
Wärme- und Stoffübertragung I

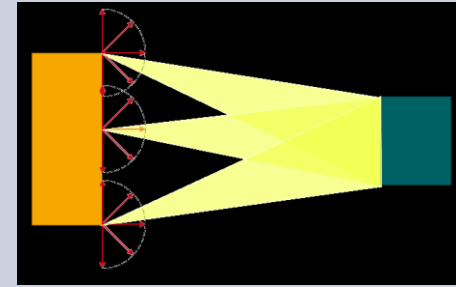
Einstrahlzahlen

Prof. Dr.-Ing. Reinhold Kneer
Dr.-Ing. Dr. rer. pol. Wilko Rohlf

Lernziele

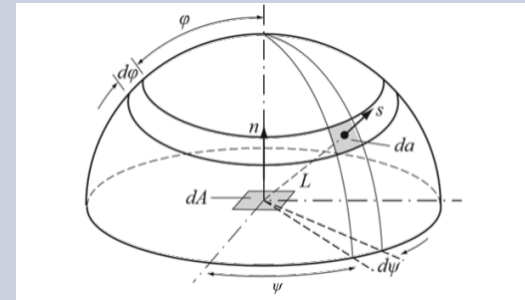
- Prinzip Einstrahlzahlen / Sichtfaktoren

- Verständnis von abgestrahlter zu ankommender Strahlung



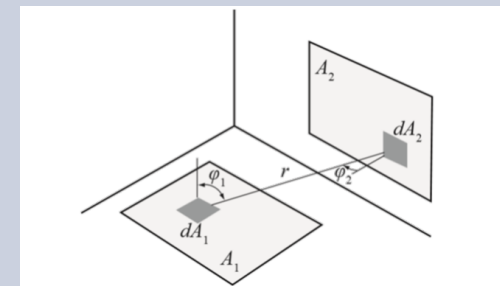
- Diffuse Strahlung im 3-D Raum

- Verständnis über die von einer Fläche ausgehende Strahlungsverteilung mit Hilfe einer umschließenden Halbkugel

