Wärme- und Stoffübertragung I

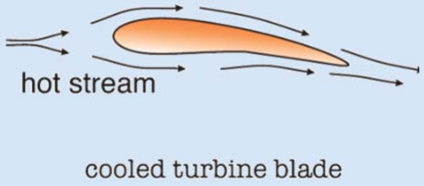
Wärmeübergangsgesetze bei der erzwungenen Konvektion umströmter Körper

Prof. Dr.-Ing. Reinhold Kneer
Dr.-Ing. Dr. rer. pol. Wilko Rohlfs

Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung
RWTH AACHEN UNIVERSITY

Lernziele

- Erzwungene Konvektion umströmter Körper
  - ➢ Kenntnis und Verständnis der relevanten Kennzahlen
  - ➢ Überblick verschiedener Anwendungsfälle und dazugehöriger Korrelationen



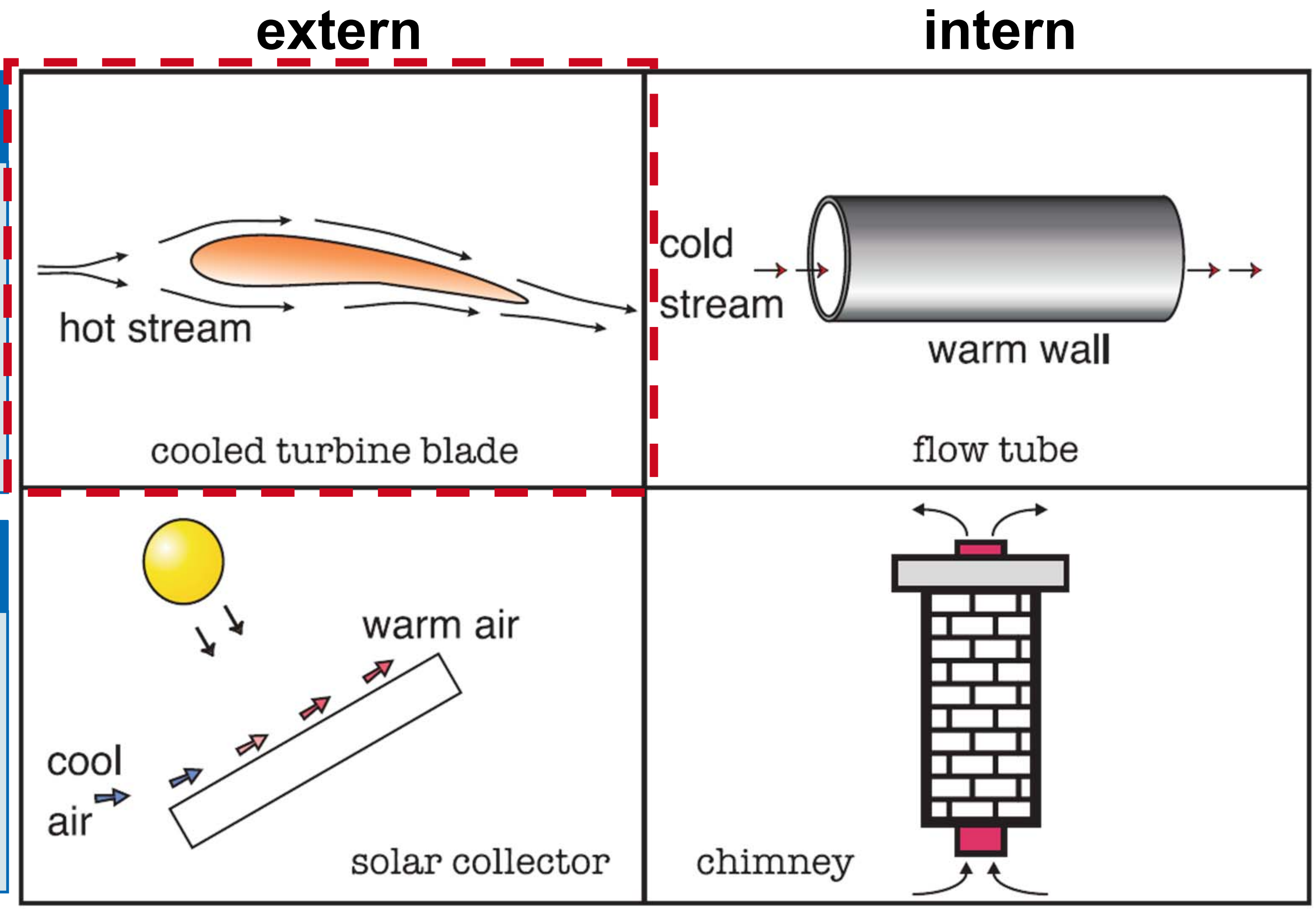
Klassifikationen nach Strömungsbedingung

Erzwungene Konvektion

- Antrieb durch von außen erzeugte Bewegung des Fluides/Objekts

Freie Konvektion

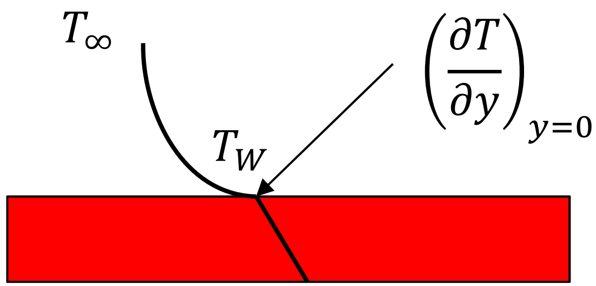
- Inhärenter Antrieb aufgrund der Wärmeübertragung (Dichteunterschiede)



Wärmestrom und Wärmeüberganskoeffizient bei Konvektion

$$\dot{Q} = \alpha\, A\, (T_W - T_\infty)$$

$$\alpha = \frac{-\lambda_f \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0,f}}{(T_W - T_\infty)}$$



A = Durchgangsfläche konvektiver Transport [m²]

ΔT = Temperaturdifferenz zwischen Wandtemperatur T_w und Fluidtemperatur T_∞.

α = Wärmeübergangskoeffizient [W/m²K]

Alternativ:

$$\alpha = \frac{-\lambda_W \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0,W}}{(T_W - T_\infty)}$$

Wichtige dimensionslose Kennzahlen

Nusselt-Zahl:	$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda}$	Die Nusselt-Zahl ist der dimensionslose Wärmeüberganskoeffizient
Prandtl-Zahl:	$Pr = \frac{\eta c_p}{\lambda}$	Die Prandtl-Zahl vergleicht den Impulstransport infolge von Reibung mit dem Wärmetransport infolge von Leitung/Diffusion
Reynolds-Zahl:	$Re = \frac{\rho u_\infty L}{\eta}$	Die Reynolds-Zahl gibt das Verhältnis von Trägheits- zu Zähigkeitskräften an
Grashof-Zahl:	$Gr = \frac{\rho^2 g \beta (T_\mathrm{W} - T_\mathrm{fl}) L^3}{\eta^2}$	Die Grashof-Zahl beschreibt das Verhältnis zwischen den Auftriebskräften eines Fluids und den wirkenden Viskositätskräften

