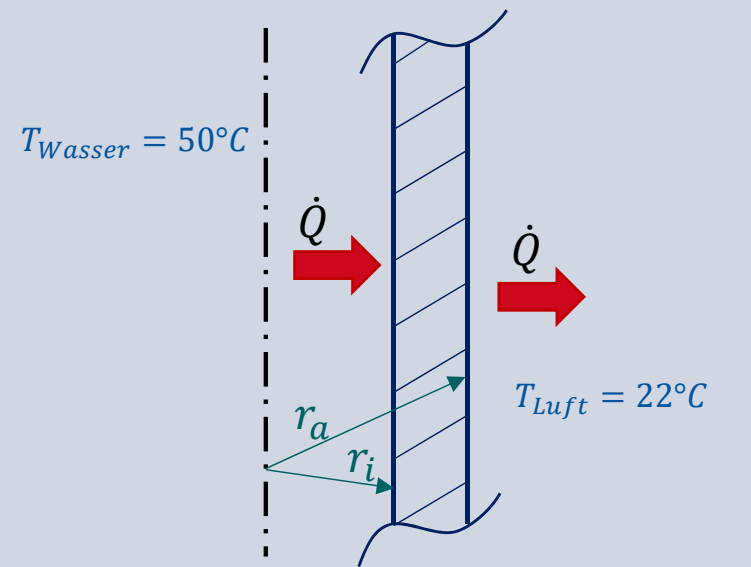

Wärme- und Stoffübertragung I

Beispiel: Rohr im Heizungssystem

Prof. Dr. -Ing. Reinhold Kneer
Dr. -Ing. Dr. rer. pol. Wilko Rohlf

Beispiel: Rohr im Heizungssystem

- Erlernen der Vorgehensweise und „Trainieren“ des Bauchgefühls beim Wärmedurchgang durch eine Rohrwand



Heizungsrohr ohne Isolation:

Innendurchmesser: $D_i = 40 \text{ mm}$

Wandstärke: $\delta = 3 \text{ mm}$

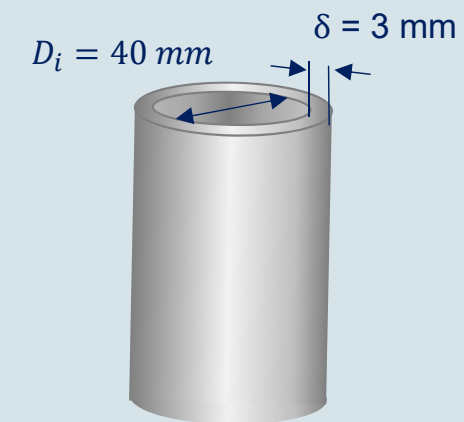
Wärmeleitfähigkeit des Rohres: $\lambda = 50 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$

Wärmeübergangskoeffizient von Luft: $\alpha_L = 10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$

Wärmeübergangskoeffizient von Wasser: $\alpha_W = 1000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$

