
Wärme- und Stoffübertragung I

Beispiel Verdunstung eines Tropfens - Stefanstrom

Prof. Dr.-Ing. Reinhold Kneer
Dr.-Ing. Dr. rer. pol. Wilko Rohlf

Kraftstoff im Verbrennungsmotor / Tropfen beim Sprechen

COVID-19

- ▶ Haupt-Infektionspfad:
 - ⇒ Aerosole (kleinste Tröpfchen)
 - ⇒ Atmung, Sprechen, Niesen

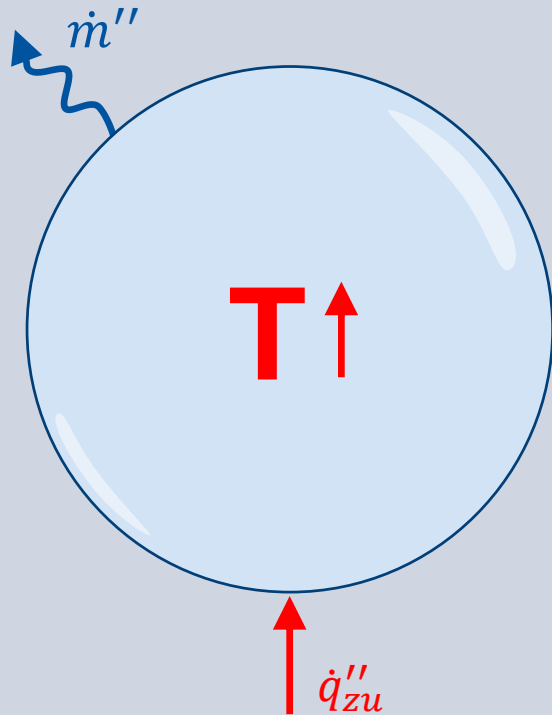


[2] <https://www.azimutline.com/news/gesellschaft/aerosole-bleiben-beim-sprechen-durchschnittlich-acht-minuten-in-der-luft/>

Ermittlung von..

- Bilanz am Tropfen
- Gleichgewichtstemperatur bei Verdunstung eines Tropfens
- Massenstrom des verdunsteten Kraftstoffs \dot{m}''
- Dauer der vollständigen Verdunstung eines Tropfens

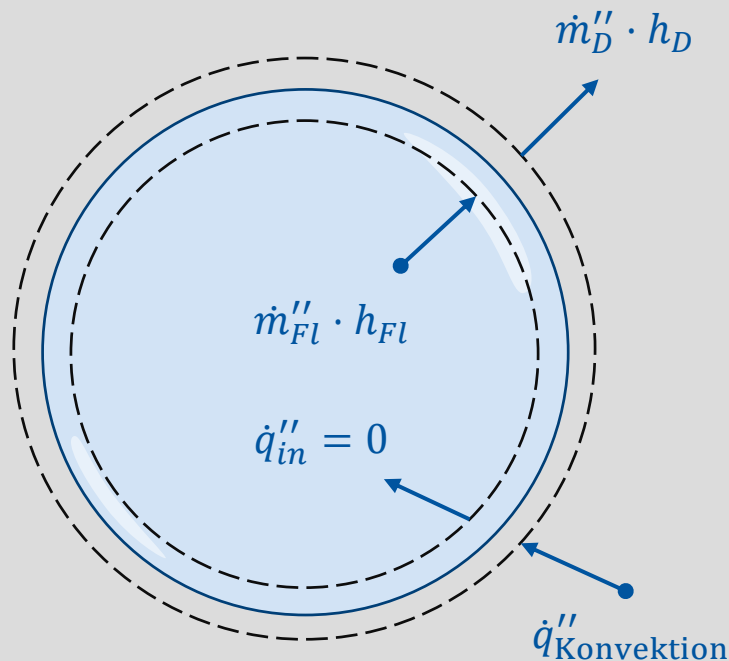
Vorgänge beim Verdunsten eines Tropfens?