Nusselt-Kennzahl-Funktion erzwungene Konvektion

Allgemeine Form

Erzwungene Konvektion: $Nu = Nu(Re, Pr)$

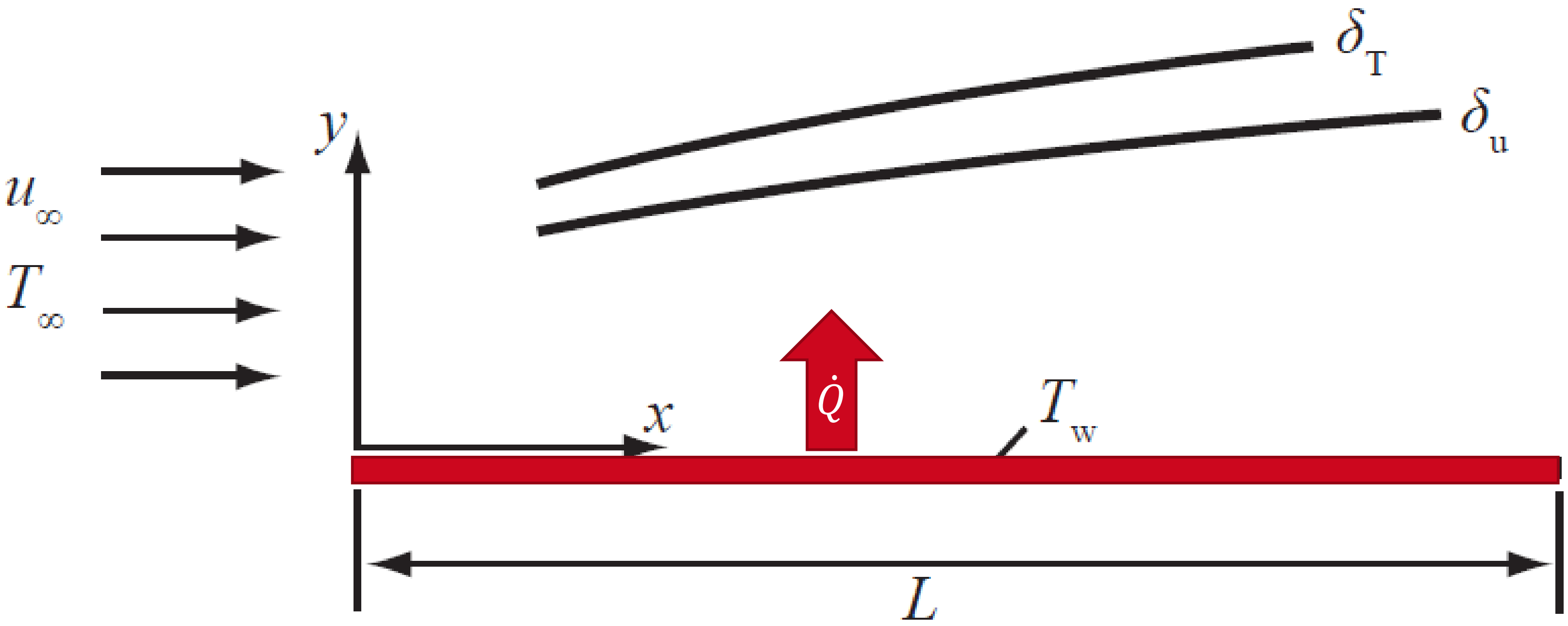
Anwendbarkeitskriterien

- Geometrie
- Strömungsform
- Thermische Randbedingungen

Stoffeigenschaften

Für die Berechnung der Stoffeigenschaften ist die mittlere Temperatur zu verwenden: $T_{\mathrm{St}} = \frac{T_{\mathrm{W}}+T_{\infty}}{2}$

5.1.1.1 Ebene Platte - laminare Grenzschichtströmung $\mathrm{Re}_{\mathrm{x,krit}} \approx 2 \cdot 10^5$



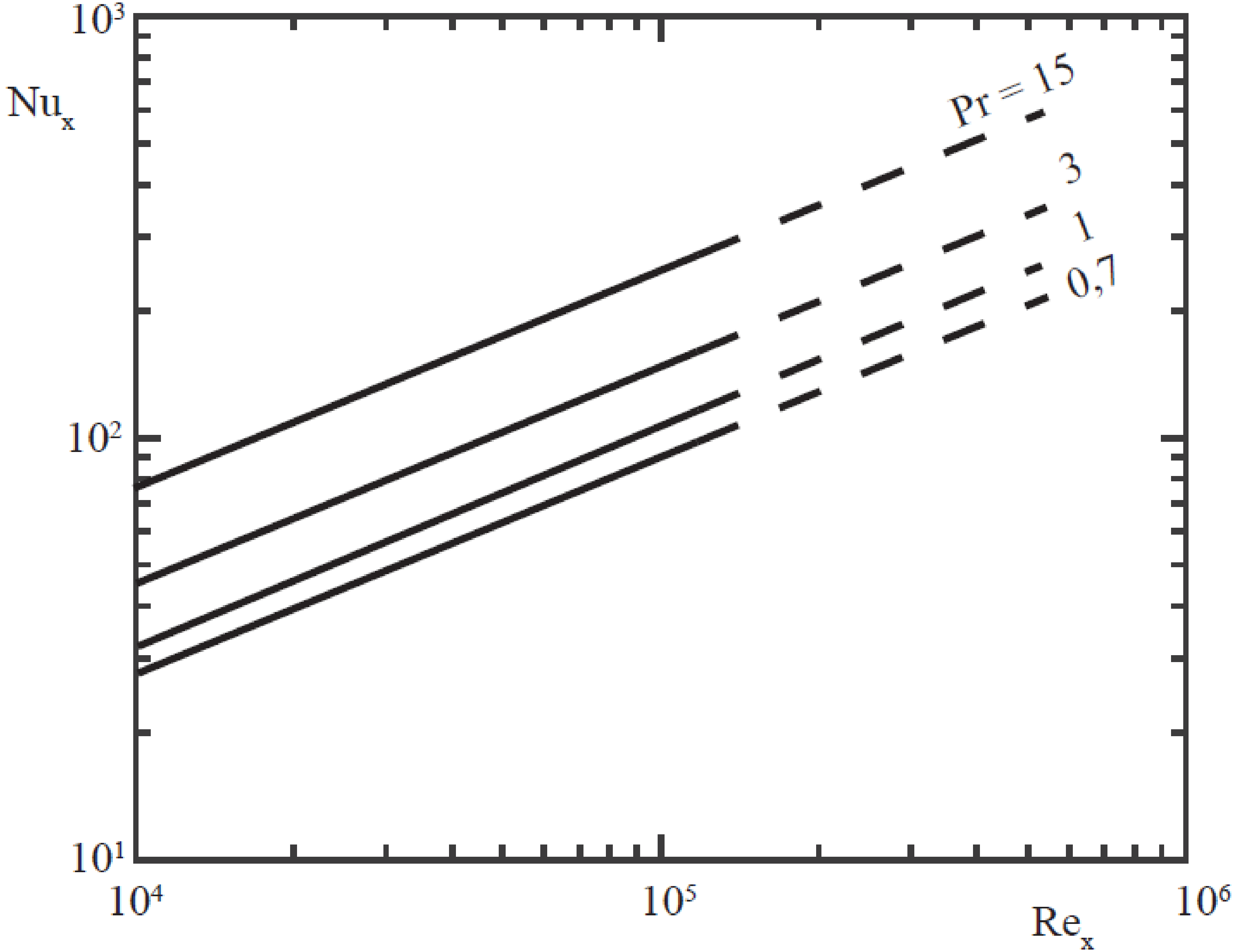
$$Nu_x = \frac{\alpha x}{\lambda}$$

Die charakteristische Länge x ist senkrecht zum Wärmestrom!

Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung
RWTH AACHEN UNIVERSITY

Ebene Platte mit laminarer Grenzschicht, isothermer Oberfläche, gleichzeitigem hydrodynamischen und thermischen Einlauf

$$Nu_x = \frac{\alpha x}{\lambda}$$



Ebene Platte mit laminarer Grenzschicht, isothermer Oberfläche, gleichzeitigem hydrodynamischen und thermischen Einlauf

Nusselt-Gesetz für den örtlichen Wärmeübergang:

$$\mathrm{Nu_x} = 0{,}332\,\mathrm{Re_x}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}} \qquad \text{(WÜK.1)}$$

$$\text{für} \quad 0{,}6 < \mathrm{Pr} < 10$$
$$\text{und} \quad \mathrm{Re_x} < \mathrm{Re_{x,krit}} \approx 2 \cdot 10^5$$

$$Nu_x = \frac{\alpha x}{\lambda} = 0.332\left(\frac{\rho u x}{\eta}\right)^{1/2} \cdot Pr^{1/3}$$

$$\alpha = 0.332 \cdot \lambda \left(\frac{\rho u}{\eta x}\right)^{1/2} \cdot Pr^{1/3}$$

Der Wärmeübergangskoeffizient nimmt in x-Richtung in der gleichen Weise ab, wie die thermische Grenzschicht zunimmt

Ebene Platte mit laminarer Grenzschicht, isothermer Oberfläche, gleichzeitigem hydrodynamischen und thermischen Einlauf

Nusselt-Gesetz für den örtlichen Wärmeübergang:

$$\mathrm{Nu_x} = 0{,}332\,\mathrm{Re_x}^{\frac{1}{2}}\mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}} \qquad \text{(WÜK.1)}$$

$$\text{für} \quad 0{,}6 < \mathrm{Pr} < 10$$

$$\text{und} \quad \mathrm{Re_x} < \mathrm{Re_{x,krit}} \approx 2 \cdot 10^5$$

Nusselt-Gesetz für den gemittelten Wärmeübergang:

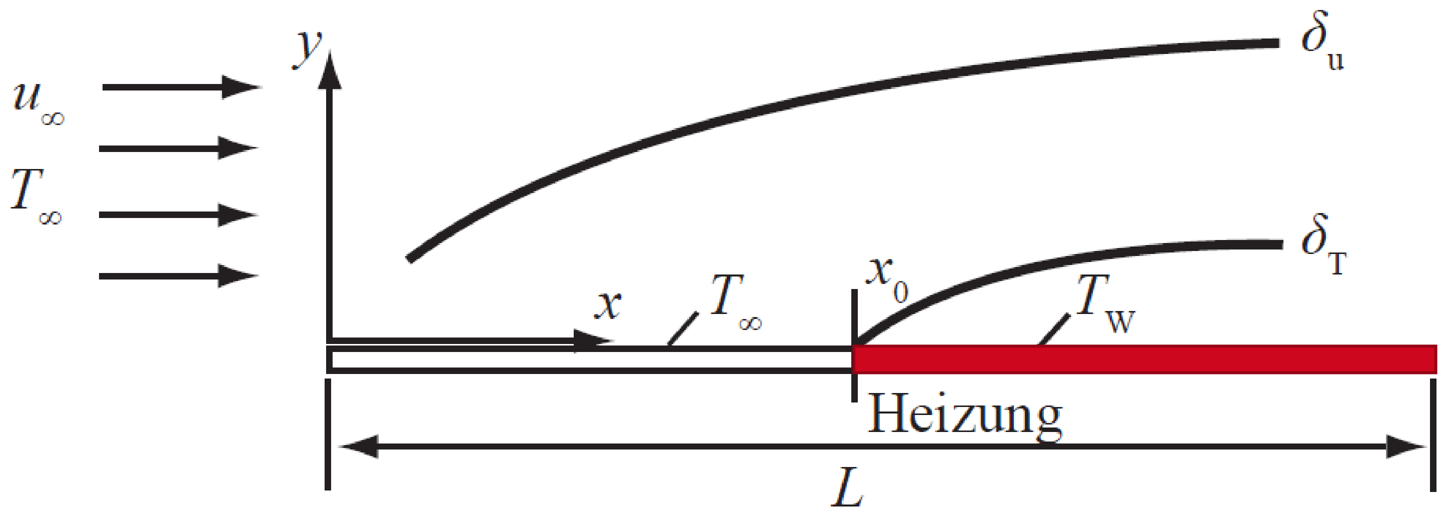
$$\overline{\mathrm{Nu_L}} = \frac{\overline{\alpha} L}{\lambda} = \frac{1}{L}\int_0^L \alpha(x)dx = 2\,\mathrm{Nu_{x=L}}$$

$$\overline{\mathrm{Nu_L}} = 0{,}664\,\mathrm{Re_L}^{\frac{1}{2}}\mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}} \qquad \text{(WÜK.2)}$$

$$\text{für} \quad 0{,}6 < \mathrm{Pr} < 10$$

$$\text{und} \quad \mathrm{Re_L} < \mathrm{Re_{L,krit}} \approx 2 \cdot 10^5$$

Ebene Platte mit laminarer Grenzschicht, isothermer Oberfläche, hydrodynamischem Einlauf, Beheizung oder Kühlung ab $x = x_0$



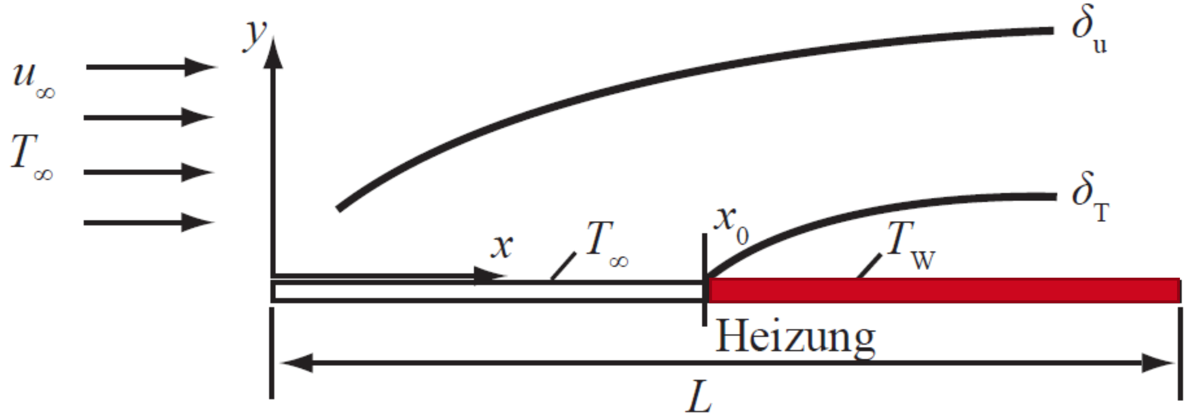
Nusselt-Gesetz für den örtlichen Wärmeübergang:

$$\mathrm{Nu_x} = 0{,}332\, \mathrm{Re_x}^{\frac{1}{2}} \mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}} \left[1 - \left(\frac{x_0}{x} \right)^{\frac{3}{4}} \right]^{-\frac{1}{3}} \qquad \text{(WÜK.3)}$$

$$\text{für} \quad 0{,}6 < \mathrm{Pr} < 10$$

$$\text{und} \quad \mathrm{Re_x} < \mathrm{Re_{x,krit}} \approx 2 \cdot 10^5$$

Ebene Platte mit laminarer Grenzschicht, isothermer Oberfläche, hydrodynamischem Einlauf, Beheizung oder Kühlung ab $x = x_0$