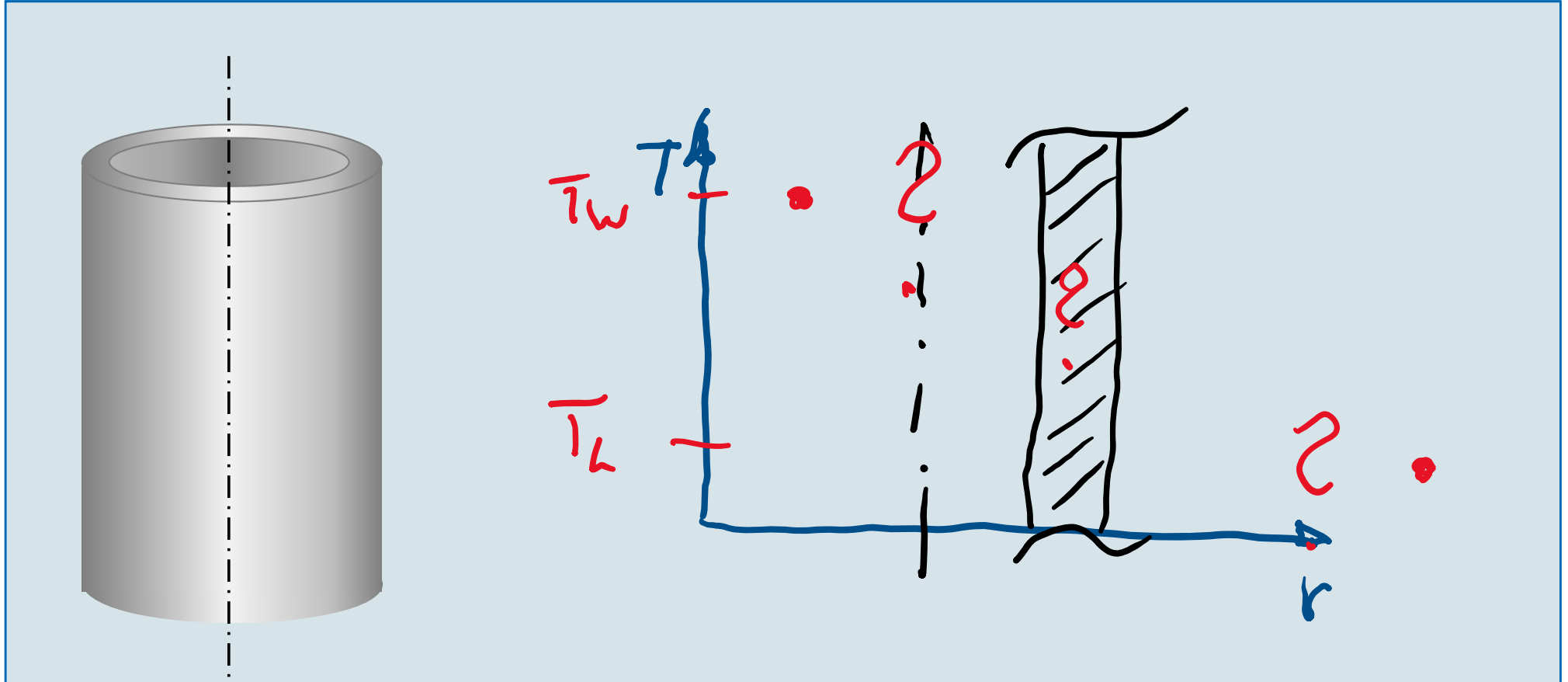
Temperatur auf der Luftseite: $T_L = 22^\circ\text{C}$

