

به نام خدا



گزارش تمرین سری اول درس هوش محاسباتی

دکتر مزینی

محمد یارمقدم

96462104

سوال یک

در این سوال هدف طراحی یک perceptron ساده بود. برای این منظور ابتدا کلاس موردنظر را برای این هدف ساخته و constructor آنرا نوشتیم. در این بخش فیلد های learning rate ، تعداد تکرار شبکه برای یادگیری ، وزن های اولیه ، بایاس و تابع فعالسازی مقداردهی شدند. وزن های اولیه و بایاس در ابتدا به صفر مقداردهی شدند. در قسمت بعدی تابع پله ایی را به عنوان تابع فعالسازی تعریف کرده و از کتابخانه numpy استفاده تا به جای کسب نتیجه برای یک زوج تنها برای کل آرایه ورودی تابع کار کند.

در قسمت بعدی توابع پیشبینی مقدار حاصل شبکه عصبی و fit را نوشتیم. در تابع predict طبق فرمول های پرسپترون مقادیر را محاسبه کرده و مقدار حاصل از تابع فعالسازی را برگرداندم.

طبق روابط داریم :

$$y = \text{activation_func}(w.x + b)$$

پس ابتدا با تابع دات از numpy حاصل ضرب داخلی را محاسبه و سپس با بایاس جمع می کنیم.

در نهایت خروجی تابع خطی را به تابع فعالسازی میدهم تا مقدار 0 یا 1 را به ما بدهد.

در قسمت آخر هم تابع fit را تکمیل کردم. در این تابع به تعداد iteration های لازم که به این تابع داده میشود و به تعداد سمپل های داده ورودی فرآیند آپدیت را طبق فرمول موردنظر انجام میدهم.

طبق رابطه داریم :

$$w := w + \text{gradient} \quad , \quad \text{gradient} = \text{learning_rate} * (\text{real_y} - \text{predicted_y})$$

در قسمت آخر هم مین برنامه با مقدار دهی سمپل ورودی با تابع nor انجام شد. در این قسمت یک instance از کلاس پرسپترون ساختم و روی آن توابع موردنظر را فراخوانی و مقدار وزن های بدست آمده و بایاس برای شبکه حاصل محاسبه شد.

سوال دو

هدف در این سوال طراحی یک binary classification استو برای این منظور از کلاس پیاده سازی شده در سوال قبل استفاده کردم.

سپس در قسمت مین برنامه برای دریافت داده ورودی از تابع loadtxt کتابخانه numpy استفاده کردم.

البته در مرحله قبل لازم است که فایل data.txt را در فولدر کولب در گوگل درایو آپلود کرده و از طریق mount کردن درایو در محیط کولب داده، درایو را به محیط بشناسانیم و سپس از آدرس فایل داده ورودی را بخوانیم.

در مرحله بعد داده تست و ورودی را تشکیل دادم و مانند مورد قبل train شبکه را انجام دادم.

در مرحله آخر هم از طریق تابع scatter از کتابخانه matplotlib نقاط داده ورودی را در صفحه رسم و در نهایت خط جدا کننده دو محیط را از طریق تابع plot انجام دادم.

سوال سه

Madaline در واقع ترکیبی از چند شبکه Adaline است. به این صورت خروجی شبکه ما به جای یک خروجی میتواند مجموعه از خروجی ها را داشته باشد تا بتواند بیش از دو کلاس را classification کند.