Nusselt-Gesetz für den mittleren Wärmeübergang:

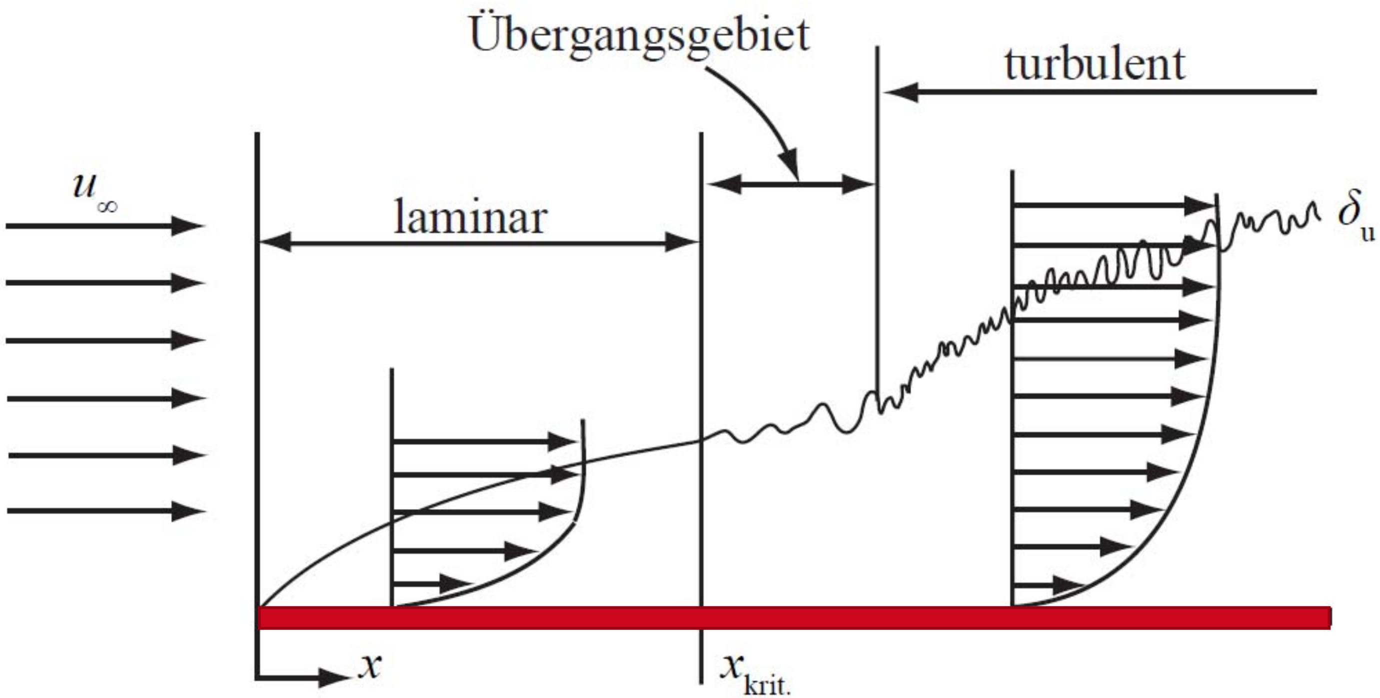
$$\mathrm{Nu_L} = \frac{L}{L - x_0} \frac{1}{\lambda} \int_{\mathrm{x_0}}^{\mathrm{L}} \alpha(x) dx$$

$$\mathrm{Nu_L} = 0{,}664\ \mathrm{Re_L}^{\frac{1}{2}} \mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}} \frac{\left[1 - \left(\frac{x_0}{L}\right)^{\frac{3}{4}}\right]^{\frac{2}{3}}}{\left[1 - \frac{x_0}{L}\right]} \qquad \text{(WÜK.4)}$$

für $\quad 0{,}6 < \mathrm{Pr} < 10$

und $\quad \mathrm{Re_x} < \mathrm{Re_{x,krit}} \approx 2 \cdot 10^5$

Ebene Platte mit turbulenter Grenzschicht und isothermischer Oberfläche



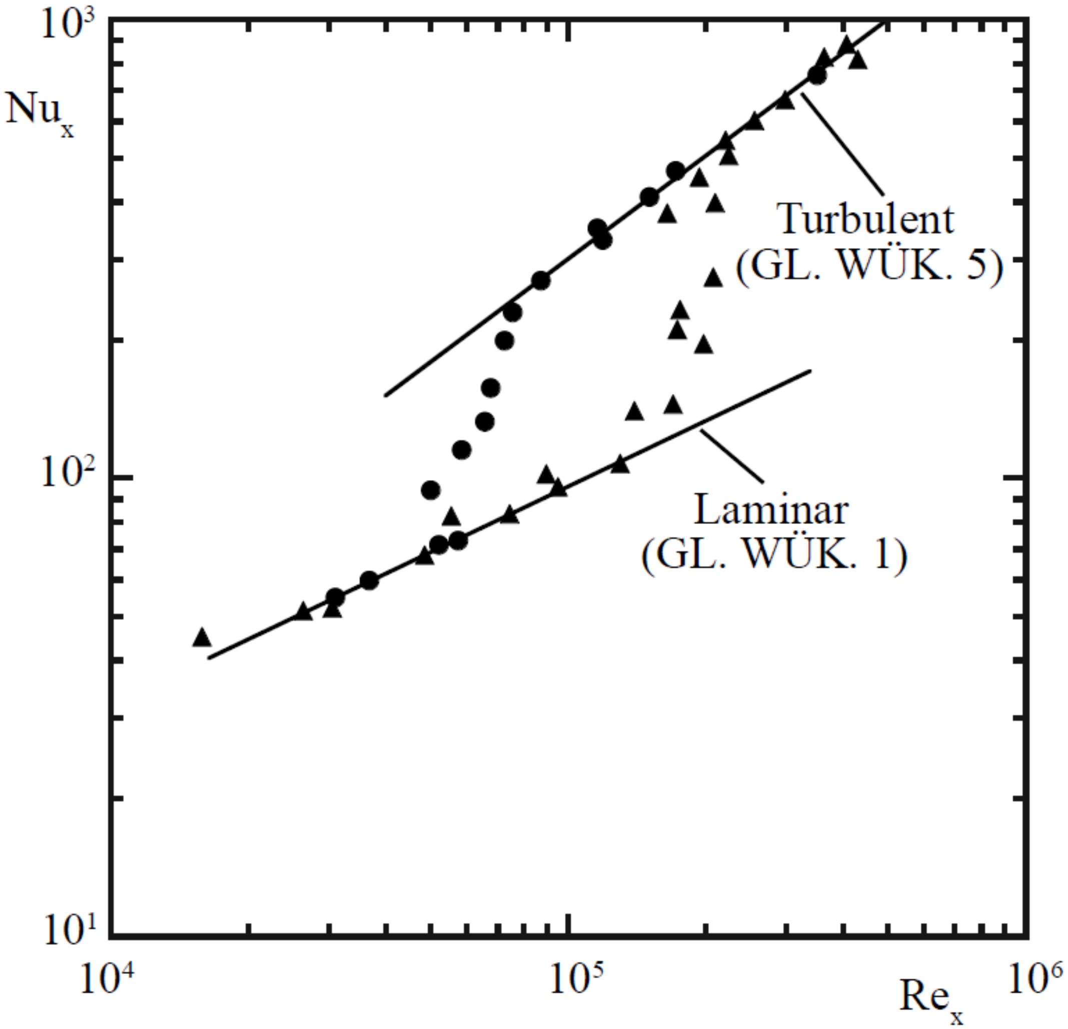
$$\mathrm{Re}_{x,\mathrm{krit}} \approx 2 \cdot 10^5$$

