

Gaussian Elimination

Linear equation

لازم تكون في خط واحد (معادلة من الدرجة الأولى)

لو فيه مجهول واحد فقط ليس من الدرجة الأولى فكمش هنتفع بالجارسة

ex:

$$* 3x + 5y - 7z = 3 \Rightarrow \text{linear}$$

$$* 3x^3 + 4y = 4 \Rightarrow \text{non-linear}$$

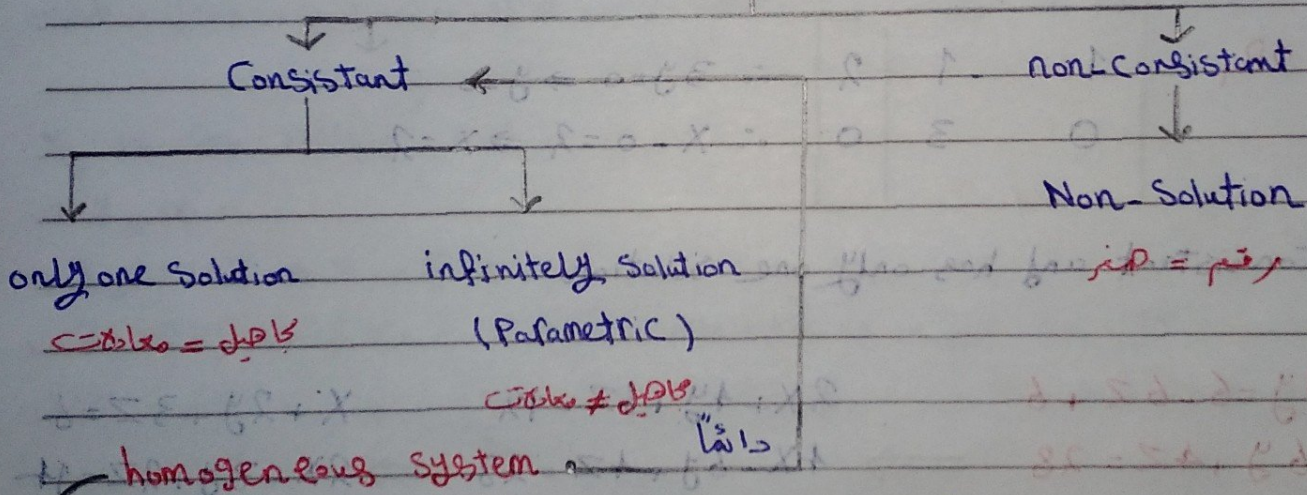
$$* 5 \sin x - y = 14 \Rightarrow \text{non-linear}$$

$$* (\cos 5) x + y = 2 \Rightarrow \text{linear}$$

$$* 3/y + 2/x - 1 = 0 \Rightarrow 3xy/y + 2xy/x - xy = 0 \Rightarrow 3x + 2y - xy = 0$$

$\Rightarrow \text{non-linear}$

Gauss has two Solution



homogeneous system

نظام متجانس... طيب هنعرفنا إزاي؟؟

هتلاقى كل المعادلات في الآخر بتساوى صفر ولكه لو فيه معادلة الحد المطلق بتاعها $\neq 0$ إزده ليست متجانسة

ex:

$$1 * x - 2y + z = 0$$

$$2 * x + z + 2y = 0$$

$$3x - 3y + 2z = 0$$

$$x + 2z + y + 3 = 0$$

homogeneous

non-homogeneous

$$x + z + 2y = 0$$

$$x + 2z + y = -3$$

إزده ليست متجانسة... خد بالك منها ☹️ ده اللي بينتصلح !!!

الموضوع: المصفوفات

خطوات وأنت بتحل

1. دور على الصف الذي معامل 1 أو -1 نبدأ أول عمود عناصره تفرقت
2. إذا تبينك صف بالصف وليس عمود (عازية) إنك شاطر وتعرف كيفية بالعمود بين حلها لصف
3. إذا بالك وستوف عند المجهول هذا يساوي العدد المجهول ولا لا عناصره بتفرقت في الحل عناصره ممكنة حلها تبقى only one solution أو infinitely solution.
4. الذي يتغير تفسر هو العنصر الذي تغيره وتغيرت الصف الثاني الذي بتجمعه

example

$$\begin{array}{l} 2x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{array} \quad \begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \end{array} \quad \begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 4 & \\ 1 & -1 & 2 & \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{مصفوفة} \\ R_1 \text{ و } R_2 \\ \text{عناصره أول} \\ \text{أول صف} \\ \text{معامل أول} \\ \text{مصفوفة} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & \\ 2 & 1 & 4 & \end{array} \quad \sim$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & \\ 0 & 3 & 0 & \end{array} \quad \begin{array}{l} R'_2 = R_2 - 2R_1 \\ \therefore 3y = 0 \Rightarrow y = 0 \\ \therefore x - 0 = 2 \Rightarrow x = 2 \end{array}$$