Wassertemperatur: $T_W = 50^\circ\text{C}$

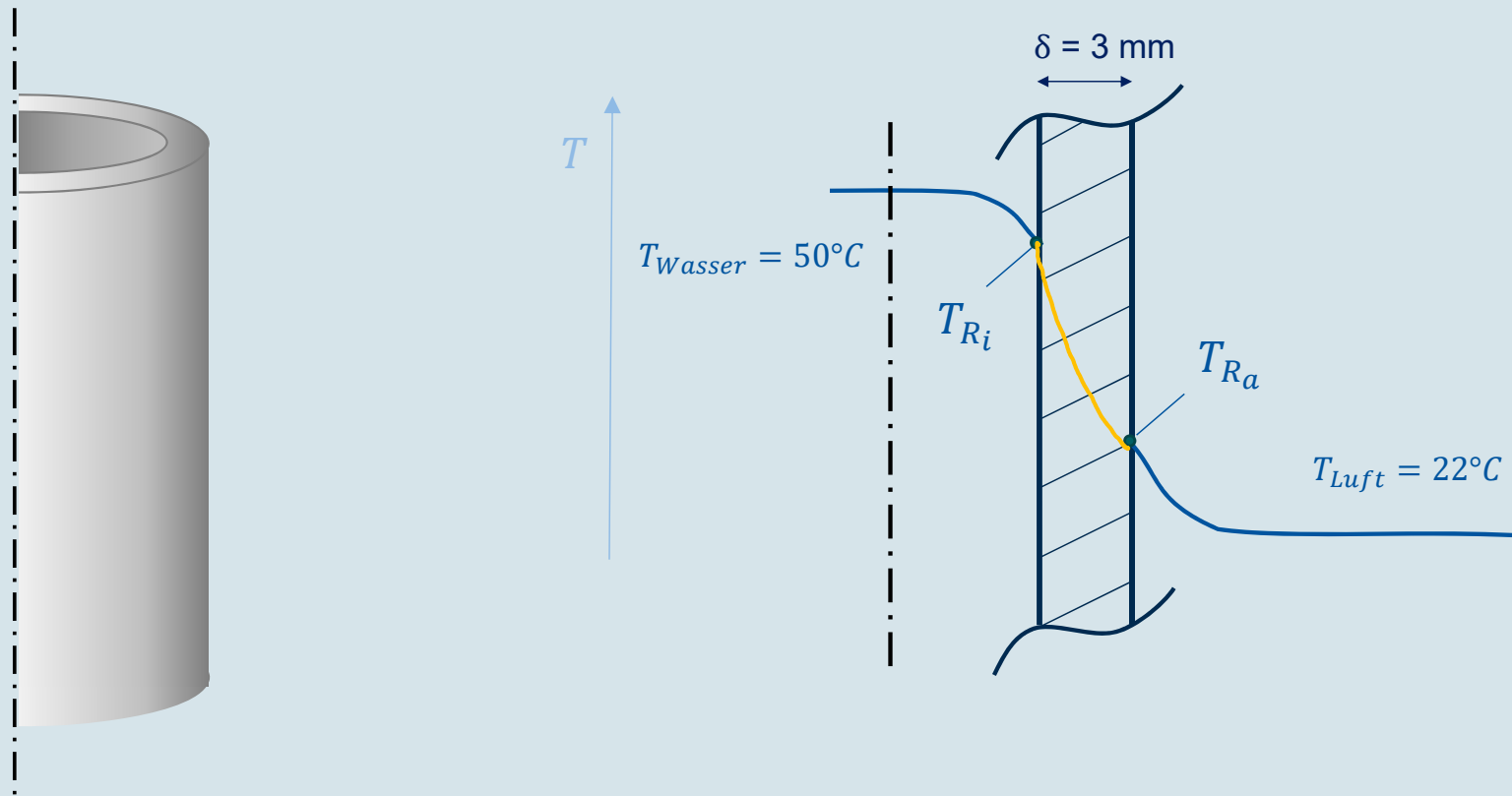


<https://www.ikz.de/ikz-praxis-archiv/p0403/040303.php>

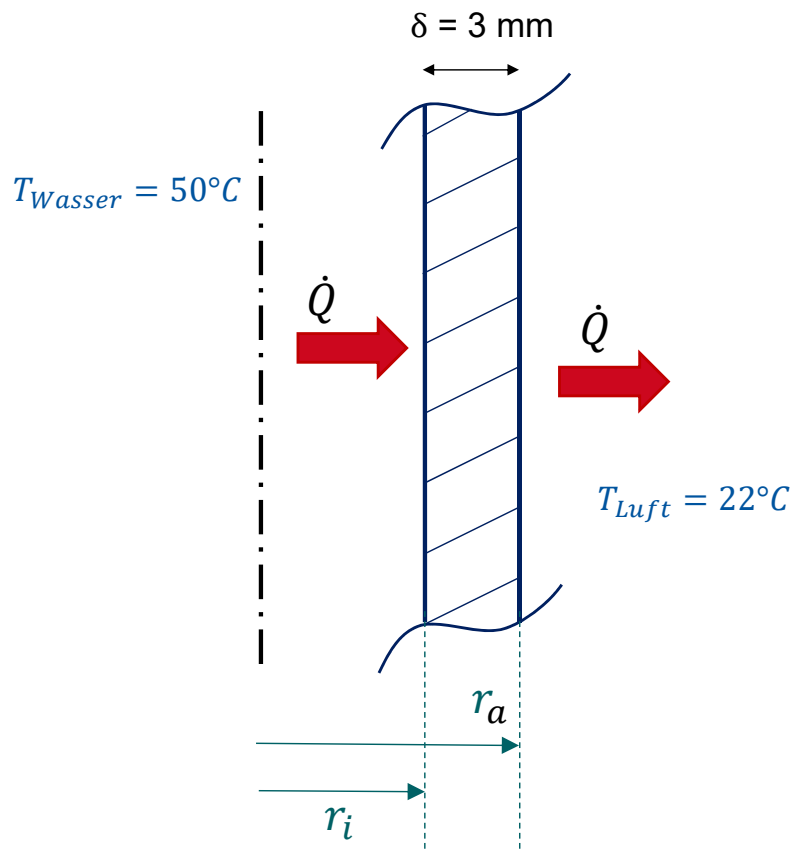
Temperaturprofil im Heizungsrohr



Temperaturprofil in Heizungsrohr



Wärmeabgabe vom Heizungsrohr in den Raum:



Wärmestrom

$$\dot{Q} = \frac{1}{\sum W_i} (T_W - T_L)$$

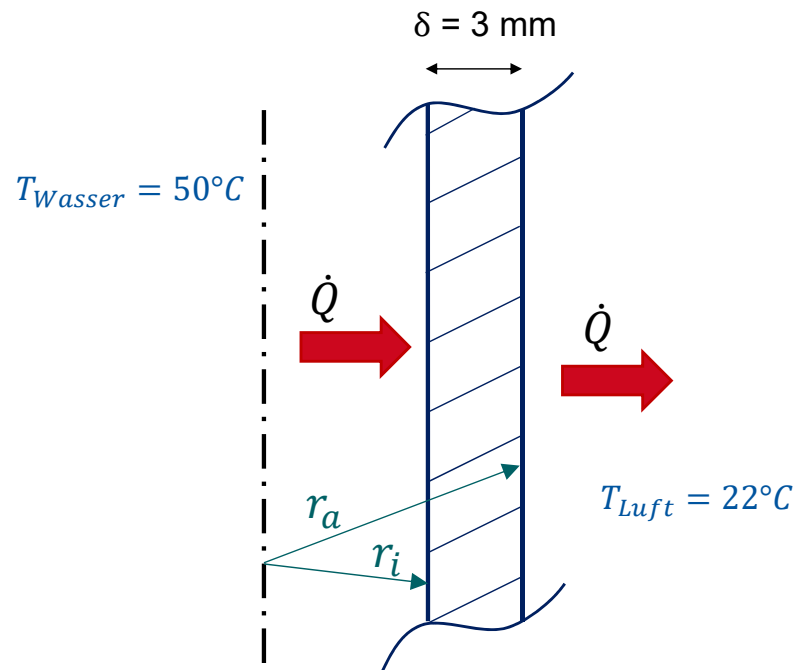
Wärmewiderstände

$$\sum W_i = \frac{1}{A_w \alpha_w} + \frac{1}{2\pi L} \cdot \frac{1}{\lambda} \cdot \ln \frac{r_a}{r_i} + \frac{1}{A_L \alpha_L}$$

$$A_w = 2 \cdot \pi \cdot r_i \cdot L$$

$$A_L = 2 \cdot \pi \cdot r_a \cdot L$$

Wärmeabgabe vom Heizungsrohr in den Raum:



Wärmestrom

$$\dot{Q} = \frac{1}{\sum W_i} (T_W - T_L)$$

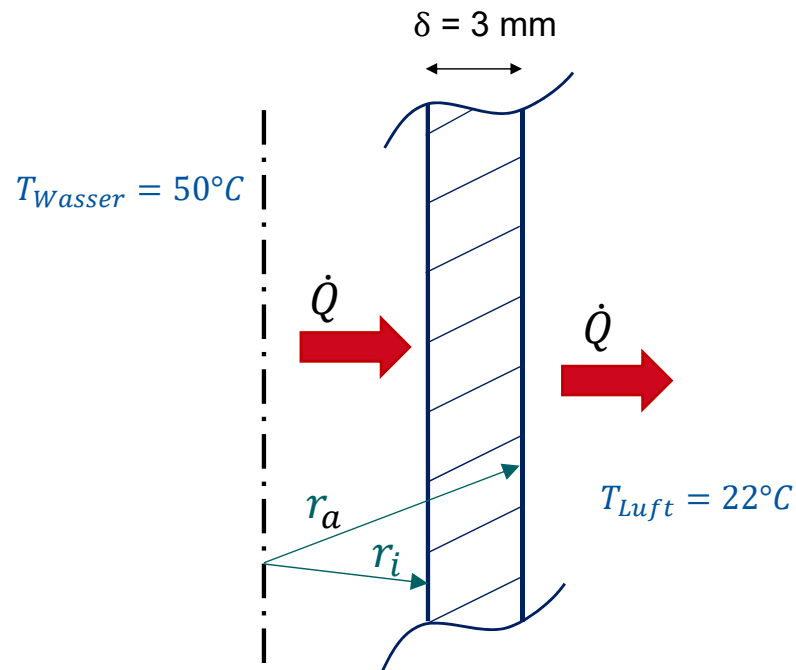
Wärmewiderstände

$$\sum W_i = \frac{1}{A_w \alpha_w} + \frac{1}{2\pi L} \cdot \underbrace{\frac{1}{\lambda} \cdot \ln \frac{r_a}{r_i}}_{\text{dünnwandig?}} + \frac{1}{A_L \alpha_L}$$

dünnwandig?

Berechnung von Wärmestrom

Vereinfachung der Gleichung unter Verwendung einer geeigneten Annahme:



Wärmestrom

$$\dot{Q} = \frac{1}{\frac{1}{A_w \alpha_w} + \frac{1}{2\pi L} \cdot \frac{1}{\lambda} \cdot \ln \frac{r_a}{r_i} + \frac{1}{A_L \alpha_L}} (T_w - T_L)$$

$$\ln \frac{r_a}{r_i} = \ln \left(\frac{r_i + \delta}{r_i} \right) = \ln \left(1 + \frac{\delta}{r_i} \right) = \ln \left(1 + \frac{3}{20} \right)$$