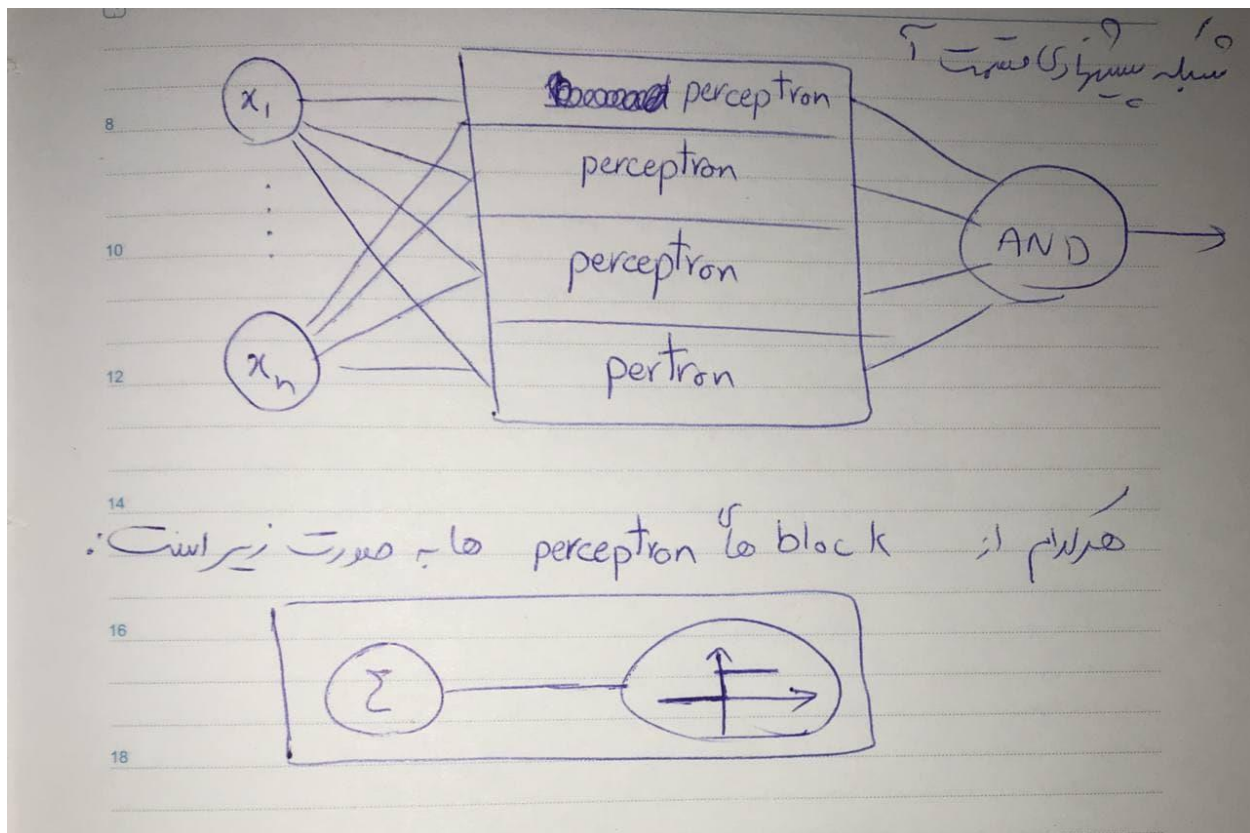
از شبکه آدالاین برای جدا کردن مرز بین دو کلاس در داده های مختلف استفاده میشود ولی اگر از مادالاین استفاده کنیم میتوانیم به تعداد آدالاینی که در آن موجود است در دیتای ورودی مرز های بیشتری جدا کنیم و یک ناحیه مجزا را داده را ایجاد کنیم.

پس حتی اگر داده های ورودی غیر خطی نیز باشند چون شبکه مادالاین میتواند دسته بندی مجزا کند و مابقی آدالاین ها هم دسته بندی دیگر کنند پس ناحیه غیر خطی را میتوانیم دسته بندی کنیم و داخل و خارج آنرا از طریق محدود کردن آن به ناحیه بدست آوریم.

در قسمت دوم سوال مورد آ قابل انجام و مورد ب غیر قابل انجام است.

مورد ب به هیچ وجه قابل دسته بندی نیست. زیرا در هر صورت یکی از انواع داده در کلاس اشتباه قرار میگیرند.

شبکه مورد نظر برای قسمت آ نیز به صورت زیر است:



سوال چهار

هدف در این سوال پیاده سازی multi layer perceptron یا MLP است تا از طریق بتوانیم classification را بر روی دیتاست mnist انجام دهد.

