
Wärme- und Stoffübertragung I

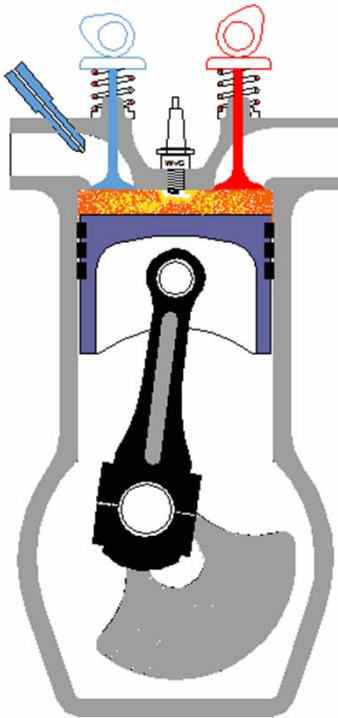
Halbunendliche Körper: Periodische Probleme

Prof. Dr.-Ing. Reinhold Kneer
Dr.-Ing. Dr. rer. pol. Wilko Rohlfs

Mit zeitlich veränderlichen Oberflächentemperatur

Periodische Änderung der Randbedingung

z.B. Wand eines Motors bei Verbrennung



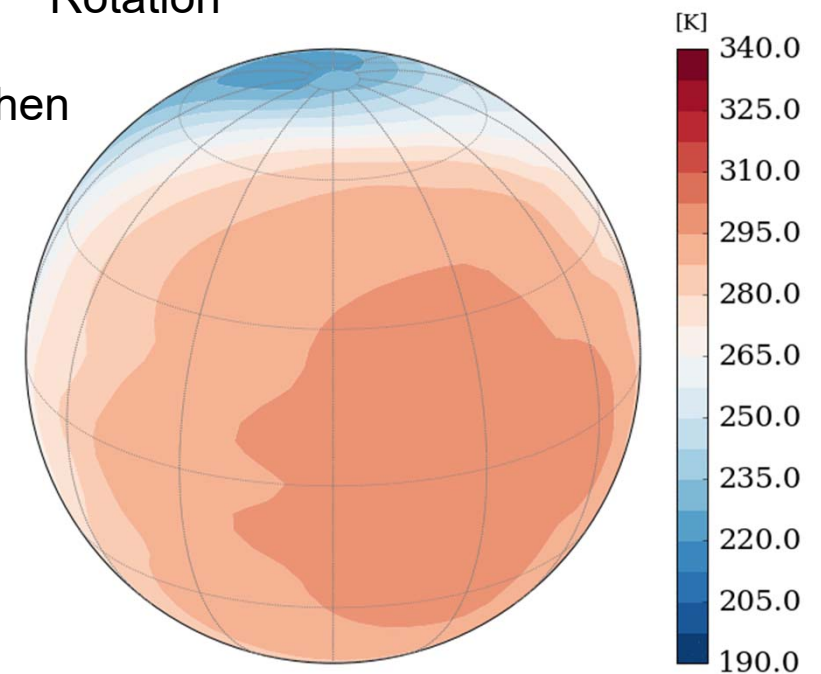
Quelle: mechaniclove.com/internal-combustion-engine/

z.B. Pfannkuchen periodisch umdrehen



Quelle: clipart-library.com/clipart/1966847.htm

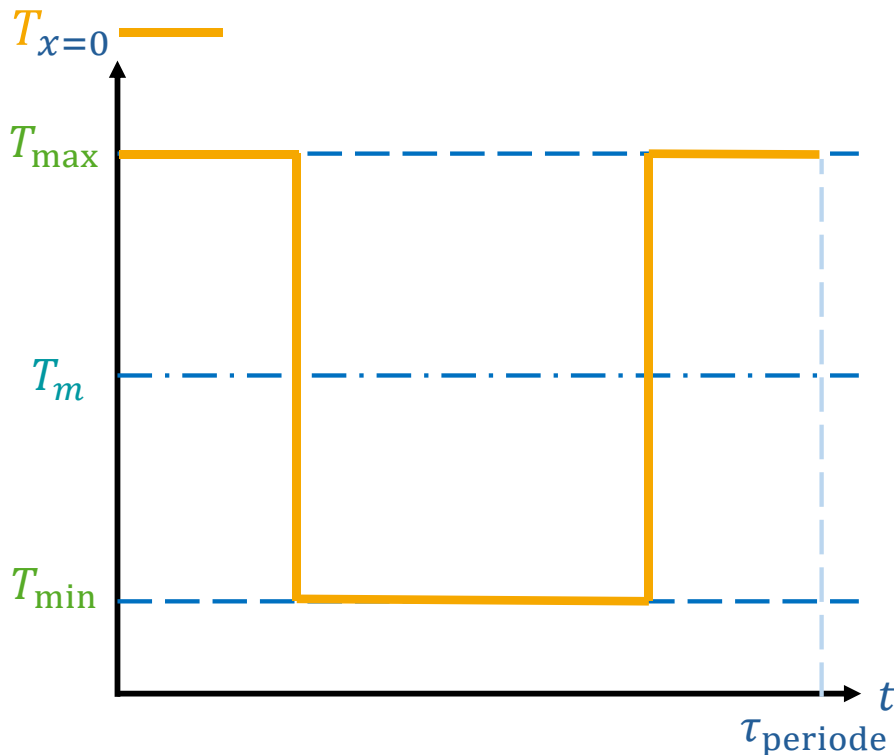
z.B. Temperatur an der Oberfläche eines Planeten mit asynchroner Rotation



