

---

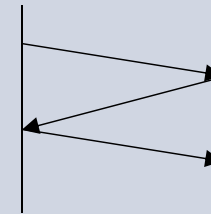
# Wärme- und Stoffübertragung I

**Beispiel: Strahlungsaustausch  
zwischen zwei grauen Platten**

Prof. Dr.-Ing. Reinhold Kneer  
Dr.-Ing. Dr. rer. pol. Wilko Rohlfs

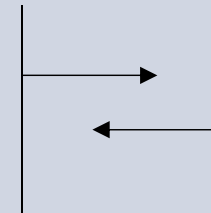
- Strahlungsverfolgung

- Verständnis der Berechnung des Strahlungsaustauschs zwischen zwei Flächen mittels Strahlungsverfolgung (**Achtung, nicht sinnvoll**)

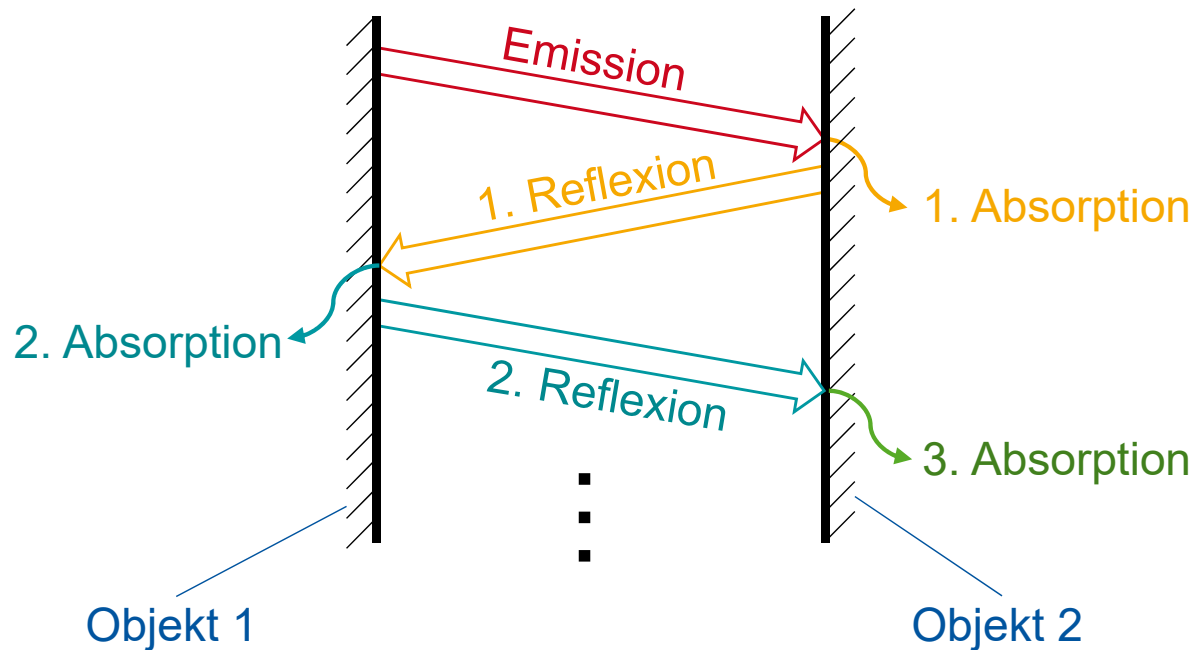


- Flächenhelligkeiten

- Fähigkeit, den Strahlungsaustausch mit Hilfe der Flächenhelligkeiten zu beschreiben (**Methode der Wahl**)



# Strahlverfolgung



## Fragestellung

Wie wird der Strahlungsaustausch zwischen Objekt 1 und Objekt 2 berechnet?

