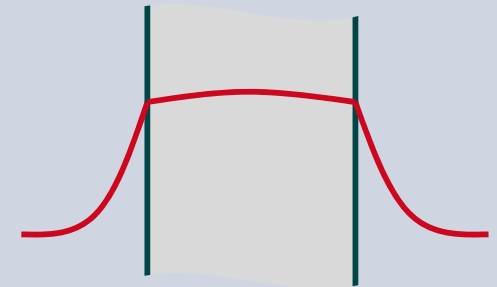

Wärme- und Stoffübertragung I

Biot-Zahl

Prof. Dr.-Ing. Reinhold Kneer
Dr.-Ing. Dr. rer. pol. Wilko Rohlfs

Dimensionslose Kennzahl: Biot-Zahl

- Charakterisierung der relevanten thermischen Widerstände durch die Definition einer dimensionslosen Kennzahl.
- Vereinfachen von komplexen mehrdimensionalen Wärmeleitungsproblemen auf Basis der problembestimmenden thermischen Widerstände.



Relevanz der thermischen Widerstände

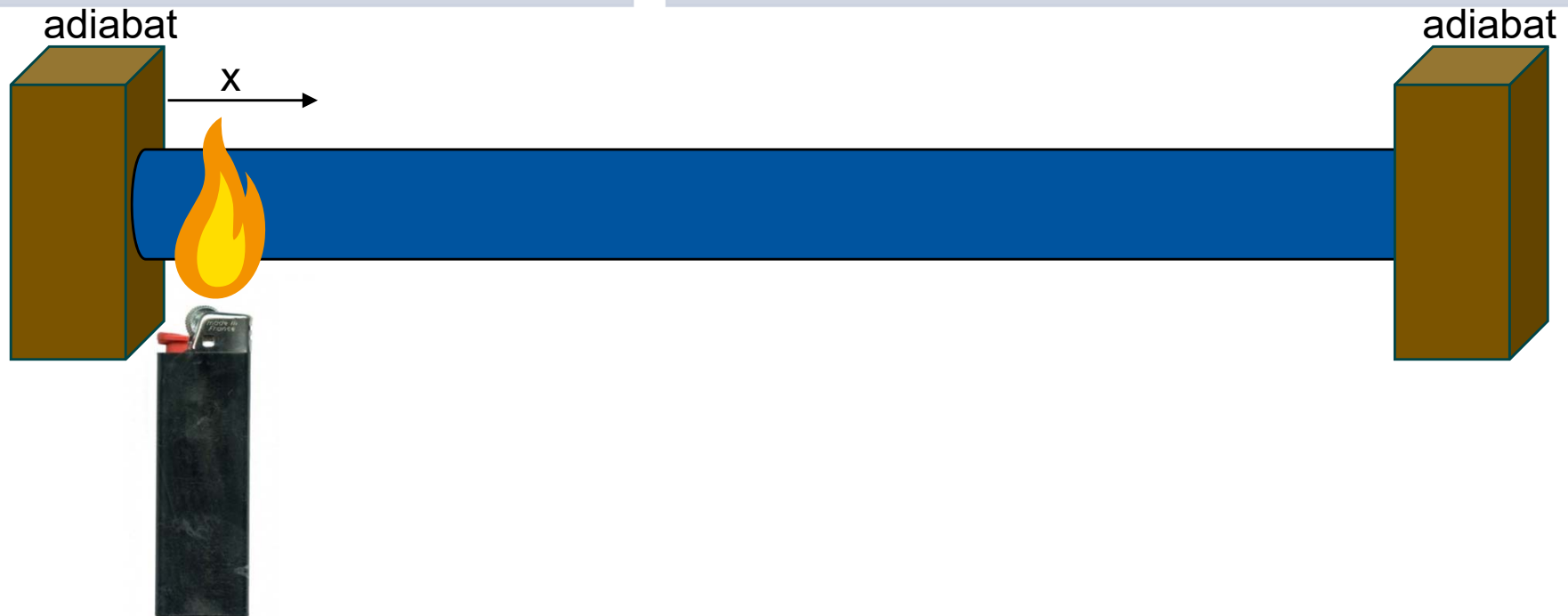
Fragestellung

Welche thermischen Widerstände sind relevant?

Können bestimmte Widerstände vernachlässigt werden?

Temperaturverteilung innerhalb eines Zylinders

Dem Zylinder wird von einer Seite Wärme zugeführt (hier Flamme).



Betrachtung der stationären Temperaturverteilung in einem Zylinder

Fragestellung

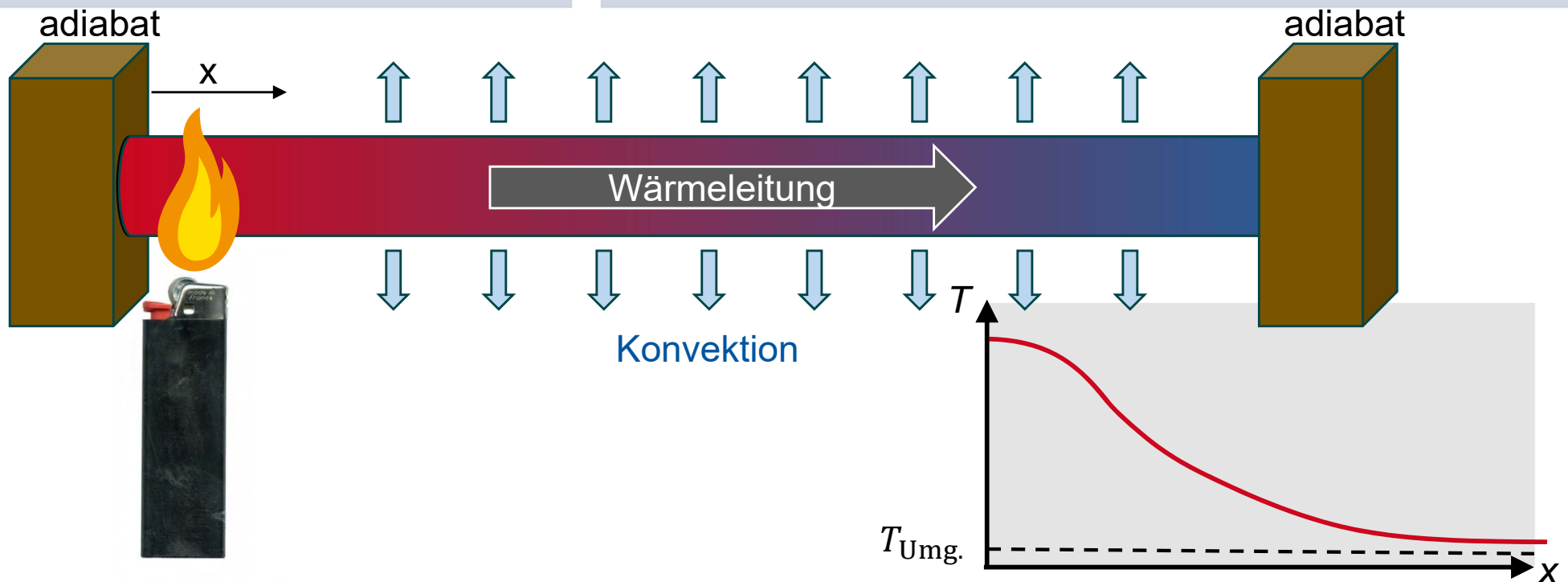
Welche thermischen Widerstände sind relevant?

Können bestimmte Widerstände vernachlässigt werden?

Temperaturverteilung innerhalb eines Zylinders

Dem Zylinder wird von einer Seite Wärme zugeführt (hier Flamme).

Wärme wird durch Leitung innerhalb des Zylinders und durch Konvektion über die Mantelfläche transportiert.