Quelle: Leconte, J., Wu, H., Menou, K., & Murray, N. (2015). Asynchronous rotation of Earth-mass planets in the habitable zone of lower-mass stars. *Science*, 347(6222), 632-635

Mit zeitlich veränderlichen Oberflächentemperatur

Periodische Änderung der Randbedingungen



Differenzialgleichung

$$\frac{\partial \Theta^*}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \Theta^*}{\partial x^2} \quad \text{mit} \quad a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$$

Dimensionsloser Übertemperatur

$$\Theta^* = \frac{T - T_m}{T_{\max} - T_m}$$

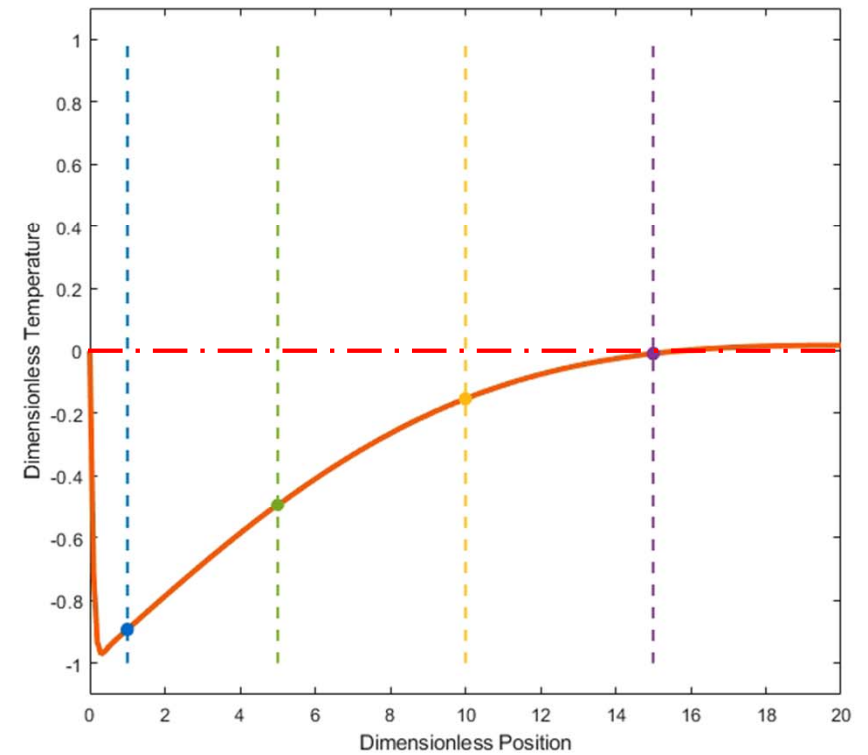
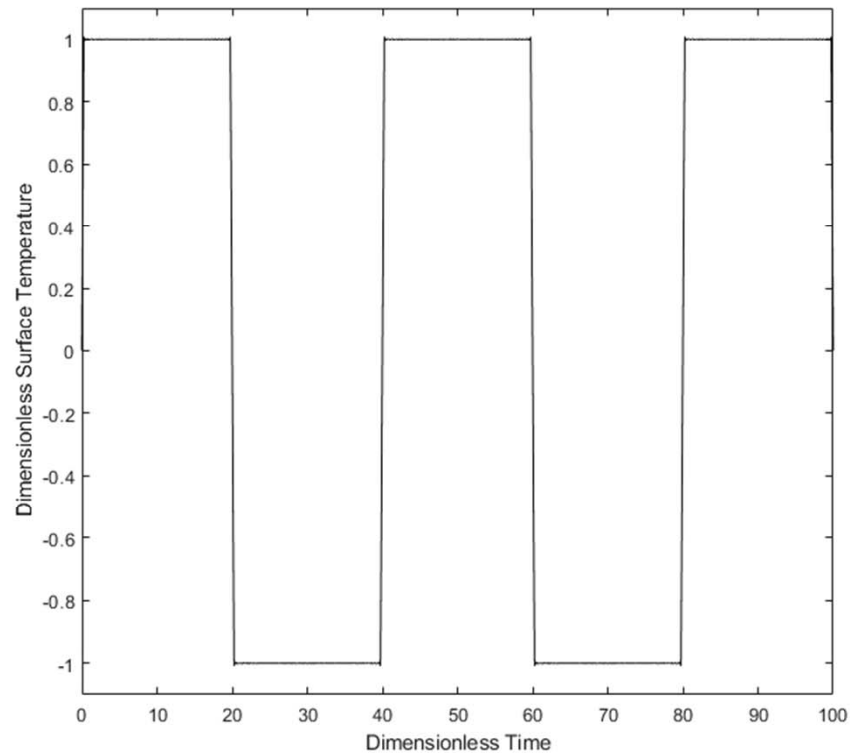
Randbedingungen

