
Wärme- und Stoffübertragung I

Regeln zur Berechnung von Einstrahlzahlen

Prof. Dr.-Ing. Reinhold Kneer
Dr.-Ing. Dr. rer. pol. Wilko Rohlfs

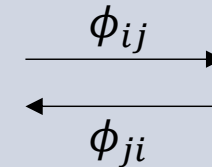
- Summenregel

- Erlernen der Summenregel zur Berechnung von Einstrahlzahlen

$$\sum_j \phi_{ij} = 1$$

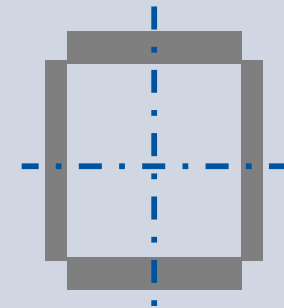
- Reziprozitätsbeziehung

- Erlernen der Reziprozitätsbeziehung zur Berechnung von Einstrahlzahlen


$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\phi_{ij}} \\ \xleftarrow{\phi_{ji}} \end{array}$$

- Weitere Regeln für Sichtfaktoren

- Vermögen Symmetriebedingungen geschickt zu nutzen
- Vermögen Hilfsebenen geschickt zu nutzen

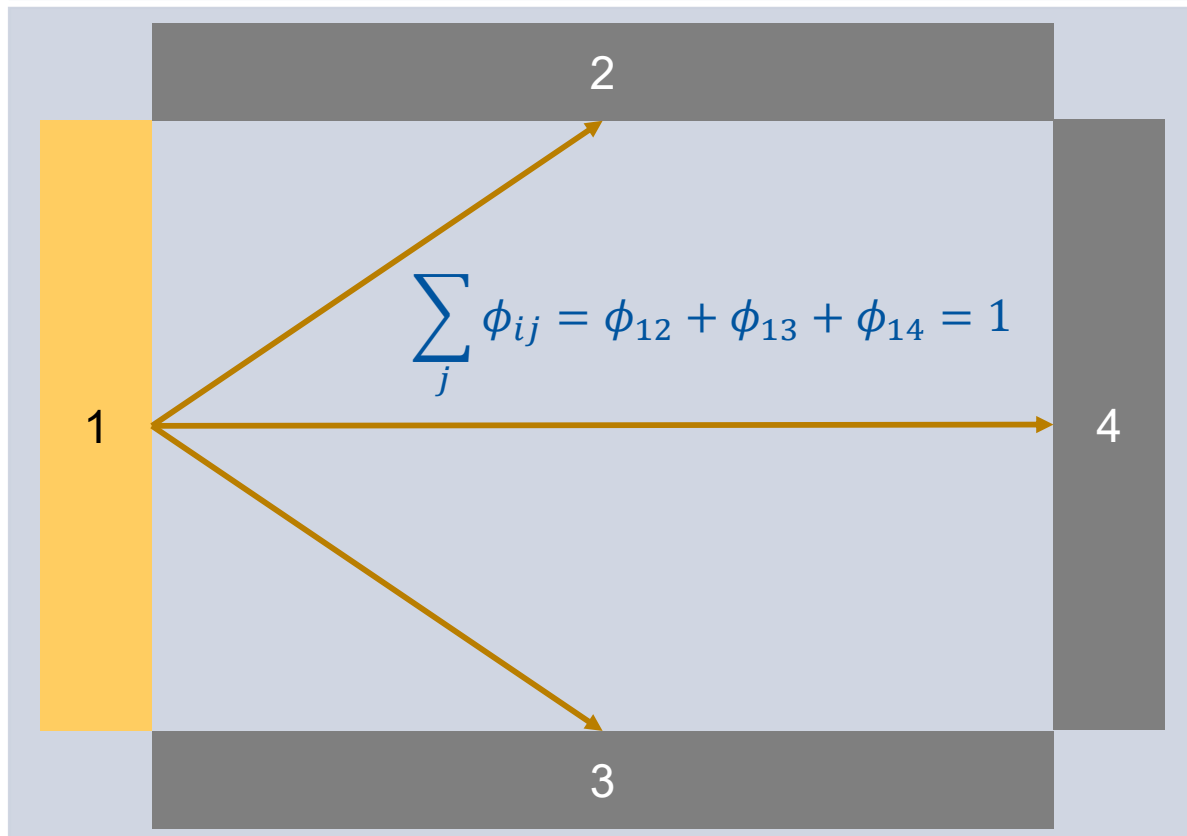


Einstrahlzahlen Kochrezept

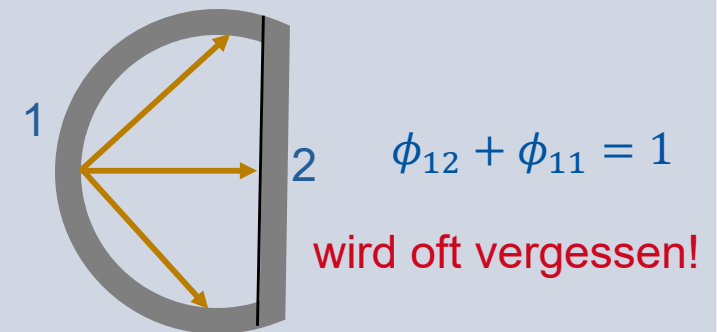
Summenregel

$$\sum_j \phi_{ij} = 1;$$

Die Strahlung die von einer Fläche i ausgeht, „geht nicht verloren“ und muss sich daher komplett auf die umliegenden Flächen $j = 1, 2, 3, \dots$ aufteilen.



Bei konkaven Flächen,
Strahlt der Körper zusätzlich
auf sich selbst

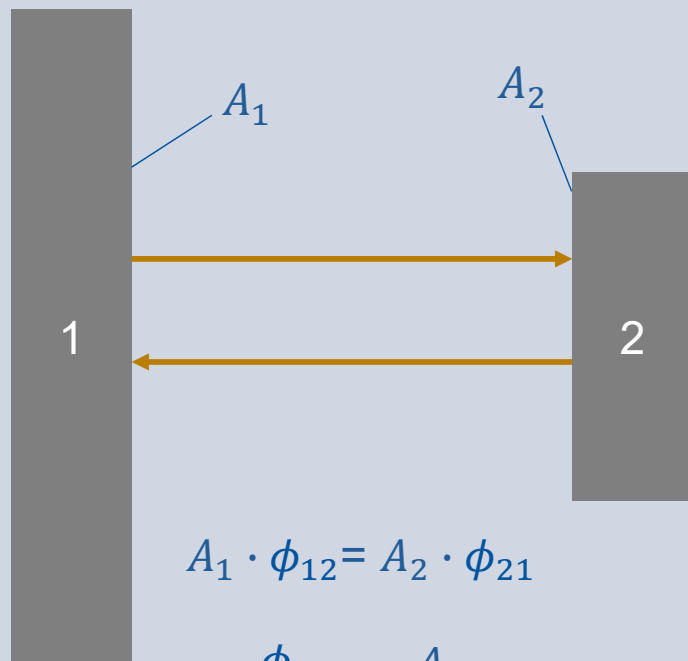


Einstrahlzahlen Kochrezept

Reziprozitätsbeziehung

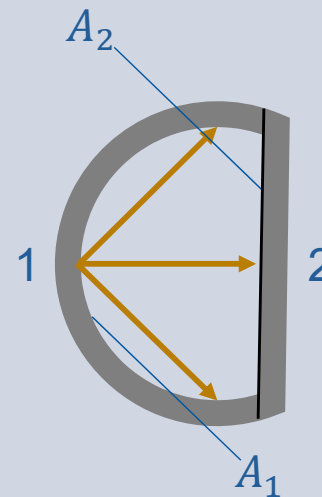
$$A_1 \phi_{12} = A_2 \phi_{21};$$

Das Produkt von Fläche und Einstrahlzahl muss für zwei betrachtete Flächen gleich sein.