0,15

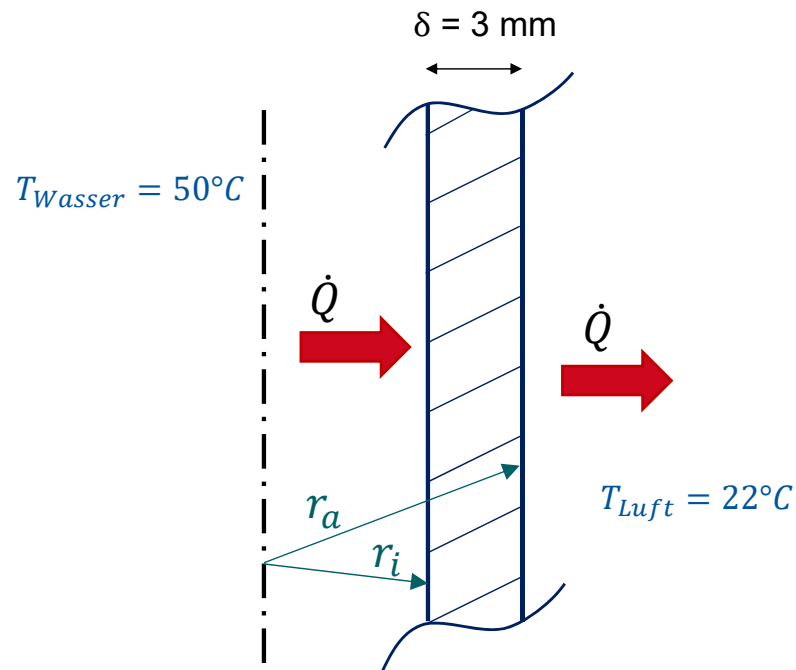
$$\ln(1,15) = 0,14$$

Dünnwandiges Rohr \Rightarrow

$$\ln \left(\frac{r + \delta}{r} \right) \approx \frac{\delta}{r}$$

Berechnung von Wärmestrom

Wärmeström für ein dünnwandiges Rohr:



Wärmestrom

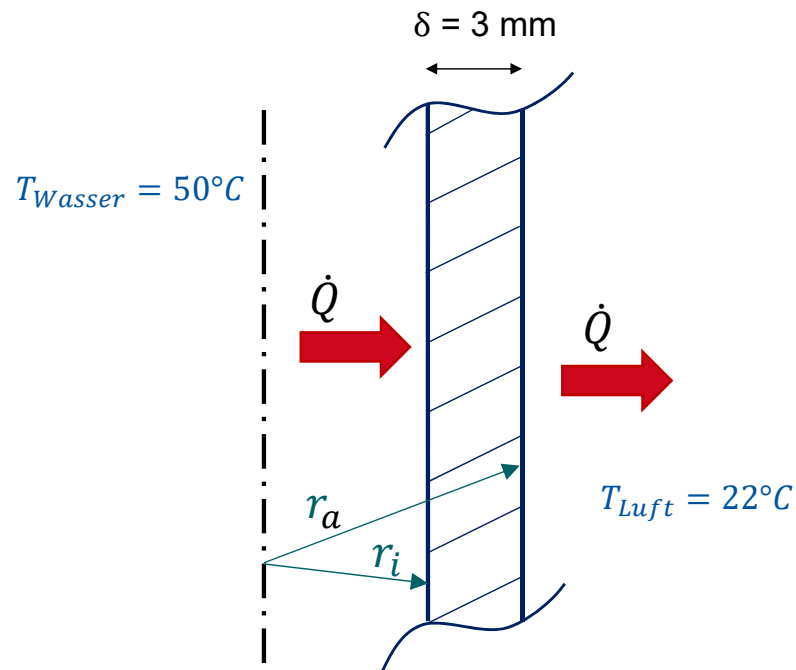
$$\dot{Q} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_L}} \cdot \underbrace{A}_{\text{mittlere Fläche}} (T_W - T_L)$$

Wärmestromdichte

$$\dot{q}'' = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_L}} \cdot (T_W - T_L)$$

Berechnung von Wärmestrom

Berechnung von Wärmedurchgangskoeffizient k:



Wärmestromdichte

$$\dot{q}'' = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_L}} \cdot (T_w - T_L)$$

