الدوال الأسية واللوغاريتمية

مفتاح الإجابات

حساب المقادير الأسية

1 أوجد قيمة 2^5.

$2^5 = 32$.

2 أوجد قيمة 3^{-2}.

$3^{-2} = \frac{1}{9}$.

3 أوجد قيمة $16^{1/2}$.

$16^{1/2} = 4$.

4 أوجد قيمة $27^{2/3}$.

$27^{2/3} = (27^{1/3})^2 = 3^2 = 9$.

حساب اللوغاريتمات

5 أوجد قيمة $\log_2 32$.

بما أن $2^5 = 32$، فإن $\log_2 32 = 5$.

6 أوجد قيمة $\log_3 81$.

بما أن $3^4 = 81$، فإن $\log_3 81 = 4$.

7 أوجد قيمة $\log_5 1$.

$\log_5 1 = 0$.

8 أوجد قيمة $\log_{10} 0.01$.

بما أن $10^{-2} = 0.01$، فإن $\log_{10} 0.01 = -2$.

قوانين اللوغاريتمات: الضرب والقسمة

9 اكتب $\log_2 (8x)$ على صورة مجموع لوغاريتمين.

$\log_2 (8x) = \log_2 8 + \log_2 x = 3 + \log_2 x$.

10 اكتب $\log_3 \left(\frac{x}{9}\right)$ على صورة فرق لوغاريتمين.

$\log_3 \left(\frac{x}{9}\right) = \log_3 x - \log_3 9 = \log_3 x - 2$.

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

11 اجمع $\log_5 5 + \log_5 25$ في لوغاريتم واحد وأوجد قيمته.

$\log_5 (5 \times 25) = \log_5 125 = 3$ بما أن $5^3 = 125$.

12 اجمع $\log_2 24 - \log_2 3$ فى لوغاريتم واحد وأوجد قيمته.

$\log_2 \left(\frac{24}{3}\right) = \log_2 8 = 3$.

قوانين اللوغاريتمات: قاعدة القوة

13 اكتب $\log(x^5)$ باستخدام قاعدة القوة.

$\log(x^5) = 5\log x$.

14 أوجد قيمة $\log_2 (4^3)$ باستخدام قاعدة القوة.

$\log_2 (4^3) = 3\log_2 4 = 3(2) = 6$.

15 اكتب $2\log_3 x + \log_3 y$ على صورة لوغاريتم واحد.

$2\log_3 x + \log_3 y = \log_3 (x^2 y)$.

توسيع وتكثيف المقادير اللوغاريتمية

16 وسّع $\log \left(\frac{x^3 y}{z^2}\right)$ بالكامل.

$3\log x + \log y - 2\log z$.

17 كثّف $3\ln x - 2\ln y$ في لوغاريتم واحد.

$\ln \left(\frac{x^3}{y^2}\right)$.

18 وسّع $\log_2 (\sqrt{x} \cdot y^3)$ بالكامل.

$\sqrt{x} = x^{1/2}$، إذن المقدار يساوي $\frac{1}{2}\log_2 x + 3\log_2 y$.

حل المعادلات الأسية بأساسين متساويين

19 حل المعادلة $2^x = 32$.

$32 = 2^5$، إذن $x = 5$.

20 حل المعادلة $3^{x+1} = 81$.

$81 = 3^4$، إذن $x + 1 = 4 \Rightarrow x = 3$.

21 حل المعادلة $5^{2x} = 125$.

$125 = 5^3$، إذن $2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$.

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

حل المعادلات الأسية باستخدام اللوغاريتمات

22 حل المعادلة $2^x = 10$ لإيجاد x لأقرب ثلاث منازل عشرية.

$$x = \frac{\log 10}{\log 2} \approx \frac{1}{0.301} \approx 3.322.$$

23 حل المعادلة $5^x = 40$ لإيجاد x لأقرب ثلاث منازل عشرية.

$$x = \frac{\log 40}{\log 5} \approx \frac{1.602}{0.699} \approx 2.292.$$

24 حل المعادلة $3^{2x} = 50$ لإيجاد x لأقرب ثلاث منازل عشرية.

$2x = \frac{\log 50}{\log 3} \approx \frac{1.699}{0.477} \approx 3.561$، إذن $x \approx 1.781$.

25 حل المعادلة $e^x = 15$ لإيجاد x لأقرب ثلاث منازل عشرية.

$x = \ln 15 \approx 2.708.$

حل المعادلات اللوغاريتمية

26 حل المعادلة $\log_2(x) = 5$.

