

---

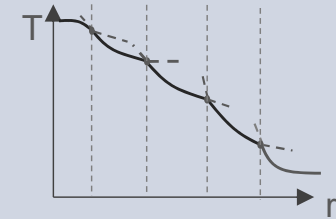
# Wärme- und Stoffübertragung I

Wärmeleitung in einer mehrschichtigen Rohrwand mit  
Konvektion

Prof. Dr.-Ing. Reinhold Kneer  
Dr.-Ing. Dr. rer. pol. Wilko Rohlf

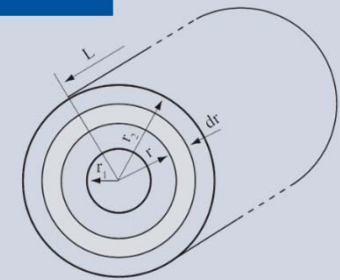
## Temperaturprofil in einer mehrschichtigen Rohrwand mit Konvektion

- Wie ändert sich die Fläche in einer mehrschichtigen Rohrwand?
- Wie ist das Temperaturprofil in einer mehrschichtigen Rohrwand?



## Wärmestrom in einer mehrschichtigen Rohrwand mit Konvektion

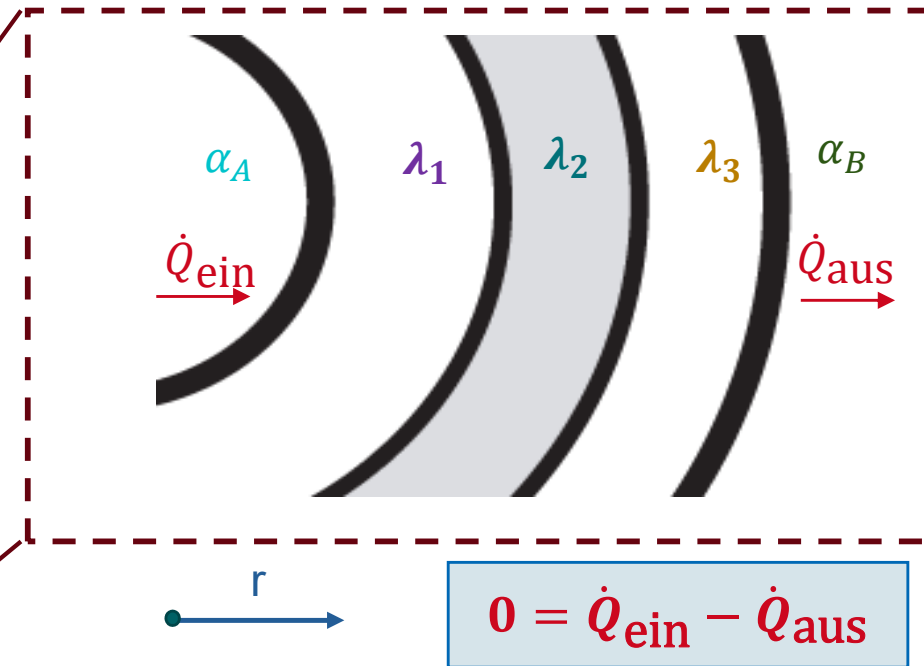
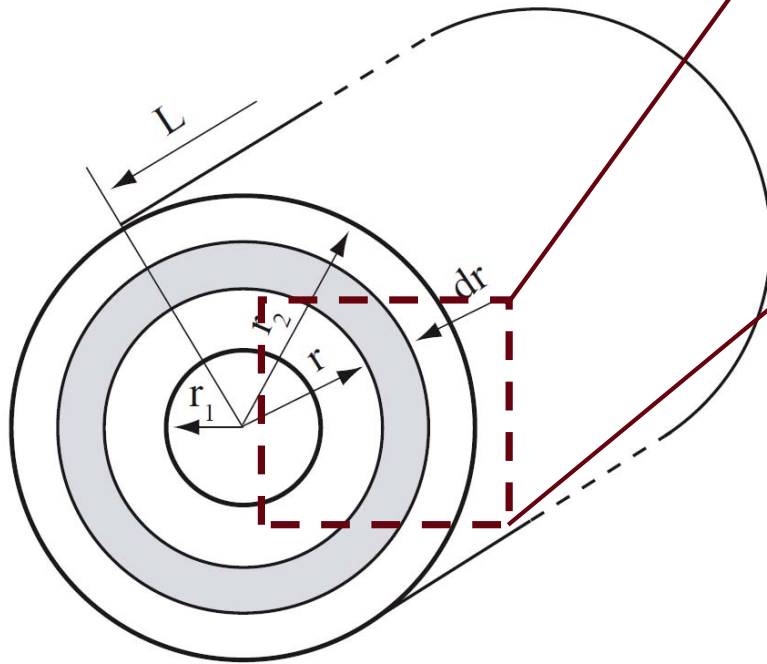
- Wie wird der thermische Gesamtwiderstand in einer mehrschichtigen Rohrwand berechnet?
- Wie wird der Wärmestrom in einer mehrschichtigen Rohrwand berechnet?



