

---

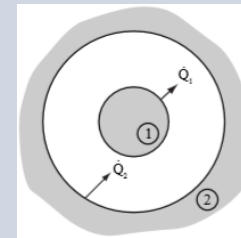
# Wärme- und Stoffübertragung I

**Beispiel: Strahlungsaustausch zwischen  
zwei sich umschließenden grauen Körpern**

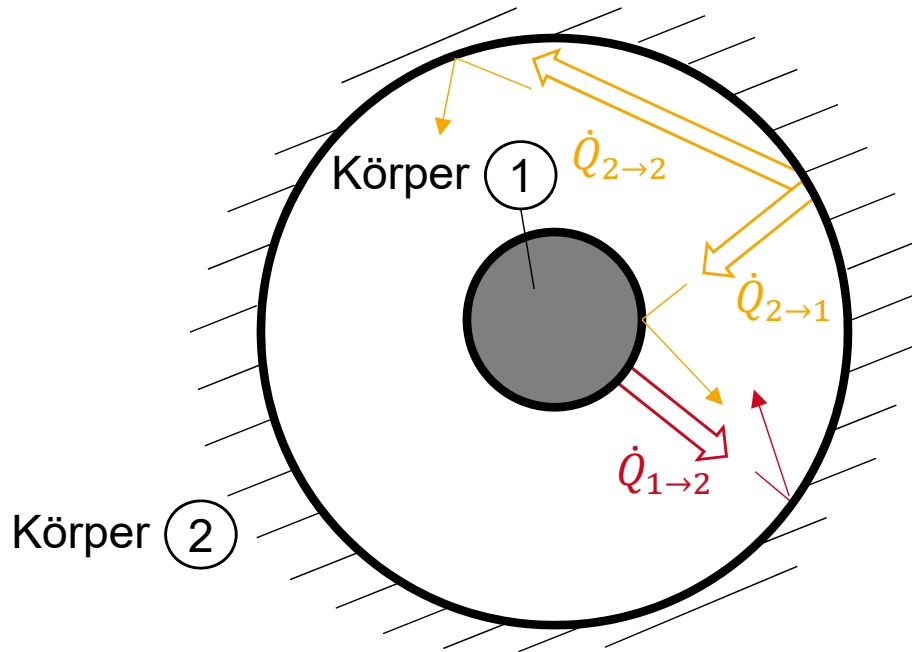
Prof. Dr. -Ing. Reinhold Kneer  
Dr. -Ing. Dr. rer. pol. Wilko Rohlf

- Sich umschließende Körper

- Erlernen: Berechnung des Strahlungsaustauschs bei umschlossenen Körpern
- Üben/Anwenden: Schema zur Lösung von Strahlungsaufgaben



# Strahlungsaustausch zwischen zwei sich umschließenden grauen Körpern



## Fragestellung

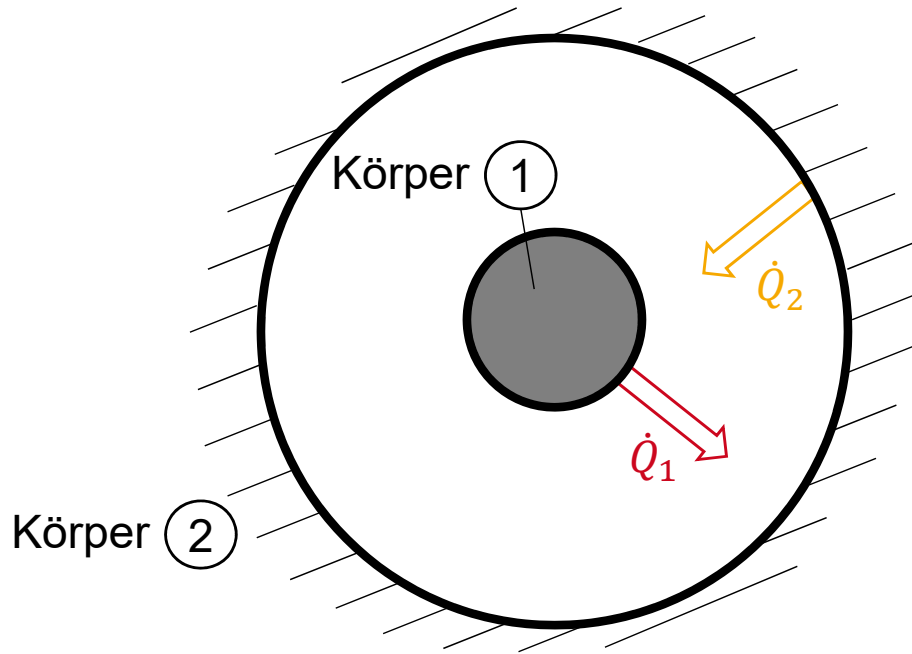
Wie groß ist der Wärmeaustausch zwischen zwei sich umschließenden grauen Körpern mit den jeweiligen Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$ ?