- Zunächst ist Tropfen kälter als Umgebung
 - ⇒ Oberflächentemperatur ist niedrig
 - ⇒ Diffusion in der Umgebung niedrig, da treibendes Potenzial gering $\dot{m}'' \sim (\xi_{\text{Oberfläche}} - \xi_{\infty})$
- Nach gewisser Zeit stellt sich ein Gleichgewicht zwischen:
 - ⇒ zugeführter Wärmemenge
 - ⇒ für Verdunstung benötigter Wärmemenge ein.
- Dann ändert sich die Tropfentemperatur nicht mehr.
 - ⇒ Diesen Fall betrachte ich hier.

Bilanz am Tropfen

Bilanz für die Verdunstung eines Tropfens?



► Bilanz

$$\dot{m}_D'' \cdot h_D - \dot{m}_{Fl}'' \cdot h_{Fl} = \dot{q}_{Konvektion}''$$

$$\dot{m}_D'' = \dot{m}_{Fl}'' = \dot{m}''$$

$$\dot{m}'' \cdot (h_D - h_{Fl}) = \dot{q}_{Konvektion}''$$

$$\Delta h_v = h_D - h_{Fl}$$

$$\dot{q}_{Konvektion}'' = \alpha (T_\infty - T_{Fl, \text{Oberfläche}})$$

$$\dot{m}'' \cdot \Delta h_v = \alpha (T_\infty - T_{Fl, \text{Oberfläche}})$$

Gleichgewichtstemperatur und abgehender Massenstrom

Bestimmung der Oberflächentemperatur:

Formel scheint direkt auflösbar(auf den ersten Blick)
 ⇒ geht so leider nicht!

$$\dot{m}'' \cdot \Delta h_v = \alpha (T_\infty - T_{Fl, Oberfl\ddot{a}che})$$

~~$$\Rightarrow T_{Liq, Surface} = T_\infty - \frac{\dot{m}'' \cdot \Delta h_v}{\alpha}$$~~

$$\Delta h_v = f(T_{Fl, Oberfl\ddot{a}che})$$

$$\dot{m}'' = ?$$

Wie groß ist \dot{m}'' ?

$$\dot{m}'' = g \cdot \frac{\xi_{Dampf,0} - \xi_{Dampf,\infty}}{1 - \xi_{Dampf,0}}$$

$$\xi_{Dampf,0} = f(T_{Fl, Oberfl\ddot{a}che})$$

Stefan-Faktor

Lewis-Gesetz:

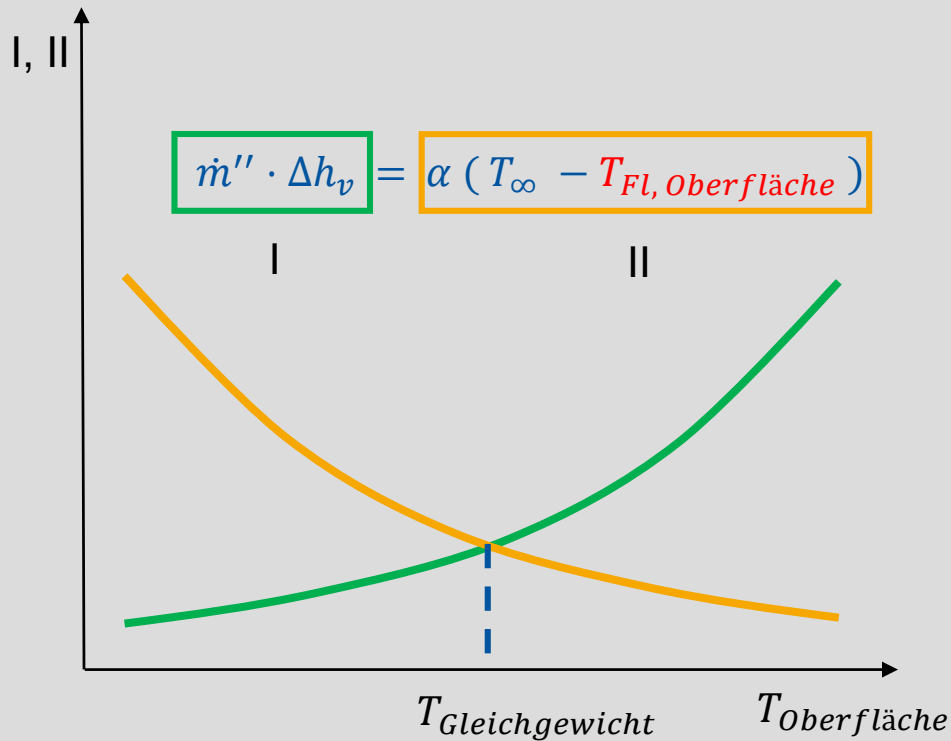
$$g = \frac{\alpha}{c_p}$$

mit Nusselt-Korrelation

Equilibrium temperature and evaporation amount \dot{m}''

Bestimmung der Oberflächentemperatur :

Temperature can only be determined iteratively, since both enthalpy and $\xi_{\text{vapor},0}$ are temperature dependent



Wie groß ist \dot{m}'' ?

$$\dot{m}'' = g \cdot \frac{\xi_{\text{Dampf},0} - \xi_{\text{Dampf},\infty}}{1 - \xi_{\text{Dampf},0}}$$

$\xi_{\text{Dampf},0} = f(T_{Fl, Oberfläche})$

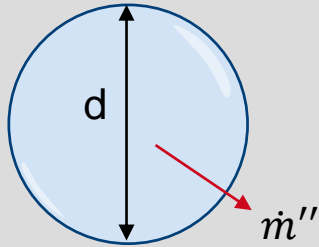
Lewis-Gesetz: $g = \frac{\alpha}{c_p}$

mit Nusselt-Korrelation

Stefan-Faktor

Verdunstungszeit

Nach welcher Zeit ist der Tropfen vollständig verdunstet?



$$\frac{dm}{dt} = -\dot{m}'' \cdot A \Rightarrow \rho \frac{dV}{dt} = -g \cdot \frac{\xi_{V,S} - \xi_{V,\infty}}{1 - \xi_{V,S}} \cdot A \Rightarrow \rho \frac{d(\frac{4}{3} \pi r^3)}{dt} = -g \cdot B \cdot 4 \pi r^2$$

$$\cancel{\frac{4}{3}} \cdot \cancel{\pi} \cdot \rho_{Fl} \frac{dr^3}{dt} = -g \cdot B \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{\pi} \cdot r^2 \quad \text{Kettenregel: } \frac{dr^3}{dt} = 3r^2 \frac{dr}{dt}$$

$$\cancel{\frac{1}{3}} \cdot \rho_{Fl} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{r^2} \frac{dr}{dt} = -g \cdot B \cdot \cancel{r^2}$$

$$\hookrightarrow \frac{\rho_{Fl}}{g} dr = -B dt$$

$$\int_{r_0}^r \frac{\rho_{Fl} \cdot r}{\rho_D \cdot D} dr = \int_0^t -B dt$$

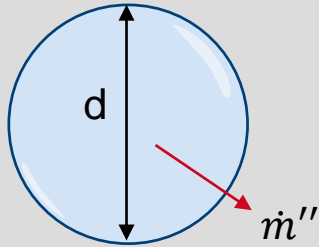
$$\Rightarrow \frac{1}{2} (r^2 - r_0^2) = -\frac{\rho_D V}{\rho_{Fl}} B \cdot D \cdot t$$

g anhand von $Sh = 2$ abgeschätzt (keine Relativgeschwindigkeit zur Umgebung):

$$g = \frac{Sh \cdot \rho_D \cdot D}{d} = \frac{2 \cdot \rho_D \cdot D}{d} = \frac{\rho_D \cdot D}{r}$$

Verdunstungszeit

Nach welcher Zeit ist der Tropfen vollständig verdunstet?