# Mehrschichtige Rohrwand mit Konvektion

## Annahmen:

- Stationär
- Eindimensional
- Konstante Materialeigenschaften



## Achtung!

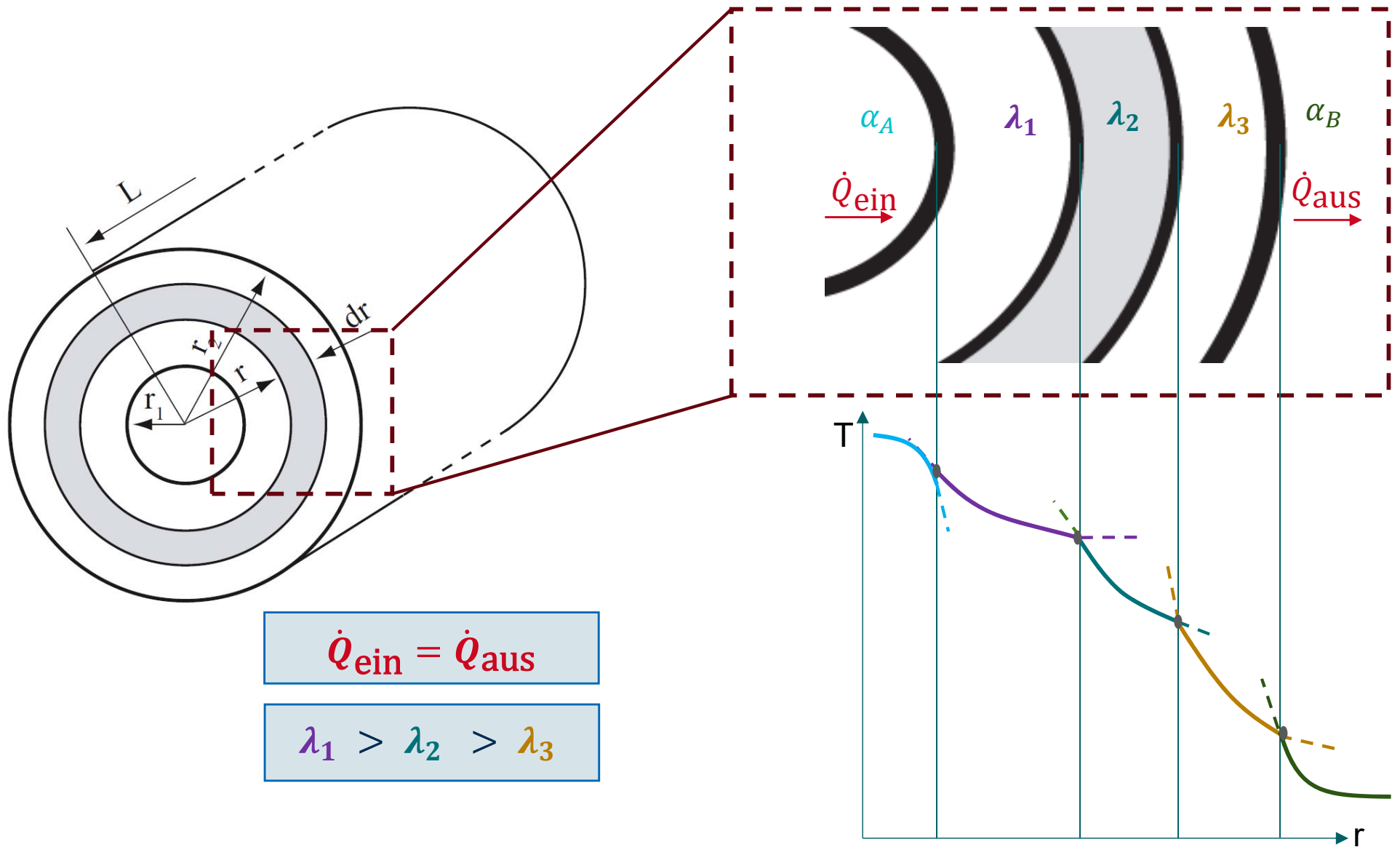
$$\dot{q}_{\text{ein}}'' \neq \dot{q}_{\text{aus}}''$$

