

---

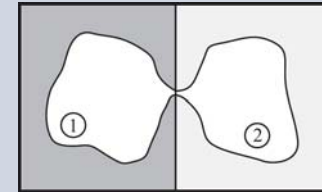
# Wärme- und Stoffübertragung I

## Kirchhoffsches Gesetz

Prof. Dr. -Ing. Reinhold Kneer  
Dr. -Ing. Dr. rer. pol. Wilko Rohlf

## Virtuelles Experiment

- Zusammenhang zwischen Absorptionsgrad und Emissionsgrad



## Kirchhoffsches Gesetz

- Bedingungen bei denen  $\varepsilon = \alpha$  (wellenlängenunabhängig) gilt?

$$\varepsilon = \alpha$$

## Hohlraumkörper

Strahlung durch Hohlraumöffnung

$$t = 0 ; \quad T_1 > T_2$$

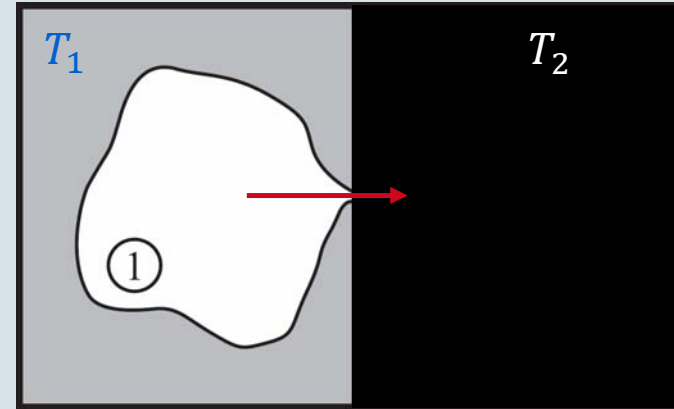
keine Rückreflexion durch Öffnung  
von Körper 2 auf Körper 1  
(sehr kleiner Spalt)