## Was passiert hier?

Die von **Körper 1** emittierte und reflektierte Strahlung (**Flächenhelligkeit Körper 1**) trifft auf **Körper 2**.  
Von dieser Strahlung wird ein Anteil reflektiert. Sämtliche von **Körper 1** ausgesandte **Strahlung** trifft auf **Körper 2**.

Die von **Körper 2** ausgesandte Strahlung (**Flächenhelligkeit Körper 2**) trifft zum Teil auf **Körper 1** und **Körper 2**.  
Von dieser Strahlung wird ebenfalls ein Anteil reflektiert.

# Vorgehensweise zur Lösung



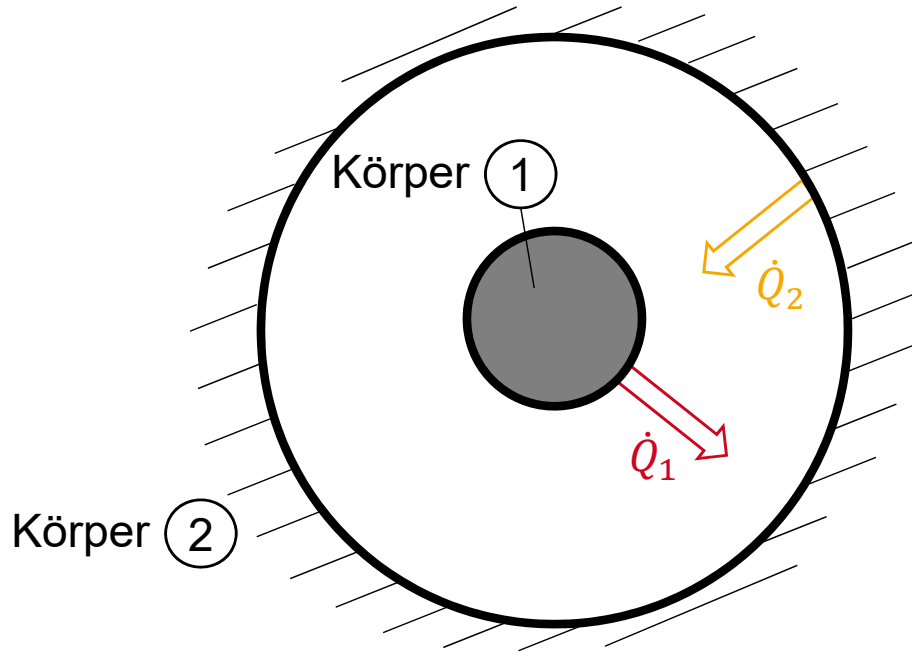
## 1. Aufstellen der Bilanz

$$\dot{Q}_{1 \leftrightarrow 2} = \phi_{12} \dot{Q}_1 - \phi_{21} \dot{Q}_2$$

Einstrahlzahlen?

Flächenhelligkeiten?

# Vorgehensweise zur Lösung



## 1. Aufstellen der Bilanz

$$\dot{Q}_{1 \leftrightarrow 2} = \phi_{12} \dot{Q}_1 - \phi_{21} \dot{Q}_2$$

## 2. Bestimmen der Einstrahlzahlen

$$\phi_{11} = 0 \quad \phi_{12} = 1$$

Reziprozitätsregel:

