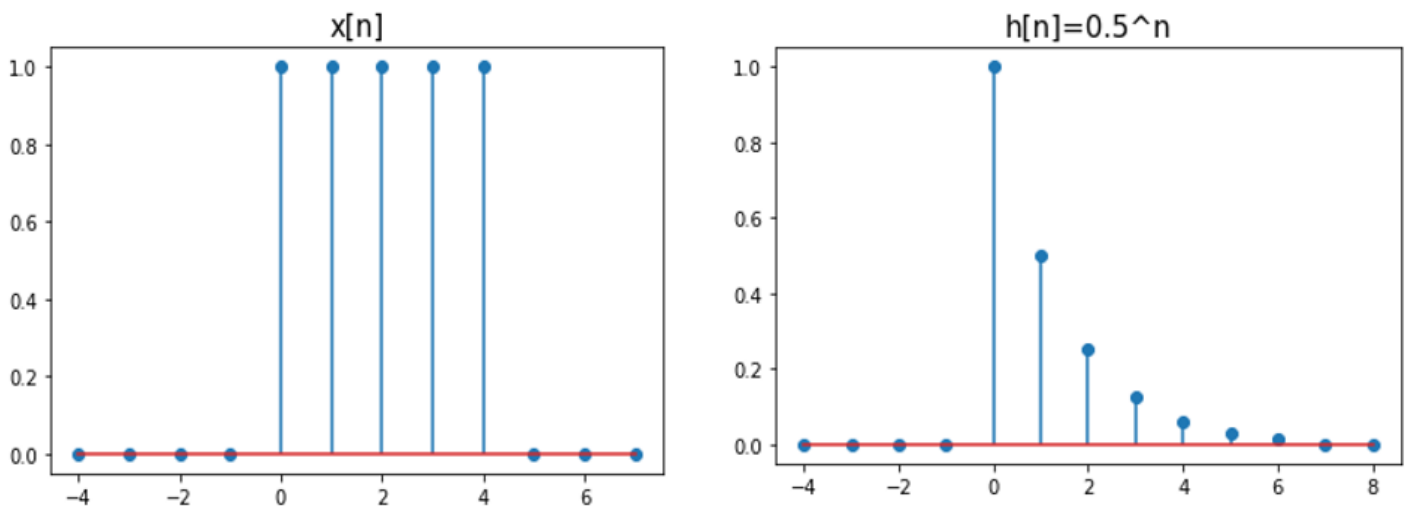
- A. $\frac{1}{2}(x[n] + x[n-1])$
- B. $x[n+1] - x[n]$
- C. $x[n+1] - 2x[n] + x[n-1]$
- D. $\sum_{m=0}^{19} \cos\left(\frac{\pi m}{10}\right) x[n-m]$

*راهنمایی : برای انتگرال گیری از یک تابع گسسته $x[n]$ می‌توانید از $\sum_{m=0}^{m_u=\infty} x[n-m]$ استفاده کنید. برای آنکه نتایج قابل رسم باشد، $n \in \text{np.arange}(0,100,1)$ و $m_u = 20$ در نظر بگیرید.

(ب) تغییرات ایجاد شده در پاسخ پله، به ازای $m_u = 5, 15, 20$ را برای هر سیستم داده شده رسم کنید و با استفاده از آن، رفتار آن را برای $m_u = \infty$ پیش‌بینی کنید.

سوال 3 :

دو سیگنال گسسته زمان $x[n]$ و $h[n]$ در زیر رسم شده اند. که $x[n]$ سیگنال ورودی و $h[n]$ پاسخ ضربه‌ی سیستم می‌باشد.



شکل 3-1: ورودی و پاسخ ضربه سیستم LTI

الف) با تقسیم بندی n به بازه‌های مناسب، ابتدا پاسخ کلی سیستم را بصورت پارامتری حساب کنید.

ب) سپس برای هر حالت (بازه انتخابی برای n)، پاسخ سیستم را رسم کرده و در نهایت پاسخ کلی سیستم را رسم کنید.

سوال 4 :

گسسته زمان

Convolution

در این قسمت می‌خواهیم با تعریفی که برای کانولوشن گسسته زمان داریم، $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k]$ ، تابعی بنویسیم که با گرفتن دو آرایه ورودی $x[n]$ و $h[n]$ را به عنوان خروجی برگرداند.

الف) نتایج خود را برای ورودی و پاسخ ضربه سوال 3، محاسبه کنید و سپس سه سیگنال $x[n]$ و $h[n]$ و $y[n]$ را به کمک **Subplot** و **Stem** رسم کنید.