$x = 2^5 = 32.$

27 حل المعادلة $\log_3(x-1) = 2$.

$x - 1 = 3^2 = 9 \Rightarrow x = 10.$

28 حل المعادلة $\log(x) + \log(x-3) = 1$.

$\log[x(x-3)] = 1 \Rightarrow x(x-3) = 10 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x-5)(x+2) = 0.$ إذن $x = -2$ نرفض

$x = 5.$ اللوغاريتم غير معرّف؛

29 حل المعادلة $\log_2(x+3) + \log_2(x-1) = 5$.

$\log_2[(x+3)(x-1)] = 5 \Rightarrow (x+3)(x-1) = 32 \Rightarrow x^2 + 2x - 35 = 0 \Rightarrow (x+7)(x-5) = 0.$ $x = -7$ نرفض

$x = 5.$ ؛ إذن $x - 1 < 0$ يجعل

اللوغاريتم الطبيعي والعدد

30 أوجد قيمة $\ln(e^3)$.

$\ln(e^3) = 3.$

31 أوجد قيمة $\ln(1)$.

$\ln(1) = 0.$

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

32 حل المعادلة $\ln(x) = 2$ لإيجاد x بدلالة e.

$x = e^2$.

نماذج النمو والتحلل الأسي

33 يُمثّل عدد سكان بلدة بالدالة $P(t) = 5000e^{0.03t}$، حيث t بالسنوات. أوجد $P(10)$ لأقرب عدد صحيح.

$P(10) = 5000e^{0.3} = 5000(1.34986) \approx 6749$.

34 تتحلل مادة مشعة وفق $A(t) = 200e^{-0.05t}$ بالجرام. أوجد $A(20)$ لأقرب منزلة عشرية واحدة.

$A(20) = 200e^{-1} = 200(0.36788) \approx 73.6$ جراماً.

35 حدد ما إذا كانت $N(t) = 50e^{0.02t}$ تمثل نمواً أو تحللاً، وبرر إجابتك.

نمو معامل الأس 0.02 موجب، إذن N تتزايد مع تزايد t.

مسائل لفظية: النماذج الأسية في سياقات تطبيقية

36 هذا السؤال يتكون من جزأين. استثمار قيمته 2000 دولار ينمو وفق $A(t) = 2000e^{0.04t}$، حيث t بالسنوات.

أ أوجد قيمة الاستثمار بعد 5 سنوات لأقرب دولار. $A(5) = 2000e^{0.2} = 2000(1.2214) \approx 2443$ دولاراً.

ب أوجد عدد السنوات اللازمة لمضاعفة الاستثمار لأقرب منزلة عشرية واحدة باستخدام $\ln 2 \approx 0.693$. $2 = e^{0.04t} \Rightarrow 0.04t = \ln 2 \approx 0.693 \Rightarrow t \approx 17.3$ سنة.

37 وفق $T(t) = 20 + 60e^{-0.1t}$ بالدرجة المئوية، حيث t عدد الدقائق بعد التحضير و20 هي درجة حرارة الغرفة. هذا السؤال يتكون من جزأين. يبرد كوب قهوة

أ أوجد درجة الحرارة بعد 15 دقيقة لأقرب منزلة عشرية واحدة باستخدام $e^{-1.5} \approx 0.2231$. $T(15) = 20 + 60e^{-1.5} = 20 + 60(0.2231) \approx 33.4$.

ب أوجد عدد الدقائق اللازمة لتنخفض درجة الحرارة إلى 35 لأقرب منزلة عشرية واحدة باستخدام $\ln 4 \approx 1.386$. $35 = 20 + 60e^{-0.1t} \Rightarrow e^{-0.1t} = 0.25 \Rightarrow -0.1t = -\ln 4 \approx -1.386 \Rightarrow t \approx 13.9$ دقيقة.

اختيار من متعدد تقييم المقادير الأسية

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

38 أوجد 3^4.

أ. 81

ب. 243

ج. 12

د. 64

$3^4 = 81$.

39 أوجد 4^{-2}.

أ. $-\frac{1}{16}$

ب. $\frac{1}{16}$

ج. $\frac{1}{8}$

د. 16

$4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$.

40 أوجد $25^{1/2}$.

أ. 5

ب. 50

ج. 12.5

د. 625

$25^{1/2} = \sqrt{25} = 5$.

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

41 أوجد $8^{2/3}$.

أ. 5.33

ب. 4

ج. 2

د. 16

$8^{2/3} = (8^{1/3})^2 = 2^2 = 4$.