$$A_1 \cdot \phi_{12} = A_2 \cdot \phi_{21}$$

$$\phi_{21} = \cancel{\phi_{12}} \cdot \overset{=1}{\frac{A_1}{A_2}}$$

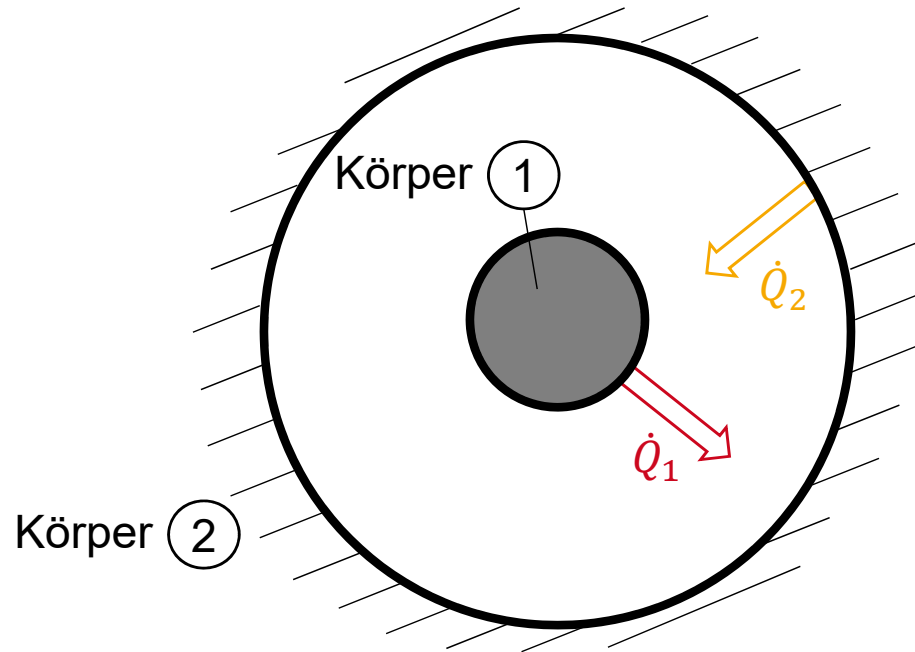
Summenregel:

$$1 = \phi_{21} + \phi_{22}$$

$$\phi_{22} = 1 - \phi_{21}$$

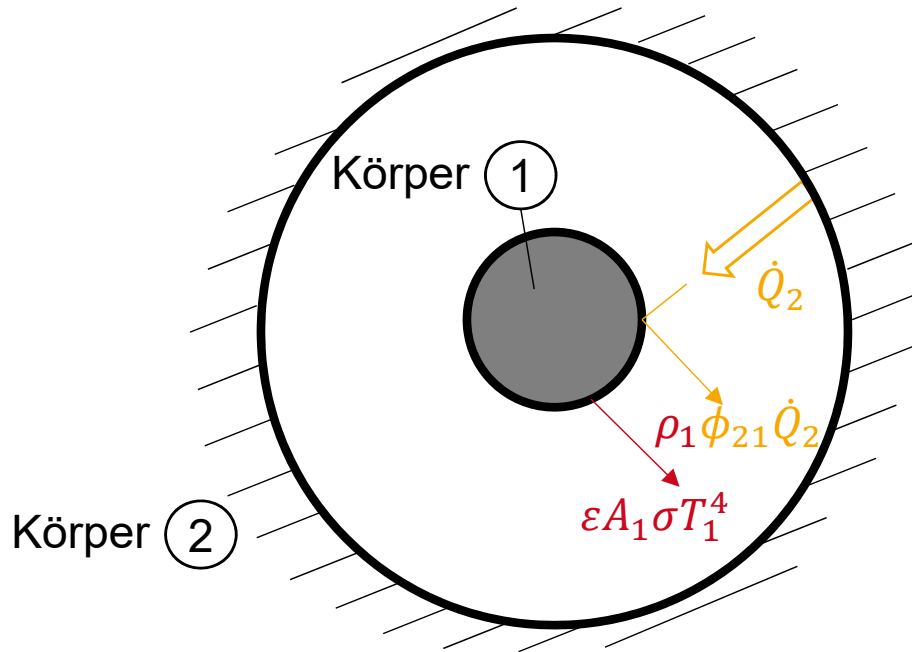
$$\phi_{22} = 1 - \frac{A_1}{A_2}$$

### 3. Flächenhelligkeit Körper 1



Die Flächenhelligkeit  $\dot{Q}_1$  ist die **Summe** aus der Emission von Körper 1

## Vorgehensweise zur Lösung



Die **Flächenhelligkeit**  $\dot{Q}_1$  ist die Summe aus der Emission von Körper 1 und der (vollständigen oder teilweisen) Reflexion der von Körper 2 auf Körper 1 gerichteten Strahlung