ب) به کمک تابع آماده پایتون (**signal.convolve**)، کانولوشن بالا را حساب کرده و با جواب بدست آمده از بخش الف مقایسه کنید.

ج) در مورد قسمت 'mode' در تابع **signal.convolve** تحقیق کنید و حالت‌های مختلف را بررسی کنید.

Deconvolution

در این قسمت می‌خواهیم بر عکس قسمت قبل عمل کنیم. یعنی سیگنال خروجی و یکی از دو سیگنال $x[n]$ یا $h[n]$ را معلوم فرض می‌کنیم و به دنبال سیگنال سوم هستیم.

(الف) مانند بند الف قسمت قبل ، تابعی بنویسید که اینبار خروجی و یکی از دو سیگنال ورودی را بگیرد و دیگری را برگرداند. (* راهنمایی : می‌توانید روابط را به صورت ماتریسی پیاده سازی کنید)

(ب) آیا خروجی بدست آمده مانند قسمت [Convolution](#) یکتا می‌باشد ؟ توضیح دهید

(ج) به کمک تابع آمده پایتون ([signal.deconvolve](#)) ، نتایج را با بخش الف مقایسه کنید .

🔗 پیوسته زمان

1. دو سیگنال داده شده در روبرو را در نظر بگیرید :

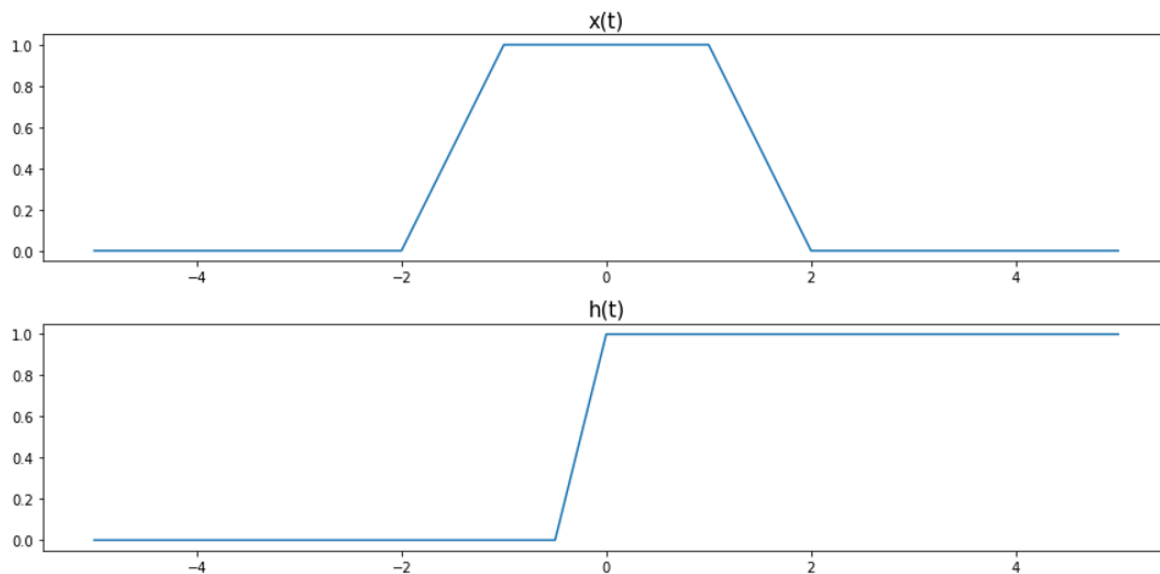
$$\begin{cases} x(t) = e^{-at}u(t), a > 0 \\ h(t) = u(t) \end{cases}$$

(الف) به کمک هر دو تابع آماده [np.convolve](#) و [signal.convolve](#) ، کانولوشن بین سیگنال ورودی و پاسخ ضربه را پیدا کنید و به کمک [plot](#) رسم کنید . ('mode' را روی 'same' قرار دهید) . آیا این دو روش تفاوتی دارند ؟

(ب) سیگنال خروجی را بصورت تحلیلی نیز بدست آورید .

(ج) آیا سیگنال پیوسته بدست آمده با جواب حاصل از روش تحلیلی یکسان است ؟ اگر نه ، سیگنال بدست آمده را با تغییراتی اصلاح کنید .