Mit zunehmendem Radius von innen nach außen wird die Oberfläche größer!

$$\dot{Q} = \dot{q}'' \cdot A$$

Da:  $A_{\text{aus}} > A_{\text{ein}} \Rightarrow \dot{q}_{\text{aus}}'' < \dot{q}_{\text{ein}}''$

# Temperaturprofil in einer mehrschichtigen Rohrwand mit Konvektion



# Wärmestrom in einer mehrschichtigen Rohrwand mit Konvektion

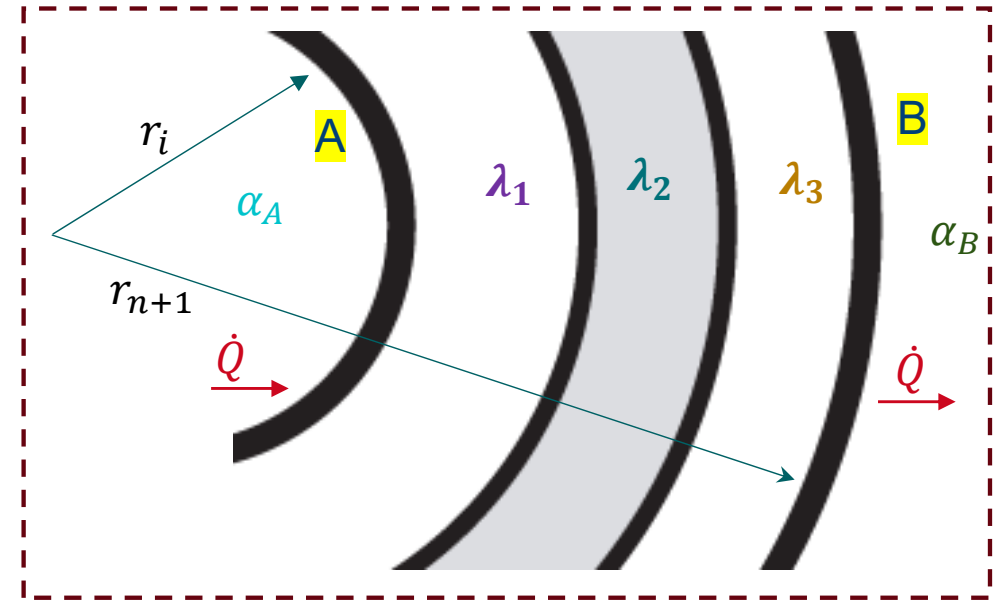
## Konvektiver Widerstand:

$$W_{kA} = \frac{1}{\alpha_A \cdot A_A}$$

$$A_A = 2\pi r_i \cdot L$$

$$W_{kB} = \frac{1}{\alpha_B \cdot A_B}$$

$$A_B = 2\pi r_{n+1} \cdot L$$



# Wärmestrom in einer mehrschichtigen Rohrwand mit Konvektion

## Konvektiver Widerstand:

$$W_{kA} = \frac{1}{\alpha_A \cdot A_A}$$

$$A_A = 2\pi r_i \cdot L$$

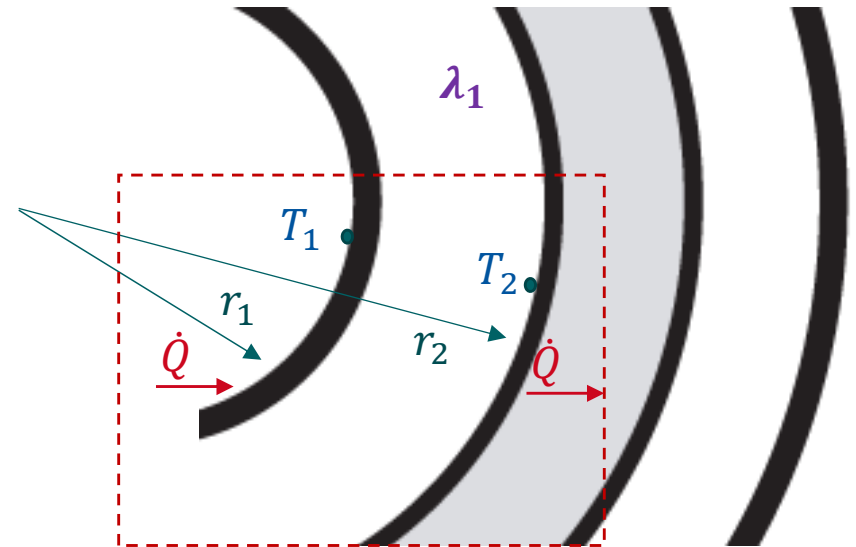
$$W_{kB} = \frac{1}{\alpha_B \cdot A_B}$$

$$A_B = 2\pi r_{n+1} \cdot L$$

## Wiederholung:

## Wärmeleitung in Rohrwand

$$\dot{Q}_r = -\lambda_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot L \cdot \frac{T_2 - T_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$