$$\textcircled{1} \quad \left. \begin{array}{l} t > 0 \\ x = 0 \end{array} \right\} \quad T_{x=0} = f(t)$$

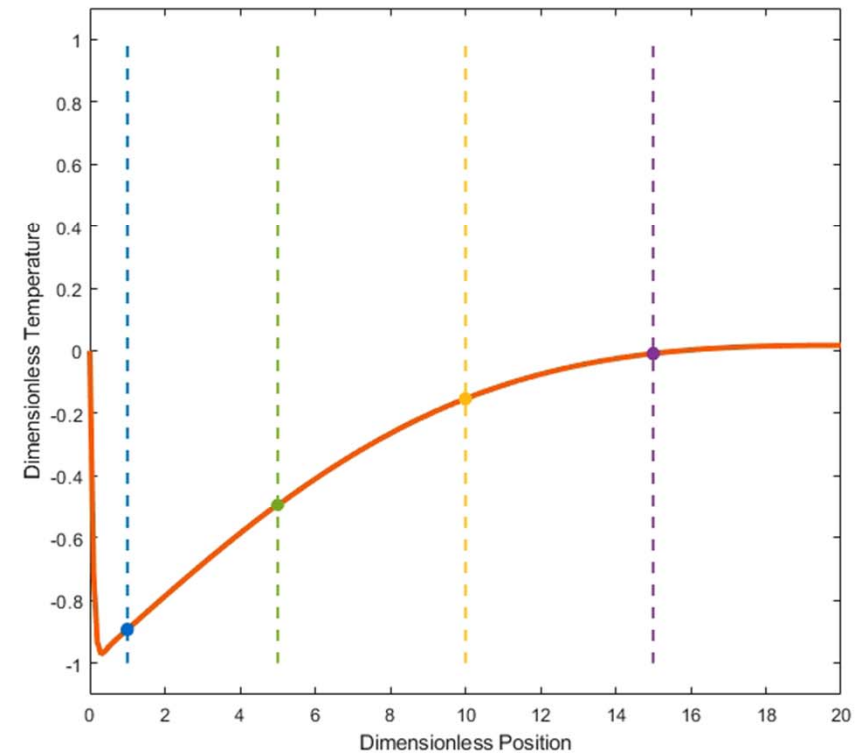
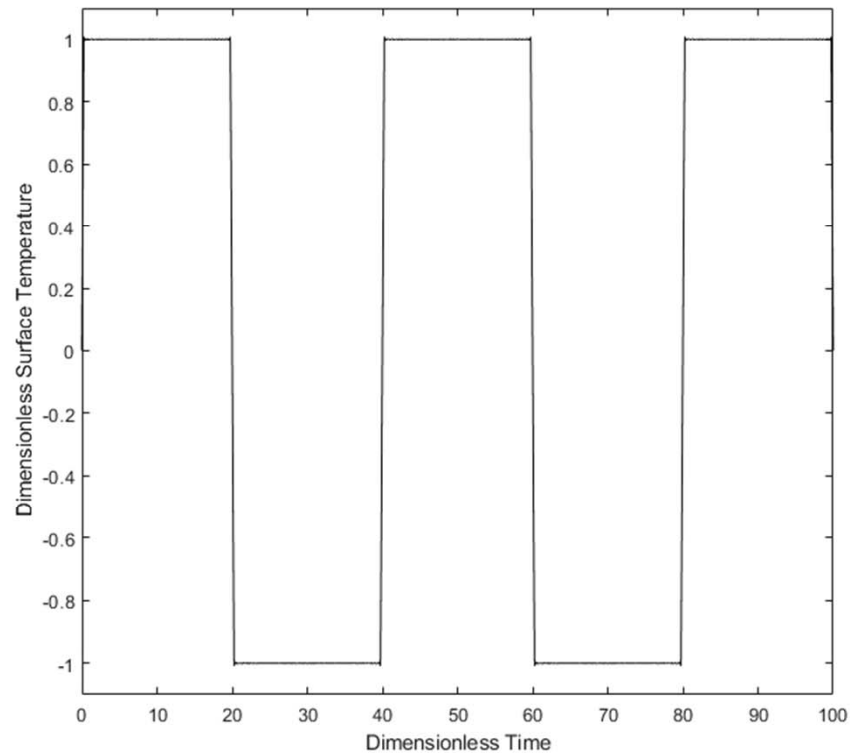
$$\textcircled{2} \quad \left. \begin{array}{l} t > 0 \\ x \rightarrow \infty \end{array} \right\} \quad T_{x \rightarrow \infty} = T_m$$