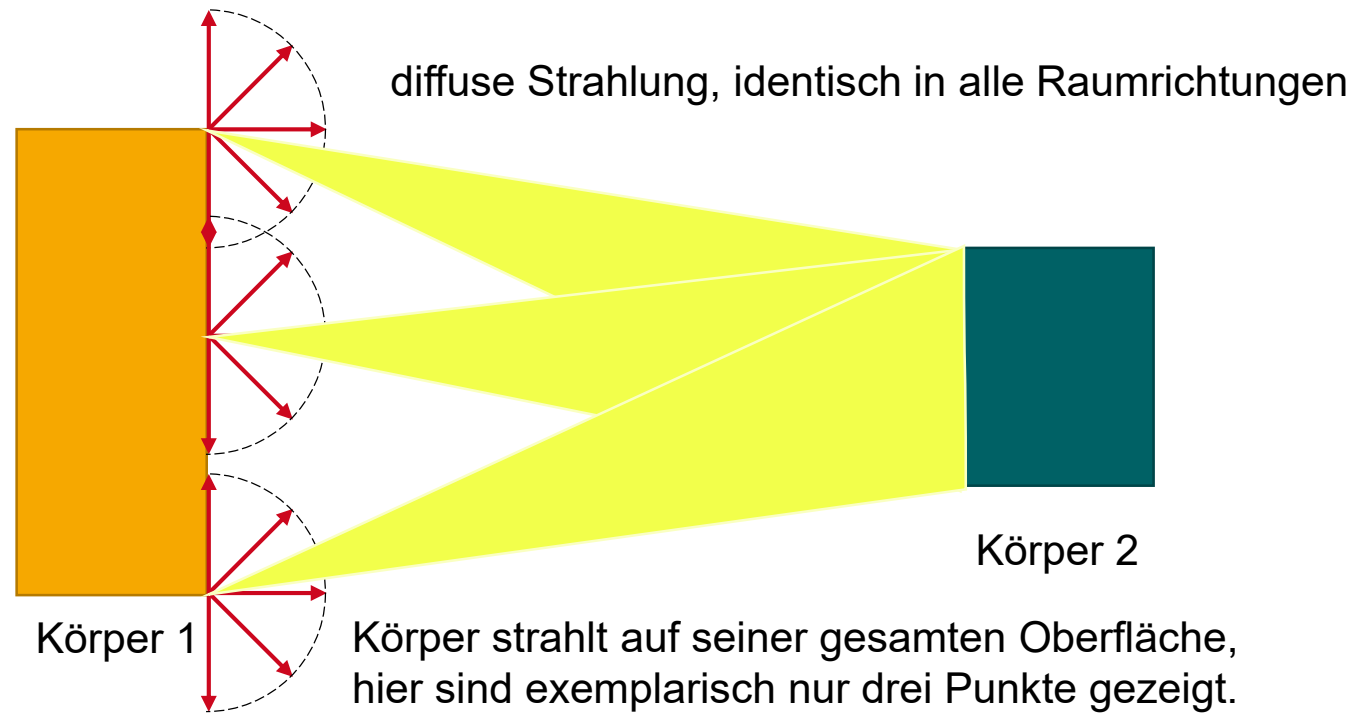


- Strahlungsaustausch zweier Flächen

- Fähigkeit den Sichtfaktor zwischen zwei im rechten Winkel stehenden Flächen zu bestimmen



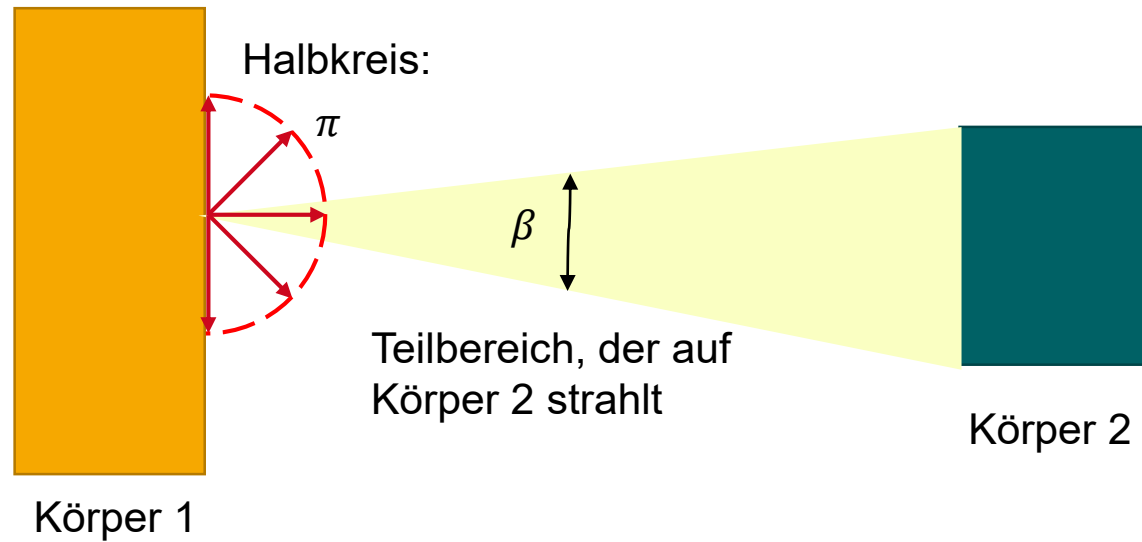
Prinzip der Einstrahlzahlen



Frage:

Welcher Anteil der von Körper 1 ausgehenden diffusen Strahlung trifft auf Körper 2?