⇒ vollständige Absorption innerhalb des Körpers 2

$$t \rightarrow \infty ;$$

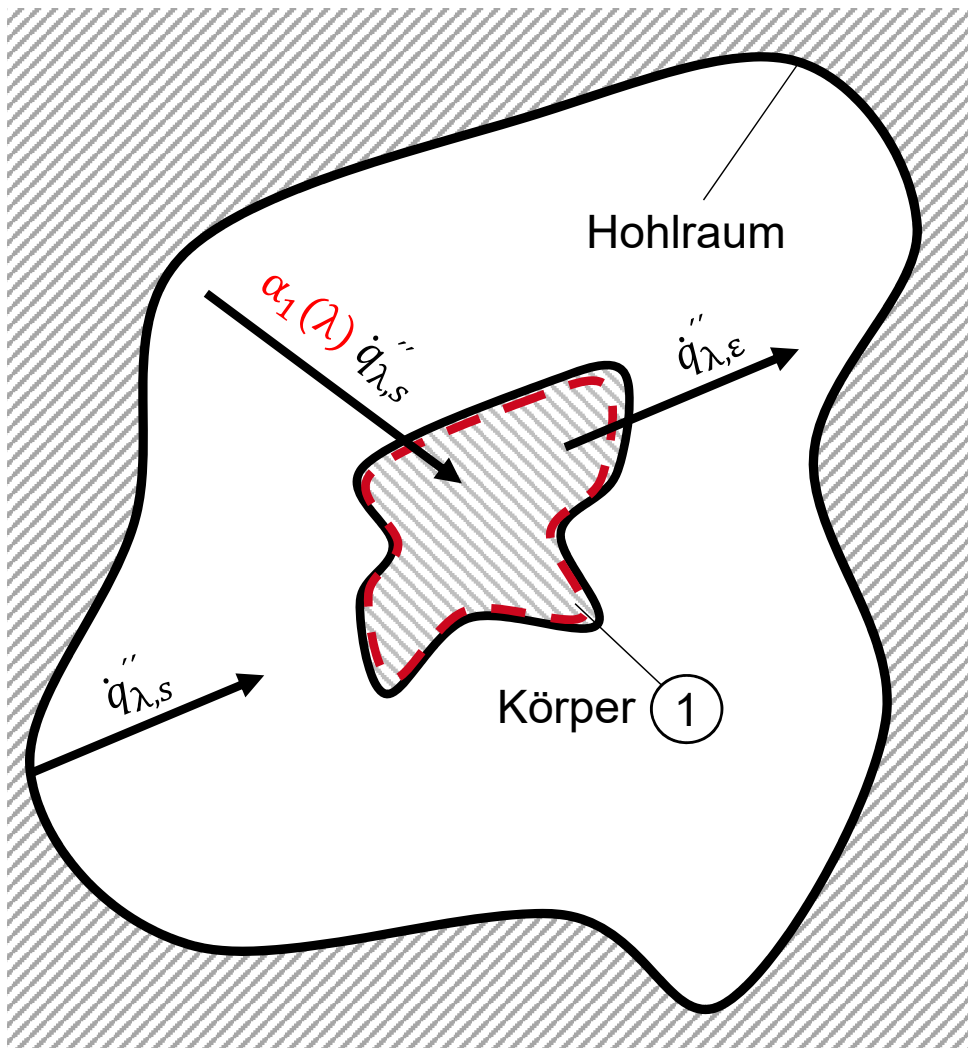
$$T_1 = T_2$$

$$\dot{q}_{1 \rightarrow 2}'' = \dot{q}_{2 \rightarrow 1}''$$



Die Strahlung eines  
**Hohlraums** entspricht der  
eines **schwarzen Körpers**

# Umschlossener Körper



## Strahlung

Einfallende Strahlung:	$\dot{q}_{\lambda,s}''$
Absorption:	$\alpha_1(\lambda) \dot{q}_{\lambda,s}''$
Emission:	$\dot{q}_{\lambda,\varepsilon}''$

## Energiebilanz Körper 1

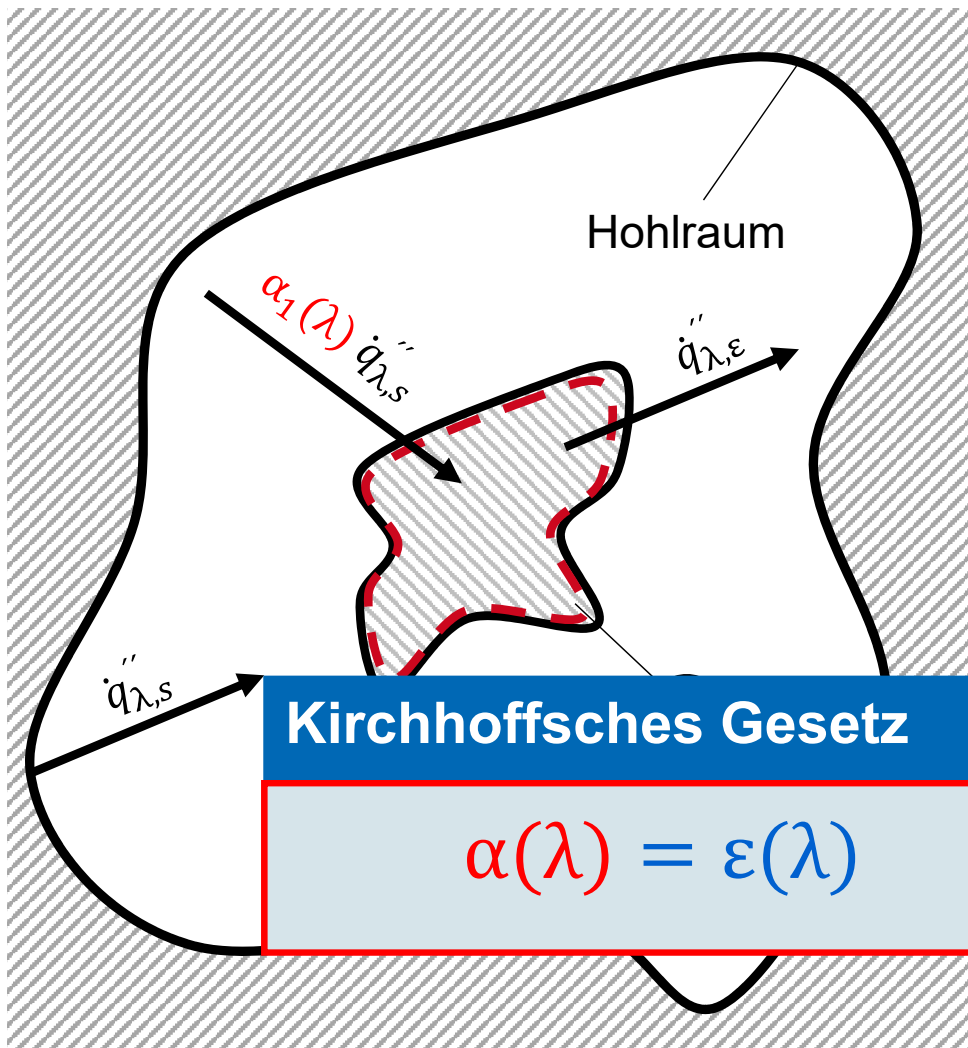
$$\alpha_1(\lambda) \dot{q}_{\lambda,s}'' A_1 = \dot{q}_{\lambda,\varepsilon}'' A_1$$

$$\alpha(\lambda) = \frac{\dot{q}_{\lambda,\varepsilon}''}{\dot{q}_{\lambda,s}''}$$