$$Re_{x,krit} = \frac{\rho u x_{krit.}}{\eta} = 2 \cdot 10^5$$

$$x_{krit.} = 2 \cdot 10^5 \frac{\eta}{\rho u}$$

Der turbulente Umschlag verschiebt sich mit steigender Viskosität nach hinten und mit steigender Strömungsgeschwindigkeit nach vorne

Ebene Platte mit turbulenter Grenzschicht und isothermischer Oberfläche



Einfluss des mittleren Turbulenzgrads der Anströmung auf den laminar/turbulenten Umschlag (Dreiecke und Kreise)

In beiden Fällen wird der laminare bzw. turbulente Wärmeübergang gut durch die beiden Korrelationen (WÜK 1 und WÜK 5) abgebildet

$$\mathrm{Nu_x} = 0{,}0296\,\mathrm{Re_x}^{0{,}8}\,\mathrm{Pr}^{0{,}43} \quad \text{für} \quad 5\cdot 10^5 < \mathrm{Re}_x < 10^7 \qquad \text{(WÜK.5)}$$

Gemittelter Wärmeübergang bei einer ebene Platte mit turbulenter Grenzschicht und isothermischer Oberfläche

Nusselt-Gesetz für den mittleren Wärmeübergang:

(Bemerkung: Der mittlere Wärmeübergang einer Platte der Länge L errechnet sich aus der Integration der Gln. (WÜK.1) und (WÜK.5))

$$\overline{\mathrm{Nu_L}} = \frac{\overline{\alpha} L}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \left(\int_0^{\mathrm{x_{krit}}} \alpha\left(x\right)_{\text{Gl. (WÜK.1)}} \, dx + \int_{\mathrm{x_{krit}}}^{L} \alpha\left(x\right)_{\text{Gl. (WÜK.5)}} \, dx \right) \qquad (5.8)$$

Das Ergebnis hängt damit von der zugrunde gelegten kritischen Reynolds-Zahl ab.

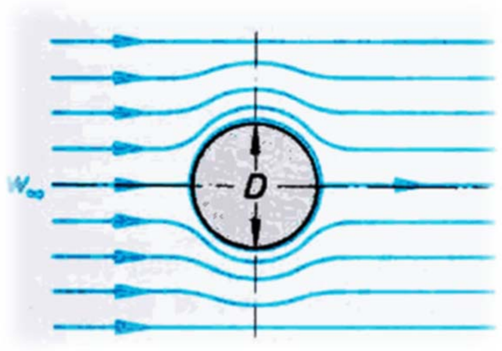
Nusselt-Gesetz für den mittleren Wärmeübergang:

$$\overline{\mathrm{Nu_L}} \approx 0{,}036 \, \mathrm{Pr}^{0{,}43} \left(\mathrm{Re_L}^{0{,}8} - 9400 \right) \qquad \text{(WÜK.6)}$$

$$\text{für} \quad \mathrm{Re_{L,krit}} \approx 2 \cdot 10^5$$

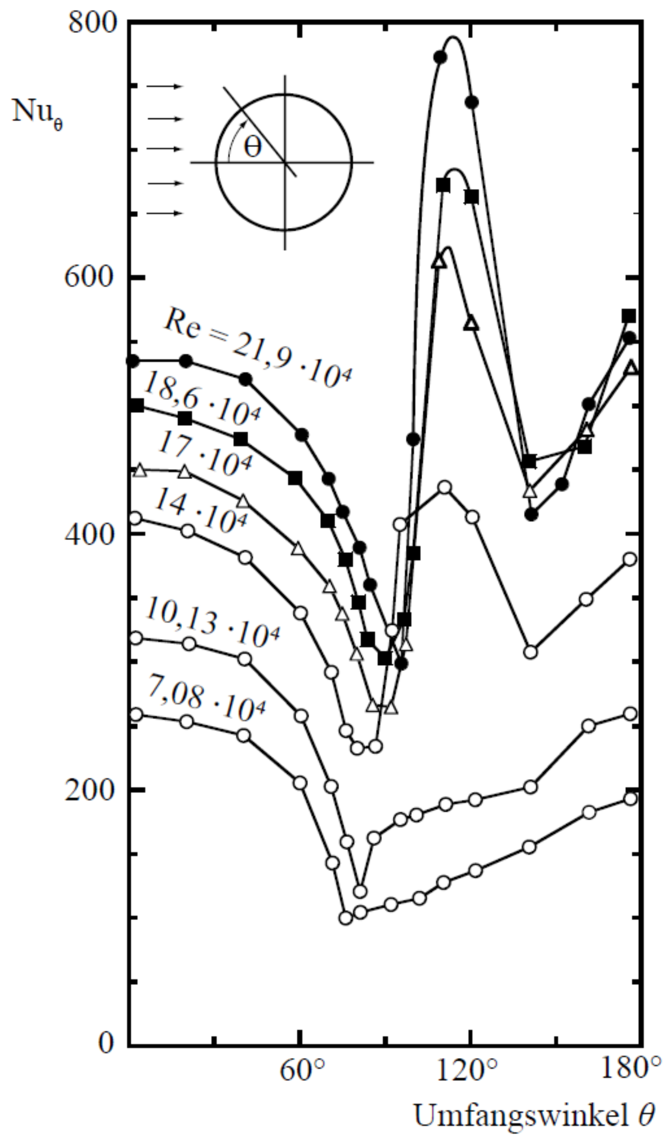
Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung
RWTH AACHEN UNIVERSITY

Quer angeströmter Zylinder

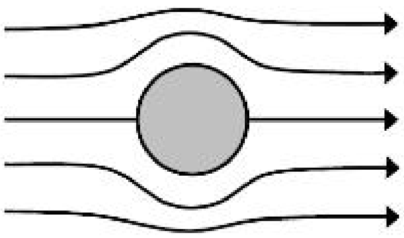


$$\overline{\mathrm{Nu_d}} = C\ \mathrm{Re_d}^m \mathrm{Pr}^{0,4}$$

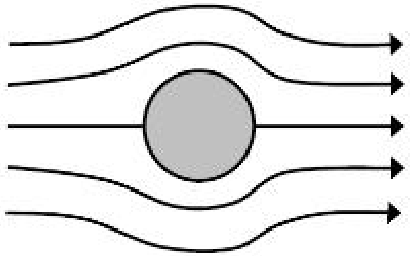
$\mathrm{Re_d}$	C	m
0,4 - 4	0,989	0,330
4 - 40	0,911	0,385
40 - 4000	0,683	0,466
4000 - 40000	0,193	0,618
40000 - 400000	0,0266	0,805