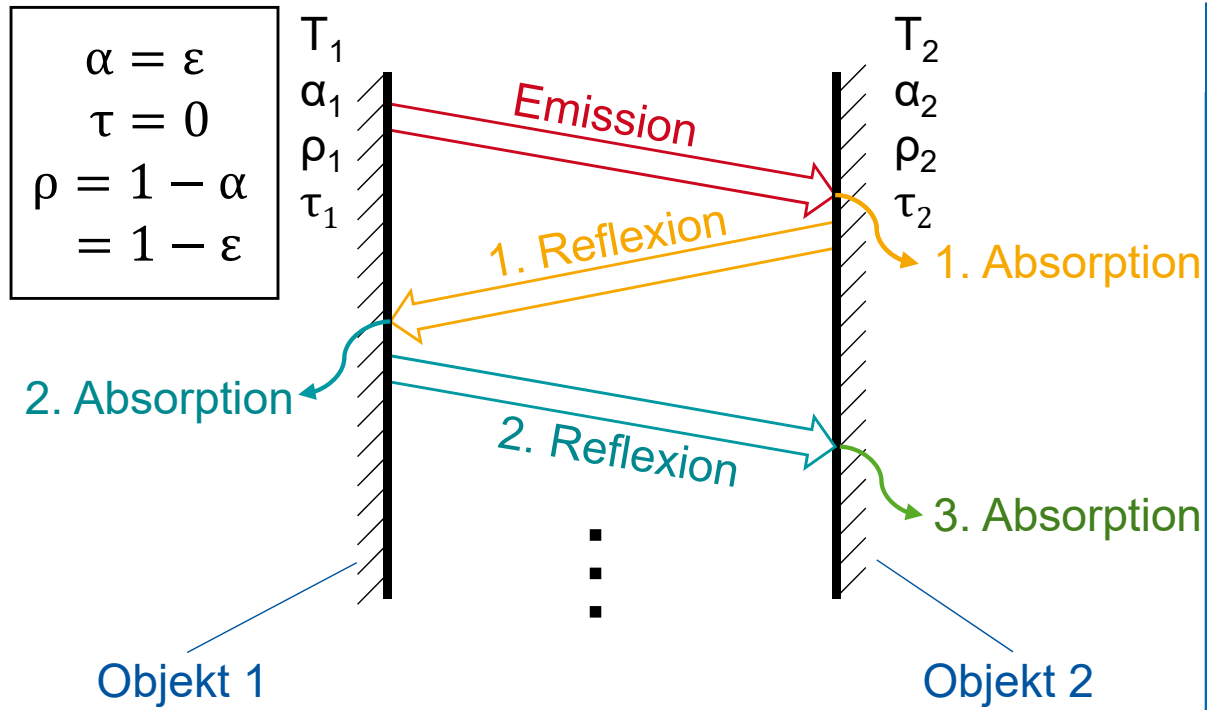
## 1. Ansatz: Strahlverfolgung

### Vorgehen

- Von Objekt 1 **ausgehenden Strahl** verfolgen
- Beim ersten Auftreffen des Strahls wird ein Anteil **absorbiert** und ein Anteil **reflektiert**
- Beim zweiten Auftreffen des Strahls wird ein Anteil **absorbiert** und ein Anteil **reflektiert**
- Beim dritten Auftreffen des Strahls wird ein Anteil **absorbiert**

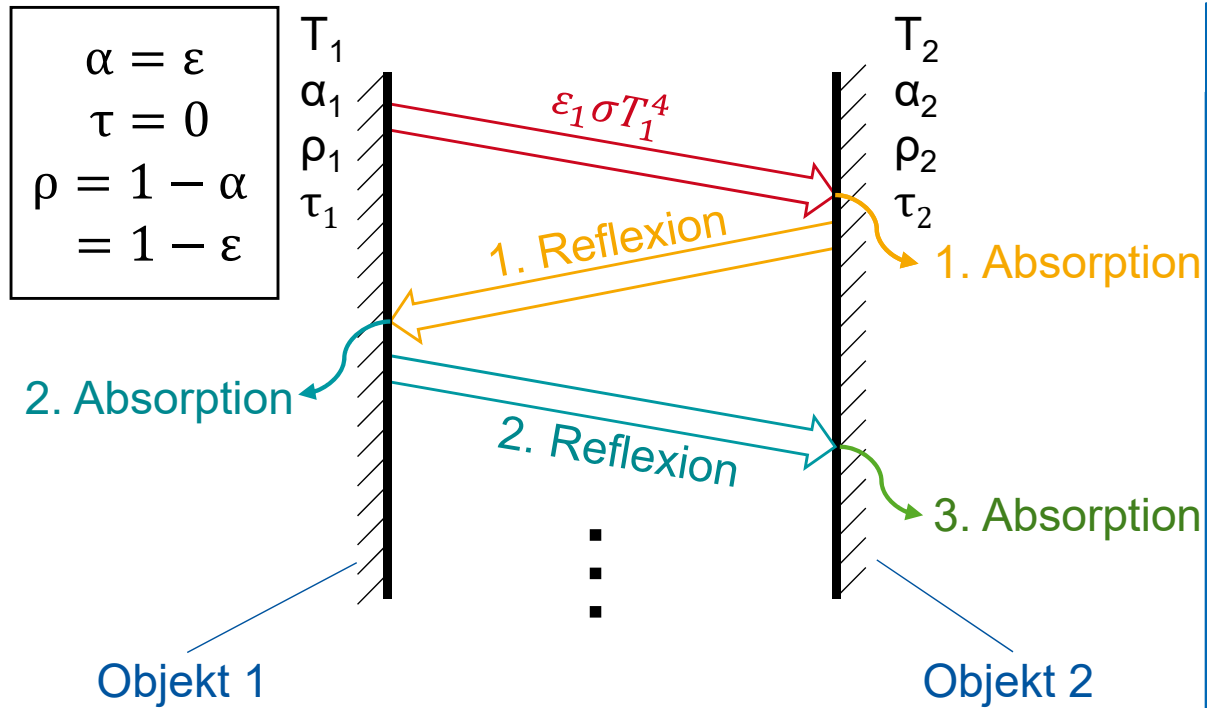
USW.