Betrachtung der stationären Temperaturverteilung in einem Zylinder

Fragestellung

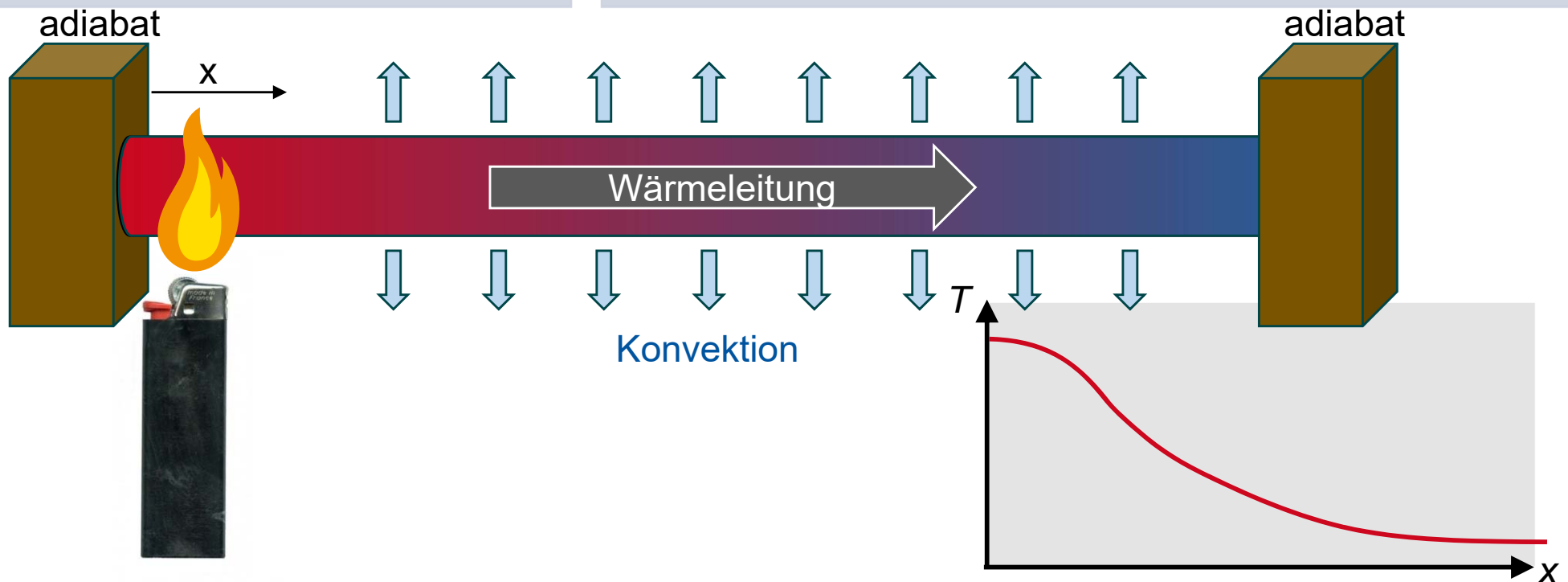
Welche thermischen Widerstände sind relevant?

Können bestimmte Widerstände vernachlässigt werden?

Temperaturverteilung innerhalb eines Zylinders

Dem Zylinder wird von einer Seite Wärme zugeführt (hier Flamme).

Wärme wird durch Leitung innerhalb des Zylinders und durch Konvektion über die Mantelfläche transportiert.



Radialer Wärmeleitwiderstand

Fragestellung

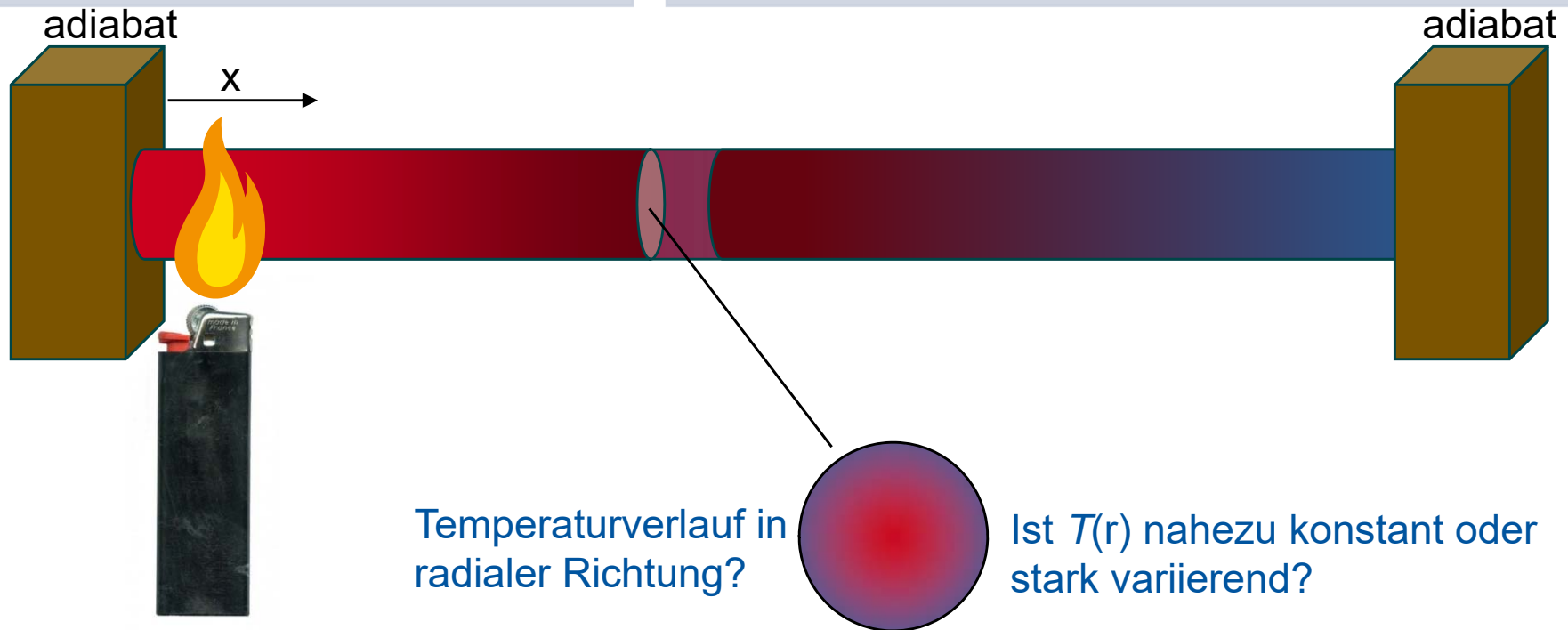
Welche thermischen Widerstände sind relevant?

Können bestimmte Widerstände vernachlässigt werden?

Temperaturverteilung innerhalb eines Zylinders

Dem Zylinder wird von einer Seite Wärme zugeführt (hier Flamme).

Wärme wird durch Leitung innerhalb des Zylinders und durch Konvektion über die Mantelfläche transportiert.