## Emissionsgrad Definition

$$\varepsilon(\lambda) = \frac{\text{vom Körper abgegebener Wärmestrom}}{\text{von einem schwarzen Körper gleicher Temperatur abgegebener Wärmestrom}}$$

# Umschlüssener Körper



## Strahlung

Einfallende Strahlung:	$\dot{q}_{\lambda,s}''$
Absorption:	$\alpha_1(\lambda) \dot{q}_{\lambda,s}''$
Emission:	$\dot{q}_{\lambda,\varepsilon}''$

## Energiebilanz Körper 1

$$\alpha_1(\lambda) \dot{q}_{\lambda,s}'' A_1 = \dot{q}_{\lambda,\varepsilon}'' A_1$$

$$\alpha(\lambda) = \frac{\dot{q}_{\lambda,\varepsilon}''}{\dot{q}_{\lambda,s}''}$$

## Emissionsgrad Definition

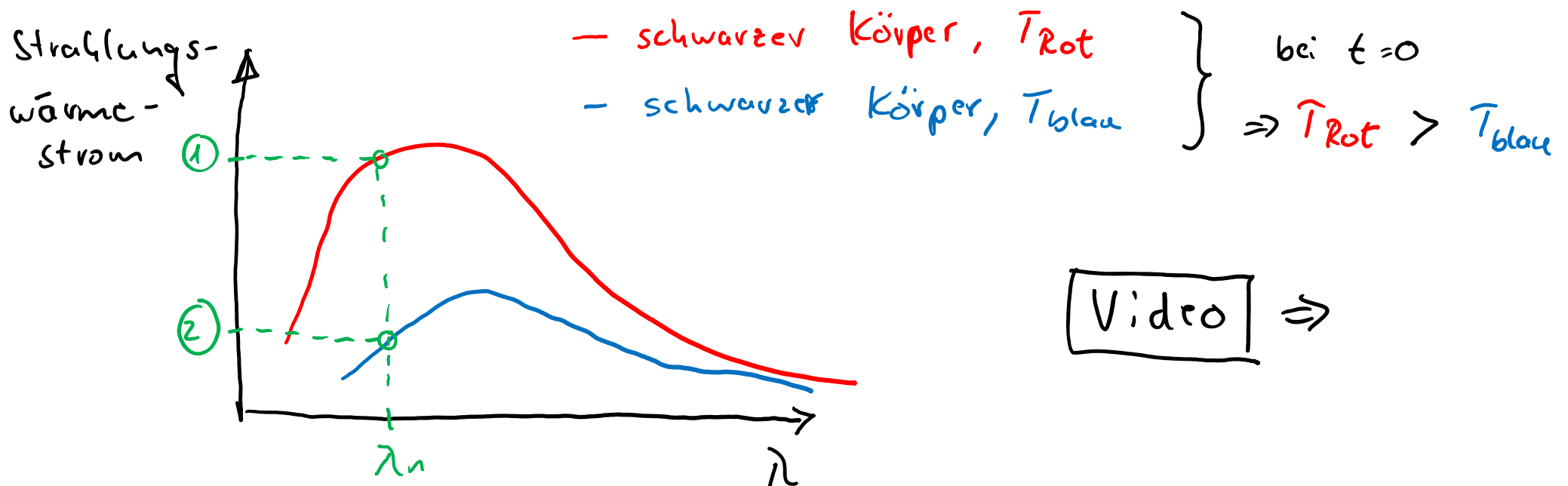
$$\varepsilon(\lambda) = \frac{\dot{q}_{\lambda,\varepsilon}''}{\dot{q}_{\lambda,s}''}$$