# Strahlverfolgung



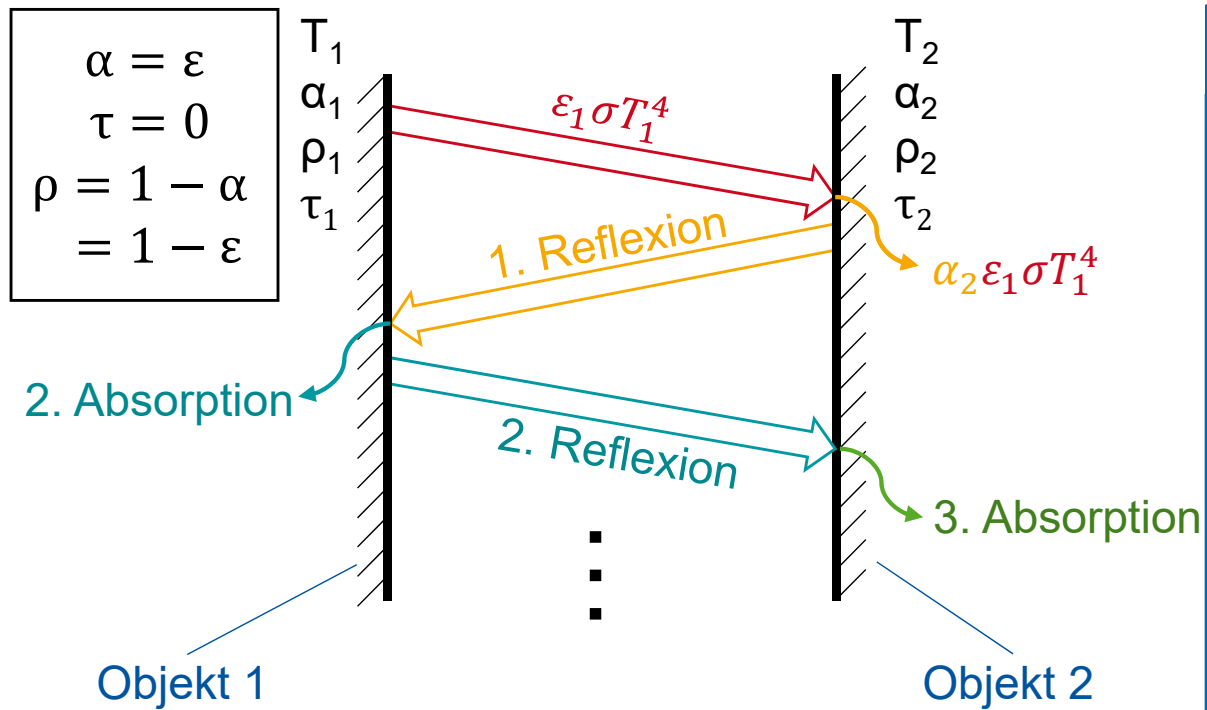
## Nettostrahlungsaustausch

# Strahlverfolgung



## Nettostrahlungsaustausch

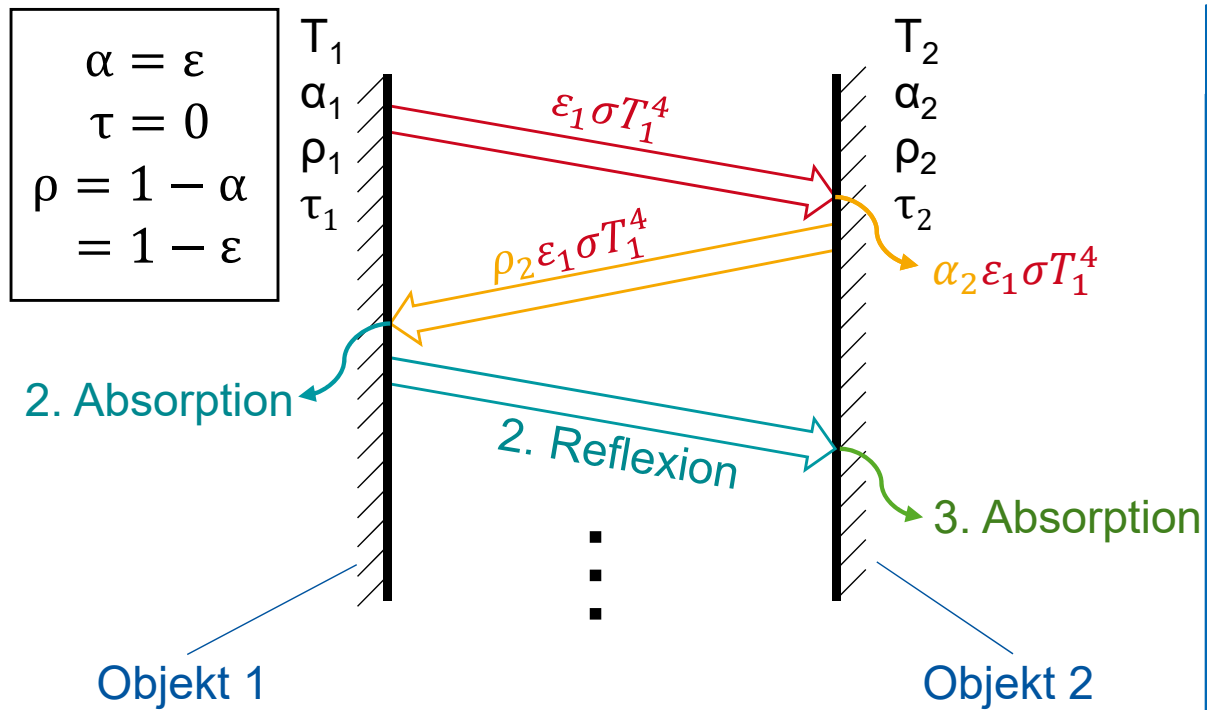
# Strahlverfolgung



## Nettostrahlungsaustausch

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = A \sigma T_1^4 [\varepsilon_1 \varepsilon_2]$$