42 أوجد 2^{-3}.

أ. -8

ب. $\frac{1}{6}$

ج. 8

د. $\frac{1}{8}$

$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$.

43 أوجد $32^{3/5}$.

أ. 2

ب. 16

ج. 8

د. 32

$32^{3/5} = (32^{1/5})^3 = 2^3 = 8$.

اختيار من متعدد تقييم اللوغاريتمات

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

44 أوجد $\log_3 27$.

أ. 3

ب. 1

ج. 27

د. 9

$3^3 = 27$.

45 أوجد $\log_2 64$.

أ. 32

ب. 8

ج. 5

د. 6

$2^6 = 64$.

46 أوجد $\log_7 1$.

أ. 1

ب. غير معرّف

ج. 7

د. 0

$7^0 = 1$.

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

47 أوجد $\log_{10} 0.001$.

أ. 0.001

ب. -3

ج. -2

د. 3

$10^{-3} = 0.001$.

48 أوجد $\log_4 16$.

أ. 4

ب. 8

ج. 2

د. 16

$4^2 = 16$.

49 أوجد $\log_5 125$.

أ. 5

ب. 3

ج. 1

د. 25

$5^3 = 125$.

اختيار من متعدد قوانين اللوغاريتمات: الضرب والقسمة

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

50 اكتب $\log_3(9x)$ كمجموع لوغاريتمات.

أ. $2 + \log_3 x$

ب. $2\log_3 x$

ج. $9 + \log_3 x$

د. فقط $\log_3 9 + \log_3 x$

$\log_3(9x) = \log_3 9 + \log_3 x = 2 + \log_3 x$.

51 اكتب $\log_5\left(\frac{x}{25}\right)$ كفرق لوغاريتمات.

أ. $\log_5 x - 25$

ب. $2 - \log_5 x$

ج. $\log_5 x - 2$

د. $\frac{\log_5 x}{2}$

$\log_5\left(\frac{x}{25}\right) = \log_5 x - \log_5 25 = \log_5 x - 2$.

52 اجمع $\log_2 4 + \log_2 8$ في لوغاريتم واحد وأوجد قيمته.

أ. 32

ب. 5

ج. 12

د. 2

$\log_2(4 \times 8) = \log_2 32 = 5$.

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

53 اجمع $\log_3 54 - \log_3 2$ في لوغاريتم واحد وأوجد قيمته.

أ. 27

ب. 3

ج. 26

د. 52

$\log_3 (54 \div 2) = \log_3 27 = 3$.

اختيار من متعدد قوانين اللوغاريتمات: قاعدة القوة

54 اكتب $\log(x^7)$ باستخدام قاعدة القوة.

أ. $7\log x$

ب. $x^7 \log x$

ج. دون تغيير $\log x^7$

د. $\log(7x)$

قاعدة القوة: $\log(x^n) = n\log x$.

55 أوجد $\log_3 (9^2)$ باستخدام قاعدة القوة.

أ. 18

ب. 81

ج. 2

د. 4

$2\log_3 9 = 2(2) = 4$.

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

56 اكتب $3\log_2 x + \log_2 y$ كلوغاريتم واحد.

أ. $3\log_2 (xy)$

ب. $\log_2 (x^3 + y)$

ج. $\log_2 (x^3 y)$

د. $\log_2 (3xy)$

$3\log_2 x = \log_2 (x^3)$ ؛ بالدمج مع $\log_2 y$: $\log_2 (x^3 y)$.

57 اكتب $4\log x - \log y$ كلوغاريتم واحد.

أ. $\log\left(\frac{x^4}{y}\right)$

ب. $\log(4x - y)$

ج. $4\log\left(\frac{x}{y}\right)$

د. $\log\left(\frac{4x}{y}\right)$

$4\log x = \log(x^4)$ ؛ بالدمج $\log\left(\frac{x^4}{y}\right)$.

اختيار من متعدد فك وتكثيف المقادير اللوغاريتمية

58 افك $\log\left(\frac{x^2 y}{z^3}\right)$ بالكامل.

أ. $2\log x + \log y - 3\log z$

ب. $2\log x - \log y - 3\log z$

ج. دون تغيير $\log x^2 + \log y - \log z^3$

د. $2\log x + \log y + 3\log z$

بتطبيق قاعدتي القسمة والقوة: $2\log x + \log y - 3\log z$.

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

59 كثّف $2\ln x - 3\ln y$ في لوغاريتم واحد.