$$\frac{dm}{dt} = -\dot{m}'' \cdot A \Rightarrow \rho \frac{dV}{dt} = -g \cdot \frac{\xi_{V,S} - \xi_{V,\infty}}{1 - \xi_{V,S}} \cdot A \Rightarrow \rho \frac{d(\frac{4}{3} \pi r^3)}{dt} = -g \cdot B \cdot 4 \pi r^2$$

$$\cancel{\frac{4}{3}} \cdot \cancel{\pi} \cdot \rho_{Fl} \frac{dr^3}{dt} = -g \cdot B \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{\pi} \cdot r^2 \quad \text{Kettenregel: } \frac{dr^3}{dt} = 3r^2 \frac{dr}{dt}$$

$$\cancel{\frac{1}{3}} \cdot \rho_{Fl} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{r^2} \frac{dr}{dt} = -g \cdot B \cdot \cancel{r^2}$$

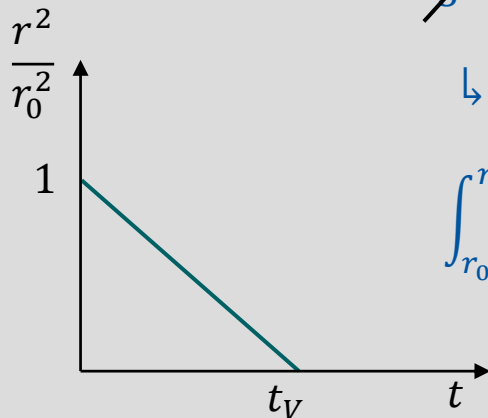
$$\hookrightarrow \frac{\rho_{Fl}}{g} dr = -B dt$$

$$\int_{r_0}^r \frac{\rho_{Fl} \cdot r}{\rho_D \cdot D} dr = \int_0^t -B dt$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(r^2 - r_0^2) = -\frac{\rho_D}{\rho_{Fl}} B \cdot D \cdot t \Rightarrow \frac{r^2}{r_0^2} = 1 - \frac{2 \cdot B \cdot D \cdot t}{r_0^2} \cdot \frac{\rho_D}{\rho_{Fl}}$$

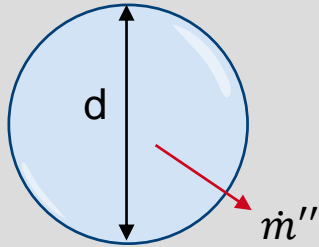
g anhand von $Sh = 2$ abgeschätzt (keine Relativgeschwindigkeit zur Umgebung):

$$g = \frac{Sh \cdot \rho_D \cdot D}{d} = \frac{2 \cdot \rho_D \cdot D}{d} = \frac{\rho_D \cdot D}{r}$$



Verdunstungszeit

Nach welcher Zeit ist der Tropfen vollständig verdunstet?



$$\frac{dm}{dt} = -\dot{m}'' \cdot A \Rightarrow \rho \frac{dV}{dt} = -g \cdot \frac{\xi_{V,S} - \xi_{V,\infty}}{1 - \xi_{V,S}} \cdot A \Rightarrow \rho \frac{d(\frac{4}{3} \pi r^3)}{dt} = -g \cdot B \cdot 4 \pi r^2$$

$$\cancel{\frac{4}{3}} \cdot \cancel{\pi} \cdot \rho_{Fl} \frac{dr^3}{dt} = -g \cdot B \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{\pi} \cdot r^2 \quad \text{Kettenregel: } \frac{dr^3}{dt} = 3r^2 \frac{dr}{dt}$$

$$\cancel{\frac{1}{3}} \cdot \rho_{Fl} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{r^2} \frac{dr}{dt} = -g \cdot B \cdot \cancel{r^2}$$

$$\hookrightarrow \frac{\rho_{Fl}}{g} dr = -B dt$$

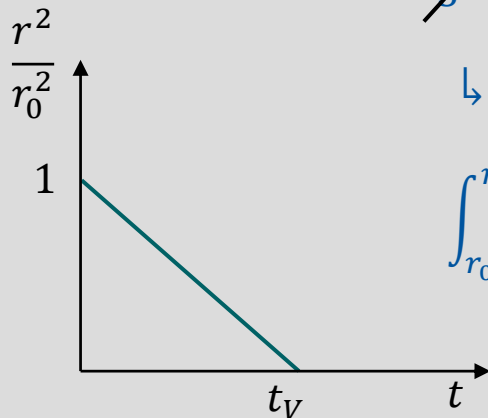
$$\int_{r_0}^r \frac{\rho_{Fl} \cdot r}{\rho_D \cdot D} dr = \int_0^t -B dt$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(r^2 - r_0^2) = -\frac{\rho_D}{\rho_{Fl}} B \cdot D \cdot t \quad \Rightarrow t_V \text{ at } r = 0:$$