2. دو سیگنال $x(t)$ و $h(t)$ در شکل زیر داده شده‌اند :

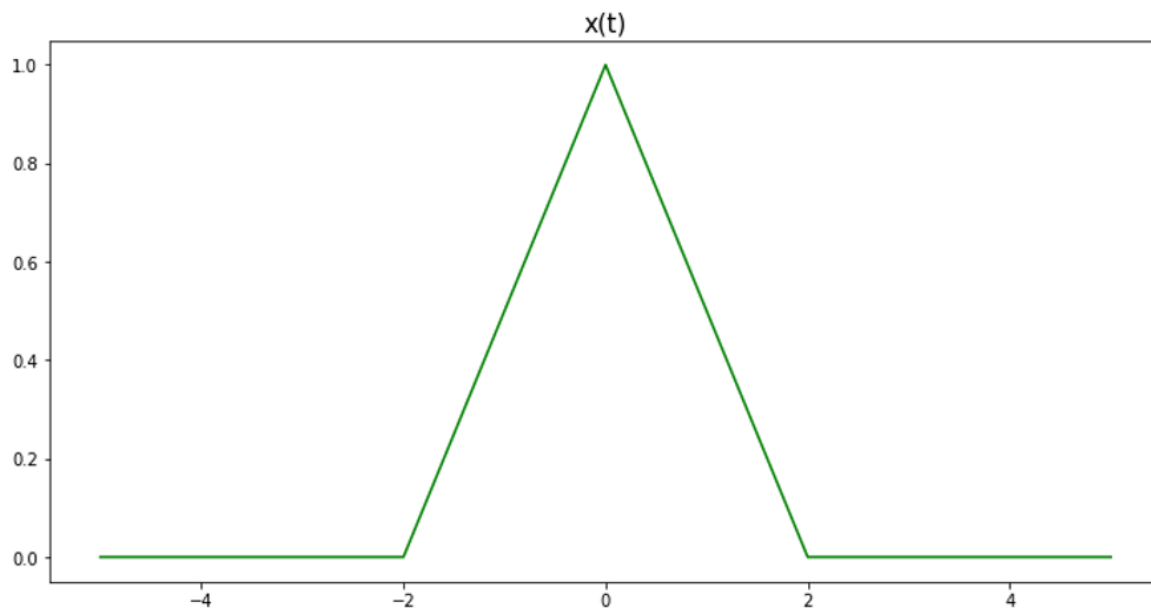


شکل 1-2-4: ورودی و پاسخ ضربه سیستم LTI

(الف) پاسخ سیستم را به ازای دو سیگنال داده شده بصورت تحلیلی حساب کنید .

(ب) به کمک تابع [np.piecewise](#) ، $x(t)$ را ایجاد کنید و سپس خروجی سیستم را به کمک تابع های ذکر شده رسم کنید و با مقدار تحلیلی مقایسه کنید .

3. در این قسمت می‌خواهیم تاثیر کانوالو کردن قطار ضربه (**Impulse train**) در سیگنال آورده شده در زیر را تحلیل کنیم :



شکل 2-2-4: ورودی سیستم LTI

- (الف) در ابتدا به کمک تابع `unit_impulse` ، تابعی بنویسید که قطاری از ضربه با دوره تناوب T و به طول n تولید کند .
- (ب) مقدار مرزی T ، که از روی خروجی سیستم بتوان سیگنال اولیه $(x(t))$ را بازیابی کرد را پیدا کنید .
- (ج) خروجی سیستم را به ازای مقادیر مختلف T رسم کرده و تفاوت را توجیه کنید .

نکات تحویل :

1. زدن پروژه در IDE های مختلف (Pycharm , jupyter , colab , ...) به شرط استفاده از زبان پایتون مجاز است . پیشنهاد می شود که در Jupyter و یا Colab کد های خود را بنویسید که قابلیت Markdown کردن هم داشته باشید .
 2. در صورت استفاده از هر تابع آماده به غیر موارد ذکر شده در پروژه ، آن را در گزارش کار خود ذکر کنید.
 3. هر کدام از سوال ها در فایل های جداگانه **ipynb** یا **py** زده شود و اسم آن فایل را مطابق صورت سوال قرار دهید و در نهایت بصورت فایل zip به فرمت **CA_num-Last_name-std_num** در صفحه درس آپلود کنید .
 4. تمامی شکل های خروجی خواسته شده در هر سوال را با زیرنویس مربوط به آن سوال (به شکل های در صورت پروژه دقت کنید) مشخص کرده و در گزارش خود قرار دهید.
 5. هدف از تمرین های کامپیوتری کمک به یادگیری شماست. بنابراین در صورت مشابهت بیش از حد در بخش های پروژه ، از شما نمره کسر خواهد شد .
 6. در صورتی که نسبت به پروژه سوال یا ابهامی داشتید ، از طریق ایمیل sh.vassef@ut.ac.ir یا در گروه تلگرامی با من در ارتباط باشید.
- موفق باشید .