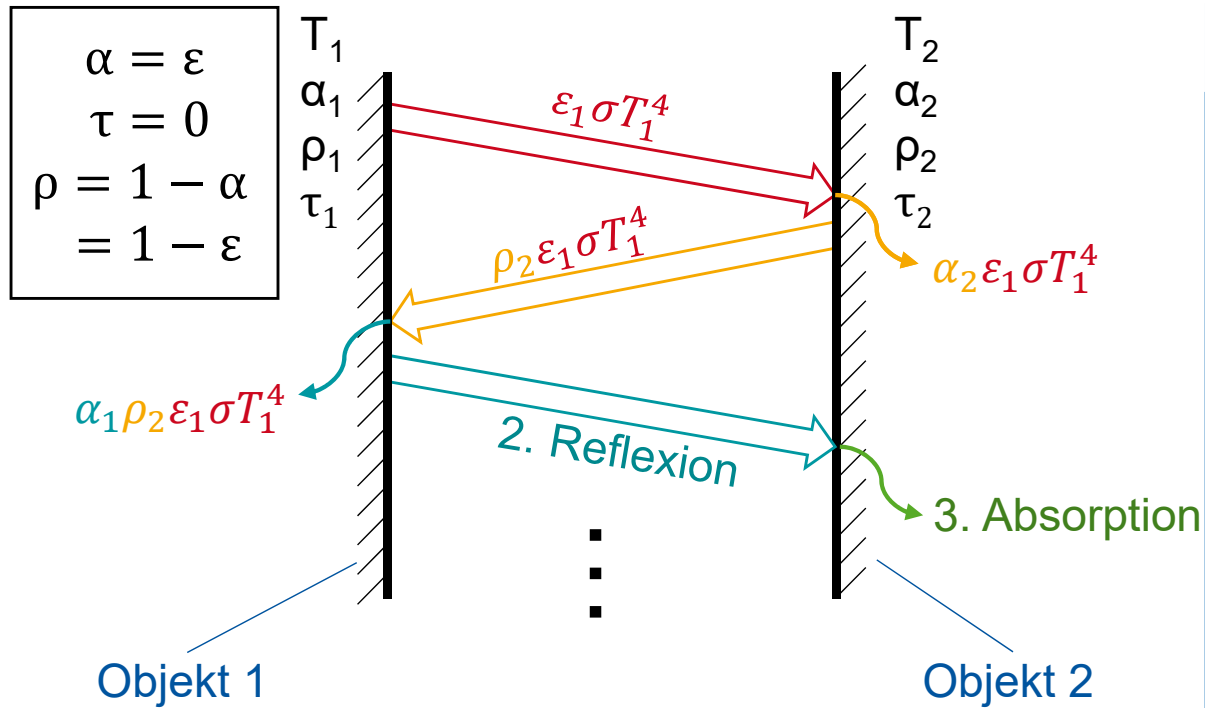
# Strahlverfolgung



## Nettostrahlungsaustausch

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = A \sigma T_1^4 [\varepsilon_1 \varepsilon_2]$$

# Strahlverfolgung

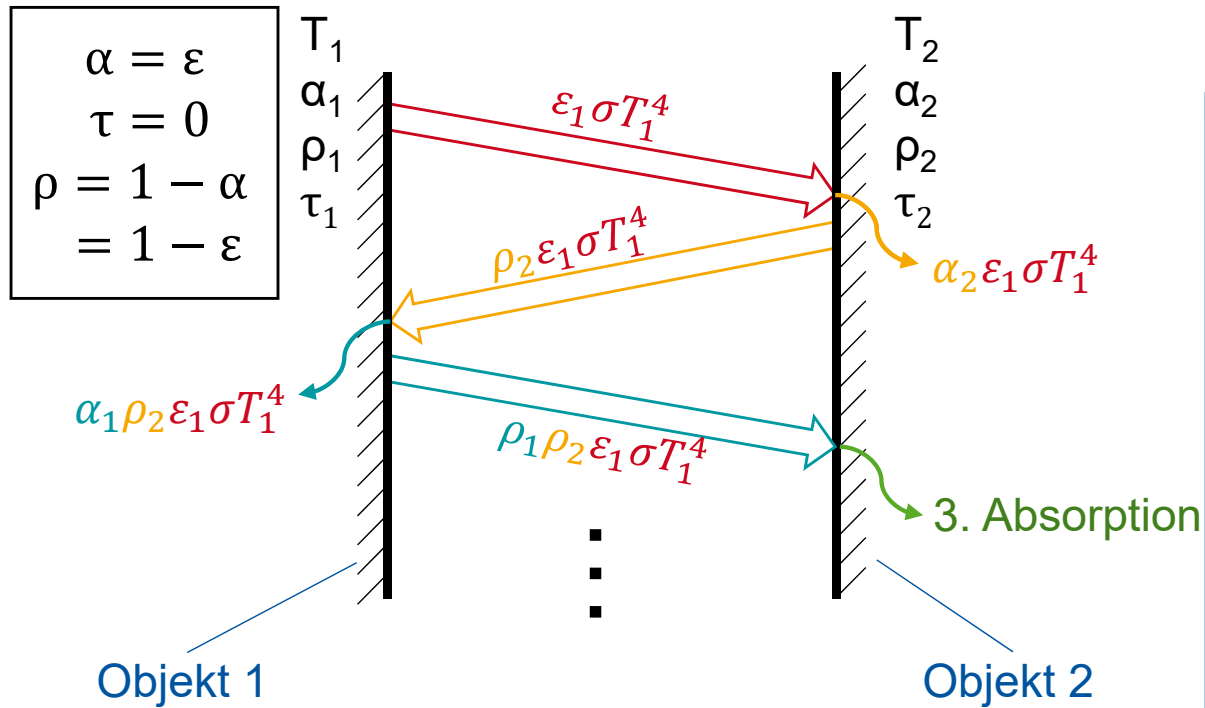


## Nettostrahlungsaustausch

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = A \sigma T_1^4 [\varepsilon_1 \varepsilon_2]$$