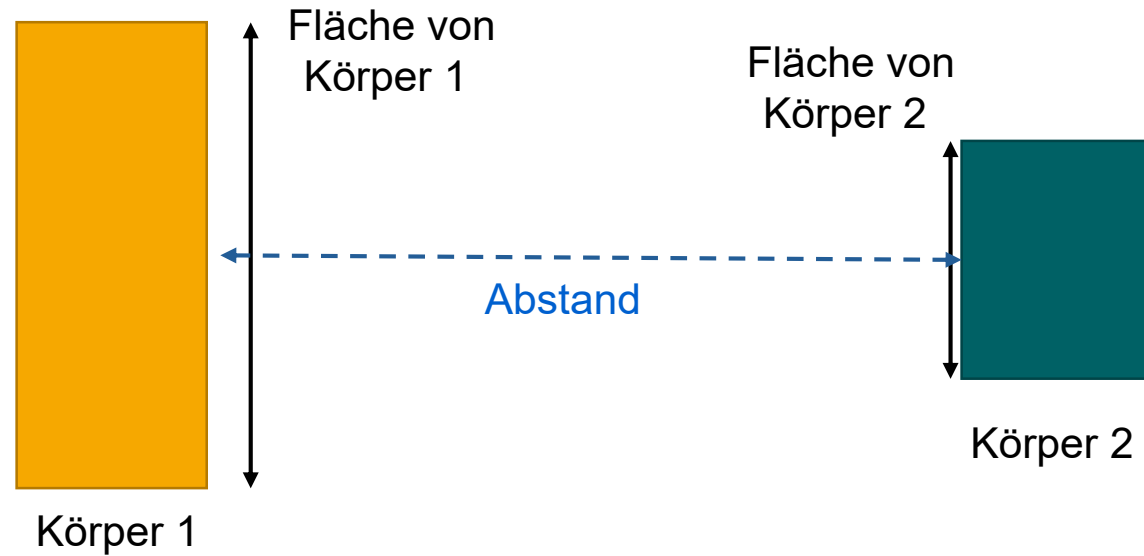
Prinzip der Einstrahlzahlen



Für den 2-dimensionalen Fall

- 1) Definition des lokalen Anteils an der Gesamtstrahlung: β/π
- 2) Integration über die Oberfläche des Körpers 1

Abhängigkeiten der Einstrahlzahlen

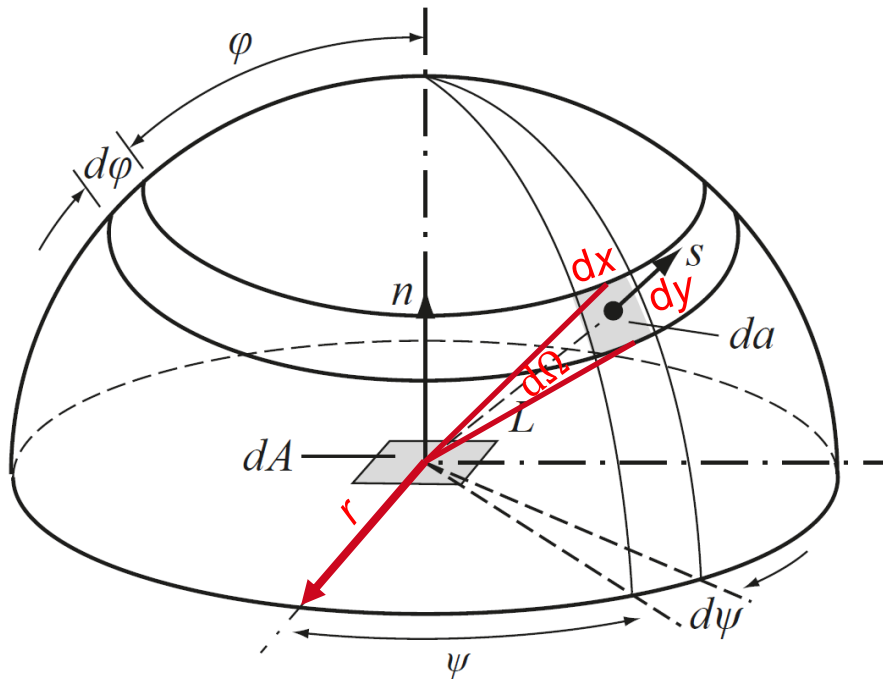


**Nächster Schritt:
Allgemeingültige Definition für den 3-D Fall**

Ausgesendete Strahlung einer Fläche im dreidimensionalen Raum

Frage:

Welcher Anteil der von **dA** ausgehenden Strahlung geht durch das Flächenelement **da** auf der Halbkugel?



Strahlung von Fläche dA und da

$$dx = r \cdot \sin(\varphi) \cdot d\Psi$$

$$dy = r \cdot d\varphi$$

Raumwinkel

$$d\Omega(\varphi, \Psi) = \frac{r \cdot \sin(\varphi) \cdot d\Psi \cdot r \cdot d\varphi}{r^2}$$