Radialer Wärmeleitwiderstand

Fragestellung

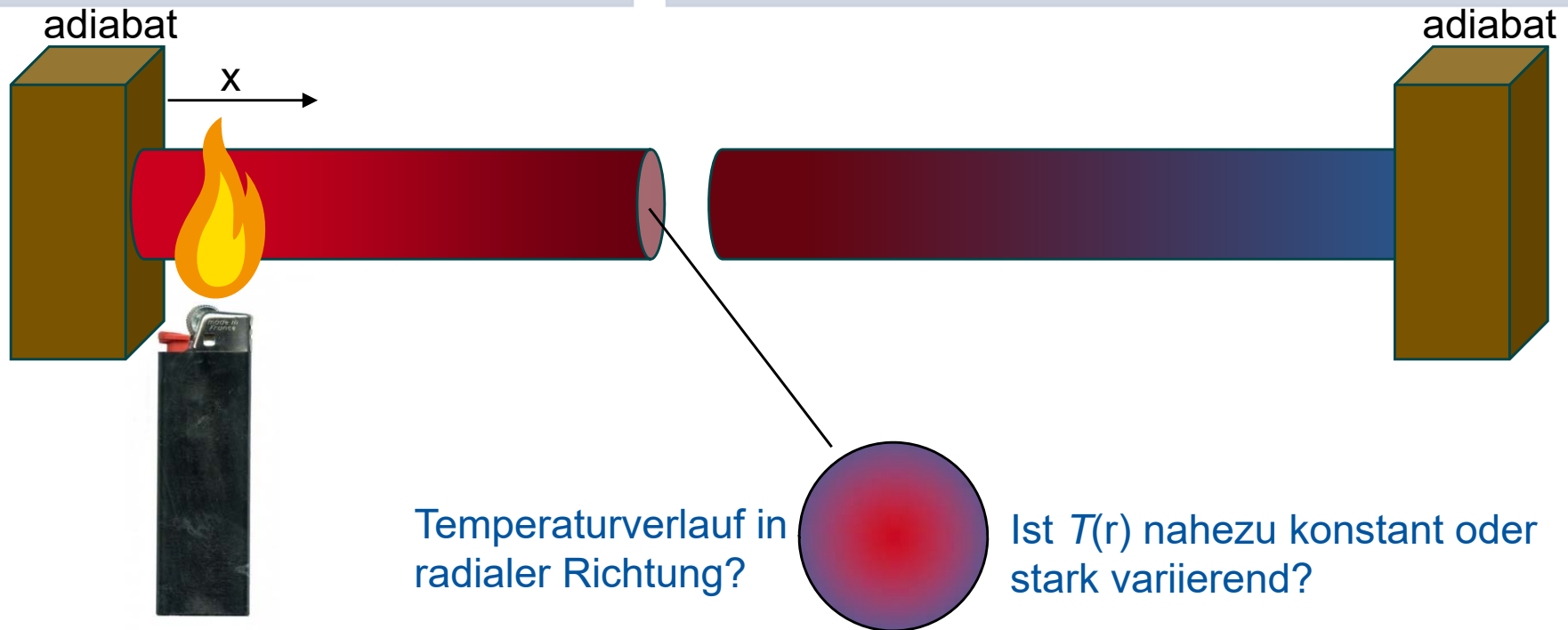
Welche thermischen Widerstände sind relevant?

Können bestimmte Widerstände vernachlässigt werden?

Temperaturverteilung innerhalb eines Zylinders

Dem Zylinder wird von einer Seite Wärme zugeführt (hier Flamme).

Wärme wird durch Leitung innerhalb des Zylinders und durch Konvektion über die Mantelfläche transportiert.



Radialer Wärmeleitwiderstand

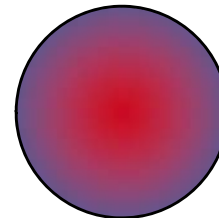
Fragestellung

Welche thermischen Widerstände sind relevant?

Können bestimmte Widerstände vernachlässigt werden?

Temperaturverteilung innerhalb eines Zylinders

+



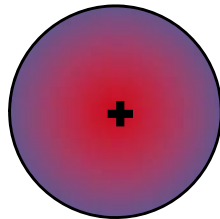
Radialer Wärmeleitwiderstand

Fragestellung

Welche thermischen Widerstände sind relevant?

Können bestimmte Widerstände vernachlässigt werden?

Temperaturverteilung innerhalb eines Zylinders



Betrachtung des radialen Temperaturprofils

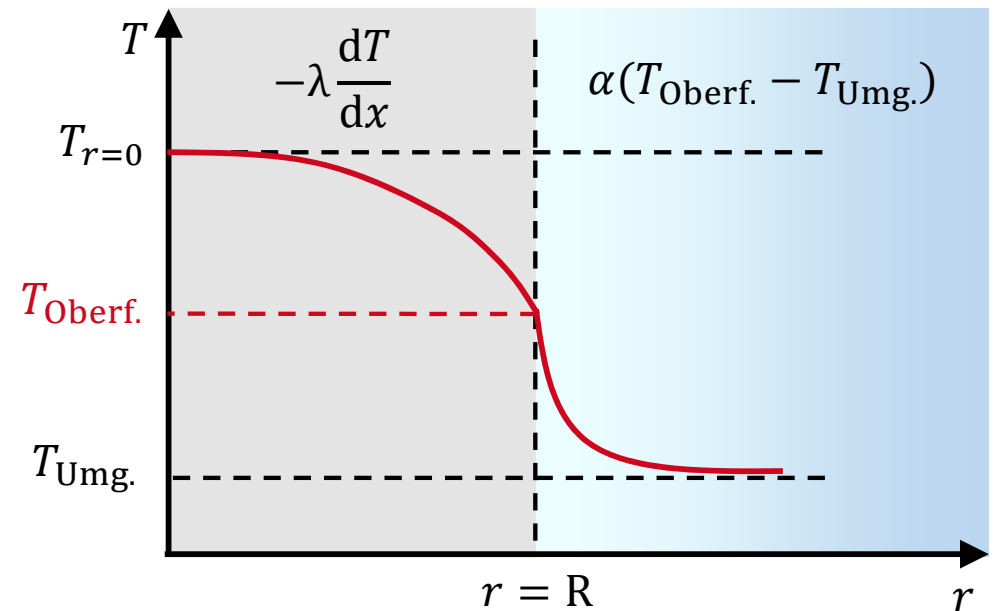
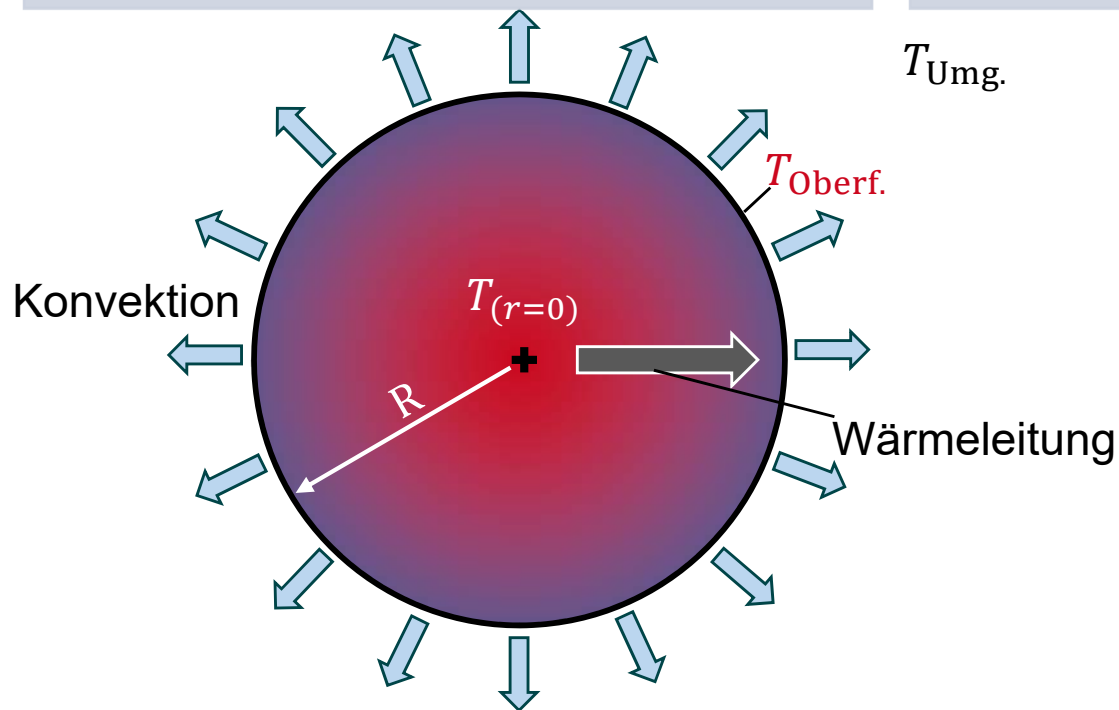
Fragestellung

Welche thermischen Widerstände sind relevant?

Können bestimmte Widerstände vernachlässigt werden?