# Kirchhoffsches Gesetz

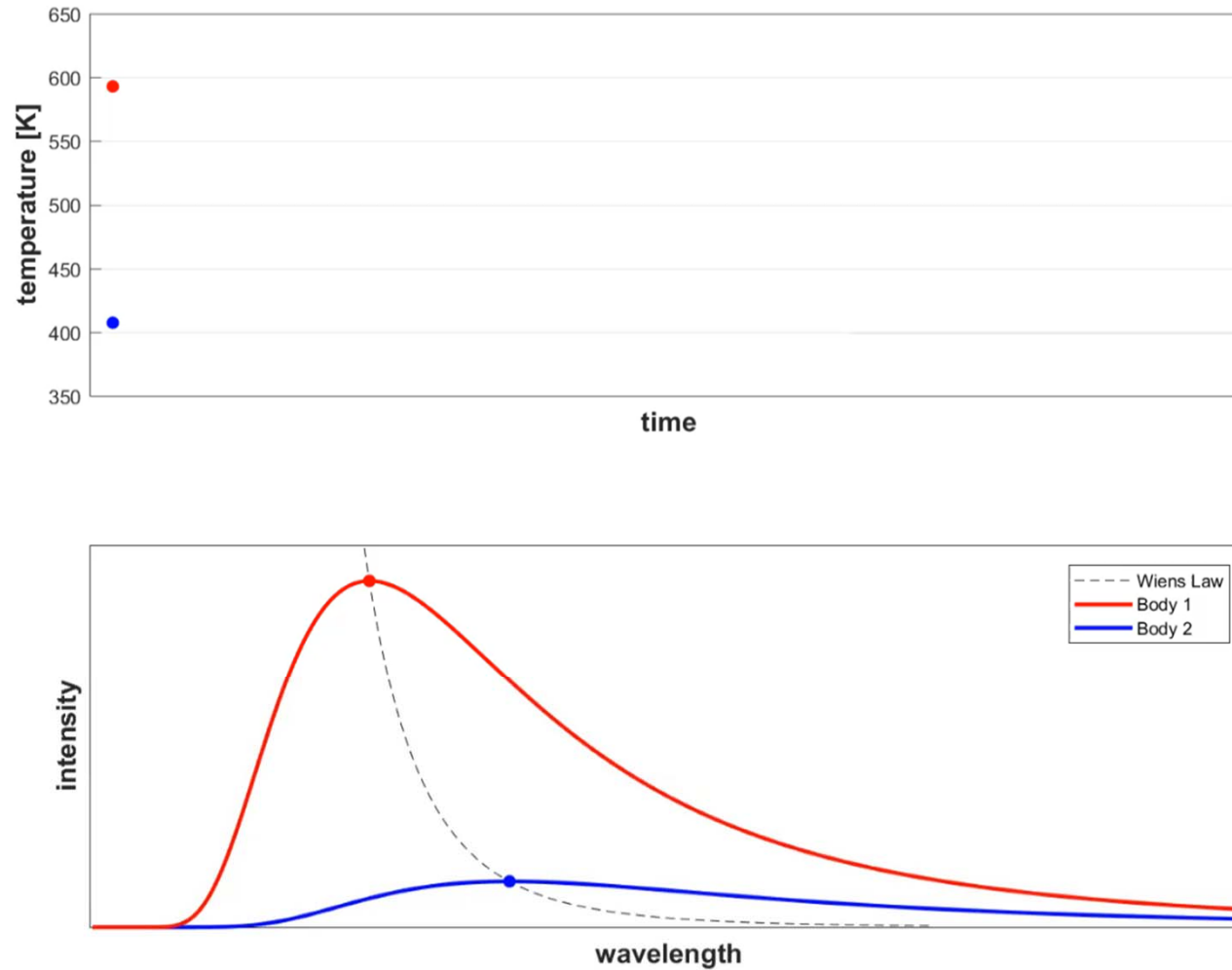
## Häufige Frage

Wenn  $\alpha(\lambda) = \varepsilon(\lambda)$  gilt, sind absorbiertes und emittierter Wärmestrom identisch?