$$A_1 \cdot \phi_{12} = A_2 \cdot \phi_{21}$$

$$\frac{\phi_{12}}{\phi_{21}} = \frac{A_2}{A_1}$$



$$A_1 \phi_{12} = A_2 \phi_{21}$$

$$\phi_{21} = 1$$

$$\phi_{12} = \frac{A_2}{A_1}$$

Einstrahlzahlen Kochrezept

Symmetrie

Wenn Flächen gleich groß und symmetrisch angeordnet sind, dann sind auch die Einstrahlzahlen von der ausgehenden Fläche auf die einzelnen Zielflächen identisch.



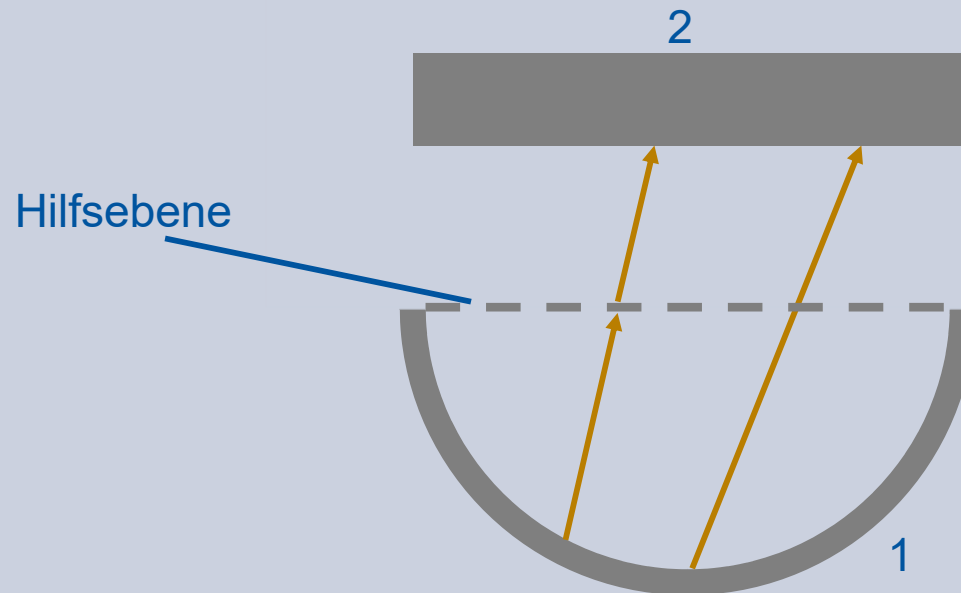
$$\phi_{12} = \phi_{13} \\ = \phi_{42} = \phi_{43}$$

$$\phi_{34} = \phi_{31} \\ = \phi_{24} = \phi_{21}$$

Einstrahlzahlen Kochrezept

Hilfsebenen

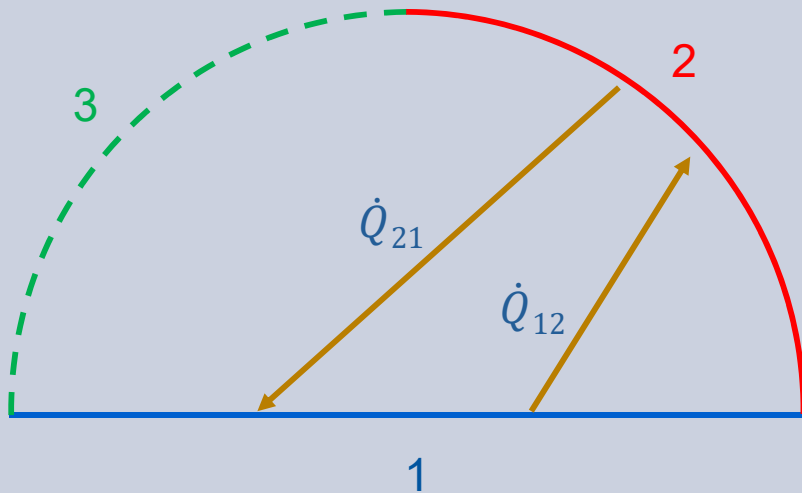
Wenn Hilfsebenen geschickt aufgestellt werden, kann eine kompliziertere Geometrie in vereinfachte Geometrien aufgeteilt werden