Temperaturverteilung innerhalb eines Zylinders

Wärme fließt sowohl in axialer als auch radialer Richtung (2D-Betrachtung innerhalb des Zylinders)



Betrachtung des radialen Temperaturprofils

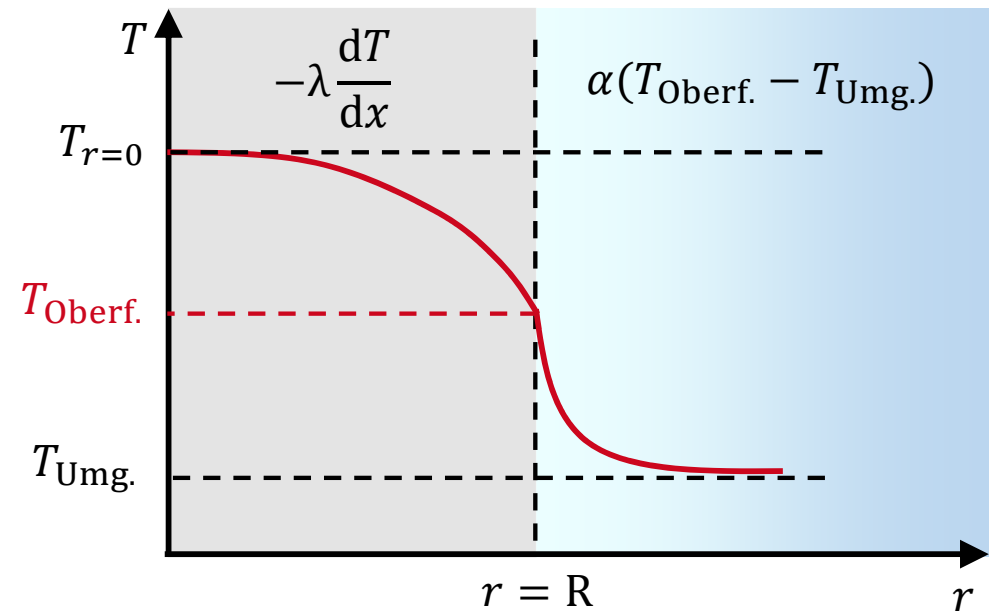
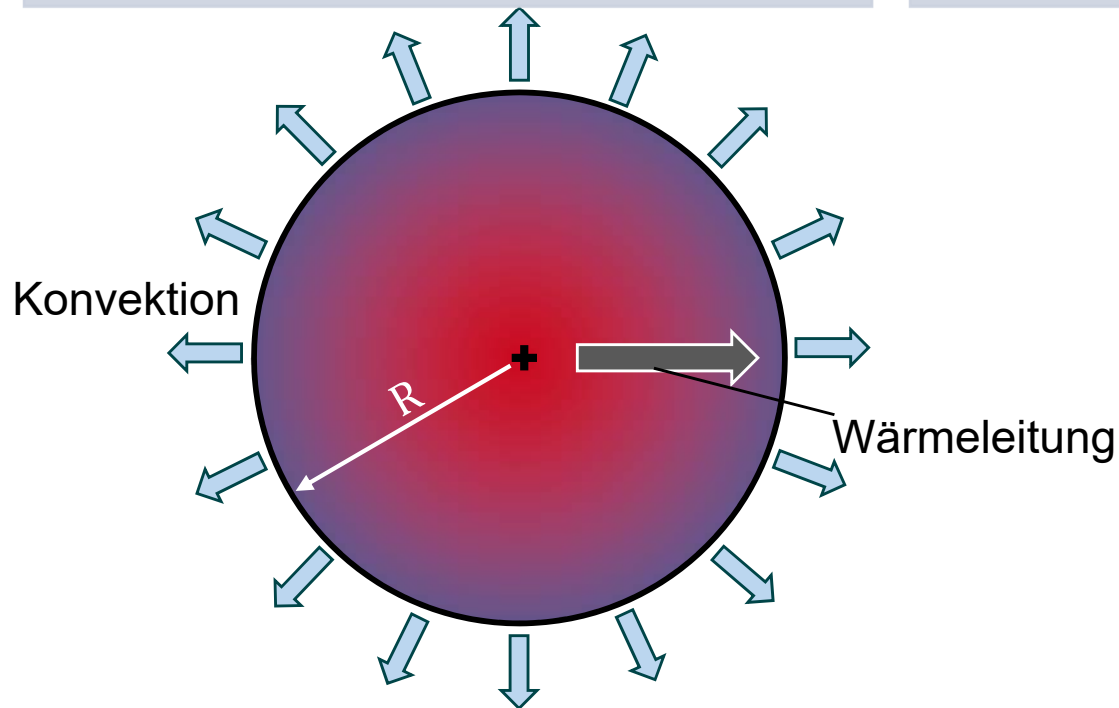
Fragestellung

Welche thermischen Widerstände sind relevant?

Können bestimmte Widerstände vernachlässigt werden?

Temperaturverteilung innerhalb eines Zylinders

Wärme fließt sowohl in axialer als auch radialer Richtung (2D-Betrachtung innerhalb des Zylinders)



Veränderung des Temperaturprofils bei Erhöhung der Wärmeleitfähigkeit

Fragestellung

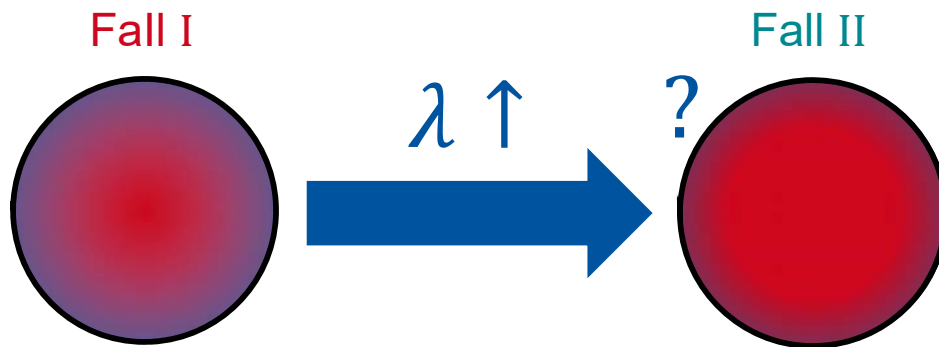
Welche thermischen Widerstände sind relevant?

Können bestimmte Widerstände vernachlässigt werden?

Temperaturverteilung innerhalb eines Zylinders

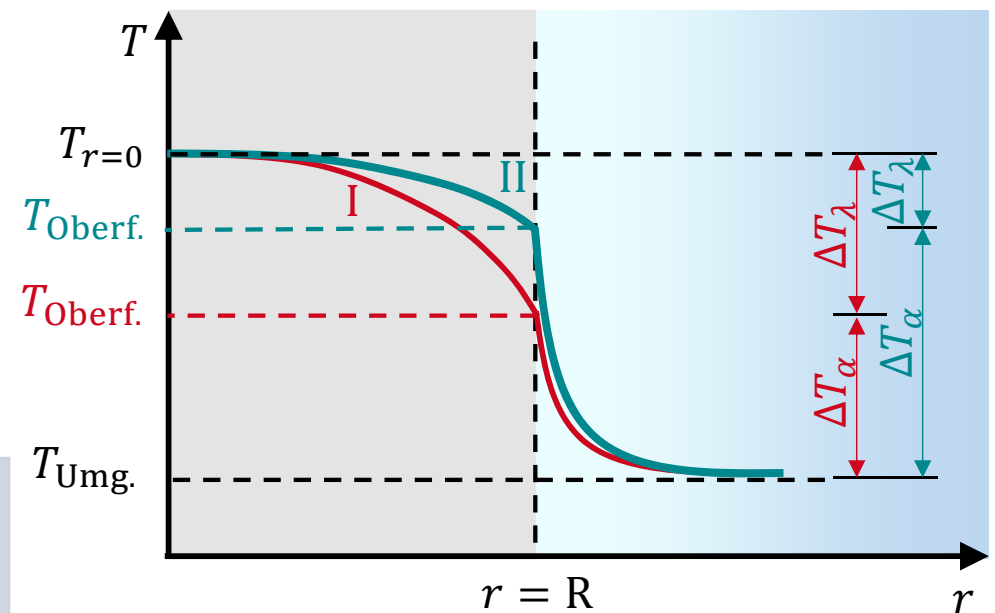
Wärme fließt sowohl in axialer als auch radialer Richtung (2D-Betrachtung innerhalb des Zylinders)

Je größer die Wärmeleitfähigkeit wird, desto geringer wird der Wärmewiderstand durch Leitung