أ. $\ln\left(\frac{x^2}{y^3}\right)$

ب. $\ln\left(\frac{x^2}{y}\right) - 3$

ج. $\ln\left(\frac{x^3}{y^2}\right)$

د. $\ln(x^2 - y^3)$

$2\ln x = \ln(x^2)$، $3\ln y = \ln(y^3)$: $\ln\left(\frac{x^2}{y^3}\right)$.

60 افك $\log_2\left(\sqrt{x} \cdot y^4\right)$ بالكامل.

أ. $\frac{1}{2}\log_2 x + 4\log_2 y$

ب. دون تغيير $\frac{1}{2}\log_2 x + \log_2 y^4$

ج. $2\log_2 x + 4\log_2 y$

د. $\frac{1}{4}\log_2 x + 2\log_2 y$

$\sqrt{x} = x^{1/2}$: $\frac{1}{2}\log_2 x + 4\log_2 y$.

61 كثّف $\frac{1}{2}\log x + 2\log y$ في لوغاريتم واحد.

أ. $\log(x \cdot y^2)$

ب. $\log\left(\frac{\sqrt{x}}{y^2}\right)$

ج. $\log(\sqrt{x} \cdot y^2)$

د. $\log(2\sqrt{x} \cdot y)$

$\frac{1}{2}\log x = \log\sqrt{x}$ بالدمج ؛ $\log(\sqrt{x} \cdot y^2)$.

اختيار من متعدد حل المعادلات الأسية بمطابقة الأساسات

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

62 حل $2^x = 64$.

أ. $x = 8$

ب. $x = 6$

ج. $x = 32$

د. $x = 5$

$2^6 = 64$.

63 حل $3^{x+2} = 27$.

أ. $x = 9$

ب. $x = 1$

ج. $x = 5$

د. $x = 3$

$3^{x+2} = 3^3 \Rightarrow x + 2 = 3 \Rightarrow x = 1$.

64 حل $5^{3x} = 125$.

أ. $x = \frac{1}{3}$

ب. $x = 41.67$

ج. $x = 3$

د. $x = 1$

$5^{3x} = 5^3 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$.

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

65 حل $4^x = \frac{1}{16}$.

أ. $x = 4$

ب. $x = -4$

ج. $x = -2$

د. $x = 2$

$4^x = 4^{-2} \Rightarrow x = -2$.

66 حل $2^{2x-1} = 32$.

أ. $x = 3$

ب. $x = 2.5$

ج. $x = 6$

د. $x = 5.5$

$2^{2x-1} = 2^5 \Rightarrow 2x - 1 = 5 \Rightarrow x = 3$.

اختيار من متعدد حل المعادلات الأسية باستخدام اللوغاريتمات

67 حل $2^x = 12$ لـx، مقربًا لثلاث منازل عشرية.

أ. 3.585

ب. 3.170

ج. 4.000

د. 2.485

$x = \frac{\ln 12}{\ln 2} \approx 3.585$.

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

68 حل $7^x = 50$ لـx، مقربًا لثلاث منازل عشرية.

أ. 7.143

ب. 2.010

ج. 3.000

د. 1.505

$x = \frac{\ln 50}{\ln 7} \approx 2.010$.

69 حل $4^{2x} = 90$ لـx، مقربًا لثلاث منازل عشرية.

أ. 6.492

ب. 3.246

ج. 1.623

د. 0.811

$2x = \frac{\ln 90}{\ln 4} \approx 3.246 \Rightarrow x \approx 1.623$.

70 حل $e^x = 25$ لـx، مقربًا لثلاث منازل عشرية.

أ. 25.000

ب. 2.303

ج. 3.219

د. 12.500

$x = \ln 25 \approx 3.219$.

اختيار من متعدد حل المعادلات اللوغاريتمية

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

71 حل $\log_3(x) = 4$.

أ. $x = 7$

ب. $x = 12$

ج. $x = 64$

د. $x = 81$

$3^4 = 81$.

72 حل $\log_2(x-1) = 3$.

أ. $x = 6$

ب. $x = 9$

ج. $x = 7$

د. $x = 8$

$x - 1 = 2^3 = 8 \Rightarrow x = 9$.

73 حل $\log(x) + \log(x-3) = 1$.

أ. $x = -2$

ب. $x = 5$

ج. $x = 10$

د. $x = 13$

$\log(x(x-3)) = 1 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x-5)(x+2) = 0$ فقط ؛ $x = 5$ يُبقي اللوغاريتمين معرّفين.