mit der durchschnittlichen Temperatur $T_m = \frac{T_{\max} + T_{\min}}{2}$

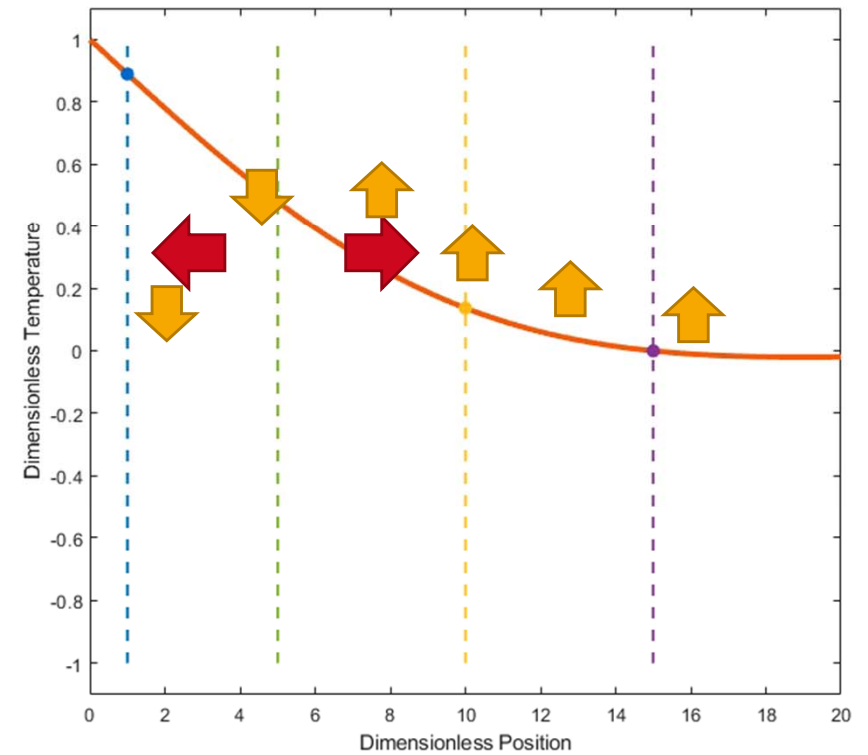
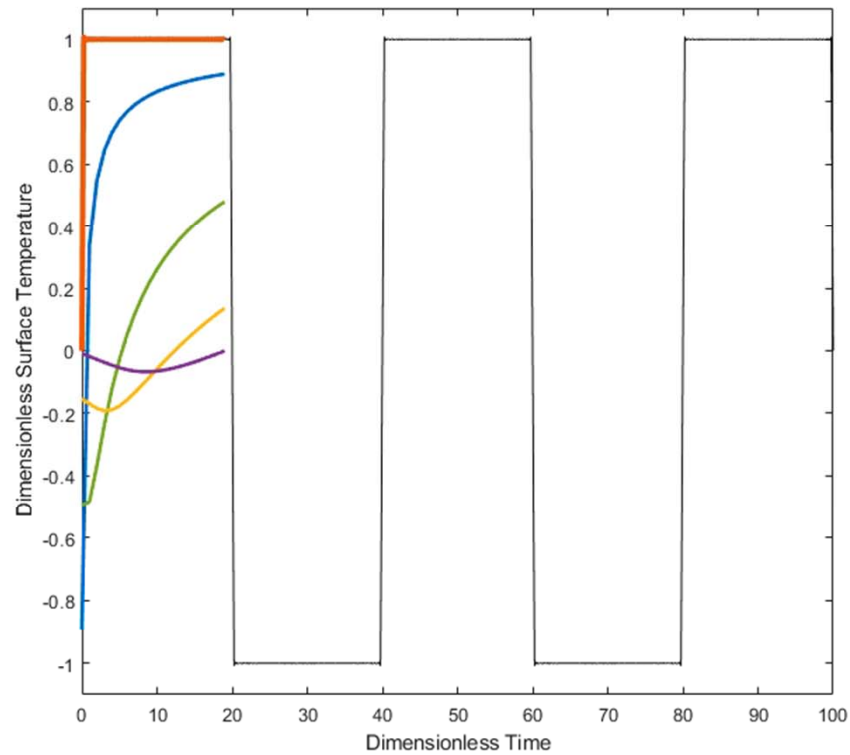
Mit zeitlich veränderlichen Oberflächentemperatur