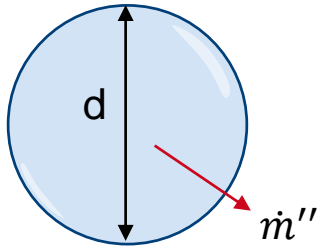
$$t_V = \frac{1}{2} \cdot \frac{r_0^2 \cdot \rho_{Fl}}{B \cdot D \cdot \rho_D}$$

g anhand von $Sh = 2$ abgeschätzt (keine Relativgeschwindigkeit zur Umgebung):

$$g = \frac{Sh \cdot \rho_D \cdot D}{d} = \frac{2 \cdot \rho_D \cdot D}{d} = \frac{\rho_D \cdot D}{r}$$



Verdunstungszeit von kleinsten Tröpfchen (Aerosolen)



$$t_V = \frac{1}{2} \cdot \frac{r_0^2 \cdot \rho_{Fl}}{\mathbf{B} \cdot D \cdot \rho_V}$$

Zahlenwerte: (teilweise aus Video 8)

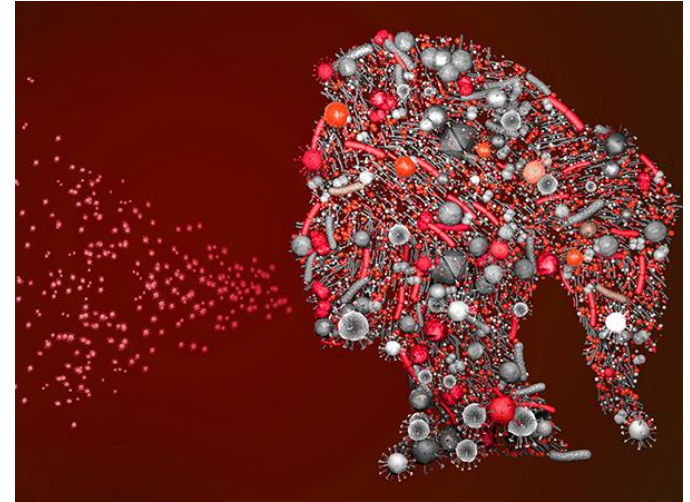
$$\mathbf{B} = \frac{\xi_{H_2O,s} - \xi_{H_2O,\infty}}{1 - \xi_{H_2O,s}} = 0.0102; \quad D = 2 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s}$$

$$\rho_{Fl} = 1000 \frac{kg}{m^3}$$

$$\rho_V = \frac{p_V}{(R/M) \cdot T} = 0,01722 \frac{kg}{m^3}$$

$$p_V = 2330 \frac{N}{m^2} \quad \text{Cox-Antoine-Gleichung aus Tabelle 8, Skript/Appendix}$$

$$R/M = 461.4 \frac{J}{kg \cdot K} \quad T = 293,15 \text{ K}$$



Ausgangs-Durchmesser ($= 2 r_0$)

	1 μm	10 μm	100 μm
t_V [sec]	0,0355	3,55	355,7

Verdunstungszeit von kleinsten Tröpfchen (Aerosolen)