# Wärmestrom in einer mehrschichtigen Rohrwand mit Konvektion

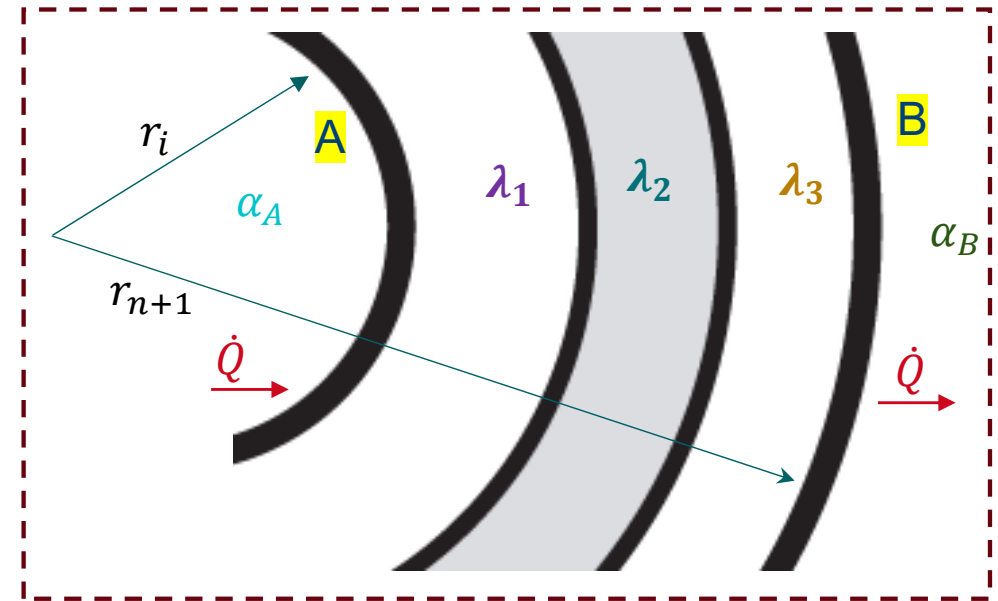
## Konvektiver Widerstand:

$$W_{kA} = \frac{1}{\alpha_A \cdot A_A}$$

$$A_A = 2\pi r_i \cdot L$$

$$W_{kB} = \frac{1}{\alpha_B \cdot A_B}$$

$$A_B = 2\pi r_{n+1} \cdot L$$



## Wärmeleitung in mehrschichtiger Rohrwand

$$\dot{Q}_{r,i} = \lambda_i \cdot 2 \cdot \pi \cdot L \cdot \frac{T_i - T_{i+1}}{\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}} \quad i = 1, 2, 3$$