### 3. Flächenhelligkeit Körper 1

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_{1,\varepsilon} + \dot{Q}_{1,\rho}$$

intransparenter, grauer Körper  $(1 - \varepsilon_1)$   $\frac{A_1}{A_2}$

$$\dot{Q}_1 = \varepsilon_1 A_1 \dot{q}_{s1}'' + (1 - \varepsilon_1) \frac{A_1}{A_2} A_2 \dot{q}_2''$$

$\alpha + \rho + \tau = 1$

ausklammern

$$\dot{Q}_1 = \varepsilon_1 A_1 \dot{q}_{s1}'' + (1 - \varepsilon_1) \frac{A_1}{A_2} A_2 \dot{q}_2''$$

kirchhoff; grau

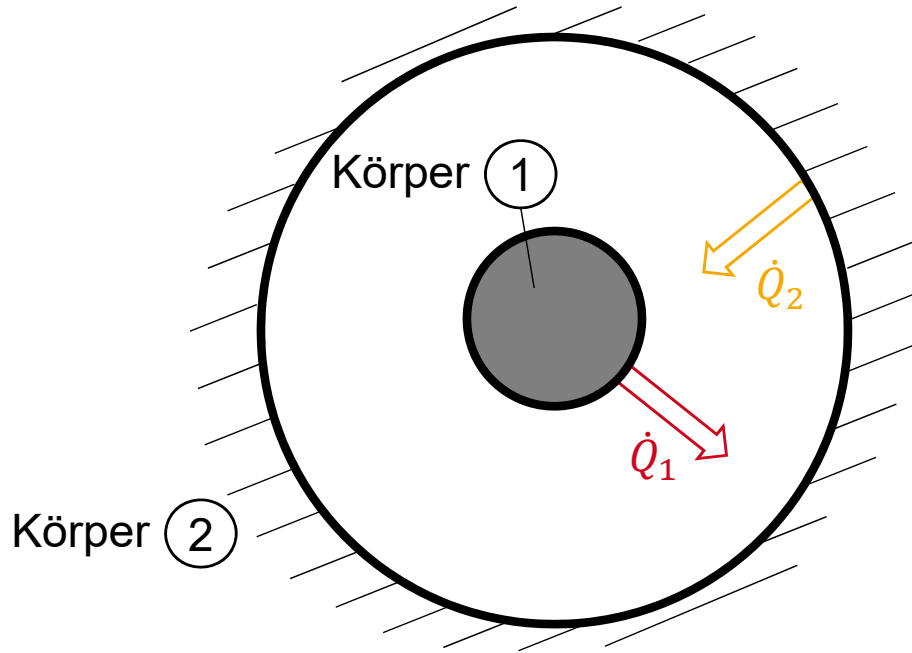
$$\dot{Q}_1 = A_1 [\varepsilon_1 \dot{q}_{s1}'' + (1 - \varepsilon_1) \dot{q}_2'']$$