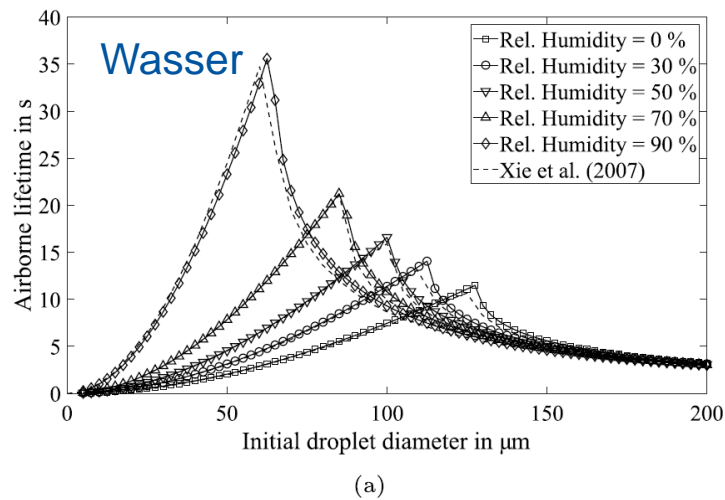
Insights into the evaporation characteristics of saliva droplets and aerosols: Levitation experiments and numerical modeling

Christian Lieber*, Stefanos Melekidis, Rainer Koch, Hans-Jörg Bauer

Karlsruhe Institute of Technology, Institute of Thermal Turbomachinery, Straße am Forum 6, 76131 Karlsruhe, Germany



C. Lieber et al.



Journal of Aerosol Science 154 (2021) 105760

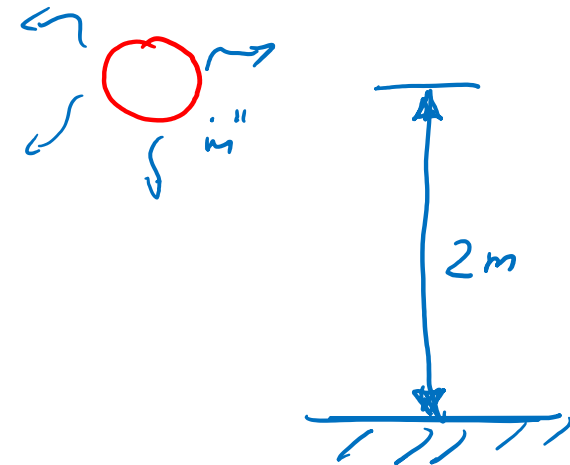


Fig. 12. Results of recalculating the evaporation-falling curve by Wells (1934) for (a) water droplets, and (b) saliva droplets using the ratio between equilibrium and initial diameter as determined in the present study.

Verdunstungszeit von kleinsten Tröpfchen (Aerosolen)



Insights into the evaporation characteristics of saliva droplets and aerosols: Levitation experiments and numerical modeling

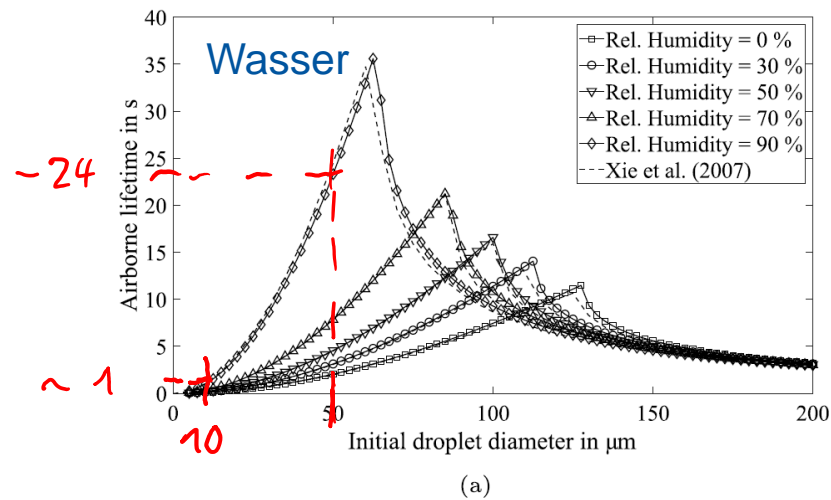
Christian Lieber*, Stefanos Melekidis, Rainer Koch, Hans-Jörg Bauer

Karlsruhe Institute of Technology, Institute of Thermal Turbomachinery, Straße am Forum 6, 76131 Karlsruhe, Germany



C. Lieber et al.

Journal of Aerosol Science 154 (2021) 105760



	Initial diameter ($= 2 r_0$)		
	1 μm	10 μm	100 μm
t_v [sec]	0,0355	3,55	355,7

Fig. 12. Results of recalculating the evaporation-falling curve by Wells (1934) for (a) water droplets, and (b) saliva droplets using the ratio between equilibrium and initial diameter as determined in the present study.