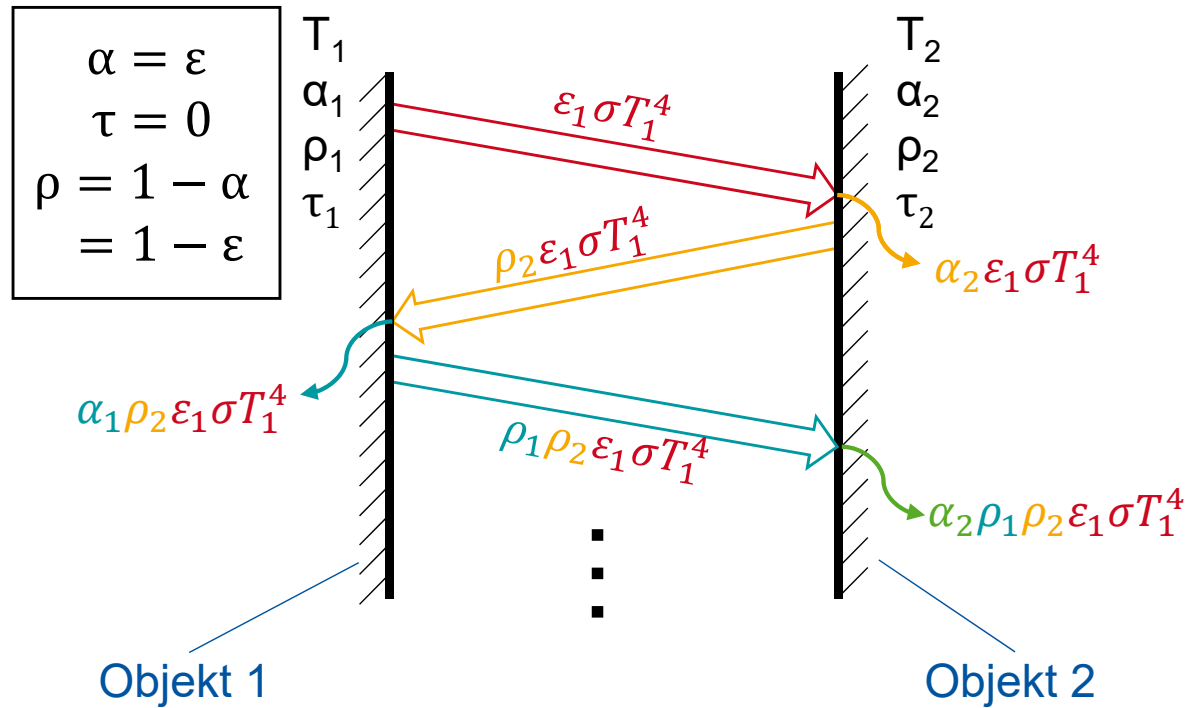
# Strahlverfolgung



## Nettostrahlungsaustausch

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = A \sigma T_1^4 [\varepsilon_1 \varepsilon_2]$$

# Strahlverfolgung



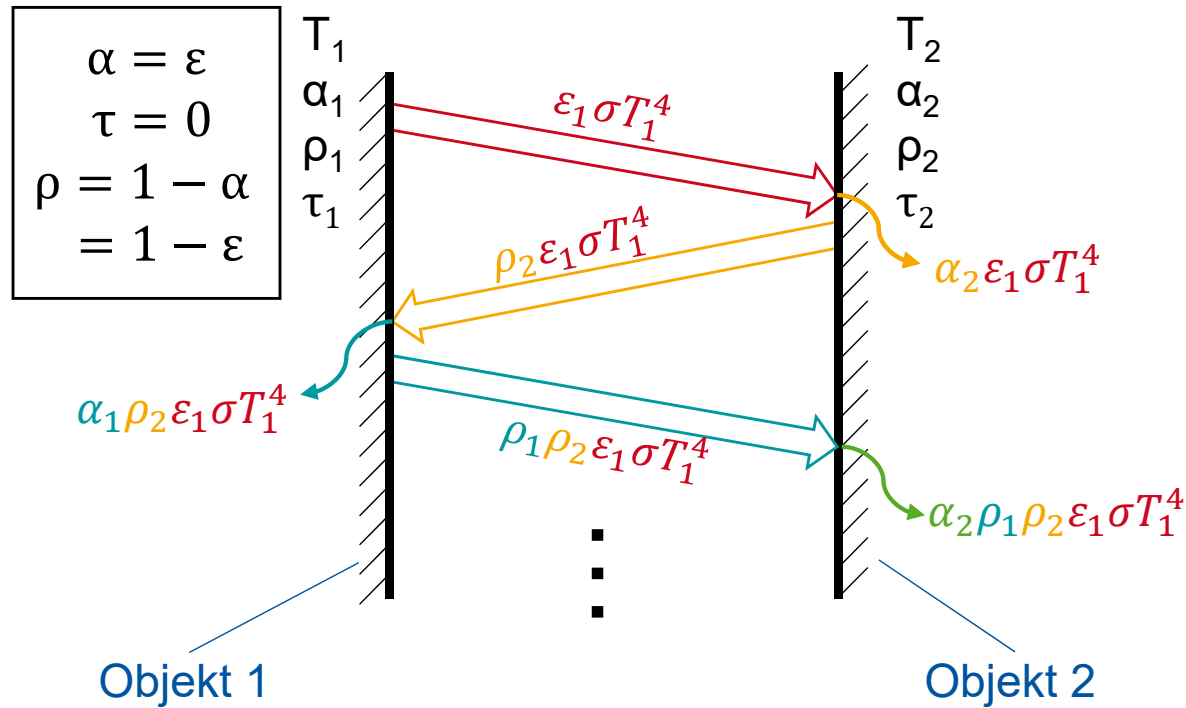
## Nettostrahlungsaustausch

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = A \sigma T_1^4 [\varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2 (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2) + \varepsilon_1 \varepsilon_2 (1 - \varepsilon_1)^2 (1 - \varepsilon_2)^2 + \dots]$$

$$\dot{Q}_{2 \rightarrow 1} = \text{symmetrisch}$$

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{1 \rightleftharpoons 2} &= \overset{1}{\cancel{\phi_{12}}} \dot{Q}_{1 \rightarrow 2} - \overset{1}{\cancel{\phi_{21}}} \dot{Q}_{2 \rightarrow 1} \\ &= A \varepsilon_1 \varepsilon_2 \sigma (T_1^4 - T_2^4) [1 + (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2) + (1 - \varepsilon_1)^2 (1 - \varepsilon_2)^2 + \dots] \end{aligned}$$