Fall II: Wärmeleitwiderstand
geringer als
Widerstand durch Konvektion

$$\Delta T_{\lambda} < \Delta T_{\alpha}$$



Veränderung des Temperaturprofils bei Erhöhung der Wärmeleitfähigkeit

Fragestellung

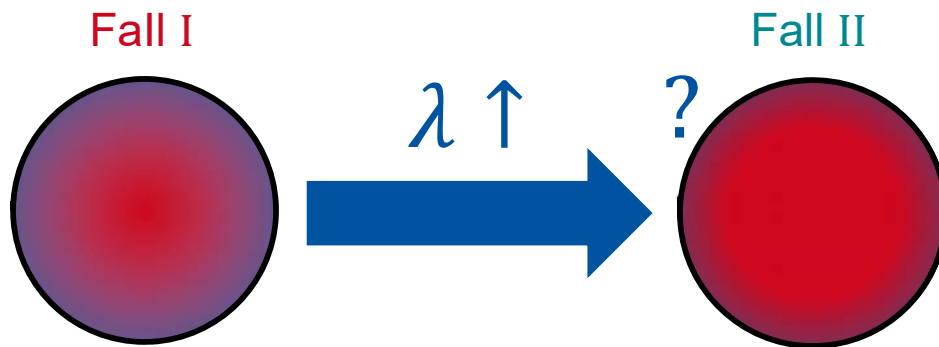
Welche thermischen Widerstände sind relevant?

Können bestimmte Widerstände vernachlässigt werden?

Temperaturverteilung innerhalb eines Zylinders

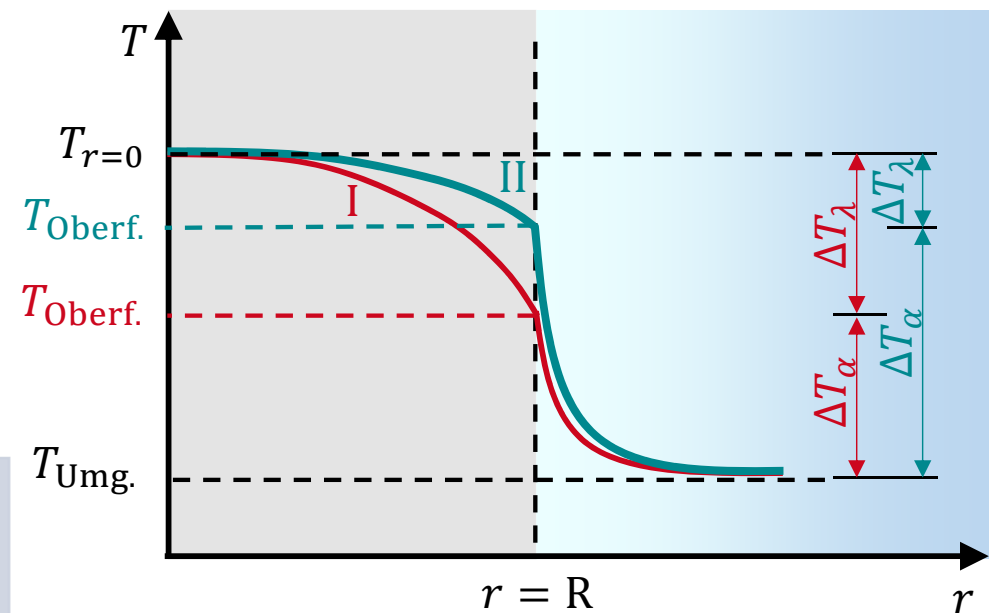
Wärme fließt sowohl in axialer als auch radialer Richtung (2D-Betrachtung innerhalb des Zylinders)

Je größer die Wärmeleitfähigkeit wird, desto geringer wird der Wärmewiderstand durch Leitung



Fall II: Wärmeleitwiderstand
geringer als
Widerstand durch Konvektion

$$\Delta T_{\lambda} < \Delta T_{\alpha}$$



Veränderung des Temperaturprofils bei Reduzierung des Durchmessers

Fragestellung

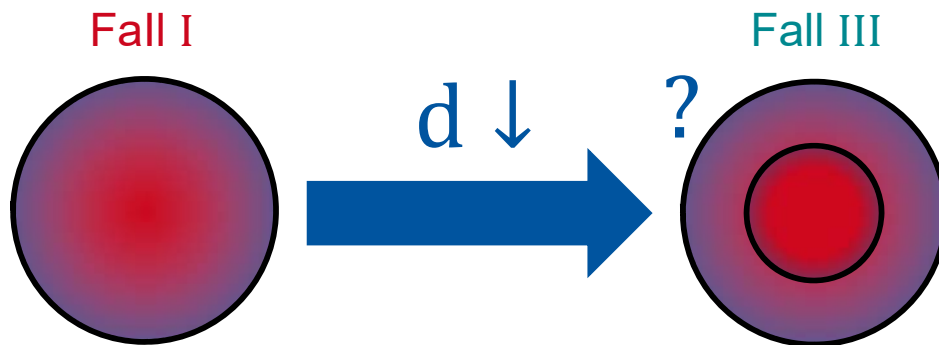
Welche thermischen Widerstände sind relevant?

Können bestimmte Widerstände vernachlässigt werden?

Temperaturverteilung innerhalb eines Zylinders

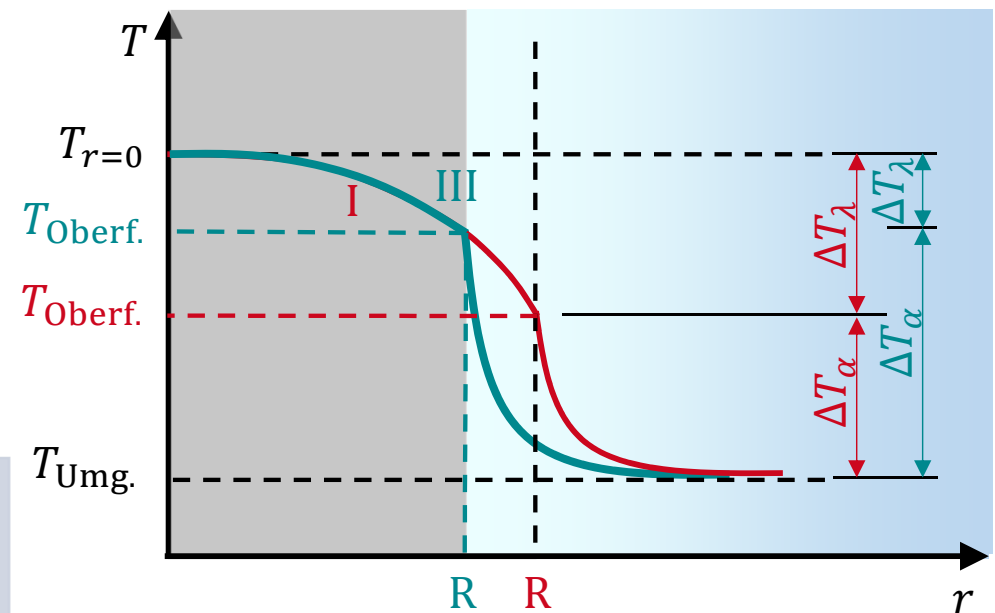
Wärme fließt sowohl in axialer als auch radialer Richtung (2D-Betrachtung innerhalb des Zylinders)

Je kleiner der Durchmesser wird, desto geringer wird der Wärmewiderstand durch Leitung in radialer Richtung



Fall II: Wärmeleitwiderstand
geringer als
Widerstand durch Konvektion

$$\Delta T_{\lambda} < \Delta T_{\alpha}$$



Veränderung des Temperaturprofils bei Reduzierung des Durchmessers

Fragestellung

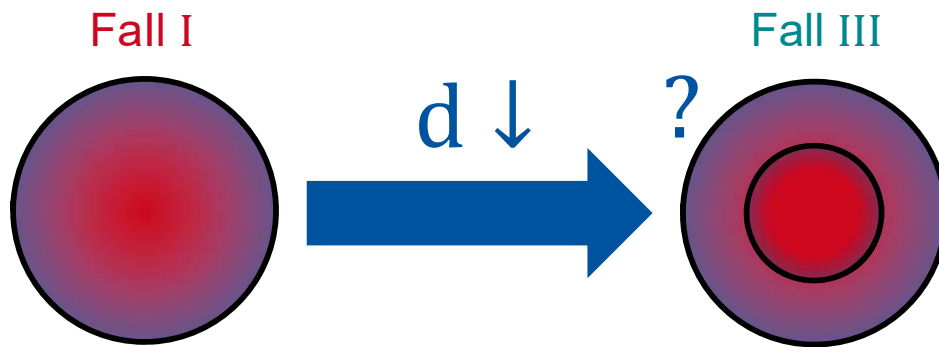
Welche thermischen Widerstände sind relevant?