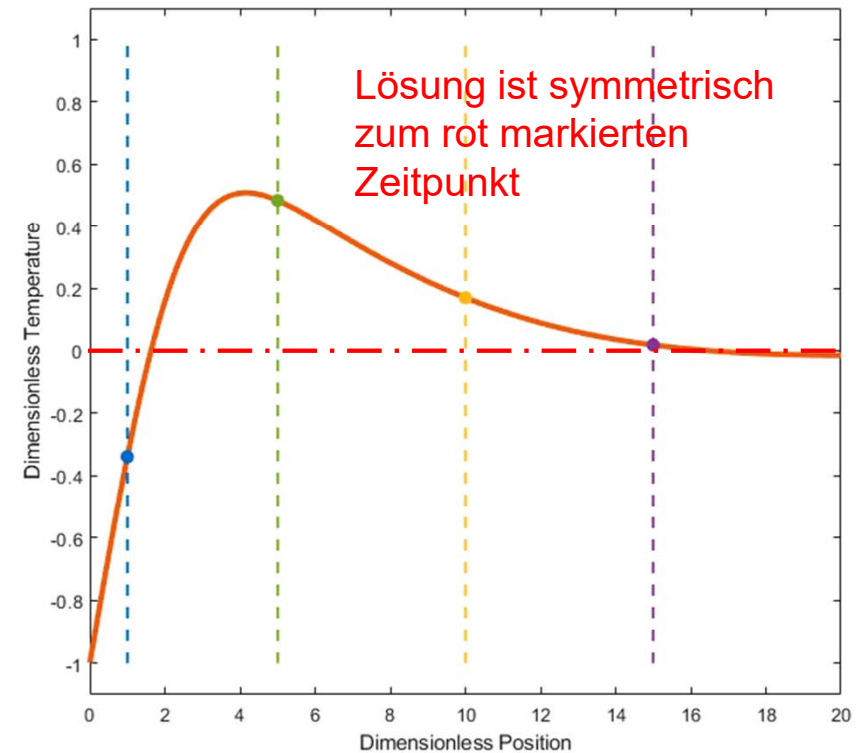
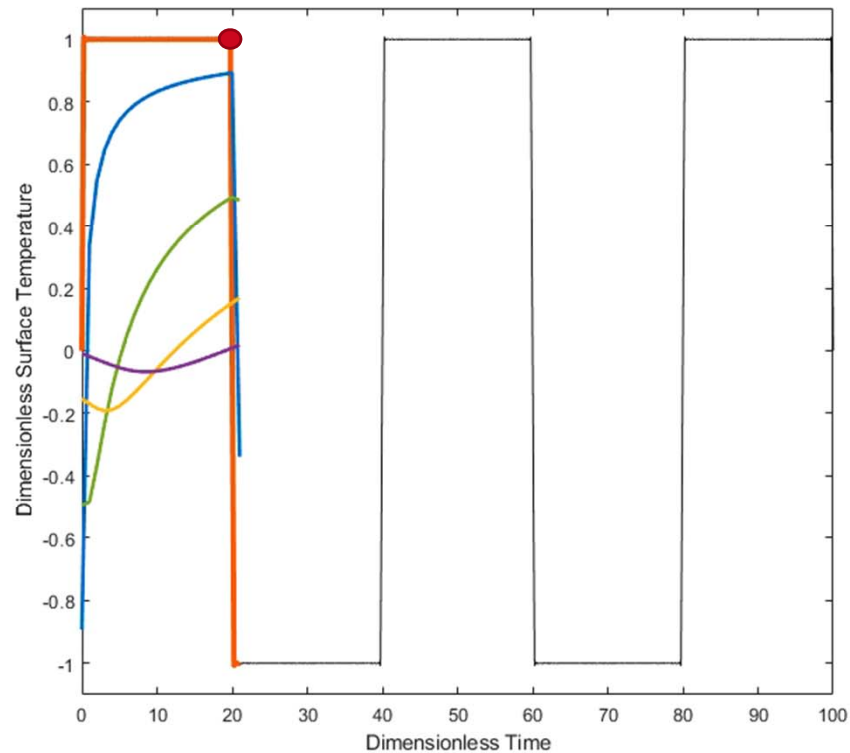
Mit zeitlich veränderlichen Oberflächentemperatur