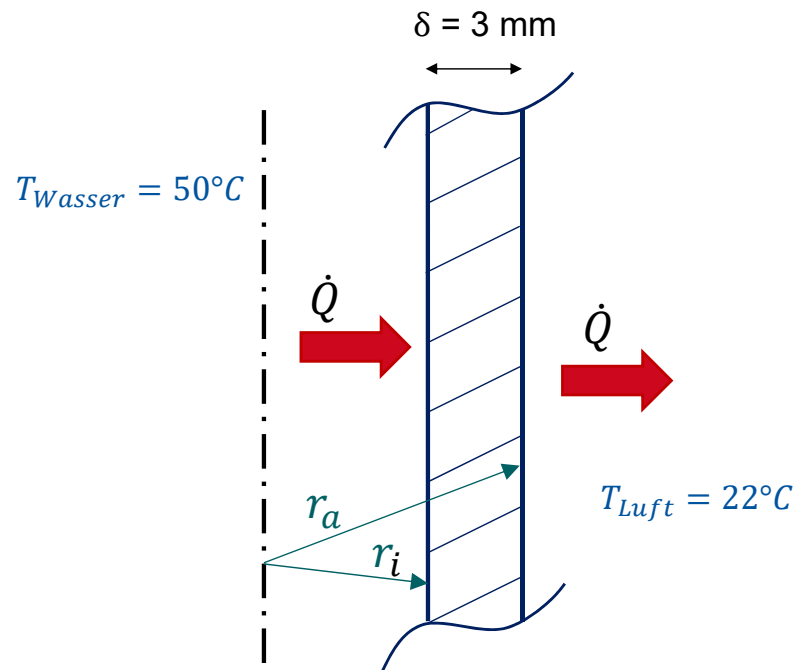
k

Wärmedurchgangskoeffizient

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_w} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_L}$$

Berechnung von Wärmestrom

Berechnung von Wärmedurchgangskoeffizient k:

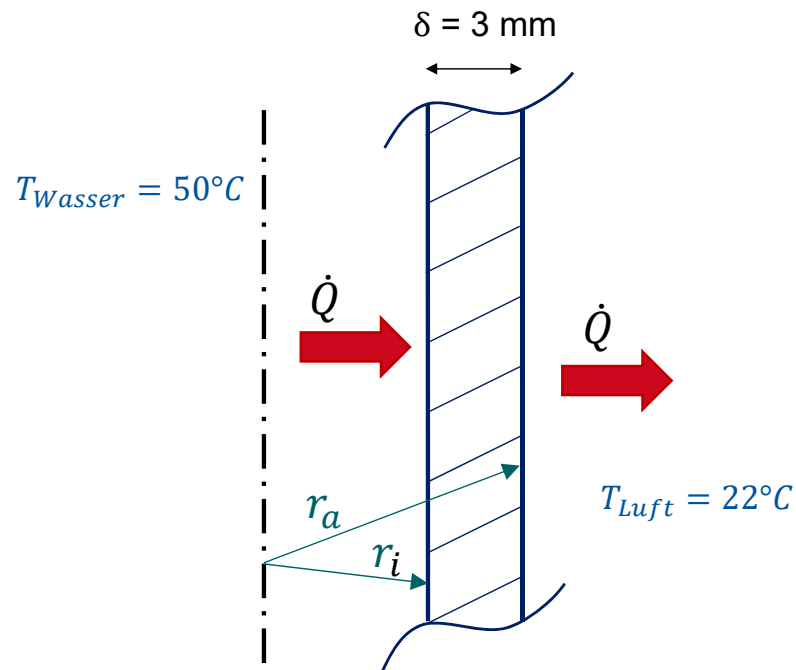


Wärmedurchgangskoeffizient

$$\begin{aligned}\frac{1}{k} &= \frac{1}{\alpha_w} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_L} \\ &= \frac{1}{1000} + \frac{3 \cdot 10^{-3}}{50} + \frac{1}{10} = 0,10106 \frac{\text{m}^2\text{K}}{\text{W}}\end{aligned}$$

Berechnung von Wärmestrom

Berechnung von Wärmedurchgangskoeffizient k:



Wärmedurchgangskoeffizient

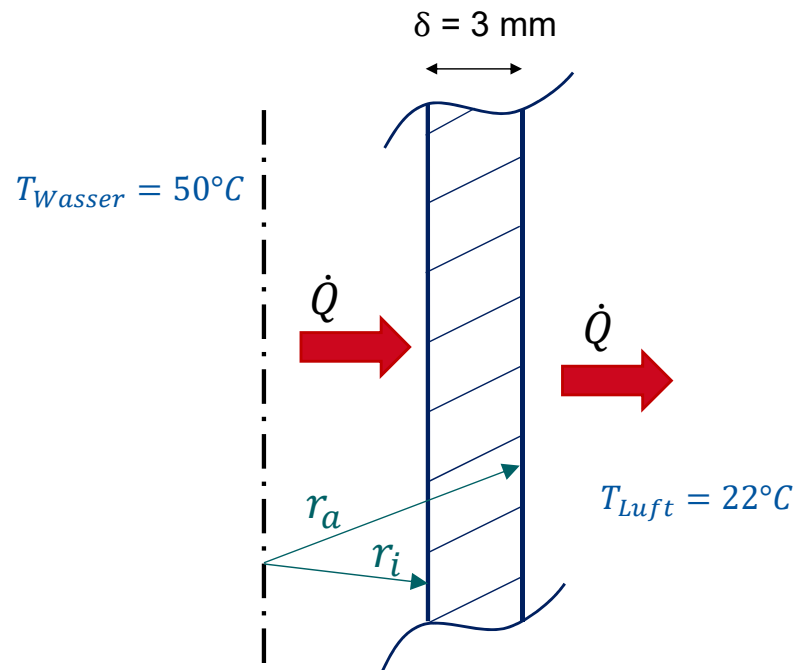
$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_w} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_L}$$
$$= \frac{1}{1000} + \frac{3 \cdot 10^{-3}}{50} + \frac{1}{10} = 0,10106 \frac{\text{m}^2\text{K}}{\text{W}}$$

größter Widerstand bestimmt k

$$k \approx 10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$$

Berechnung von Wärmestrom

Berechnung der Wärmeabgabe pro Rohrlänge :