# Strahlverfolgung



## Nettostrahlungsaustausch

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = A \sigma T_1^4 [\varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2 (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2) + \varepsilon_1 \varepsilon_2 (1 - \varepsilon_1)^2 (1 - \varepsilon_2)^2 + \dots]$$

$$\dot{Q}_{2 \rightarrow 1} = \text{symmetrisch}$$

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{1 \rightleftharpoons 2} &= \overset{1}{\phi}_{12} \dot{Q}_{1 \rightarrow 2} - \overset{1}{\phi}_{21} \dot{Q}_{2 \rightarrow 1} \\ &= A \varepsilon_1 \varepsilon_2 \sigma (T_1^4 - T_2^4) [1 + (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2) + (1 - \varepsilon_1)^2 (1 - \varepsilon_2)^2 + \dots] \end{aligned}$$

## Substitution

$$x = (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2)$$

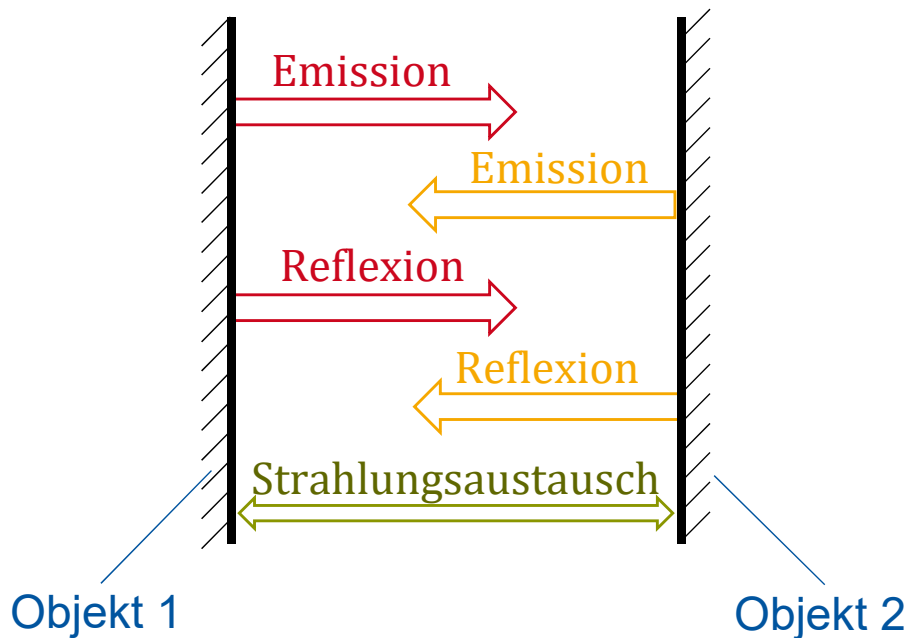
Für  $|x| < 1$  gilt:  $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$

## Durch Einsetzen ergibt sich

$$\dot{Q}_{12} = A \sigma \varepsilon_1 \varepsilon_2 (T_1^4 - T_2^4) \frac{1}{1 - (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2)}$$

Das war der komplizierte Weg.

# Flächenhelligkeiten



## Fragestellung

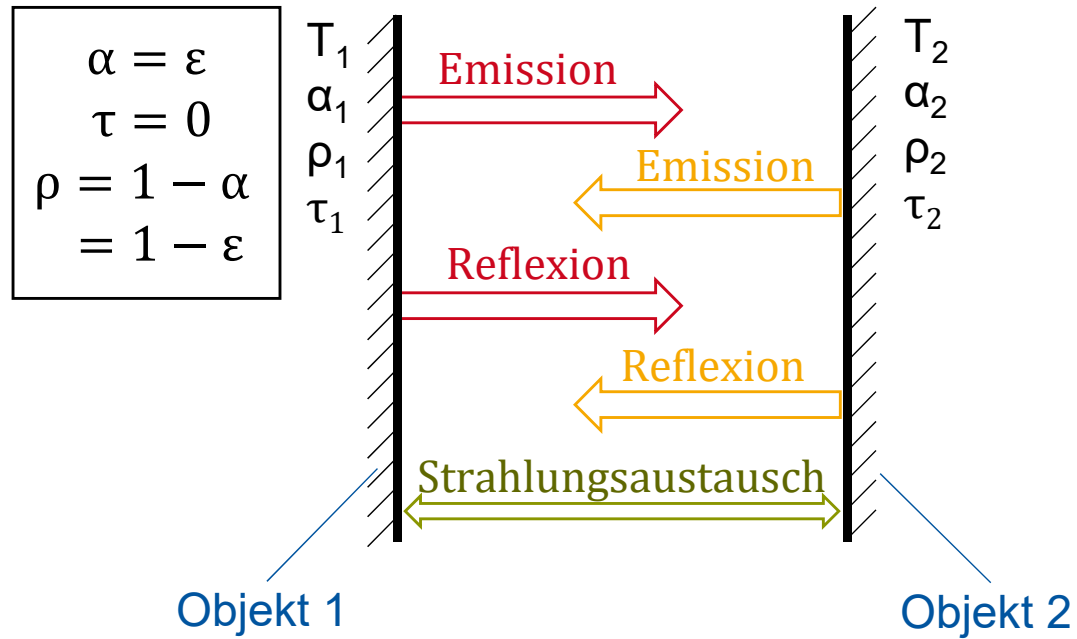
Wie wird der Strahlungsaustausch zwischen Objekt 1 und Objekt 2 berechnet?