## Beispiel



# Thermisches Gleichgewicht

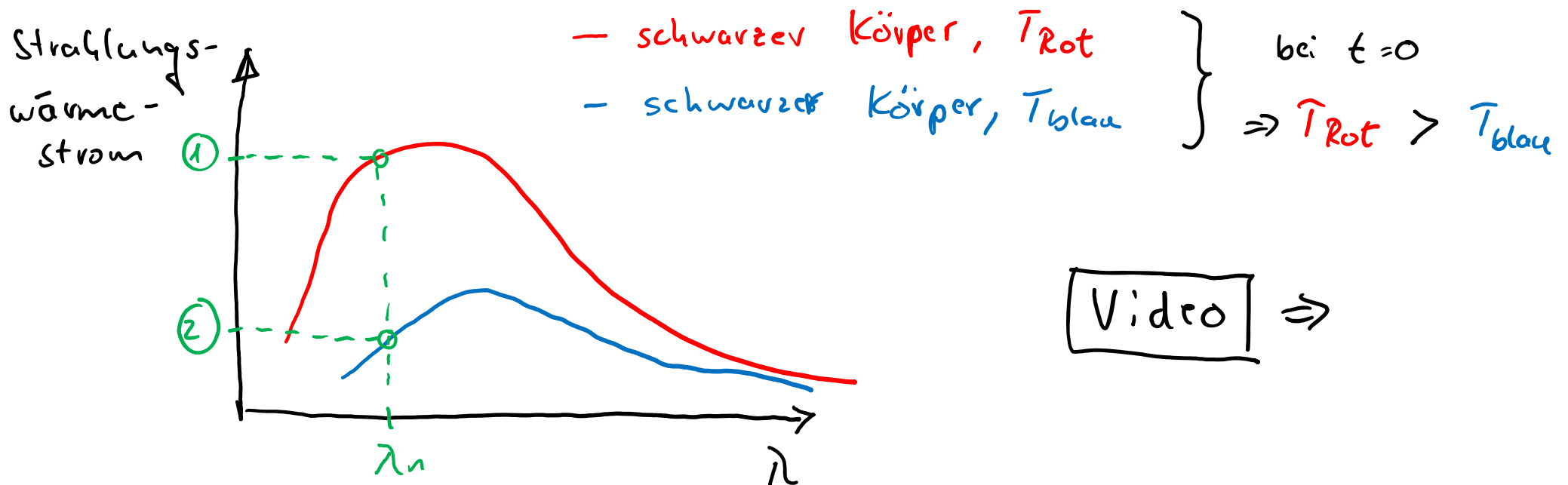


# Kirchhoffsches Gesetz

## Häufige Frage

Wenn  $\alpha(\lambda) = \varepsilon(\lambda)$  gilt, sind absorbiertes und emittierter Wärmestrom identisch?

## Beispiel





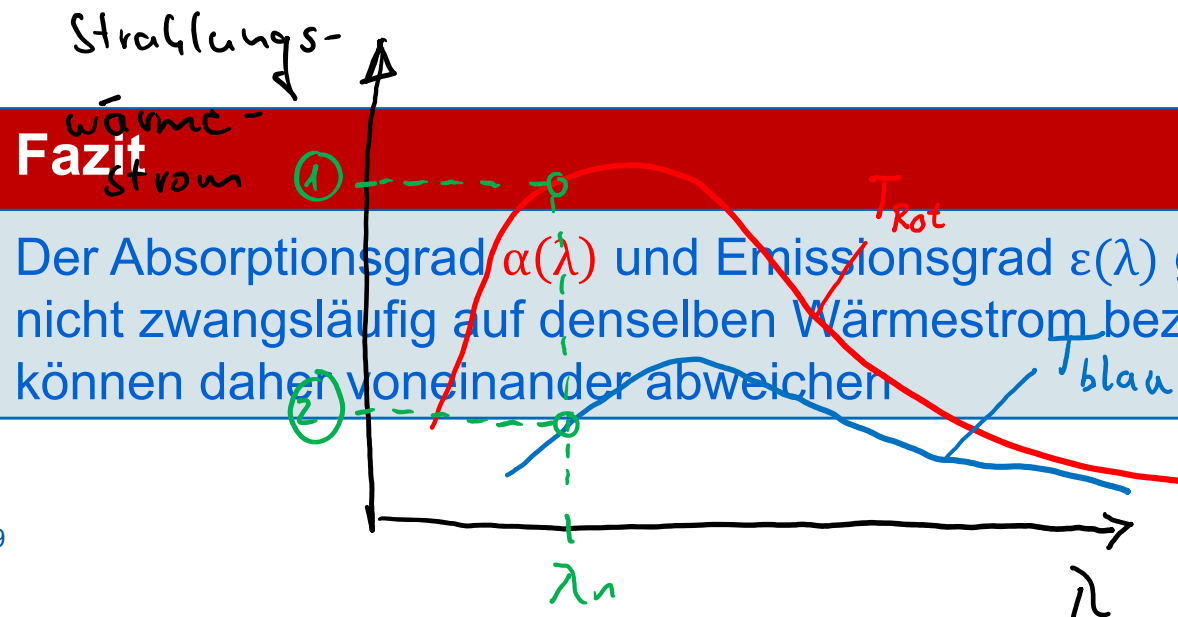
## Erklärung zum Beispiel

Bei einer festen Wellenlänge  $\lambda$  strahlt der **rote schwarze Körper** einen Wärmestrom ab, der auf der Ordinate mit ① gekennzeichnet ist. Der **blaue schwarze Körper** absorbiert alle ankommende Strahlung, also genau diesen Wärmestrom.