Mit zeitlich veränderlichen Oberflächentemperatur

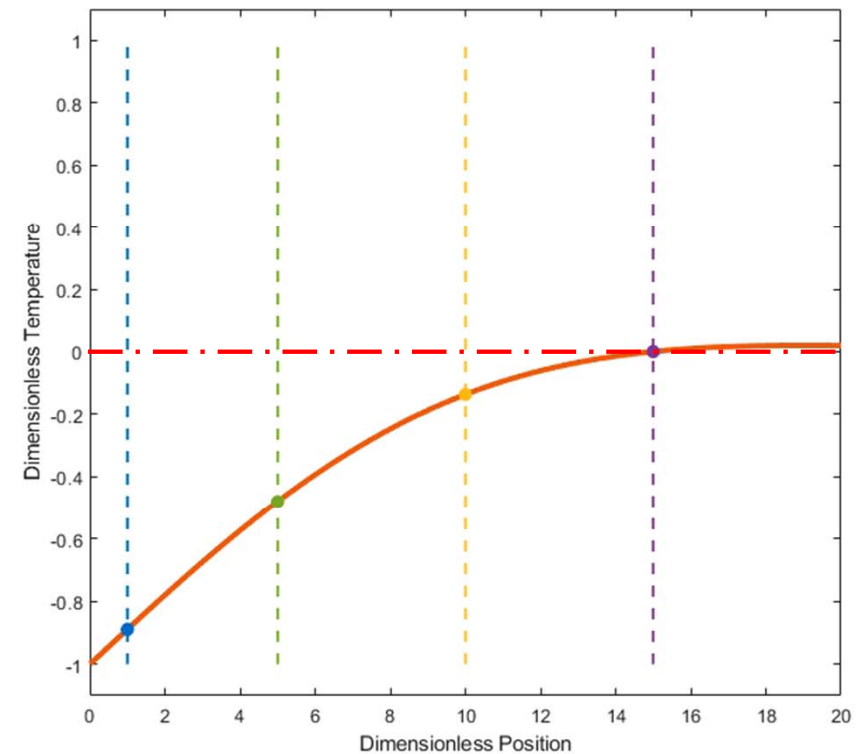
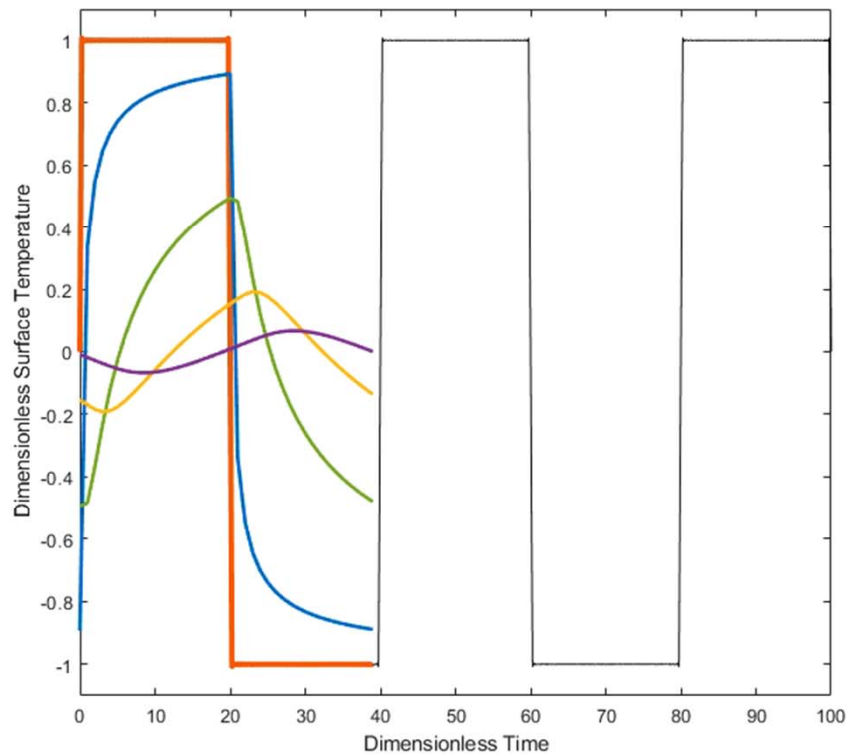