Wärmestromdichte

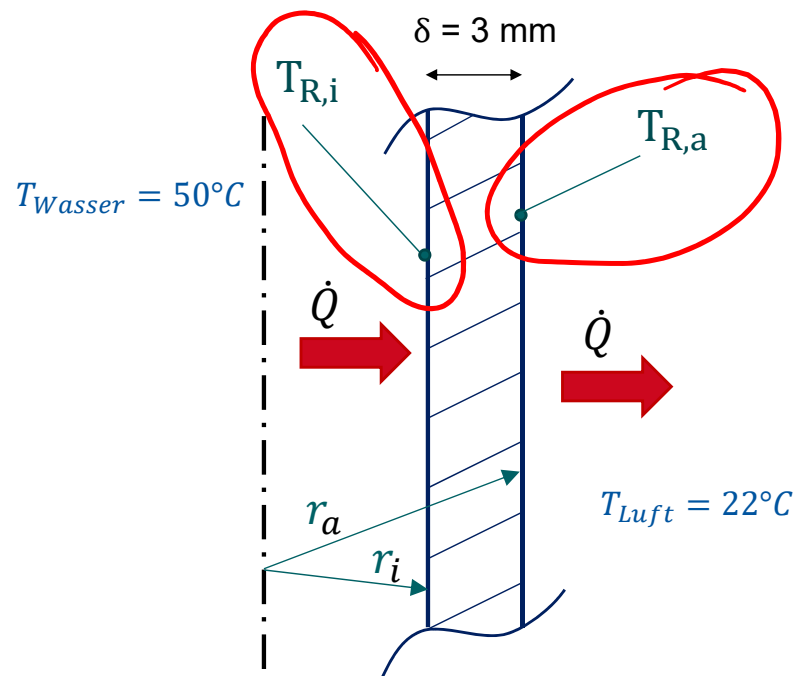
$$\dot{q}'' = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_L}} \cdot (T_W - T_L)$$

$$\dot{q}'' = \frac{1}{0,10106} \cdot (50 - 22) \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

$$\dot{q}'' = 277 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Berechnung von Temperaturen

Unbekannte Temperaturen aus Einzelbilanzen:



Rohrtemperatur auf der Innenseite ($T_{R,i}$)

$$\dot{q}'' = \alpha_w (T_w - T_{R,i})$$

$$T_{R,i} = T_w + \frac{1}{\alpha_w} \cdot \dot{q}''$$

$$T_{R,i} = 49,723^\circ\text{C}$$

Rohrtemperatur auf der Außenseite ($T_{R,a}$)