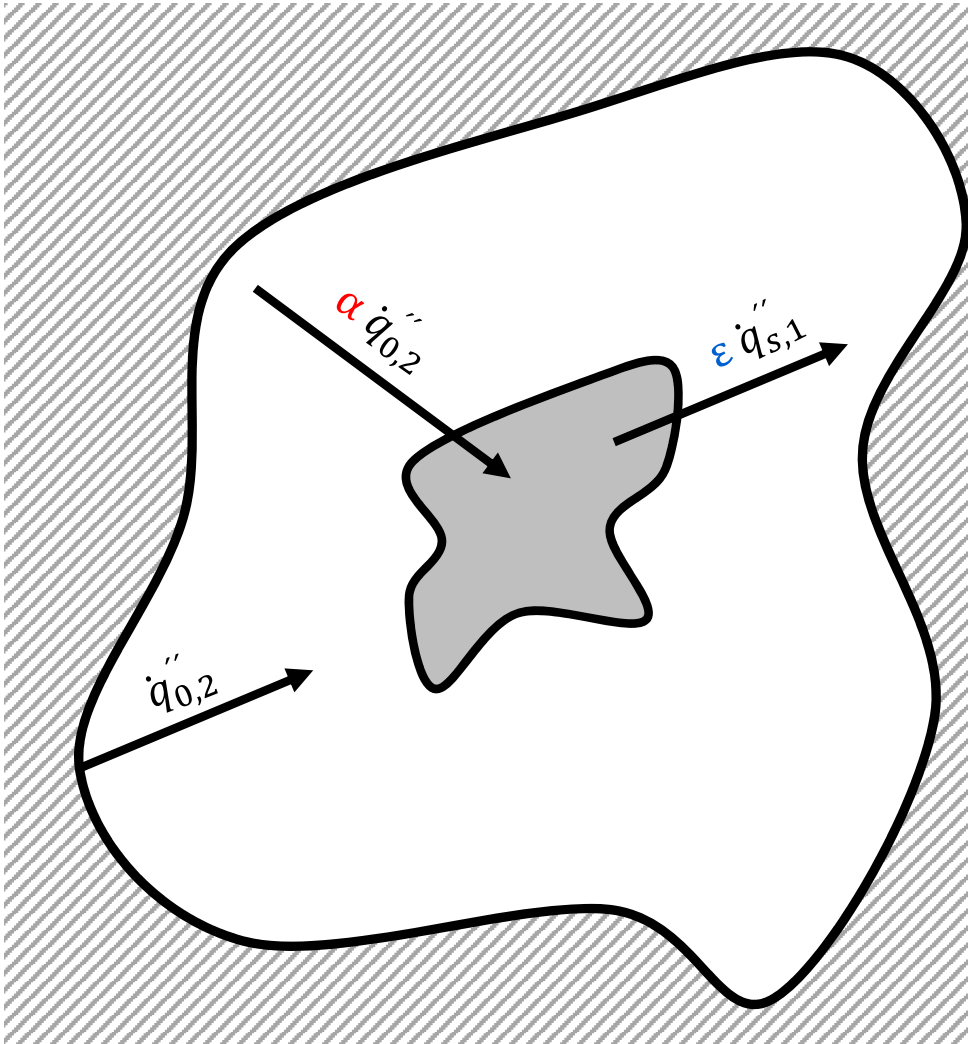
Der **blaue schwarze Körper** kann aber bei dieser Wellenlänge maximal den zu der mit  $T_{\text{blau}}$  gekennzeichneten Planck-Kurve gehörenden Wärmestrom (= ②) emittieren.

Infolge der Differenz ① - ② erhöht sich  $T_{\text{blau}}$  mit der Zeit.

Der **rote Körper** erhält vom **blauen Körper** den Wärmestrom ②, strahlt aber ① aus. Aufgrund der Differenz ② - ① erniedrigt sich folglich  $T_{\text{rot}}$  im Laufe der Zeit.



# Kirchhoffsches Gesetz



## Kirchhoffsches Gesetz auch wellenlängenunabhängig?

Fragestellung: Wenn  $\alpha(\lambda) = \epsilon(\lambda)$  gilt, kann dann auch gesagt werden, dass  $\alpha = \epsilon$  gilt?