$\alpha = \varepsilon$

$\rho = (1 - \varepsilon)$

# Strahlungsaustausch zwischen zwei sich umschließenden grauen Körpern

## 4. Flächenhelligkeit Körper 2

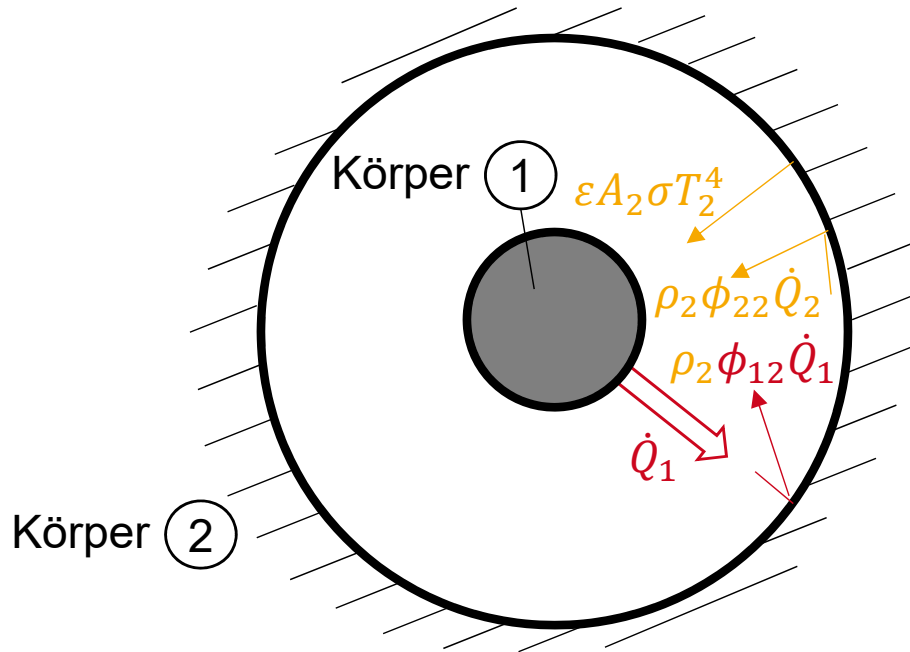


Die Flächenhelligkeit  $\dot{Q}_2$  ist die Summe aus der Emission von Körper 2 und der teilweisen Reflexion von Körper 1 auf Körper 2 und der teilweisen Reflexion Körper 2 auf Körper 2 gerichteten Strahlung



# Strahlungsaustausch zwischen zwei sich umschließenden grauen Körpern

## 4. Flächenhelligkeit Körper 2

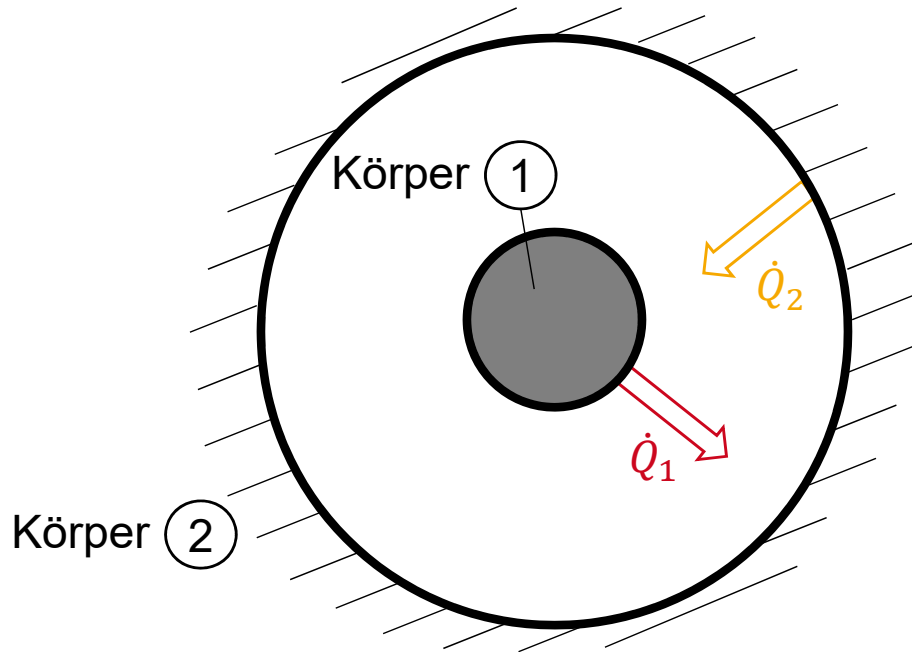


Die Flächenhelligkeit  $\dot{Q}_2$  ist die Summe aus der Emission von Körper 2 und der teilweisen Reflexion von Körper 1 auf Körper 2 und der teilweisen Reflexion Körper 2 auf Körper 2 gerichteten Strahlung

$$\dot{Q}_2 = \dot{Q}_{2,\varepsilon} + \dot{Q}_{2,\rho}$$

$$\begin{aligned} (1 - \varepsilon_2) \cdot \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right) &= 1 \\ &= \varepsilon_2 A_2 \dot{q}_{s2}'' + (1 - \varepsilon_2) A_1 \dot{q}_1'' \quad \text{--- aus [3.]} \\ &\quad + (1 - \varepsilon_2) \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right) A_2 \dot{q}_2'' \\ &\quad \vdots \\ \dot{Q}_2 &= \frac{\varepsilon_2 A_2 \dot{q}_{s2}'' + (1 - \varepsilon_2) A_1 \dot{q}_{s1}''}{1 - (1 - \varepsilon_2)(1 - \varepsilon_1) \frac{A_1}{A_2} - (1 - \varepsilon_2) \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)} \end{aligned}$$