Mit zeitlich veränderlichen Oberflächentemperatur



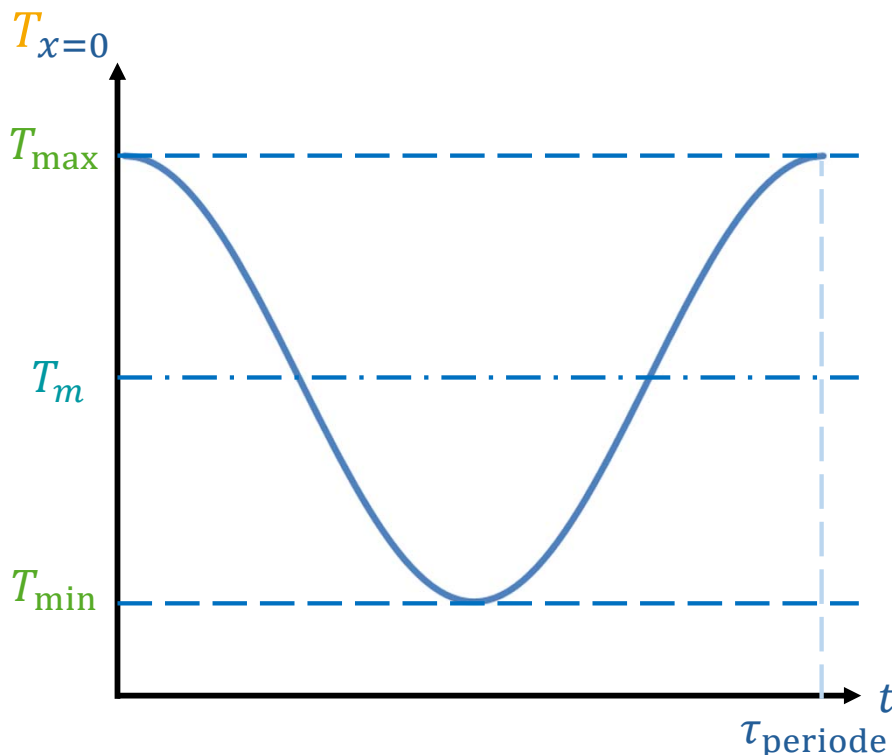
Mit zeitlich veränderlichen Oberflächentemperatur

- Amplitude der Temperaturschwingung wird innerhalb der Wand geringer
- Temperatur in der Wand ist Phasenverschoben