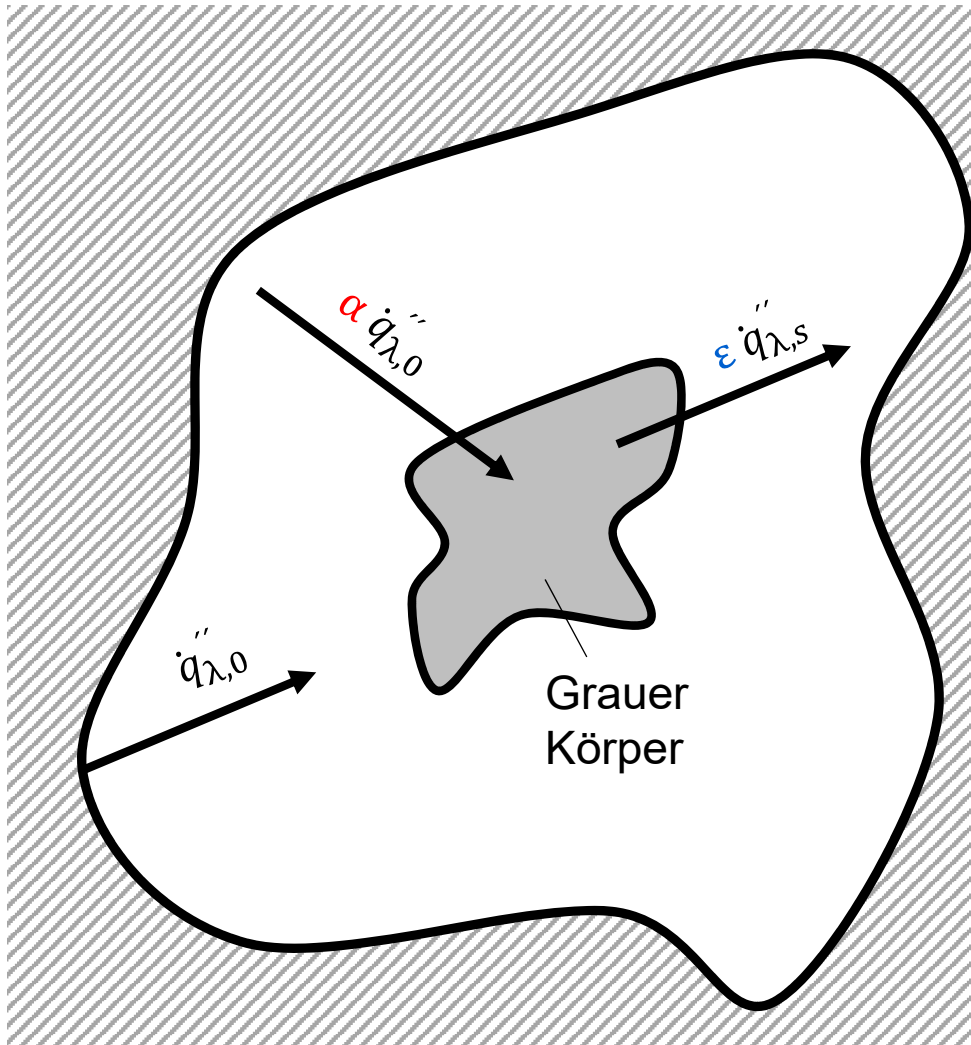
Überprüfung:

alpha gemittelt: 
$$\alpha = \frac{\dot{q}_{\alpha}''}{\dot{q}_0''} = \frac{\int_0^{\infty} \alpha(\lambda) \dot{q}_{\lambda,0}'' d\lambda}{\int_0^{\infty} \dot{q}_{\lambda,0}'' d\lambda}$$

epsilon gemittelt: 
$$\epsilon = \frac{\dot{q}_{\epsilon}''}{\dot{q}_s''} = \frac{\int_0^{\infty} \epsilon(\lambda) \dot{q}_{\lambda,s}'' d\lambda}{\int_0^{\infty} \dot{q}_{\lambda,s}'' d\lambda}$$

Wann gilt 
$$\frac{\int_0^{\infty} \epsilon(\lambda) \dot{q}_{\lambda,s}'' d\lambda}{\int_0^{\infty} \dot{q}_{\lambda,s}'' d\lambda} = \frac{\int_0^{\infty} \alpha(\lambda) \dot{q}_{\lambda,0}'' d\lambda}{\int_0^{\infty} \dot{q}_{\lambda,0}'' d\lambda} ?$$