Verdunstungszeit von kleinsten Tröpfchen (Aerosolen)



Insights into the evaporation characteristics of saliva droplets and aerosols: Levitation experiments and numerical modeling

Christian Lieber*, Stefanos Melekidis, Rainer Koch, Hans-Jörg Bauer

Karlsruhe Institute of Technology, Institute of Thermal Turbomachinery, Straße am Forum 6, 76131 Karlsruhe, Germany



C. Lieber et al.

Journal of Aerosol Science 154 (2021) 105760

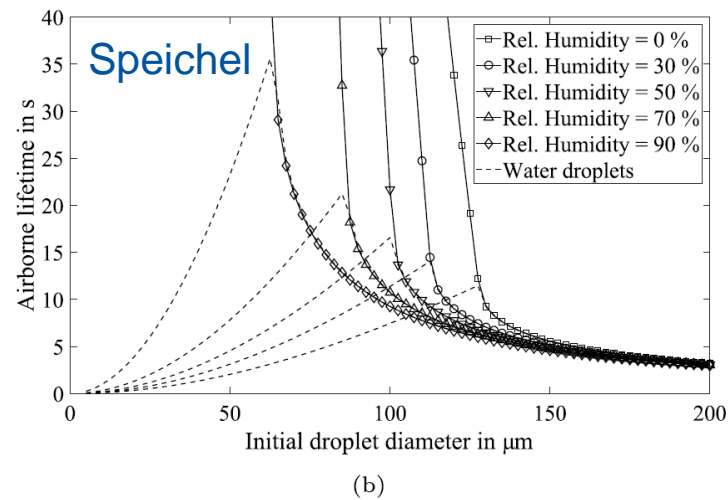
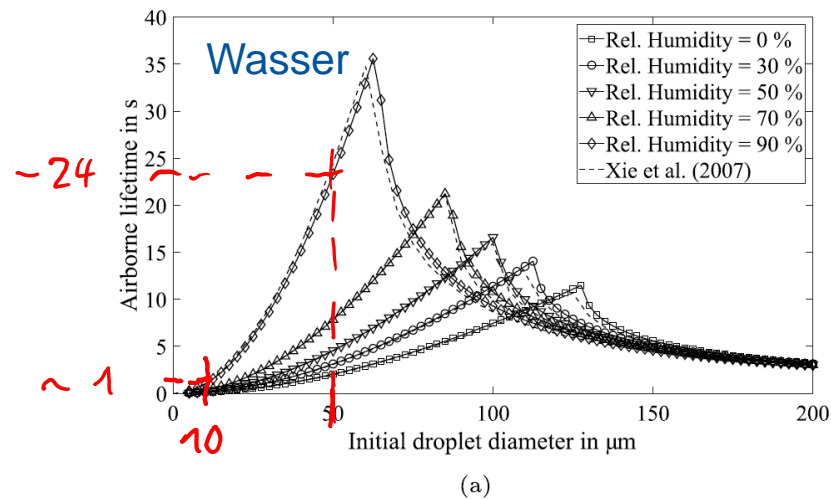


Fig. 12. Results of recalculating the evaporation-falling curve by Wells (1934) for (a) water droplets, and (b) saliva droplets using the ratio between equilibrium and initial diameter as determined in the present study.

Verständnisfragen

Warum ist die Bestimmung der Oberflächentemperatur nur iterativ möglich?

Welche Überlegungen stehen hinter der Abschätzung zur Verdunstungszeit eines Tropfens?

Weshalb ist die Verdunstungszeit eines Atemtropfens relativ groß?