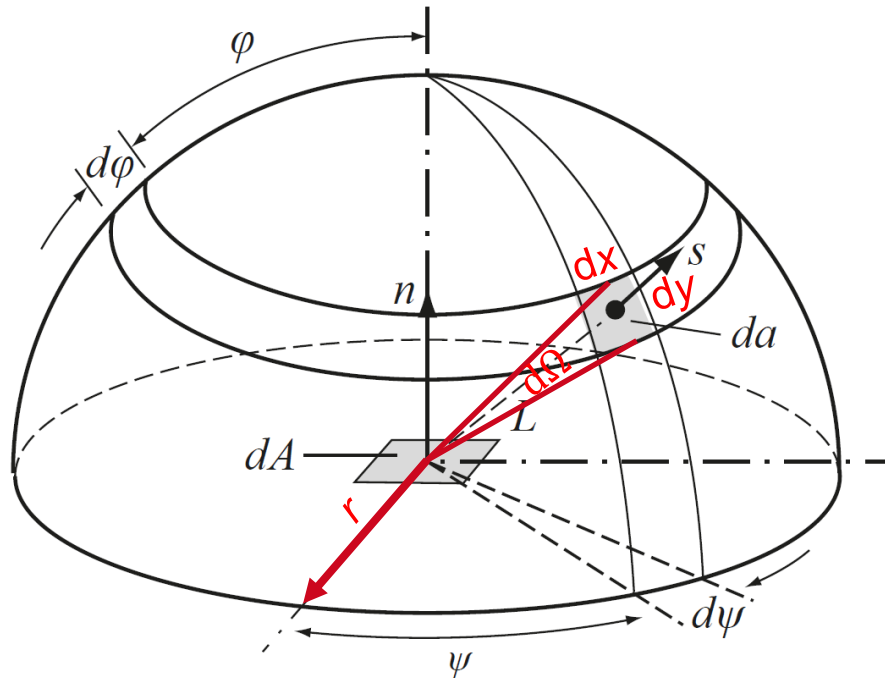
Strahlung von dA zu da

$$d\dot{Q}(\varphi, \Psi)_{dA \rightarrow da} = \overset{\text{Strahl-}}{\underset{\text{dicke}}{\tilde{L}}} \cdot d\Omega \cdot \overset{\text{in}}{\text{Strahlrichtung}} \underbrace{dA \cdot \cos(\varphi)}$$

$$\int_{\text{HK}} \frac{d\dot{Q}}{dA} = \int \textcircled{L} \cdot \cos(\varphi) \cdot d\Omega$$

diffuse Strahlung

Ausgesendete Strahlung einer Fläche im dreidimensionalen Raum



Strahlung von Fläche dA und da

$$dx = r \cdot \sin(\varphi) \cdot d\Psi$$

$$dy = r \cdot d\varphi$$

Raumwinkel

$$d\Omega(\varphi, \Psi) = \frac{r \cdot \sin(\varphi) \cdot d\Psi \cdot r \cdot d\varphi}{r^2}$$

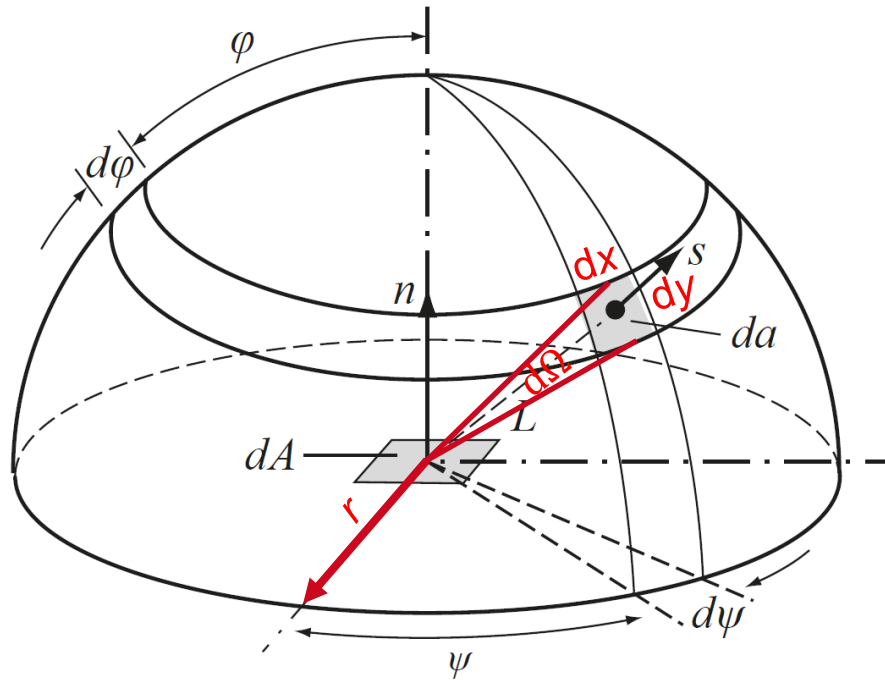
Strahlung von dA nach da

$$d\dot{Q}(\varphi, \Psi)_{dA \rightarrow da} = \overset{\text{Strahl-}}{\underset{\text{dicke}}{\tilde{L}}} \cdot d\Omega \cdot \overset{\text{in}}{\text{Strahlrichtung}} \underbrace{dA \cdot \cos(\varphi)}$$

$$\int_{HK} \frac{d\dot{Q}}{dA} = \int \overset{\text{diffuse Strahlung}}{\tilde{L}} \cdot \cos(\varphi) \cdot d\Omega$$

$$\equiv \dot{q}_{HK}'' = L \int_{\Psi=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\pi/2} \sin(\varphi) \cos(\varphi) d\varphi d\Psi$$