# Kirchhoffsches Gesetz - Sonderfälle



## Körper ist grau (Fall 1)

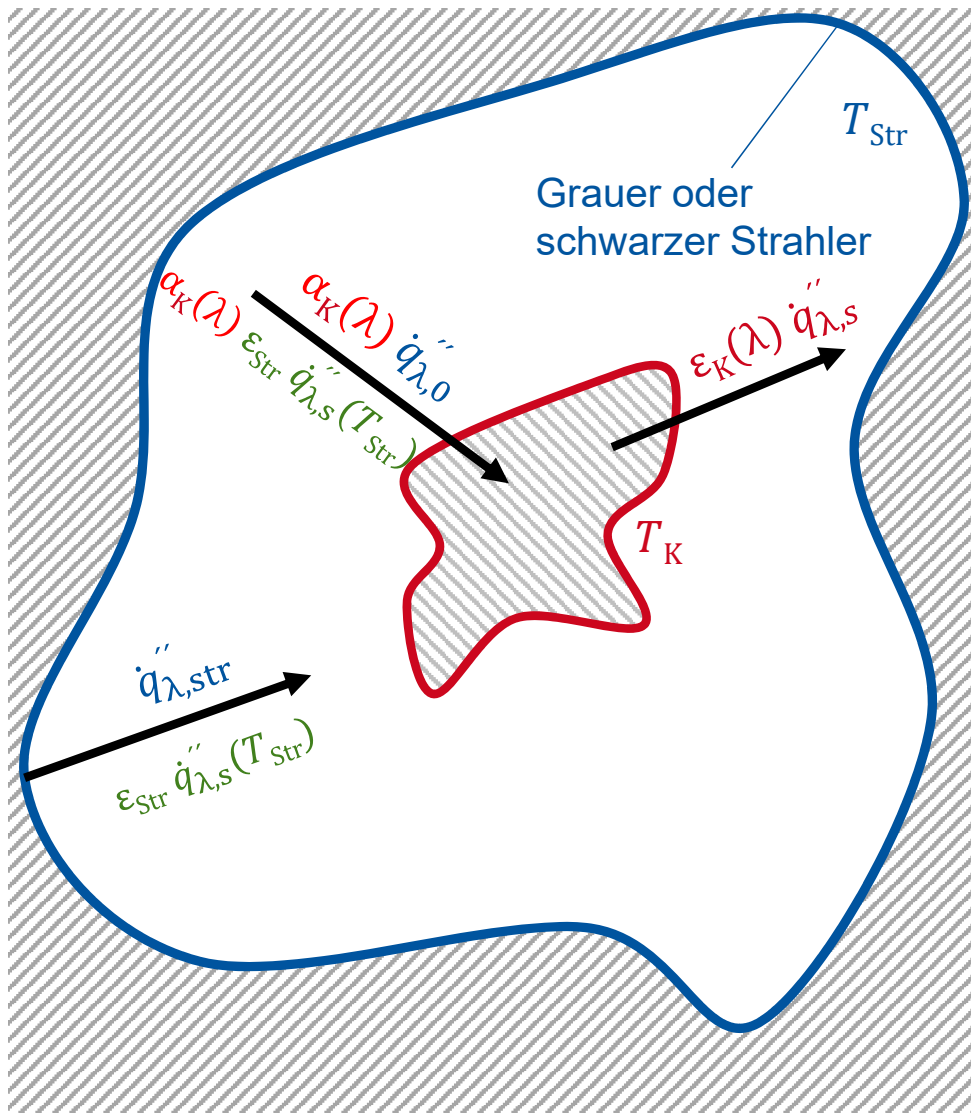
grauer Körper:  $\alpha, \epsilon \neq f(\lambda)$

$$\frac{\int_0^\infty \alpha(\lambda) \dot{q}_{\lambda,0}'' d\lambda}{\int_0^\infty \dot{q}_{\lambda,0}'' d\lambda} = \frac{\int_0^\infty \epsilon(\lambda) \dot{q}_{\lambda,s}'' d\lambda}{\int_0^\infty \dot{q}_{\lambda,s}'' d\lambda}$$

$$\alpha \frac{\int_0^\infty \dot{q}_{\lambda,0}'' d\lambda}{\int_0^\infty \dot{q}_{\lambda,0}'' d\lambda} = \epsilon \frac{\int_0^\infty \dot{q}_{\lambda,s}'' d\lambda}{\int_0^\infty \dot{q}_{\lambda,s}'' d\lambda}$$

$$\alpha = \epsilon$$

# Kirchhoffsches Gesetz - Sonderfälle



Strahler ist grau oder schwarz und Temperaturen sind ausgeglichen (Fall 2)

$$T_{\text{Str}} = T_K$$

$$\varepsilon_{\text{Str}} \neq f(\lambda)$$

$$\frac{\int_0^\infty \alpha_K(\lambda) \dot{q}_{\lambda,\text{str}}'' d\lambda}{\int_0^\infty \dot{q}_{\lambda,\text{str}}'' d\lambda} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_K(\lambda) \dot{q}_{\lambda,s}''(T_K) d\lambda}{\int_0^\infty \dot{q}_{\lambda,s}''(T_K) d\lambda}$$

$$\frac{\int_0^\infty \alpha_K(\lambda) \cancel{\varepsilon_{\text{Str}}} \dot{q}_{\lambda,s}''(T_{\text{Str}}) d\lambda}{\int_0^\infty \cancel{\varepsilon_{\text{Str}}} \dot{q}_{\lambda,s}''(T_{\text{Str}}) d\lambda} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_K(\lambda) \dot{q}_{\lambda,s}''(T_K) d\lambda}{\int_0^\infty \dot{q}_{\lambda,s}''(T_K) d\lambda}$$

$$\dot{q}_{\lambda,s}''(T_{\text{Str}}) = \dot{q}_{\lambda,s}''(T_K)$$

$$\int_0^\infty \alpha_K(\lambda) d\lambda = \int_0^\infty \varepsilon_K(\lambda) d\lambda$$

$$\alpha = \varepsilon$$

# Verständnisfragen

---

In welchem Fall kann davon ausgegangen werden, dass sowohl  $\alpha(\lambda)=\varepsilon(\lambda)$  als auch  $\alpha=\varepsilon$  gilt?

Auf welchen Strahlungsanteil bezieht sich der Emissionsgrad und auf welchen der Absorptionsgrad?

Wenn  $\alpha(\lambda)=\varepsilon(\lambda)$  gilt, ist dann der absorbierte und emittierte Wärmestrom identisch?