## 2. Ansatz: Flächenhelligkeiten

### Vorgehen

- Aufstellen der Flächenhelligkeiten
- Flächenhelligkeit (FH) Objekt 1:  
Emission Objekt 1  
Reflexion der FH von Objekt 2
- Flächenhelligkeit (FH) Objekt 2:  
Emission Objekt 2  
Reflexion der FH von Objekt 1
- Nettostrahlungsaustausch =  
Flächenhelligkeit 1 –  
Flächenhelligkeit 2

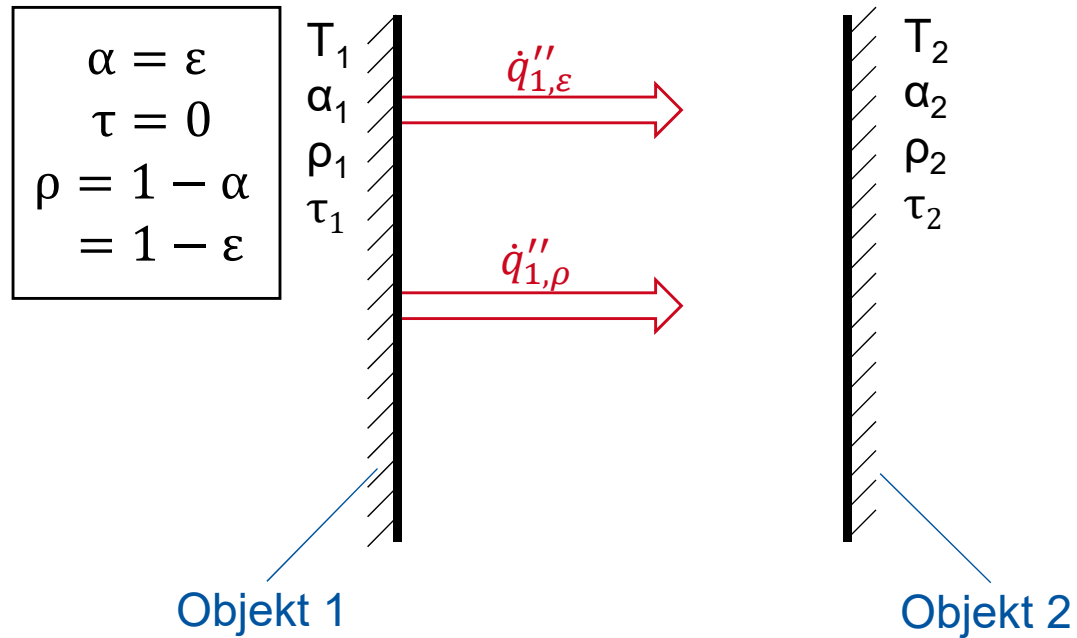
# Flächenhelligkeiten



## Flächenhelligkeiten



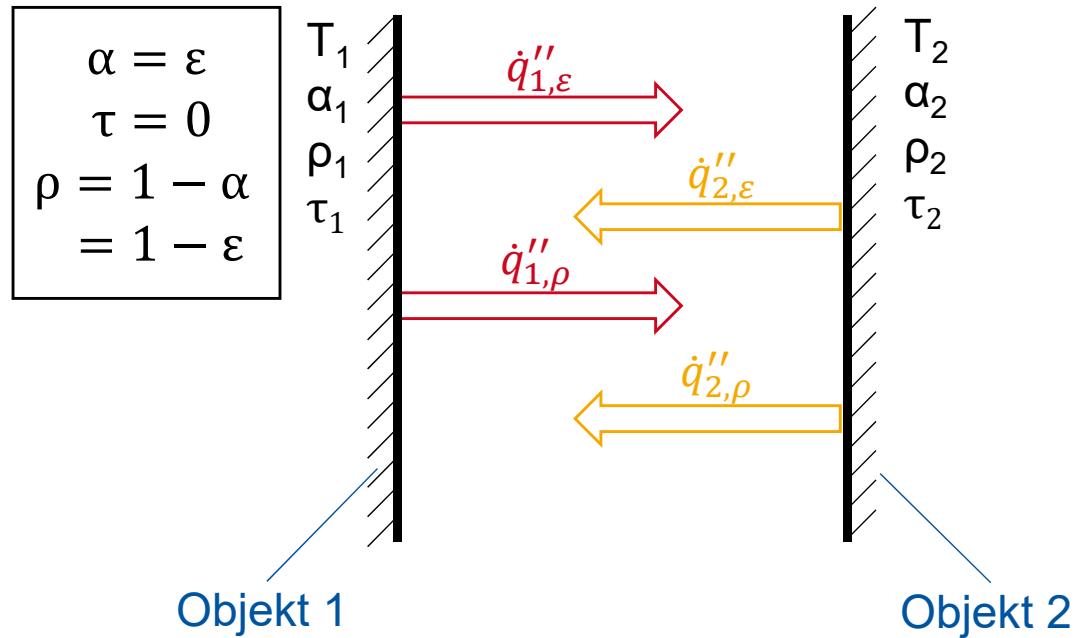
# Flächenhelligkeiten



## Flächenhelligkeiten

$$\dot{Q}_1 = A_1 \dot{q}_1'' = A_1 [\epsilon_1 \dot{q}_{S,1}'' + (1 - \epsilon_1) \dot{q}_2'']$$