Können bestimmte Widerstände vernachlässigt werden?

Temperaturverteilung innerhalb eines Zylinders

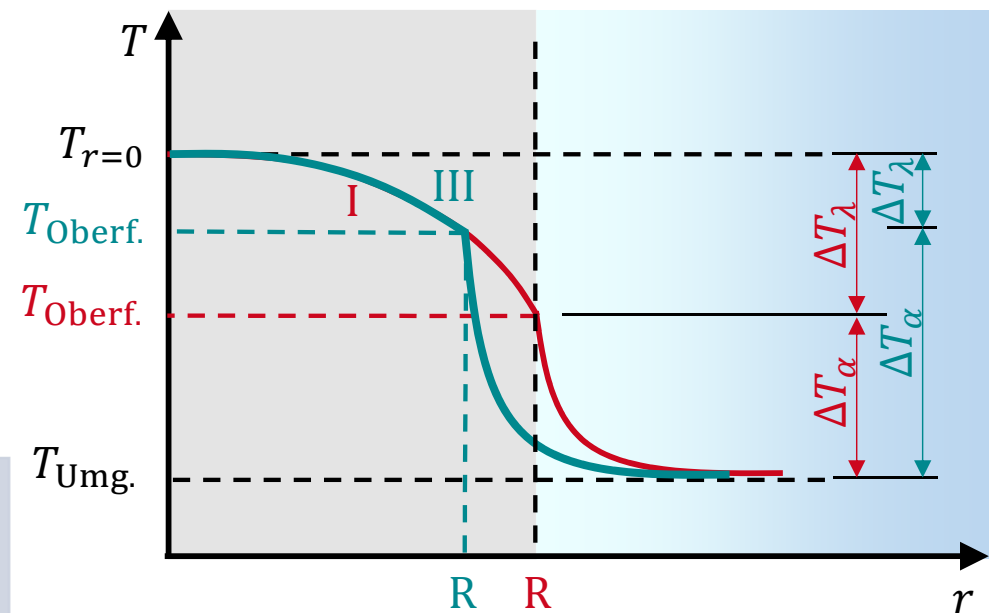
Wärme fließt sowohl in axialer als auch radialer Richtung (2D-Betrachtung innerhalb des Zylinders)

Je kleiner der Durchmesser wird, desto geringer wird der Wärmewiderstand durch Leitung in radialer Richtung



Fall II: Wärmeleitwiderstand
geringer als
Widerstand durch Konvektion

$$\Delta T_{\lambda} < \Delta T_{\alpha}$$



Veränderung des Temperaturprofils bei Reduzierung der Konvektion

Fragestellung

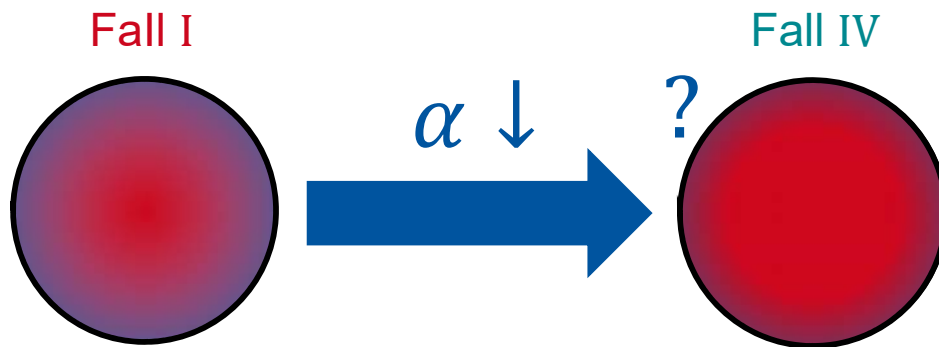
Welche thermischen Widerstände sind relevant?

Können bestimmte Widerstände vernachlässigt werden?

Temperaturverteilung innerhalb eines Zylinders

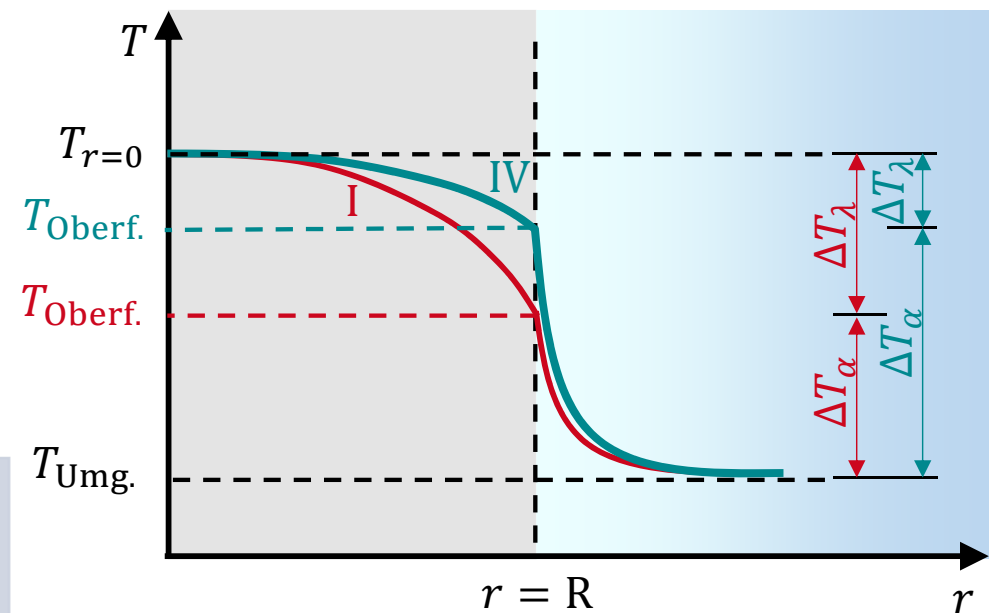
Wärme fließt sowohl in axialer als auch radialer Richtung (2D-Betrachtung innerhalb des Zylinders)

Je geringer die Konvektion, desto mehr wird sie zur limitierenden Größe im Wärmetransport



Fall II: Wärmeleitwiderstand
geringer als
Widerstand durch Konvektion

$$\Delta T_{\lambda} < \Delta T_{\alpha}$$



Dimensionslose Kennzahl: Biot-Zahl

Fragestellung

Welche thermischen Widerstände sind relevant?

Können bestimmte Widerstände vernachlässigt werden?

Temperaturverteilung innerhalb eines Zylinders

Wärme fließt sowohl in axialer als auch radialer Richtung (2D-Betrachtung innerhalb des Zylinders)

Je geringer die Konvektion, desto mehr wird sie zur limitierenden Größe im Wärmetransport

$$\text{Temperaturprofil} = f(\alpha, d, \lambda)$$

Dimensionslose Kennzahl: Biot-Zahl

Biot-Zahl

Zur Charakterisierung des problembestimmenden Widerstands, werden die **Widerstände von Wärmeleitung im Körper und Konvektion am Körper** ins Verhältnis gesetzt.

