الدوال الأسية واللوغاريتمية

مفتاح الإجابات

حساب المقادير الأسية

1 أوجد قيمة 2^5.

$2^5 = 32$.

2 أوجد قيمة 3^{-2}.

$3^{-2} = \frac{1}{9}$.

3 أوجد قيمة $16^{1/2}$.

$16^{1/2} = 4$.

4 أوجد قيمة $27^{2/3}$.

$27^{2/3} = (27^{1/3})^2 = 3^2 = 9$.

حساب اللوغاريتمات

5 أوجد قيمة $\log_2 32$.

بما أن $2^5 = 32$، فإن $\log_2 32 = 5$.

6 أوجد قيمة $\log_3 81$.

بما أن $3^4 = 81$، فإن $\log_3 81 = 4$.

7 أوجد قيمة $\log_5 1$.

$\log_5 1 = 0$.

8 أوجد قيمة $\log_{10} 0.01$.

بما أن $10^{-2} = 0.01$، فإن $\log_{10} 0.01 = -2$.

قوانين اللوغاريتمات: الضرب والقسمة

9 اكتب $\log_2 (8x)$ على صورة مجموع لوغاريتمين.

$\log_2 (8x) = \log_2 8 + \log_2 x = 3 + \log_2 x$.

10 اكتب $\log_3 \left(\frac{x}{9}\right)$ على صورة فرق لوغاريتمين.

$\log_3 \left(\frac{x}{9}\right) = \log_3 x - \log_3 9 = \log_3 x - 2$.

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

11 اجمع $\log_5 5 + \log_5 25$ في لوغاريتم واحد وأوجد قيمته.

$\log_5 (5 \times 25) = \log_5 125 = 3$ بما أن $5^3 = 125$.

12 اجمع $\log_2 24 - \log_2 3$ في لوغاريتم واحد وأوجد قيمته.

$\log_2 \left(\frac{24}{3}\right) = \log_2 8 = 3$.

قوانين اللوغاريتمات: قاعدة القوة

13 اكتب $\log(x^5)$ باستخدام قاعدة القوة.

$\log(x^5) = 5\log x$.

14 أوجد قيمة $\log_2 (4^3)$ باستخدام قاعدة القوة.

$\log_2 (4^3) = 3\log_2 4 = 3(2) = 6$.

15 اكتب $2\log_3 x + \log_3 y$ على صورة لوغاريتم واحد.

$2\log_3 x + \log_3 y = \log_3 (x^2 y)$.

توسيع وتكثيف المقادير اللوغاريتمية

16 وسّع $\log \left(\frac{x^3 y}{z^2}\right)$ بالكامل.

$3\log x + \log y - 2\log z$.

17 كثّف $3\ln x - 2\ln y$ في لوغاريتم واحد.

$\ln \left(\frac{x^3}{y^2}\right)$.

18 وسّع $\log_2 (\sqrt{x} \cdot y^3)$ بالكامل.

$\sqrt{x} = x^{1/2}$، إذن المقدار يساوي $\frac{1}{2}\log_2 x + 3\log_2 y$.

حل المعادلات الأسية بأساسين متساويين

19 حل المعادلة $2^x = 32$.

$32 = 2^5$، إذن $x = 5$.

20 حل المعادلة $3^{x+1} = 81$.

$81 = 3^4$، إذن $x + 1 = 4 \Rightarrow x = 3$.

21 حل المعادلة $5^{2x} = 125$.

$125 = 5^3$، إذن $2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$.

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

حل المعادلات الأسية باستخدام اللوغاريتمات

22 حل المعادلة $2^x = 10$ لإيجاد x لأقرب ثلاث منازل عشرية.

$x = \frac{\log 10}{\log 2} \approx \frac{1}{0.301} \approx 3.322$.

23 حل المعادلة $5^x = 40$ لإيجاد x لأقرب ثلاث منازل عشرية.

$x = \frac{\log 40}{\log 5} \approx \frac{1.602}{0.699} \approx 2.292$.

24 حل المعادلة $3^{2x} = 50$ لإيجاد x لأقرب ثلاث منازل عشرية.

$2x = \frac{\log 50}{\log 3} \approx \frac{1.699}{0.477} \approx 3.561$، إذن $x \approx 1.781$.