Einstrahlzahlen Übungen

Beispiel 1

Wie viel Strahlung trifft von Fläche 1 auf Fläche 2 und umgekehrt?



Wärmestrom 1 nach 2

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = \phi_{12} \dot{q}_1'' A_1$$

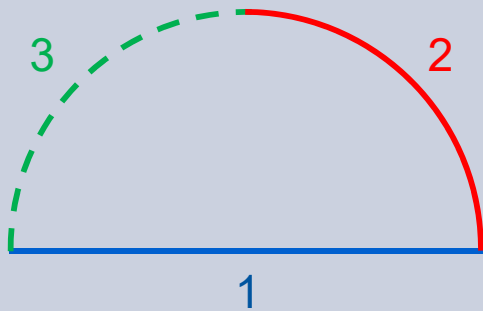
Wärmestrom 2 nach 1

$$\dot{Q}_{2 \rightarrow 1} = \phi_{21} \dot{q}_2'' A_2$$

Einstrahlzahlen Übungen

Beispiel 1

Wie viel Strahlung trifft von Fläche 1 auf Fläche 2 und umgekehrt?



Summenregel Fläche 1

$$\phi_{11} + \phi_{12} + \phi_{13} = 1$$

$$\phi_{11} = 0$$

$$\phi_{12} + \phi_{13} = 1$$

Symmetrie Fläche 1

$$\phi_{12} = \phi_{13}$$

$$\phi_{12} = \frac{1}{2}$$

Reziprozitätsbeziehung

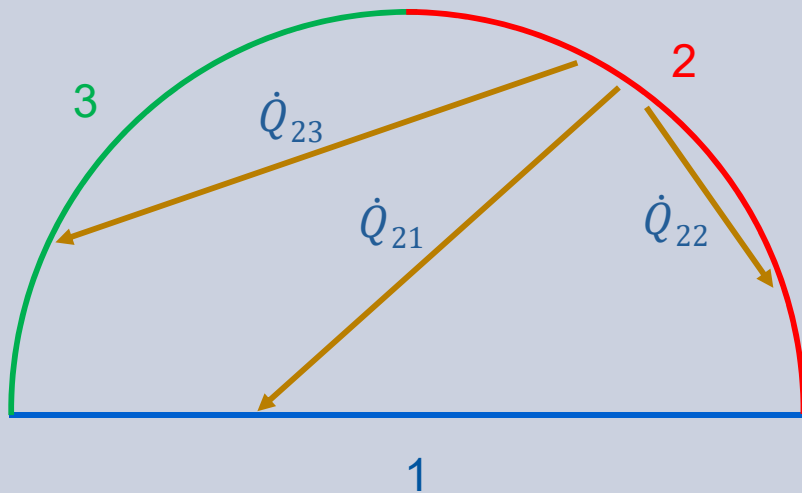
$$\phi_{12} A_1 = \phi_{21} A_2$$

$$\phi_{21} = \phi_{12} \frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{2} \frac{D}{D \frac{\pi}{4}} = \frac{2}{\pi}$$

Einstrahlzahlen Übungen

Beispiel 2

Wie viel Strahlung trifft von Fläche 2 auf die Flächen 1, 2 und 3?