Dimensionslose Größe: **Biot-Zahl**.

$$\text{Bi} = \frac{W_{\lambda}}{W_{\alpha}}$$

$$\text{Bi} = \frac{\alpha L}{\lambda}$$

Beispiel bei Zylindrischen Körpern:

$$\text{Bi} = \frac{\alpha R}{\lambda}$$

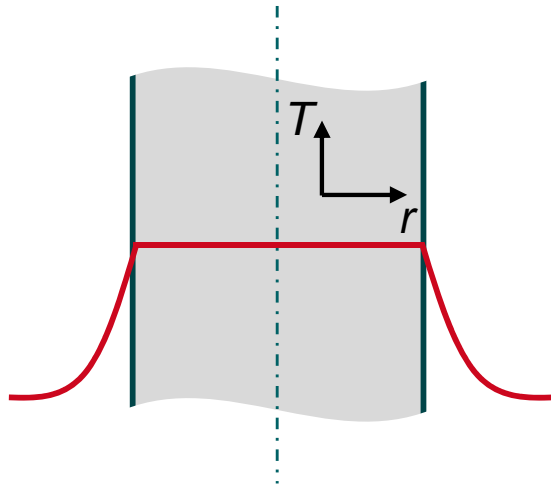
$$\text{Bi} = \frac{\text{Wärmeleitwiderstand innerhalb des Körpers}}{\text{Wärmeübergangswiderstand an der Oberfläche}}$$

L: Charakteristische Länge, die für Wärmeleitwiderstand maßgeblich ist [m]

λ : Wärmeleitfähigkeit $\left[\frac{\text{W}}{\text{m K}} \right]$

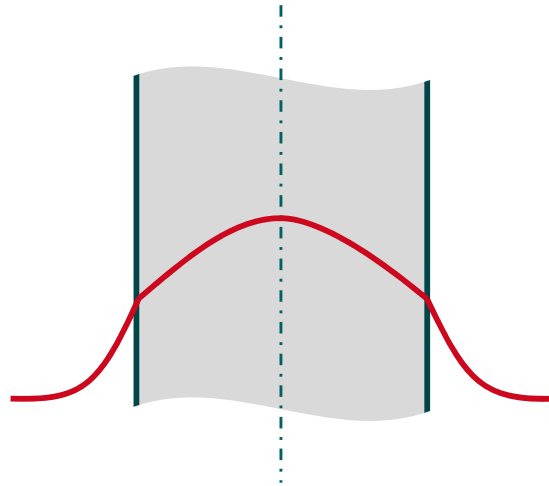
α : Wärmeübergangskoeffizient $\left[\frac{\text{W}}{\text{Km}^2} \right]$

Regime der Biot-Zahl



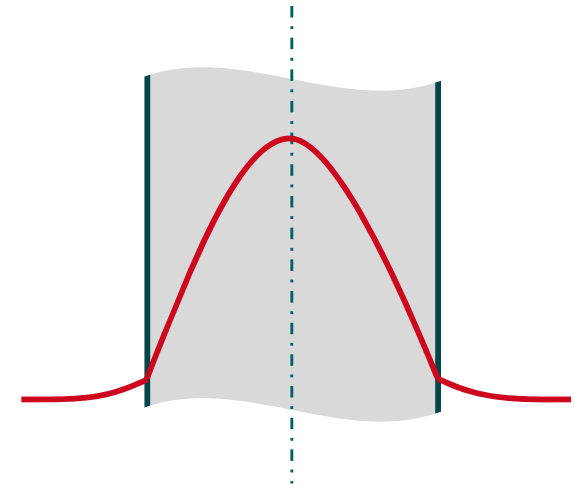
$Bi \ll 1$

- homogene Temperatur im Körper
- W_λ vernachlässigbar
- Kleine Körper oder Körpern mit hoher Wärmeleitfähigkeit



$Bi \approx 1$

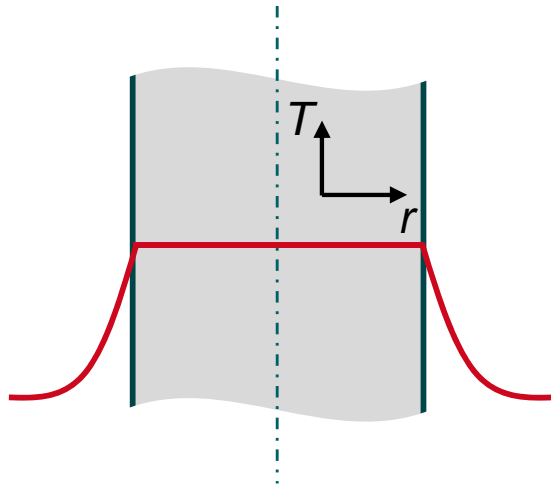
- ähnliche Anteile von Wärmeleitung und Konvektion
- $W_\lambda \approx W_\alpha$



$Bi \gg 1$

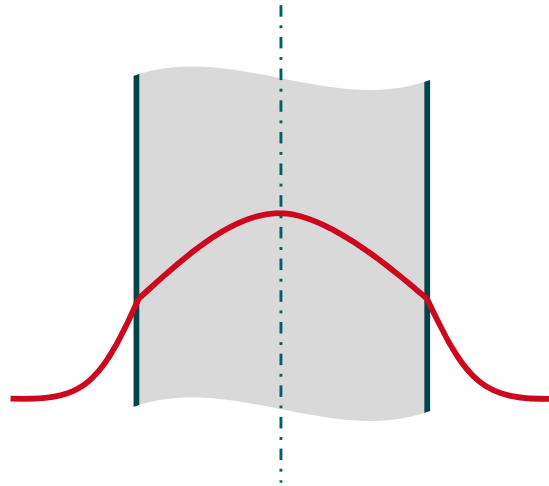
- hoher Wärmeleitwiderstand
- $W_\lambda \gg W_\alpha$
- häufig bei Körpern mit niedriger Wärmeleitfähigkeit

Regime der Biot-Zahl



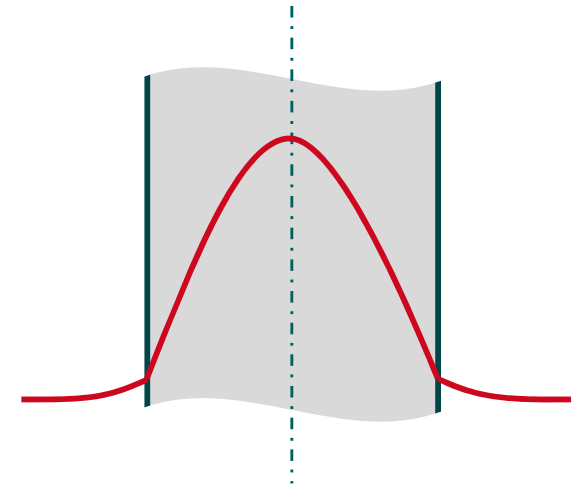
$Bi \ll 1$

- homogene Temperatur im Körper
- W_λ vernachlässigbar
- Kleine Körper oder Körpern mit hoher Wärmeleitfähigkeit



$Bi \approx 1$

- ähnliche Anteile von Wärmeleitung und Konvektion
- $W_\lambda \approx W_\alpha$