Ausgesendete Strahlung einer Fläche im dreidimensionalen Raum



Strahlung von Fläche dA und da

$$\equiv \dot{q}_{HK}'' = L \int_{\Psi=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\pi/2} \sin(\varphi) \cos(\varphi) d\varphi d\Psi$$

$$\int_{\varphi=0}^{\pi/2} \sin(\varphi) \cos(\varphi) d\varphi = \frac{1}{2} \cdot \sin^2(\varphi) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{1}{2}$$

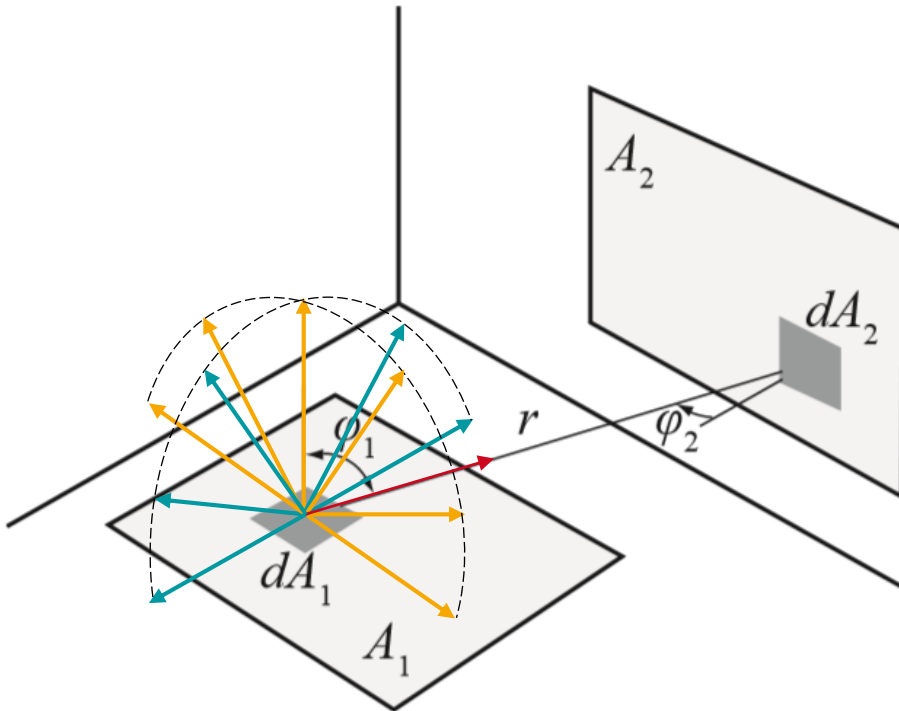
$$\int_{\Psi=0}^{2\pi} \frac{1}{2} d\Psi = \frac{1}{2} \Psi \Big|_0^{2\pi} = \pi$$

$$\dot{q}_{HK}'' = \pi \cdot L$$

diffuse Strahler

$$L = \frac{\dot{q}''}{\pi}$$

Strahlungsaustausch zwischen zwei Flächen



Strahlung von Fläche dA und da

$$d\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = L_1 \cos \varphi_1 d\Omega dA_1$$