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

74 حل $\log_2(x+2)+\log_2(x-2)=5$.

أ. $x=6$

ب. $x=-6$

ج. $x=34$

د. $x=18$

يُبقي اللوغاريتمين معرّفين $x=6$ ؛ فقط $(x+2)(x-2)=2^5=32 \Rightarrow x^2-4=32 \Rightarrow x^2=36$.

اختيار من متعدد اللوغاريتمات الطبيعية والعدد

75 أوجد $\ln(e^5)$.

أ. 0

ب. e^5

ج. 1

د. 5

$\ln(e^x)=x$.

76 أوجد $\ln\left(\frac{1}{e}\right)$.

أ. 1

ب. e

ج. -1

د. 0

$\ln(e^{-1})=-1$.

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

77 حل $\ln(x) = 3$ لـx، بدلالة e.

أ. $x = e^{1/3}$

ب. $x = 3$

ج. $x = e^3$

د. $x = 3e$

$\ln(x) = 3 \Rightarrow x = e^3$.

78 أوجد $e^{\ln 7}$.

أ. 7

ب. $\ln 7$

ج. 1

د. e^7

$e^{\ln x} = x$.

اختيار من متعدد نماذج النمو والتناقص الأسي

79 يُمثّل عدد سكان بلدة بالدالة $P(t) = 8{,}000e^{0.025t}$، حيث t بالسنوات. أوجد $P(15)$، مقربًا لأقرب عدد صحيح.

أ. 8,300

ب. 11,000

ج. 11,640

د. 12,000

$P(15) = 8{,}000e^{0.375} \approx 11{,}640$.

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

80 تتحلل مادة مشعة وفق $A(t) = 150e^{-0.04t}$ بالغرام. أوجد $A(25)$، مقربًا لمنزلة عشرية واحدة.

أ. 60.7

ب. 50.0

ج. 75.0

د. 55.2

غ. $A(25) = 150e^{-1} \approx 55.2$

81 حدد ما إذا كانت $N(t) = 80e^{-0.015t}$ تمثّل نموًا أم تناقصًا.

أ. تناقص

ب. نمو

ج. لا هذا ولا ذاك

د. لا يمكن تحديد ذلك

معامل الأس سالب: تناقص.

82 حدد ما إذا كانت $M(t) = 30e^{0.01t}$ تمثّل نموًا أم تناقصًا.

أ. تناقص

ب. نمو

ج. لا يمكن تحديد ذلك

د. لا هذا ولا ذاك

معامل الأس موجب: نمو.

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

83 يوضح الرسم البياني دالة أسية. بناءً على الرسم البياني، هل يمثّل نموًا أم تناقصًا؟

أ. لا يمكن تحديد ذلك

ب. لا هذا ولا ذاك

ج. تناقص

د. نمو

يرتفع المنحنى مع زيادة x: نمو.

اختيار من متعدد مسائل لفظية: النماذج الأسية في سياقها

84 دولار وفق $A(t) = 3{,}000e^{0.05t}$ دولارًا، حيث t بالسنوات. أوجد قيمة الاستثمار بعد 8 سنوات، مقربًا لأقرب دولار.
ينمو استثمار قدره 3,000

أ. 4,200

ب. 4,800

ج. 4,475

د. 3,400

$A(8) = 3{,}000e^{0.4} \approx 4{,}475$ دولارًا.

85 وفق $T(t) = 22 + 70e^{-0.08t}$ م، حيث t بالدقائق. أوجد درجة الحرارة بعد 15 دقيقة، مقربًا لمنزلة عشرية واحدة.
يبرد كوب قهوة

أ. 50.0م

ب. 43.1م

ج. 38.5م

د. 22.0م

$T(15) = 22 + 70e^{-1.2} \approx 43.1$م.

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

86 يتضاعف عدد بكتيريا كل 3 ساعات، بدءًا من 500. باستخدام $P(t) = 500 \cdot 2^{t/3}$، أوجد العدد بعد 9 ساعات.

أ. 4,000

ب. 2,000

ج. 8,000

د. 1,500

$P(9) = 500 \times 2^3 = 4{,}000$.

87 سيارة وفق $V(t) = 25{,}000(0.85)^t$ دولارًا، حيث t بالسنوات. أوجد قيمة السيارة بعد 5 سنوات، مقربًا لأقرب دولار. تنخفض قيمة

أ. 11,093

ب. 12,750

ج. 9,500

د. 10,625

$V(5) = 25{,}000(0.85)^5 \approx 11{,}093$ دولارًا.

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647