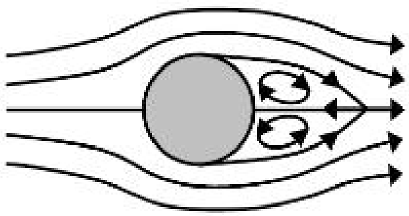
Quer angeströmter Zylinder als Funktion der Reynolds-Zahl



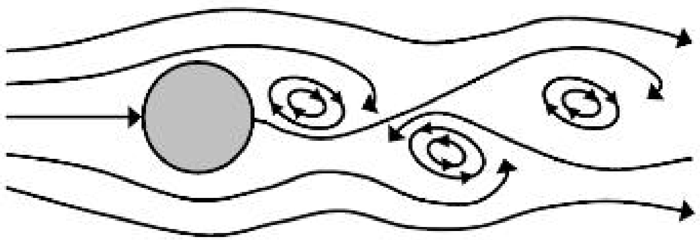
Reibungsfreie Strömung: Re = ∞



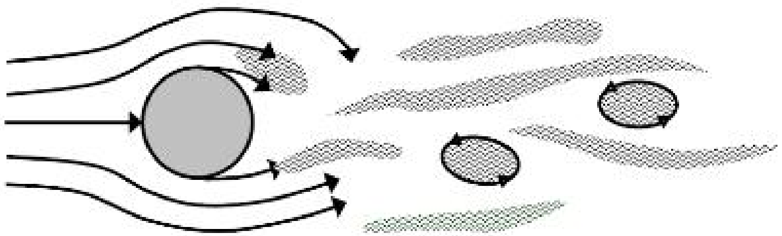
Re ≈ 0.01



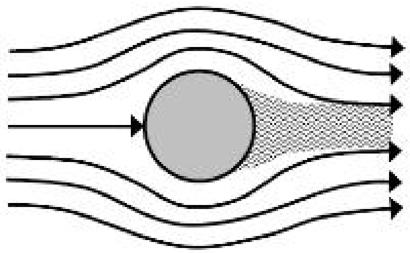
Re ≈ 20



Re ≈ 100



Re ≈ 10 000



Re ≈ 10 000 000

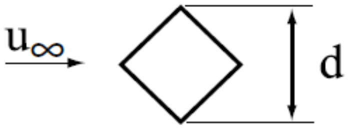
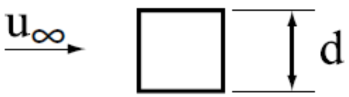
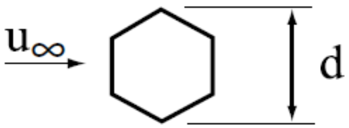
Quer angeströmte nicht-kreisförmige Zylinder

mittlerer Wärmeübergang bei nicht kreisförmigen Zylindern

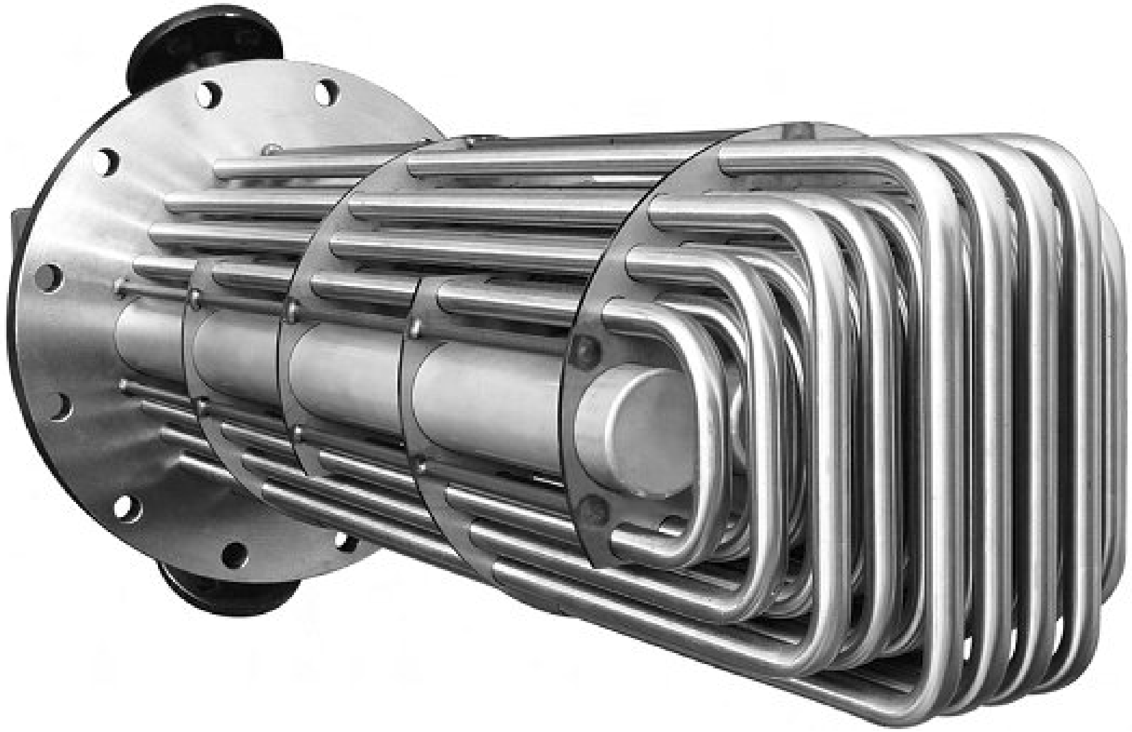
$$\overline{\mathrm{Nu_d}} = C\,\mathrm{Re_d}^{m}\mathrm{Pr}^{0,4}$$

Konstanten der Gl. (WÜK.9) nach Jakob (1949):

Tabelle 5.2: Konstanten C und m der Gl. (WÜK.9)

Geometrie	$\mathrm{Re_d}$	C	m
	$5 \cdot 10^3 - 10^5$	0,246	0,588
	$5 \cdot 10^3 - 10^5$	0,102	0,675
	$5 \cdot 10^3 - 1{,}94 \cdot 10^4$	0,160	0,638

Quer angeströmte Glattrohrbündel



https://www.heatsystems.de/produkt-details/rohrbuendel-waermetauscher.html

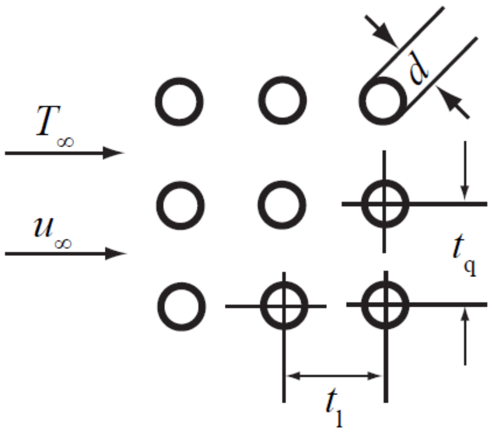
Quer angeströmte Glattrohrbündel

Die Fluidtemperatur im Rohrbündel ändert sich von Rohrreihe zu Rohrreihe. Daher muss eine repräsentative mittlere Temperaturdifferenz bei der Berechnung des übertragenen Wärmestroms