بدین منظور ابتدا از بین دیتاست های کتابخانه keras دیتاست mnist را می خوانیم. این داده شامل دو دسته (x_{test}, y_{test}) و (x_{train}, y_{train}) است که در واقعا داده های ورودی نمونه و خروجی موردانتظار آن میباشد و دسته بعد شامل داده های تست میباشد. سپس باید تعداد لیبل ها مشخص شود که باید به تعداد داده های داده های ورودی باشد. در مرحله بعدی برای اینکه فرمت داده ورودی برای محاسبات راحت تر باشد از طریق تابع `to_categorical` هر لیبل را به فرمت `one hot` تبدیل کردم.

در مرحله بعد تعداد لایه ورودی را محاسبه کردم که از تعداد پیکسل های هر عکس در دیتاست محاسبه شد. مجددا برای سادگی مسیر از طریق تقسیم داده های تست و ترین بر 255 مقادیر داده ورودی به جای 0 تا 255 به 0 تا 1 تبدیل کردم.

از طریق تابع `sequential` از کتابخانه keras مدل ابتدایی MLP را تشکیل دادم. سپس از طریق تابع `add` لایه های نهان مورد نیاز خود را به این مدل اضافه کردم. که شامل لایه های موجود در عکس میباشد.

در قسمت بعد مدل از با ویژگی های مورد نیاز کامپایل میکنیم تا تشکیل نهایی آن صورت گیرد.

ویژگی ها آن شامل نوع `optimizer` و نوع تابع `loss` است.

سپس برای `train` کردن مدل از تابع `fit` استفاده کردم که داده `trian` و خروجی نظیر آن، تعداد `epoch` ها و سائز `batch` را دریافت و مدل را آموزش میدهد. در قسمت آخر هم `loss` و `accuracy` هر `epoch` محاسبه و توسط تابع `plot` نمودار های مورد نظر رسم شد.

سوال پنج

در این سوال هدف پیاده سازی MLP توسط numpy است که توسط آن بتوان بر روی دیتاست mnist، classification انجام داد.

بدین منظور همانند سوال چهار ابتدا دیتاست را خوانده و داده های آن را به 0 تا 1 نکاشت میکنیم. سپس داده های train را از train_test_split میخوانیم.

در قسمت بعد کلاس MLP را تشکیل دادیم که در اینجا DeepNeuralNetwork نامگذاری شده است.

در این کلاس برخی از توابع ساده هستند و پیاده سازی سنگینی ندارند همانند sigmoid و softmax که مشخص هستند.

در قسمت کانستراکتور برنامه نیز مقادیر sizes، epochs، Learning_rate و params مقداردهی شدند.

Sizes در واقع یک آرایه است که اندازه لایه های شبکه را در خود جای میدهد. Params نیز یک دیکشنری از تمامی پارامترهای شبکه است.

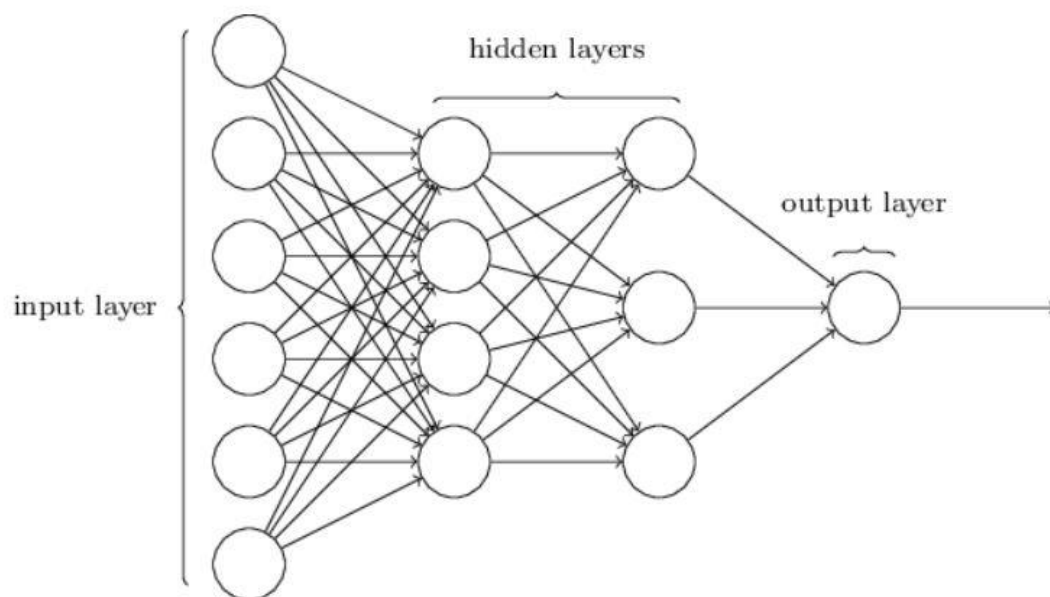
تابع بعدی initialization نام دارد که توسط سایز های موجود در آرایه size لایه ها را میسازد. همچنین در params از طریق تابع رندوم آرایه های لایه های شبکه مقداردهی رندوم میشود و لایه ها تشکیل میشوند.