Wärmestrom 2 nach 1

$$\dot{Q}_{2 \rightarrow 1} = \phi_{21} \dot{q}_2'' A_2$$

Wärmestrom 2 nach 2

$$\dot{Q}_{2 \rightarrow 2} = \phi_{22} \dot{q}_2'' A_2$$

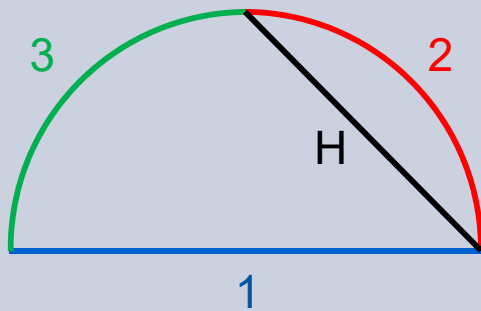
Wärmestrom 2 nach 3

$$\dot{Q}_{2 \rightarrow 3} = \phi_{23} \dot{q}_2'' A_2$$

Einstrahlzahlen Übungen

Beispiel 2

Wie viel Strahlung trifft von Fläche 2 auf die Flächen 1, 2 und 3?



Summenregel Fläche 2

$$\phi_{21} + \phi_{22} + \phi_{23} = 1$$

$$\phi_{22} \neq 0$$

Hilfsebene H

Summenregel Fläche H

$$\phi_{H2} + \phi_{HH} = 1$$

$$\phi_{HH} = 0$$

$$\phi_{H2} = 1$$

Reziprozitätsbeziehung

$$\phi_{2H} A_2 = \phi_{H2} A_H$$

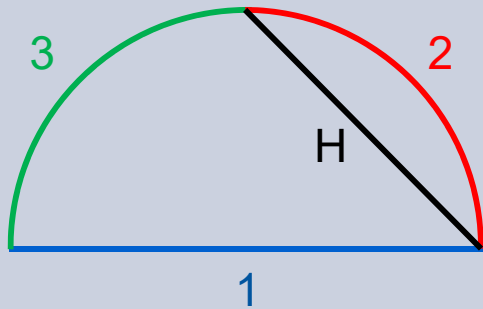
$$\phi_{H2} = 1$$

$$\phi_{2H} = \frac{A_H}{A_2} = \frac{D}{\sqrt{2}} \frac{\pi}{D \frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{8}}{\pi}$$

Einstrahlzahlen Übungen

Beispiel 2

Wie viel Strahlung trifft von Fläche 2 auf die Flächen 1, 2 und 3?