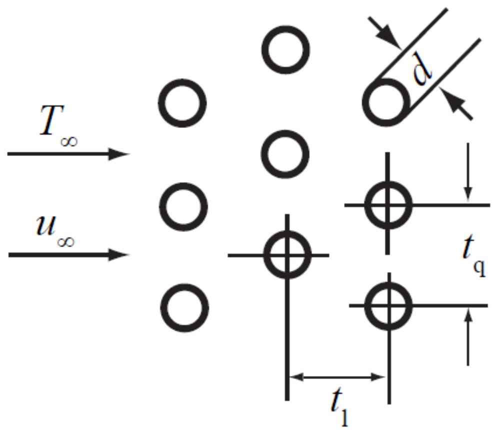
$$\dot{Q}_{\mathrm{W}} = \overline{\alpha} A \left(T_{\mathrm{W}} - T_{\mathrm{fl}}\right)_{\mathrm{m}} = \overline{\alpha} A \Delta T_{\mathrm{m}} \tag{5.9}$$

eingesetzt werden. In vielen Anwendungsfällen ist die logarithmische Temperaturdifferenz

$$\Delta T_{\mathrm{m}} = \Delta T_{\mathrm{ln}} \equiv \frac{\Delta T_{\mathrm{Eintritt}} - \Delta T_{\mathrm{Austritt}}}{\ln \frac{\Delta T_{\mathrm{Eintritt}}}{\Delta T_{\mathrm{Austritt}}}}$$