Mit zeitlich veränderlichen Oberflächentemperatur

Periodische Änderung der Randbedingungen



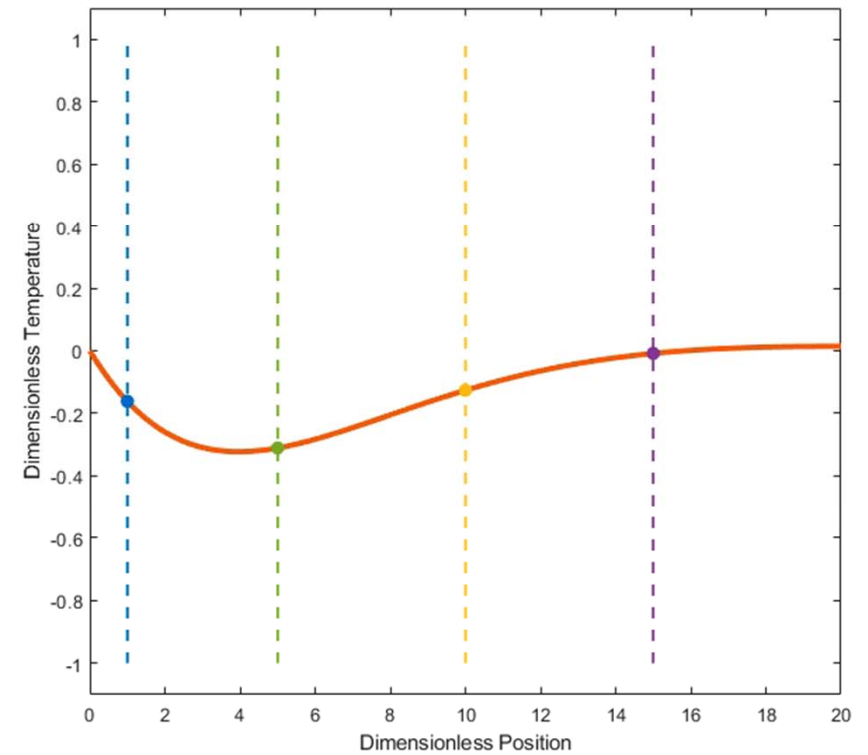
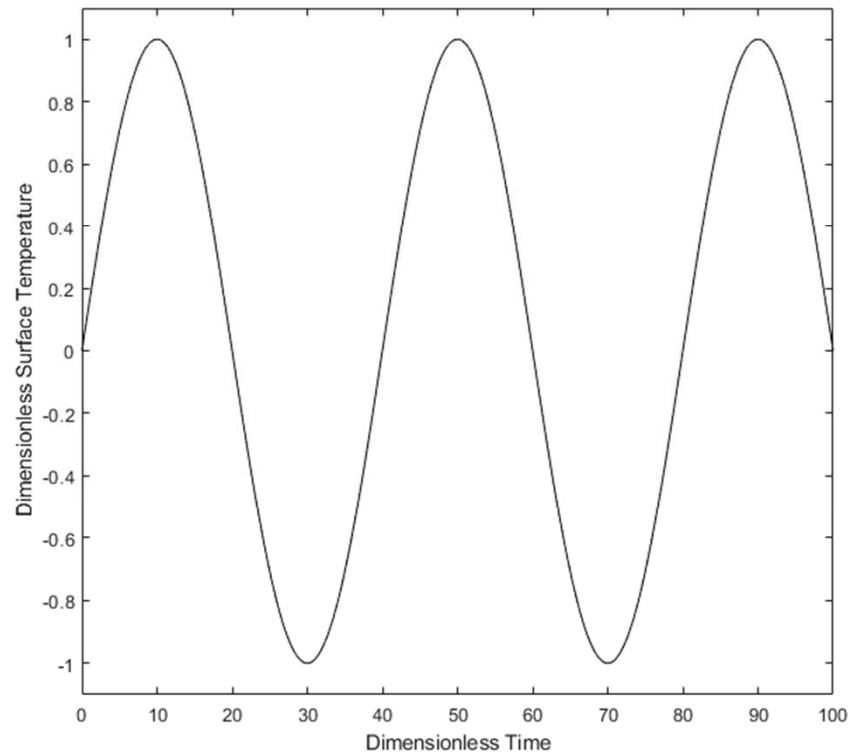
Spezial eine harmonische Schwingung

$$T_{x=0} = f(t) = T_m + (T_{\max} - T_m) \cos\left(\frac{2\pi}{\tau_{\text{periode}}} t\right)$$

Analytische Lösung

$$\Theta^* = \frac{T - T_m}{T_{\max} - T_m} = \underbrace{e^{-\sqrt{\frac{\pi}{a\tau}} x}}_{\text{Amplitudendämpfung}} \cos\left(\frac{2\pi}{\tau} t - \underbrace{\sqrt{\frac{\pi}{a\tau}} x}_{\text{Phasenverschiebung}}\right)$$

Mit zeitlich veränderlichen Oberflächentemperatur



Verständnisfragen

**Wie ändert sich die Amplitude der Temperaturschwingung innerhalb der Wand?
Wie lässt sich die Phasenverschiebung der Temperaturschwingung erklären?**