$$\dot{Q} = \frac{\text{Temperaturunterschied}}{\text{Wärmewiderstand}}$$

# Wärmestrom in einer mehrschichtigen Rohrwand mit Konvektion

## Konvektiver Widerstand:

$$W_{kA} = \frac{1}{\alpha_A \cdot A_A}$$

$$A_A = 2\pi r_i \cdot L$$

$$W_{kB} = \frac{1}{\alpha_B \cdot A_B}$$

$$A_B = 2\pi r_{n+1} \cdot L$$

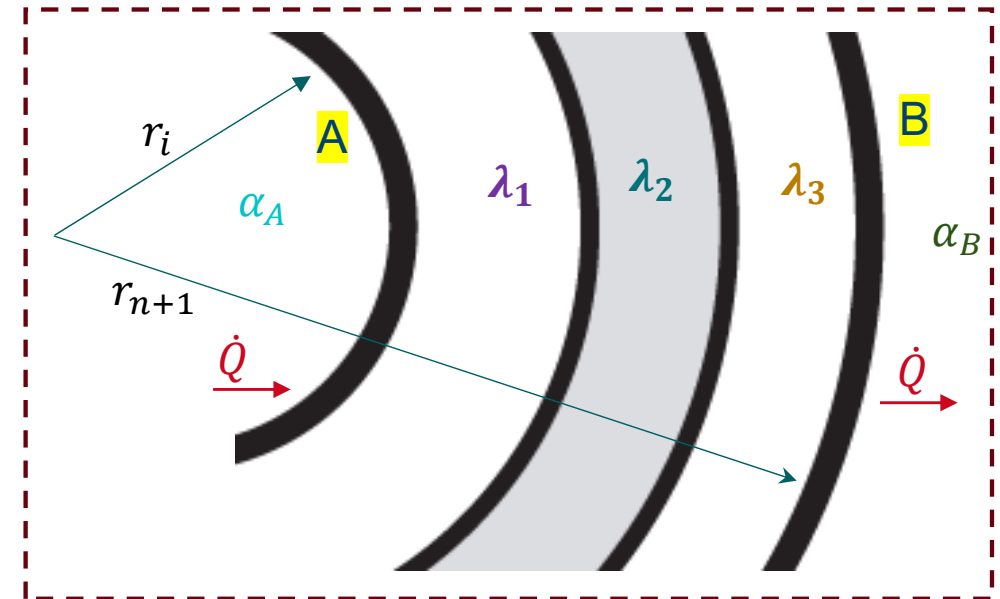
## Widerstand durch Wärmeleitung:

$$W_L = \frac{1}{\lambda_i} \cdot \frac{1}{2\pi L} \cdot \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}$$

$$\sum_i W_L = \frac{1}{2\pi L} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \cdot \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}$$

$$\dot{Q} = \frac{T_A - T_B}{W_{K,A} + \sum W_L + W_{K,B}}$$

$$\dot{Q} = k \cdot A^* \cdot (T_A - T_B)$$



$$k \cdot A^* = \frac{1}{\sum W} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_A \pi d_i L} + \frac{1}{2\pi L} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_B \pi d_{n+1} L}}$$

## Gesamtwiderstand Reihenschaltung

$$\frac{1}{k} = \frac{d^*}{\alpha_1 d_1} + \frac{d^*}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{d^*}{\alpha_B d_{n+1}}$$

$d^*$ : Bezugsdurchmesser



# Wärmestrom in einer mehrschichtigen Rohrwand mit Konvektion

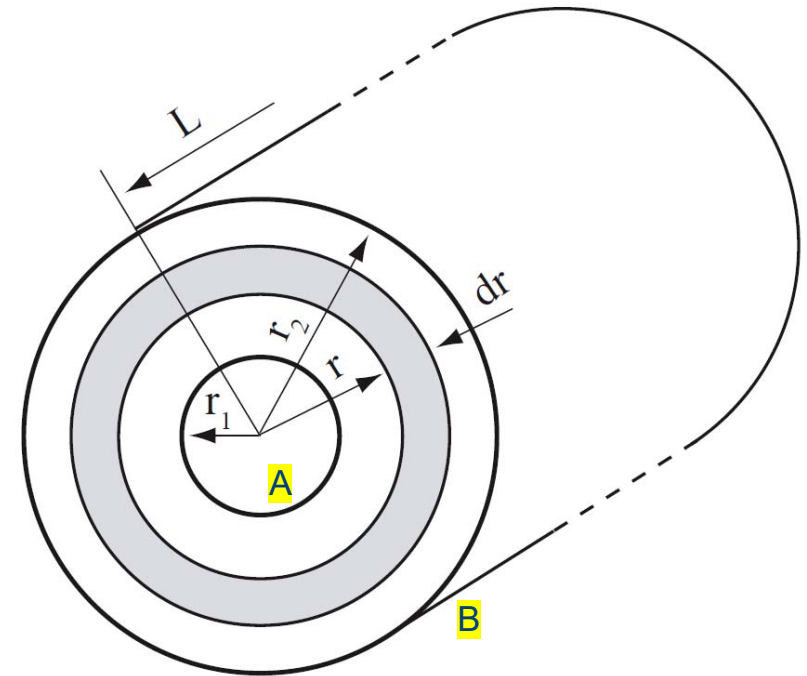
## Annahmen:

- Stationärer Zustand
- Eindimensional
- Konstante Materialeigenschaften

Mantelfläche des Zylinders:  $2\pi L \cdot r_i$

$$\dot{Q}_i = \frac{2\pi L}{\frac{1}{\alpha_A r_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i} + \frac{1}{\alpha_B r_{n+1}}} (T_A - T_B)$$

Gleichung in  
Formelsammlung



**Wie beeinflusst die gekrümmte Oberfläche eines Rohres den Temperaturgradienten bei konstantem Wärmestrom und konstanter Wärmeleitfähigkeit?**

**Wie ändert sich die Wärmestromdichte innerhalb einer mehrschichtigen Rohrwand im stationären Zustand?**