\therefore it's consistent and has only one solution

$$\begin{array}{l} 2x + 4y = 6 - 6z + 6 \\ 4x - 6y + 4z = 28 \\ 3x + y - z + 2 = 0 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} 2x + 4y + 6z = 12 \\ 4x - 6y + 4z = 28 \\ 3x + y - z = -2 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} x + 2y + 3z = 6 \\ 2x - 3y + 2z = 14 \\ 3x + y - z = -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{array} \quad \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 2 & -3 & 2 & 14 \\ 3 & 1 & -1 & -2 \end{array} \quad \Rightarrow \quad R'_2 = R_2 - 2R_1 \quad \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 0 & -7 & -4 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} R'_3 = R_3 - 3R_1 \\ R_3 \end{array} \quad \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 0 & -7 & -4 & 2 \\ 0 & -5 & -10 & -20 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 0 & -7 & -4 & 2 \\ 0 & +1 & +2 & +4 \end{array}$$

$$R'_3 = 7R_3 + R_2$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 0 & -7 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 10 & 30 \end{array}$$

$$\therefore 10Z = 30 \Rightarrow Z = 3$$

$$\therefore -7y - 4 \times 3 = 2 \Rightarrow y = -2$$

$$\therefore X + 2 \times -2 + 3 \times 3 = 6 \Rightarrow X = 1$$

\therefore it's consistent and has only one solution (عدد محال = عدد المعادلات)

$$X_2 - X_3 = 5$$

$$X_1 + 2X_2 + 6X_3 = -1$$

$$2X_1 + 10X_2 + 8X_3 = 28$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 6 & -1 \\ 0 & +1 & -1 & 5 \\ 1 & 5 & 3 & 14 \end{array}$$

هناك خطا في استنتاج أول خطوة في بدلت صف الثاني ب أول صفه أيضا ب 1 وأوفر وقت

هناك خطا في قسمة R_3 على 2 وأوفر وقت

$$R'_3 = R_3 - R_1$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 6 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & 3 & -3 & 15 \end{array}$$

$$\Rightarrow R'_3 = R_3 - 3R_2$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 6 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

هناك خطا في R_3 لا يوجد لها معادلة لأنه عدد محال \neq عدد المعادلات، وإذا لدينا عدد صفين من الحلول ونقوم بفرق أي رمز للمجهول الملقب بمعادلاته هكذا

X_3 is Free Variable, Suppose $X_3 = n$

$$\therefore X_3 = n$$

$$\therefore X_2 - n = 5 \Rightarrow X_2 = 5 + n$$

$$\therefore X_1 + 2(5+n) + 6n = -1 \Rightarrow X_1 + 10 + 2n + 6n = -1 \Rightarrow X_1 = -8n - 11$$

\therefore it's consistent and has infinitely solution (عدد محال \neq عدد المعادلات)

$$3X_1 + 9X_3 = 6$$

$$4X_1 + 2X_2 + 12X_3 = 18$$

$$2X_1 + X_2 + 6X_3 = 16$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 6 & 9 \\ 2 & 1 & 6 & 16 \end{array}$$

$$\Rightarrow R'_2 = R_2 - 2R_1$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 6 & 16 \end{array}$$

$$R'_3 = R_3 - 2R_1$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 12 \end{array}$$

$$\Rightarrow R'_3 = R_3 - R_2$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 12 \end{array}$$

it's non-consistent and has non solution ($0 \neq 12$)

ملاحظات هامة

- homogeneous system is always consistent

ex:

$$-x + y - z = 0$$

$$y - z = 0$$

$$7x + 3z = 0$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 7 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

But is not

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1 & | & 0 \\ 7 & 0 & 3 & | & 0 \end{bmatrix}$$

XX

المصفوفة المتجانسة لا تكتب الأصفار ونستقر عنها

- homogenous has only one sol if
- homogenous has infinitely sol if

if

if

عدد مجاهيل = عدد معادلات

عدد مجاهيل \neq عدد معادلات

$$x + y = 0$$

$$-x + 2y = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$x + y = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 10 & | & 15 \\ 2 & 3 & | & 6 \\ 0 & 0 & | & 7 \end{bmatrix}$$

$$0 \neq 7$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 10 & | & 15 \\ 2 & 3 & | & 6 \\ 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$$

عدد مجاهيل \neq عدد معادلات

(كل معر) واخره رمز

لمعتبر المجزوء

has no solution

has infinitely solution

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

معادلات \neq مجاهيلمعادلات \neq مجاهيل

$$\therefore x_3 = n$$

$$\therefore x_2 = 0$$

$$\therefore 2x_1 + 6n = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{-6n}{2} = -3n$$

$$\therefore x_3 = 0$$

$$\therefore x_2 = n$$

$$\therefore 2x_1 + 3n = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{-3n}{2}$$