$$d\Omega = \frac{dA_2 \cos \varphi_2}{r^2}$$

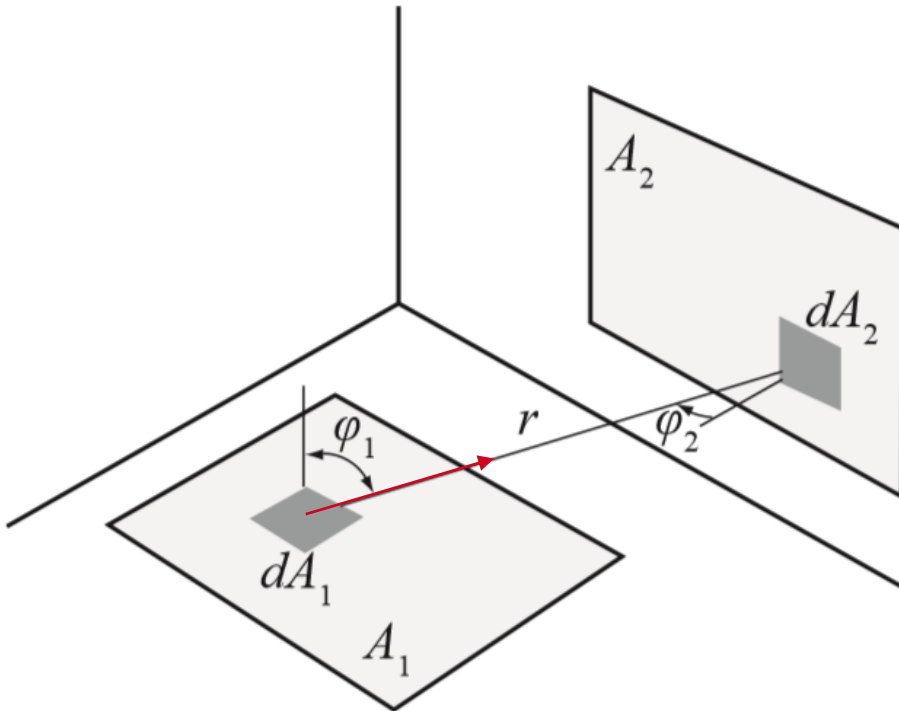
diffus $L_1 = \frac{\dot{q}_1''}{\pi}$

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = \frac{\dot{q}_1''}{\pi} \iint \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{r^2} dA_1 dA_2$$

$$\dot{Q}_{2 \rightarrow 1} = \frac{\dot{q}_2''}{\pi} \iint \frac{\cos \varphi_2 \cos \varphi_1}{r^2} dA_2 dA_1$$

Geometrische Komponente identisch

Strahlungsaustausch zwischen zwei Flächen



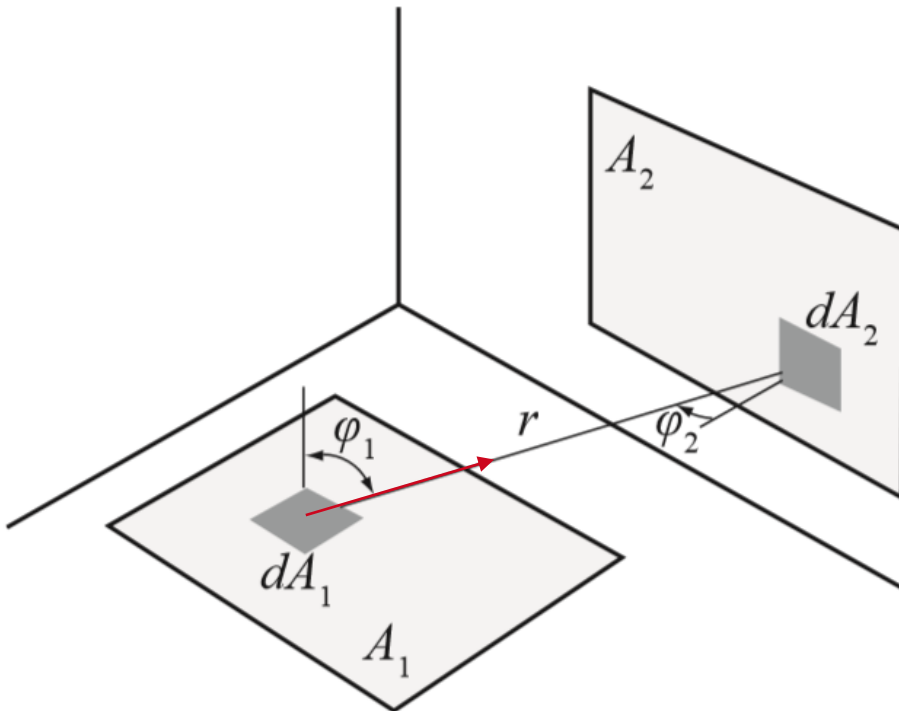
Strahlung von Fläche 1 auf 2

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = \frac{\dot{q}_1''}{\pi} \int \int \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{r^2} dA_1 dA_2$$

Definition Einstrahlzahl / Sichtfaktor:

$$\phi_{12} = \frac{\left(\begin{array}{c} \text{von 1 in Richtung 2} \\ \text{gesandte Strahlung} \end{array} \right)}{\left(\begin{array}{c} \text{insgesamt von 1} \\ \text{ausgesandte Strahlung} \end{array} \right)} = \frac{\dot{Q}_{1 \rightarrow 2}}{\dot{q}_1'' A_1}$$

$$\phi_{12} = \frac{1}{A_1} \int \int \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2$$