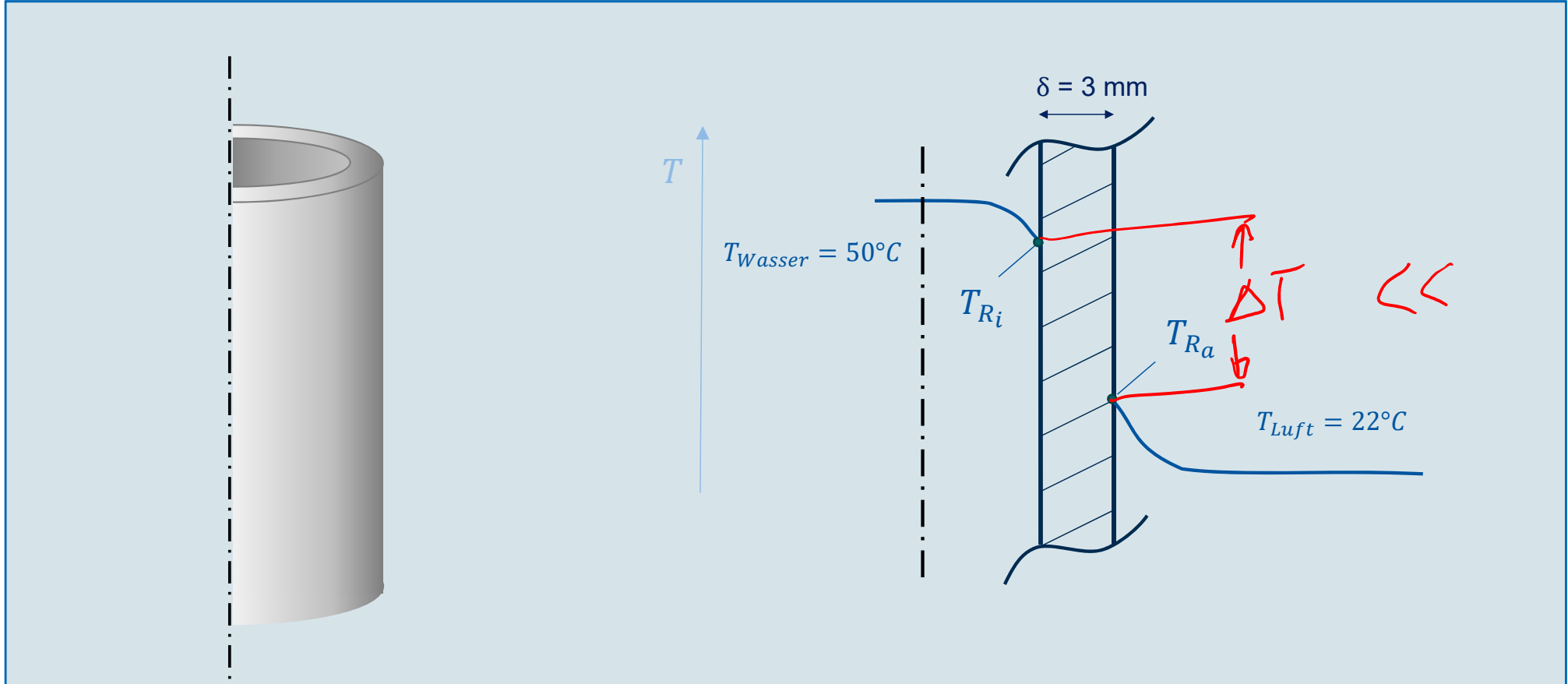
$$\dot{q}'' = \alpha_L (T_{R,a} - T_L)$$

$$T_{R,a} = T_L + \frac{1}{\alpha_L} \cdot \dot{q}''$$

$$T_{R,a} = 49,706^\circ\text{C}$$

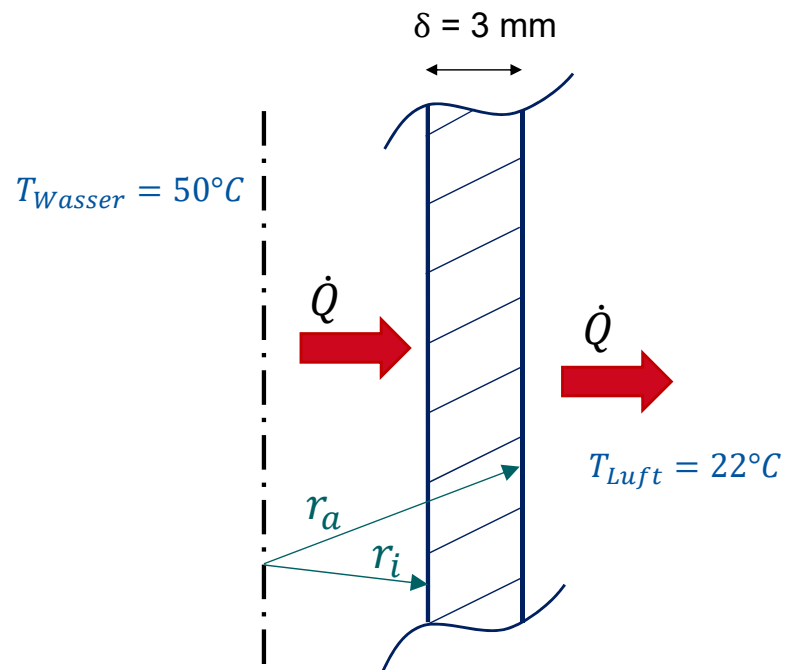
↪ Rohr wand innen ↔ außen

Temperaturprofil in Heizungsrohr



Wärmestrom-Vergleich

Wärmeabgabe pro m Rohrlänge



Wärmestromdichte

$$\dot{q}'' = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_L}} \cdot (T_W - T_L)$$

$$\dot{q}'' = 277 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Wärmeabgabe pro m Rohrlänge

$$\dot{q}' = \dot{q}'' \frac{A}{L}$$

$$\dot{q}' = 37,4 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

Verständnisfragen

Welche vereinfachende Annahme kann bei der Berechnung des Wärmeflusses durch eine Rohrwand getroffen werden?

Welcher Widerstand bestimmt den Wärmedurchgang (-skoeffizienten) ?