تابع بعدی forward_pass است که در آن از داده های train آغاز میکنیم و مقادیر مختلف لایه های اول و دوم و سوم را به ترتیب آپدیت میکنیم که این کار از ضرب داخلی وزن لایه در داده ورودی لایه محاسبه میشود که به تابه سیگموید داده میشود. که داده ورودی هر لایه در واقعا خروجی لایه قبل آن است. در نهایت وزن خروجی لایه آخر برگشت داده میشود.

تابع بعدی backward_pass است که دقیقا خلاف تابع قبل است که در آن باید از خروجی داده آخر و از طریق مشتق گیری که فرمول های آن در عکس موجود است میزان آپدیت های وزن های لایه ها را برای کم کردن loss محاسبه کنیم.

تابع compute_accuracy نیز دقت train را محاسبه میکند.

اصلی ترین تابع این کد تابع train است که به تعداد iteration هایی که تعریف میشود در کل داده های train ابتدا خروجی را محاسبه میکند (forward_pass) و سپس تغییر وزن ها محاسبه میشود (backward_pass) و در آخر از طریق تابع update_network وزن ها آپدیت میشوند.



ساختار شبکه استفاده شده

$$MSE = \frac{1}{m} \sum_i^m (y - a^L)^2$$

$$\frac{\partial Loss}{\partial w^L} = \frac{\partial Loss}{\partial a^L} \frac{\partial a^L}{\partial z^L} \frac{\partial z^L}{\partial w^L}$$

$$\frac{\partial Loss}{\partial w^L} = (y - a^L) \sigma'(z^L) a^{L-1}$$

$$\frac{\partial Loss}{\partial b^L} = \frac{\partial Loss}{\partial a^L} \frac{\partial a^L}{\partial z^L} \frac{\partial z^L}{\partial b^L}$$

$$\frac{\partial Loss}{\partial b^L} = (y - a^L) \sigma'(z^L)$$

$$\frac{\partial Loss}{\partial a^{L-1}} = \frac{\partial Loss}{\partial a^L} \frac{\partial a^L}{\partial z^L} \frac{\partial z^L}{\partial a^{L-1}}$$

$$\frac{\partial Loss}{\partial a^{L-1}} = (y - a^L) \sigma'(z^L) w^L$$

$$\frac{\partial Loss}{\partial w^{L-1}} = \frac{\partial Loss}{\partial a^{L-1}} \sigma'(z^{L-1}) a^{L-2}$$

$$\frac{\partial Loss}{\partial b^{L-1}} = \frac{\partial Loss}{\partial a^{L-1}} \sigma'(z^{L-1})$$

$$\frac{\partial Loss}{\partial w_L} = a_{L-1}^T (y - a_L) \sigma'(z_L)$$

$$\frac{\partial Loss}{\partial b_L} = (y - a_L) \sigma'(z_L)$$

$$\frac{\partial Loss}{\partial a_{L-1}} = (y - a_L) \sigma'(z_L) w_L^T$$

در محاسبه و چگونگی استفاده از روابط از لینک زیر کمک گرفته شد:

<https://github.com/Huggah/MNIST-Classification-with-Numpy-and-Backpropagation/blob/master/README.md>