Strahlung von Fläche 1 auf 2

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = \frac{\dot{q}_1''}{\pi} \iint \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{r^2} dA_1 dA_2$$

$$\dot{Q}_{2 \rightarrow 1} = \frac{\dot{q}_2''}{\pi} \iint \frac{\cos \varphi_2 \cos \varphi_1}{r^2} dA_2 dA_1$$

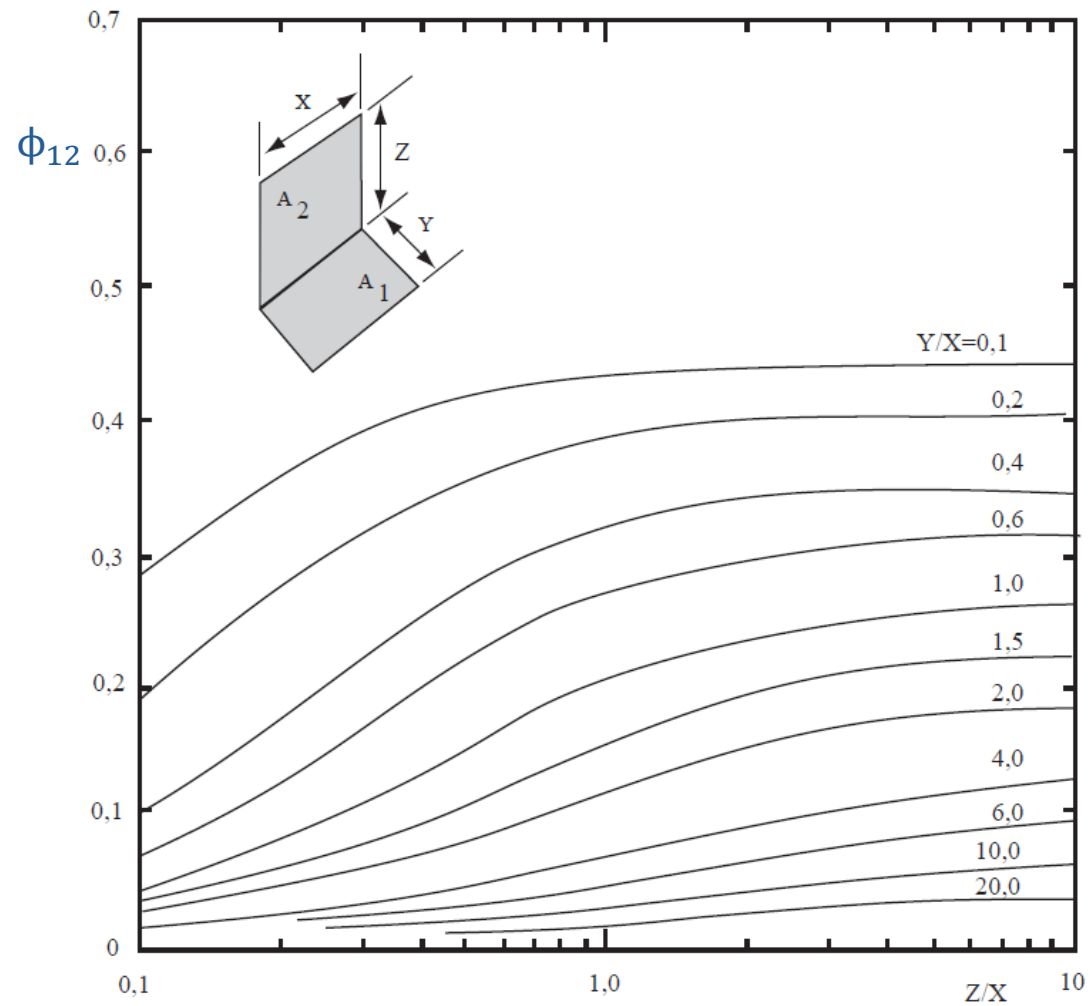
Geometrische Komponente identisch

$$\frac{\dot{Q}_{1 \rightarrow 2}}{\dot{Q}_{2 \rightarrow 1}} = \frac{\dot{q}_1''}{\dot{q}_2''}$$