25 حل المعادلة $e^x = 15$ لإيجاد x لأقرب ثلاث منازل عشرية.

$x = \ln 15 \approx 2.708$.

حل المعادلات اللوغاريتمية

26 حل المعادلة $\log_2(x) = 5$.

$x = 2^5 = 32$.

27 حل المعادلة $\log_3(x-1) = 2$.

$x - 1 = 3^2 = 9 \Rightarrow x = 10$.

28 حل المعادلة $\log(x) + \log(x-3) = 1$.

$\log[x(x-3)] = 1 \Rightarrow x(x-3) = 10 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x-5)(x+2) = 0$. إذن $x = -2$ نرفض

$x = 5$. اللوغاريتم غير معرّف؛

29 حل المعادلة $\log_2(x+3) + \log_2(x-1) = 5$.

$\log_2[(x+3)(x-1)] = 5 \Rightarrow (x+3)(x-1) = 32 \Rightarrow x^2 + 2x - 35 = 0 \Rightarrow (x+7)(x-5) = 0$. نرفض

$x = 5$. ؛ إذن $x - 1 < 0$ يجعل $x = -7$

اللوغاريتم الطبيعي والعدد

30 أوجد قيمة $\ln(e^3)$.

$\ln(e^3) = 3$.

31 أوجد قيمة $\ln(1)$.

$\ln(1) = 0$.

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647

32 حل المعادلة $\ln(x) = 2$ لإيجاد x بدلالة e.

$x = e^2$.

نماذج النمو والتحلل الأسي

33 يُمثّل عدد سكان بلدة بالدالة $P(t) = 5000e^{0.03t}$، حيث t بالسنوات. أوجد $P(10)$ لأقرب عدد صحيح.

$P(10) = 5000e^{0.3} = 5000(1.34986) \approx 6749$.

34 تتحلل مادة مشعة وفق $A(t) = 200e^{-0.05t}$ بالجرام. أوجد $A(20)$ لأقرب منزلة عشرية واحدة.

$A(20) = 200e^{-1} = 200(0.36788) \approx 73.6$ جراماً.

35 حدد ما إذا كانت $N(t) = 50e^{0.02t}$ تمثل نمواً أو تحللاً، وبرر إجابتك.

نمو معامل الأس 0.02 موجب، إذن N تتزايد مع تزايد t.

مسائل لفظية: النماذج الأسية في سياقات تطبيقية

36 هذا السؤال يتكون من جزأين. استثمار قيمته 2000 دولار ينمو وفق $A(t) = 2000e^{0.04t}$، حيث t بالسنوات.

أ أوجد قيمة الاستثمار بعد 5 سنوات لأقرب دولار. $A(5) = 2000e^{0.2} = 2000(1.2214) \approx 2443$ دولاراً.

ب أوجد عدد السنوات اللازمة لمضاعفة الاستثمار لأقرب منزلة عشرية واحدة باستخدام $\ln 2 \approx 0.693$. $2 = e^{0.04t} \Rightarrow 0.04t = \ln 2 \approx 0.693 \Rightarrow t \approx 17.3$ سنة.

37 وفق $T(t) = 20 + 60e^{-0.1t}$ بالدرجة المئوية، حيث t عدد الدقائق بعد التحضير و20 هي درجة حرارة الغرفة. هذا السؤال يتكون من جزأين. يبرد كوب قهوة

أ أوجد درجة الحرارة بعد 15 دقيقة لأقرب منزلة عشرية واحدة باستخدام $e^{-1.5} \approx 0.2231$. $T(15) = 20 + 60e^{-1.5} = 20 + 60(0.2231) \approx 33.4$.

ب أوجد عدد الدقائق اللازمة لتنخفض درجة الحرارة إلى 35 لأقرب منزلة عشرية واحدة باستخدام $\ln 4 \approx 1.386$. $35 = 20 + 60e^{-0.1t} \Rightarrow e^{-0.1t} = 0.25 \Rightarrow -0.1t = -\ln 4 \approx -1.386 \Rightarrow t \approx 13.9$ دقيقة.

© ClipSAT: By Mr. Mohamed Abdallah +966597688647