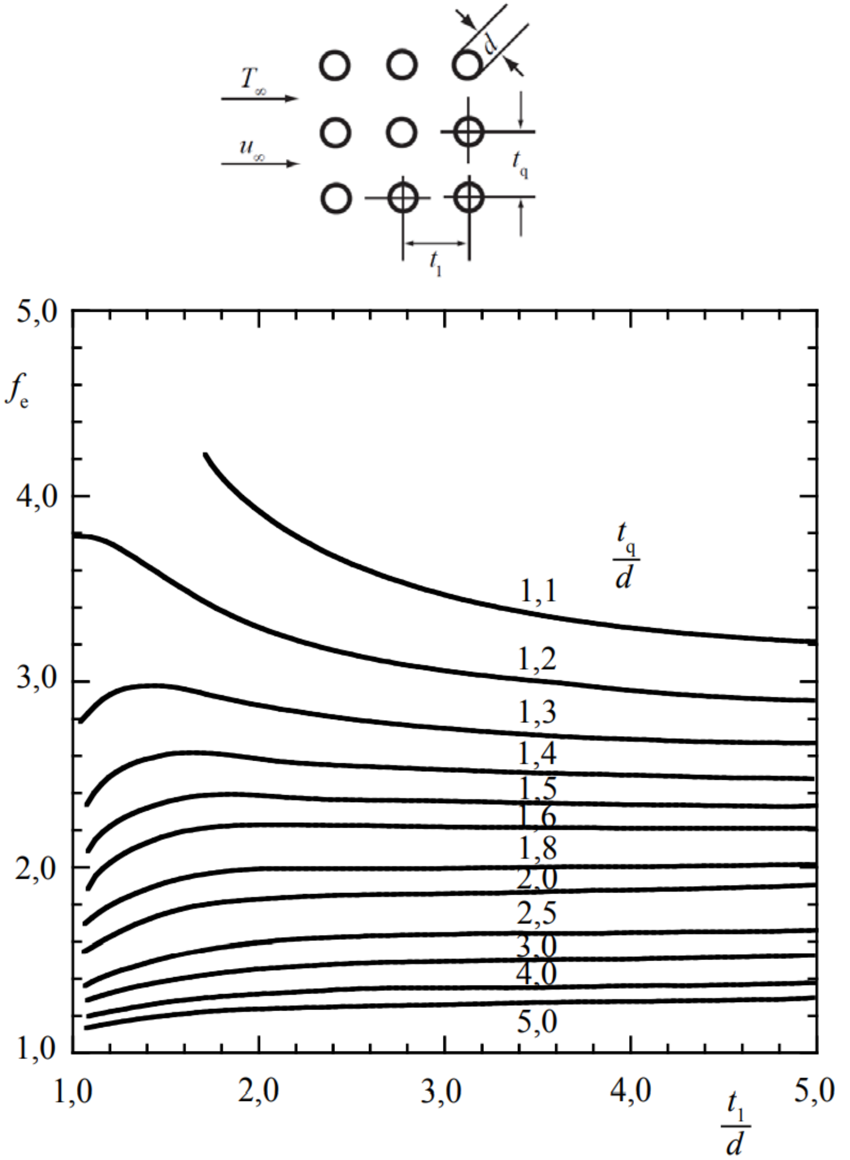


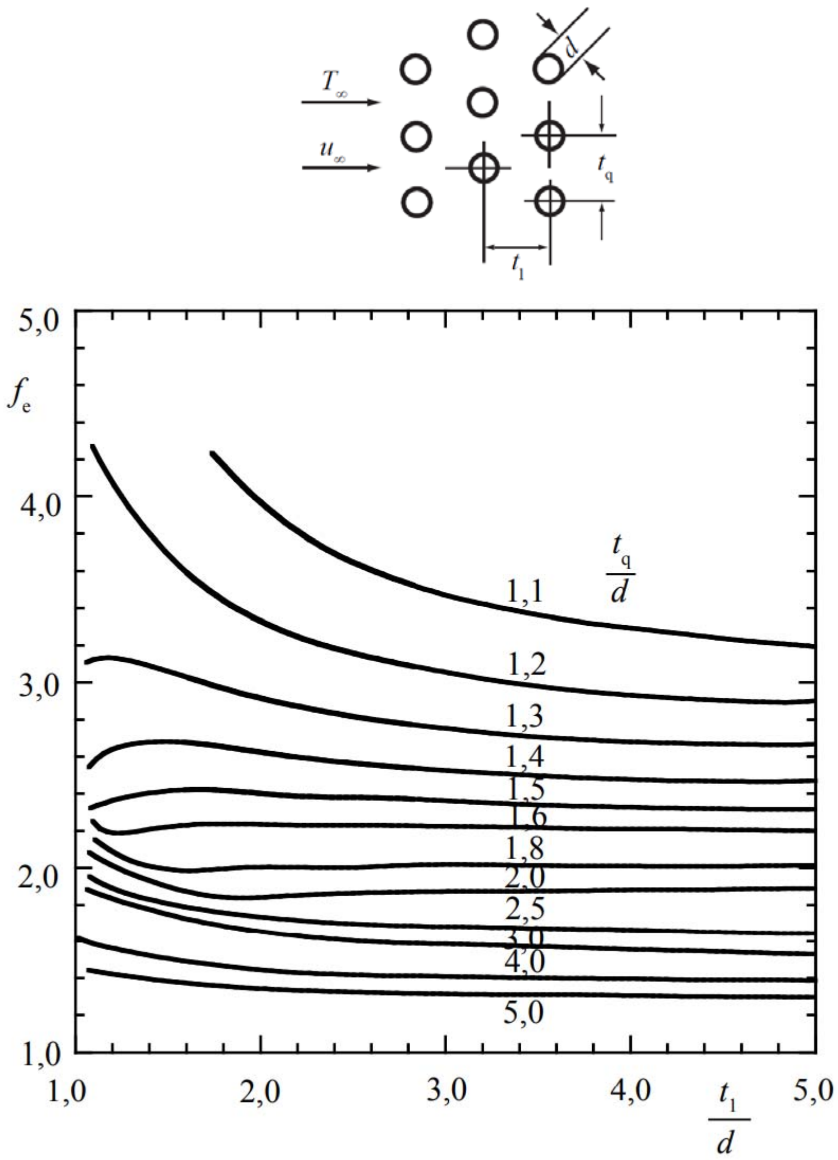
fluchtende Anordnung



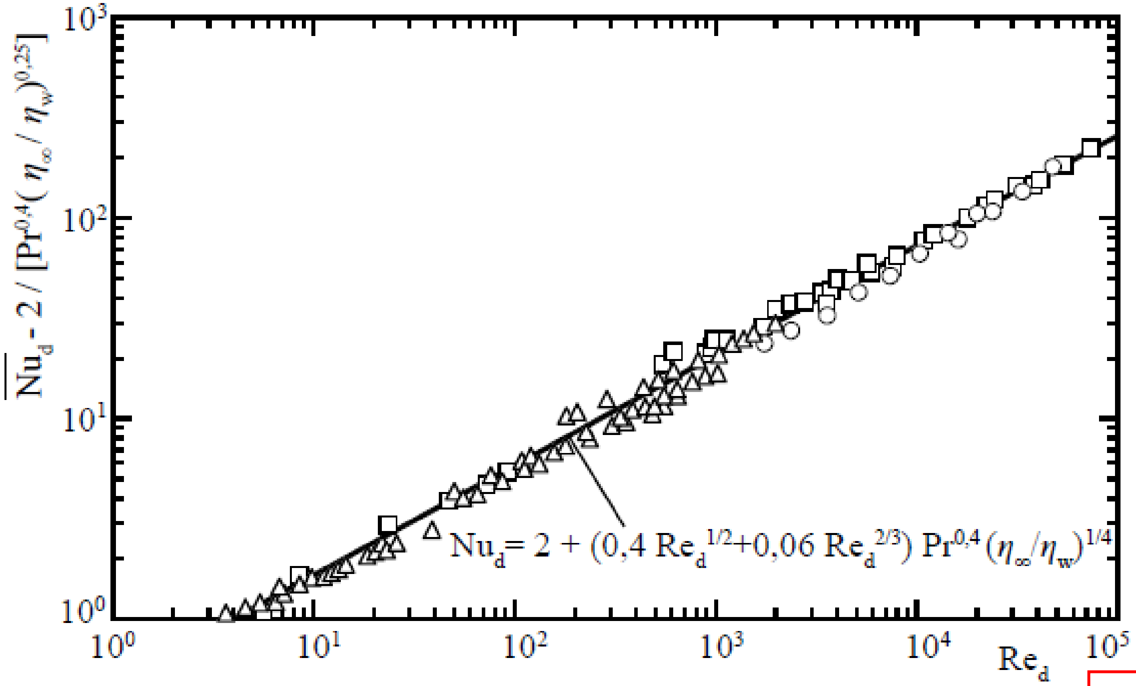
versetzte Anordnung

Quer angeströmte Glattrohrbündel





Strömung um eine Kugel



$$\overline{Nu_d} = \boxed{2} + \left(0{,}4\,Re_d^{\frac{1}{2}} + 0{,}06\,Re_d^{\frac{2}{3}}\right) Pr^{0,4} \boxed{\left(\frac{\eta_\infty}{\eta_w}\right)^{\frac{1}{4}}} \qquad \text{(WÜK.11)}$$

$$\text{für} \quad 0{,}7 < Pr < 380$$
$$\text{und} \quad 3{,}5 < Re_d < 8 \cdot 10^4$$

Falls $u = 0$ (ruhende Kugel) → $Nu_d = 2$

Verständnisfragen

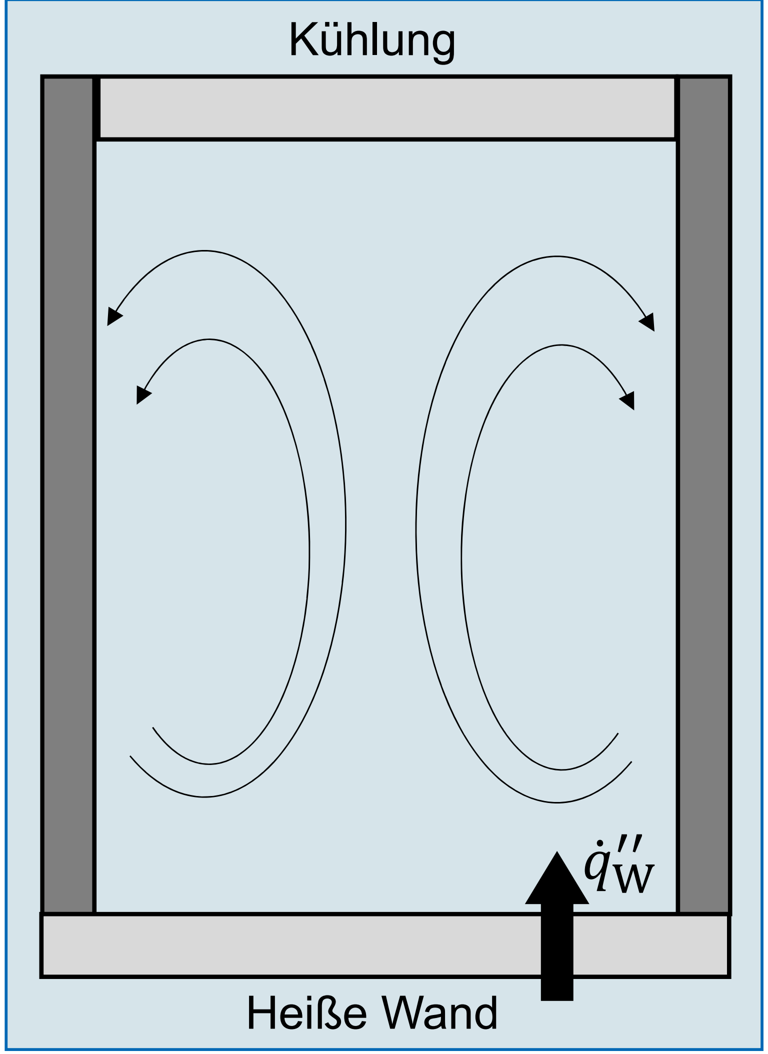
Welche dimensionslosen Kennzahlen müssen bei der erzwungenen Konvektion berücksichtigt werden?
Wie wird die Anwendbarkeit einer Korrelation überprüft?

Bei welcher Temperatur sind die in den Kennzahlen auftretenden Stoffeigenschaften zu ermitteln?

Worin unterscheiden sich örtlicher und gemittelter Wärmeübergang bei einer ebenen Platte mit Beheizung oder Kühlung?

Wärmeübergang bei natürlicher und erzwungener Konvektion
Beispiel: Kühlung einer heißen Oberfläche

Natürliche Konvektion



Erzwungene Konvektion