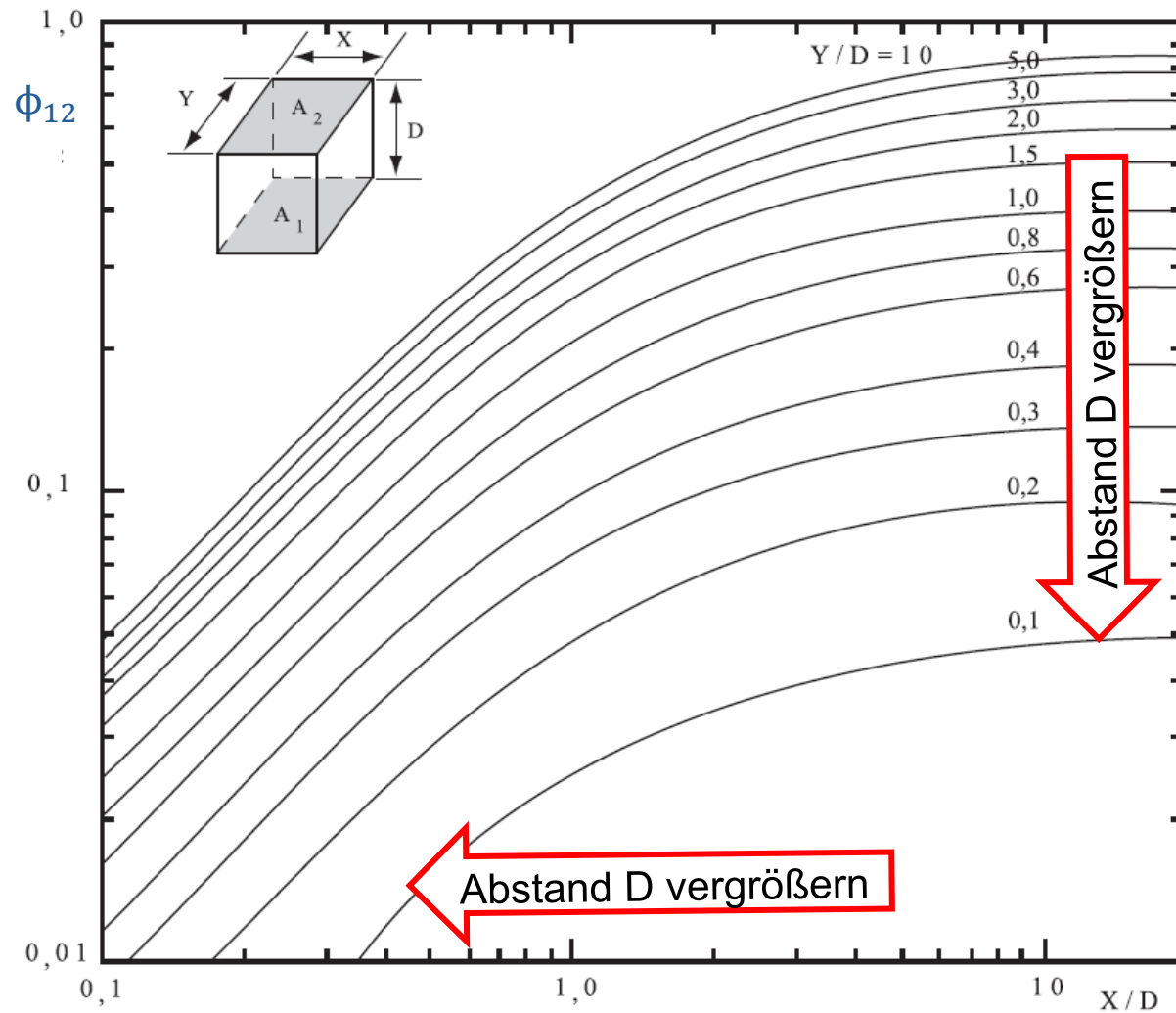
$$\phi_{12} A_1 = \frac{\dot{Q}_{1 \rightarrow 2}}{\dot{q}_1''} = \frac{\dot{Q}_{2 \rightarrow 1}}{\dot{q}_2''} = \phi_{21} A_2$$

$$\text{Reziprozitätsbeziehung: } \phi_{12} A_1 = \phi_{21} A_2$$

Einstrahlzahlen rechtwinkliger Flächen (Formelsammlung)



Einstrahlzahlen gegenüberliegende Flächen (Formelsammlung)



Verständnisfragen

Welche Größen setzt eine Einstrahlzahl ins Verhältnis?

Gilt die gezeigte Berechnung des Strahlungsaustausch durch Verwendung von Sichtfaktoren, wenn die Körper richtungsabhängig strahlen auch?

Wovon sind Einstrahlzahlen im Allgemeinen abhängig?