Summenregel Fläche 2 mit Hilfsfläche

$$\phi_{2H} + \phi_{22} = 1$$

$$\phi_{22} = 1 - \phi_{2H} = 1 - \frac{\sqrt{8}}{\pi}$$

Aus erster Summenregel Fläche 2

$$\phi_{23} = 1 - \phi_{22} - \phi_{21}$$

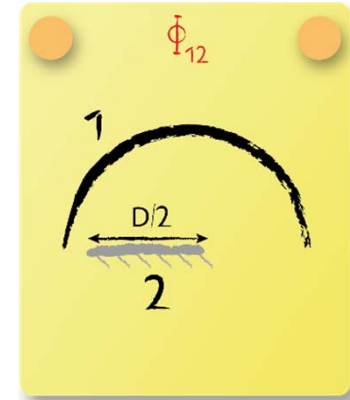
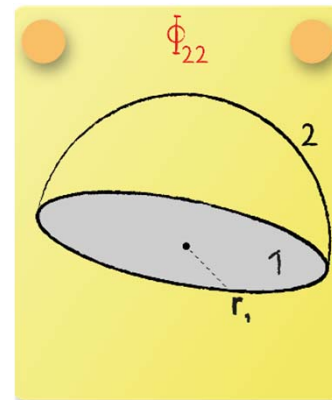
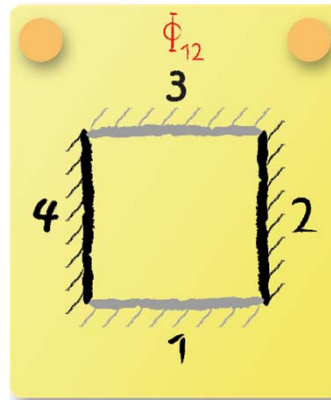
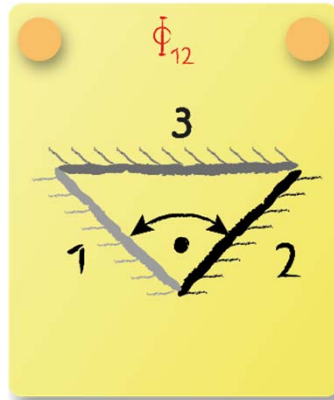
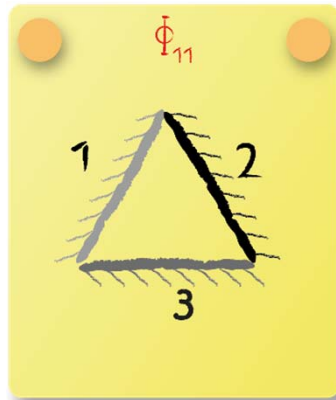
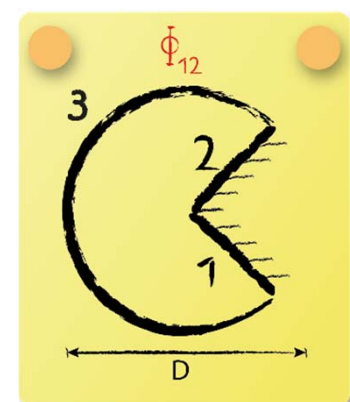
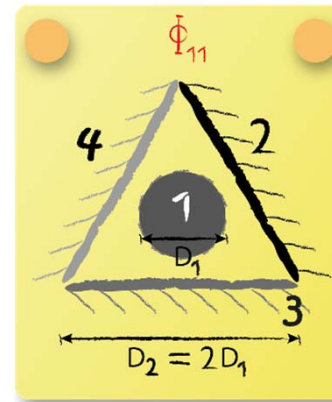
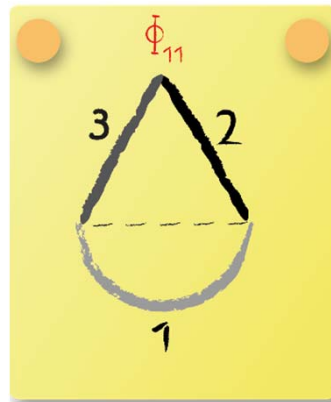
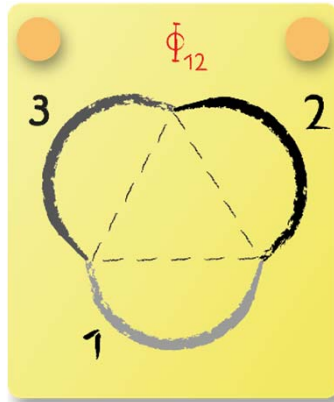
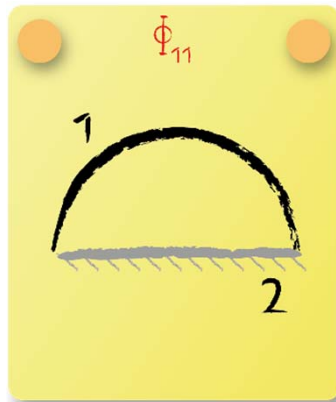
ϕ_{21} aus Bsp. 1

$$\phi_{23} = 1 + \frac{\sqrt{8}}{\pi} - 1 - \frac{2}{\pi} = \frac{2(\sqrt{2} - 1)}{\pi}$$

Einstrahlzahlen Übungen aus der HeatQuiz App

Übungsbeispiele

Welche Werte haben die jeweiligen Einstrahlzahlen $\phi_{i,j}$



Verständnisfragen

Mit welchen Regeln lassen sich Einstrahlzahlen berechnen?

Bei welchen Körperformen muss $\phi_{i,i}$ berücksichtigt werden?