# Strahlungsaustausch zwischen zwei sich umschließenden grauen Körpern



## 1. Bilanz

$$\dot{Q}_{1 \leftrightarrow 2} = \phi_{12} \dot{Q}_1 - \phi_{21} \dot{Q}_2$$

## 2. Einstrahlzahlen

Körper 1

$$\phi_{11} = 0 \quad \phi_{12} = 1$$

Körper 2:

$$\phi_{21} = \frac{A_1}{A_2} \quad \phi_{22} = 1 - \frac{A_1}{A_2}$$

## 3. Flächenhelligkeit Körper 1

$$\dot{Q}_1 = A_1 [\varepsilon_1 \dot{q}_{s1}'' + (1 - \varepsilon_1) \frac{A_1}{A_2} \dot{Q}_2]$$

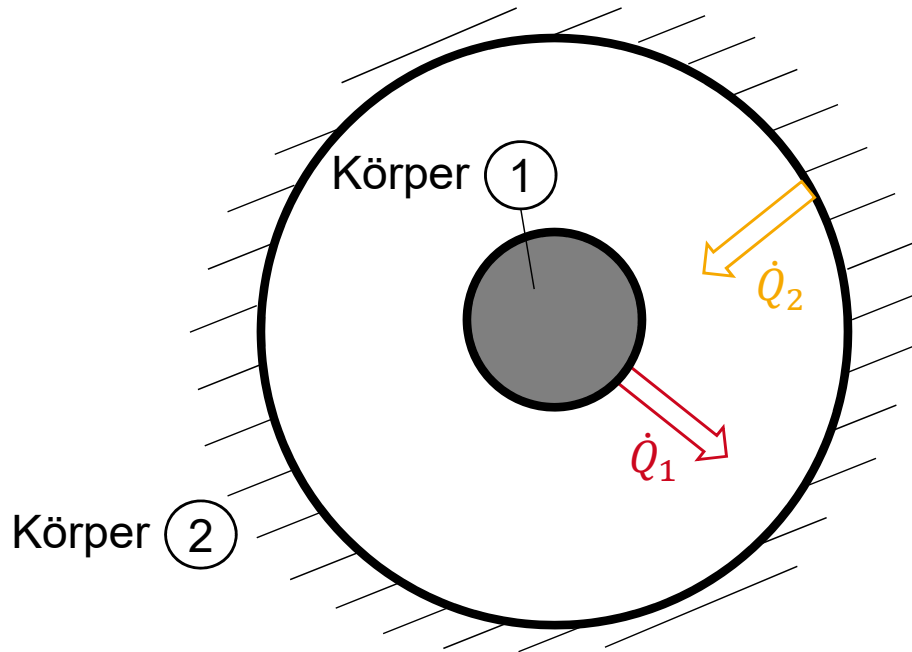
## 4. Flächenhelligkeit Körper 2

$$\dot{Q}_2 = \frac{\varepsilon_2 A_2 \dot{q}_{s2}'' + (1 - \varepsilon_2) A_1 \dot{q}_{s1}''}{1 - (1 - \varepsilon_2)(1 - \varepsilon_1) \frac{A_1}{A_2} - (1 - \varepsilon_2) \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)}$$

## 5. Einsetzen von 2 3 4 in 1

$$\dot{Q}_{1 \leftrightarrow 2} = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}$$

# Strahlungsaustausch zwischen zwei sich umschließenden grauen Körpern



falls Umgebung  
"groß" in Vergleich zum  
eingeschlossenen  
Objekt

⇒ Umgebung strahlt  
schwarz

## Grenzfälle

- a) Ebene Geometrie  $\rightarrow \frac{A_1}{A_2} \approx 1 \rightarrow$  Gleichung für parallele Platten
- b) Körper 1  $\ll$  Körper 2  $\rightarrow \frac{A_1}{A_2} \approx 0 \rightarrow \dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = \varepsilon_1 A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)$
- c) Körper 2 ist schwarz  $\rightarrow \varepsilon_2 = 1 \rightarrow \dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = \varepsilon_1 A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)$

# Verständnisfragen

---

**Welche Faktoren können zu einem größeren Strahlungsaustausch, bei sich umschließenden grauen Körpern, beitragen?**

**Welche Grenzfälle existieren und was ist deren Bedeutung?**