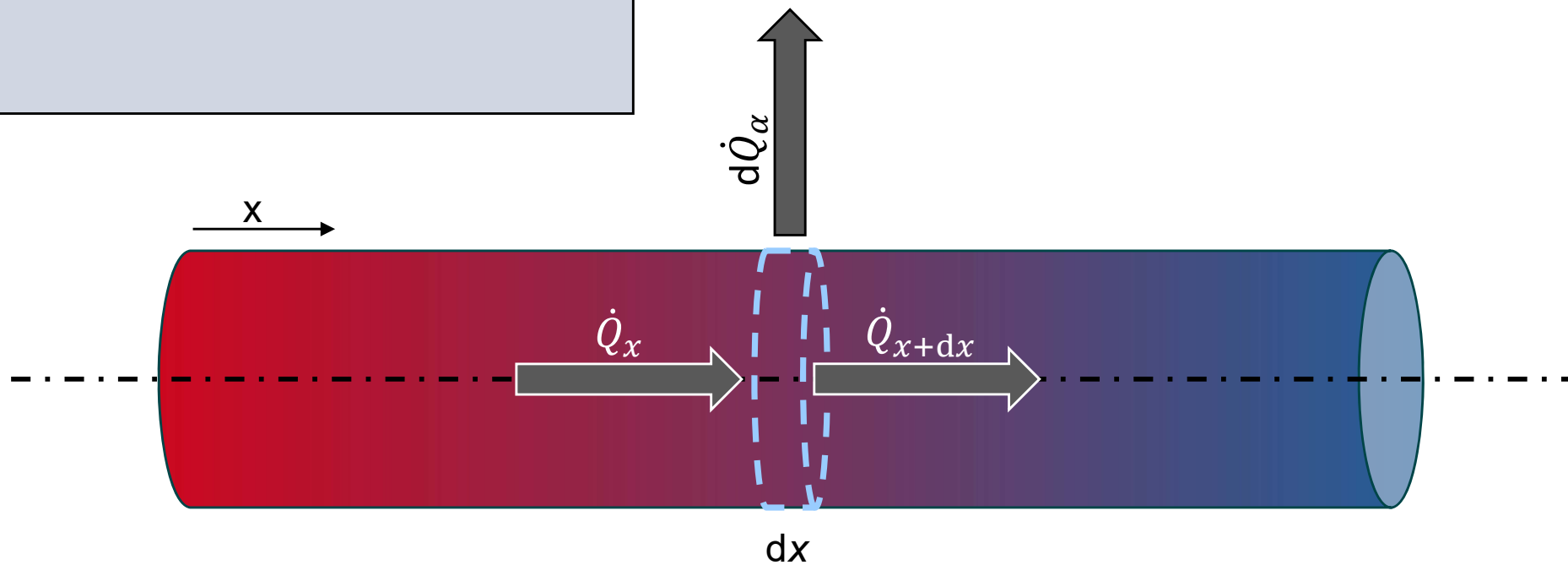


$Bi \gg 1$

- Hoher Wärmeleitwiderstand
- $W_\lambda \gg W_\alpha$
- häufig bei Körpern mit niedriger Wärmeleitfähigkeit

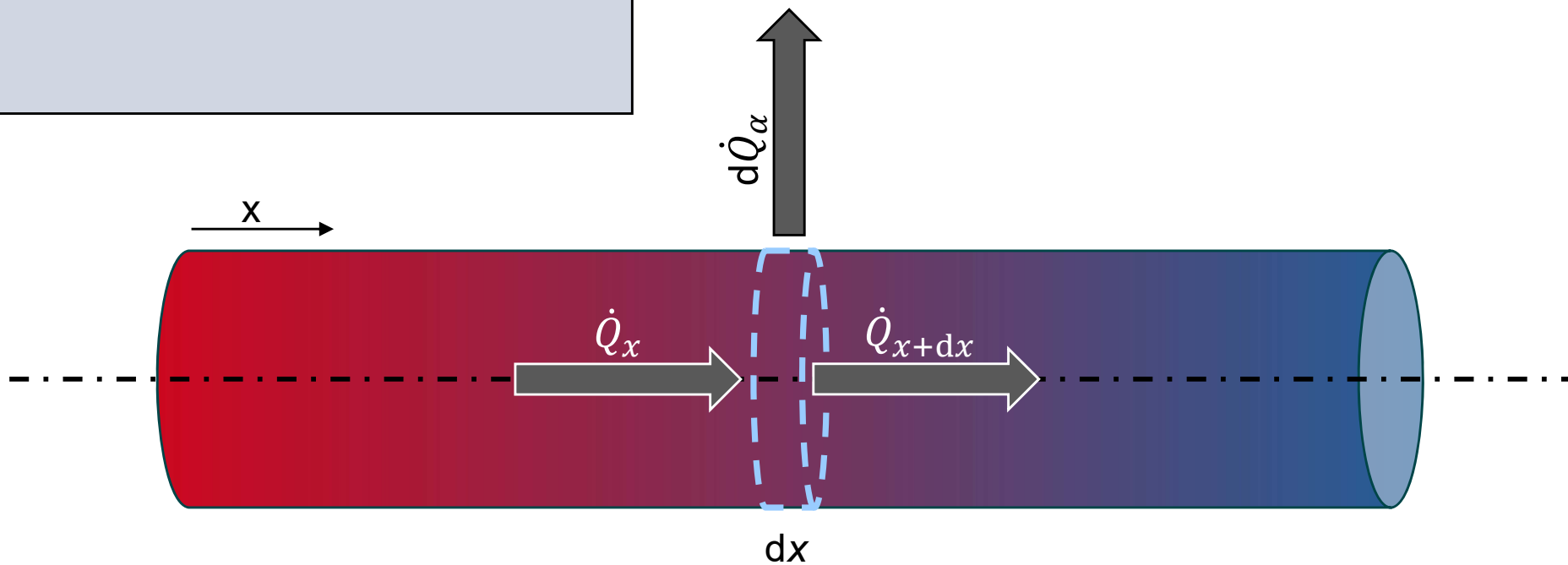
Bi << 1: Eindimensionale Betrachtung

Bi << 1 führt somit zu einer eindimensionalen Betrachtung innerhalb des Zylinders



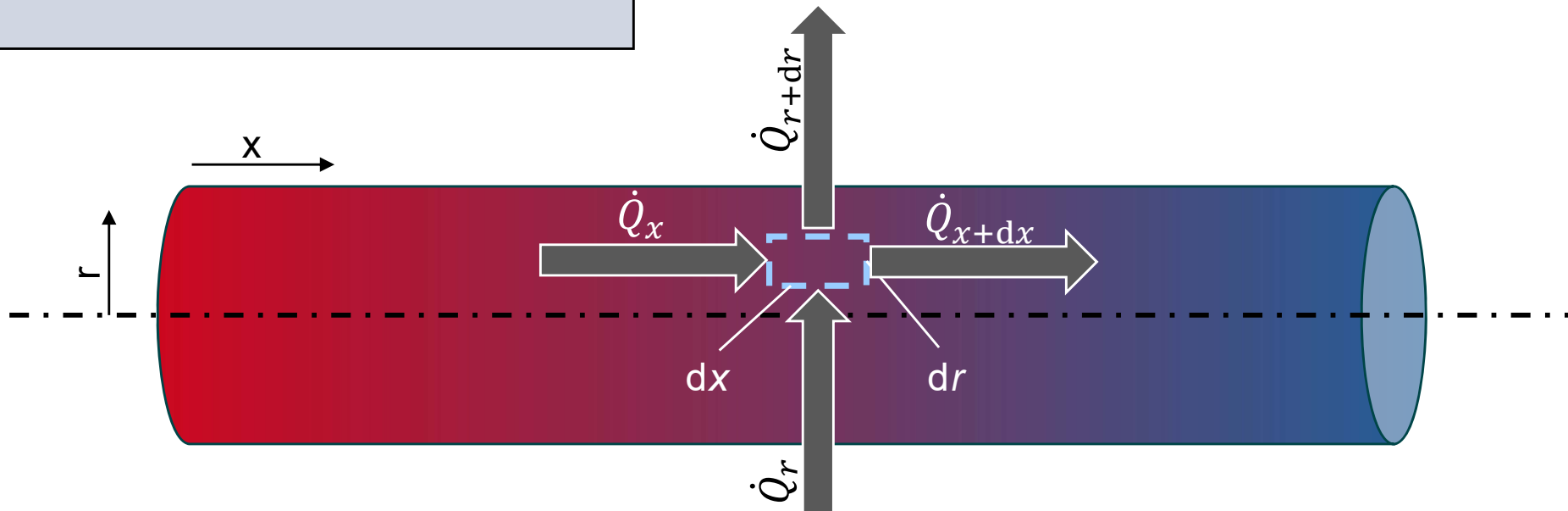
Bi << 1: Eindimensionale Betrachtung

Bi << 1 führt somit zu einer
eindimensionalen Betrachtung
innerhalb des Zylinders



$Bi \approx 1$ oder $Bi \gg 1$: Zweidimensionale Betrachtung

$Bi \approx 1$ und $Bi \gg 1$ führt zu einer zweidimensionalen Betrachtung innerhalb des Zylinders



Verständnisfragen

Welche Information liefert die Biot - Zahl?

Welche Annahmen dürfen bei $Bi \ll 1$ getroffen werden?

Ist die Biot-Zahl für ein Rippenproblem hoch oder niedrig?