# Flächenhelligkeiten

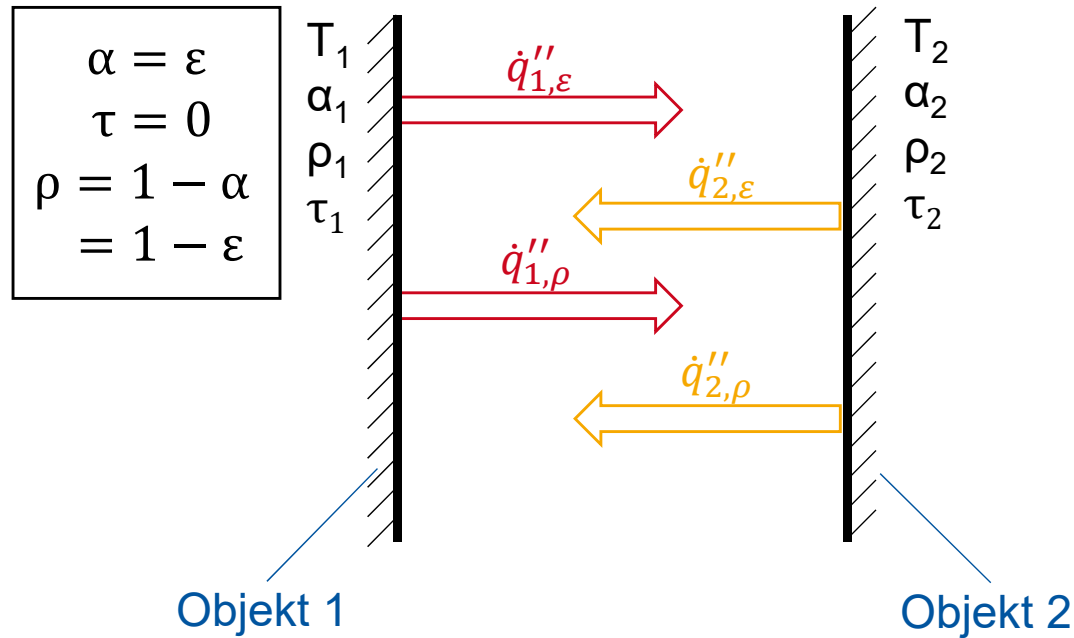


## Flächenhelligkeiten

$$\dot{Q}_1 = A_1 \dot{q}_1'' = A_1 [\varepsilon_1 \dot{q}_{S,1}'' + (1 - \varepsilon_1) \dot{q}_2'']$$

$$\dot{Q}_2 = A_2 \dot{q}_2'' = A_2 [\varepsilon_2 \dot{q}_{S,2}'' + (1 - \varepsilon_2) \dot{q}_1'']$$

# Flächenhelligkeiten



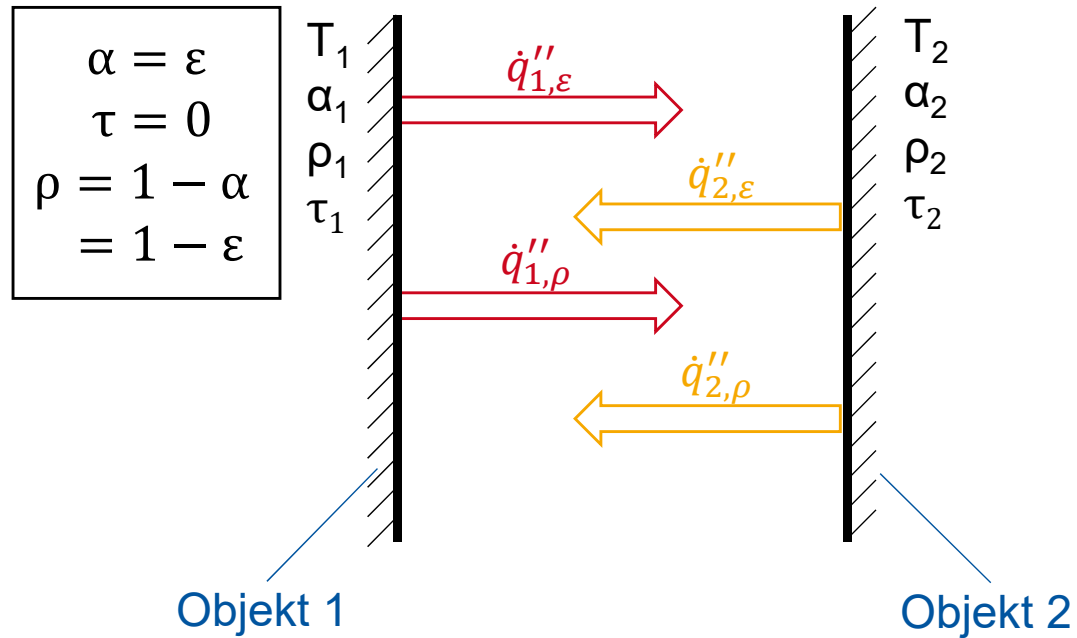
## Flächenhelligkeiten

$$\dot{Q}_1 = A_1 \dot{q}_1'' = A_1 [\varepsilon_1 \dot{q}_{S,1}'' + (1 - \varepsilon_1) \dot{q}_2'']$$

$$\dot{Q}_2 = A_2 \dot{q}_2'' = A_2 [\varepsilon_2 \dot{q}_{S,2}'' + (1 - \varepsilon_2) \dot{q}_1'']$$



# Flächenhelligkeiten

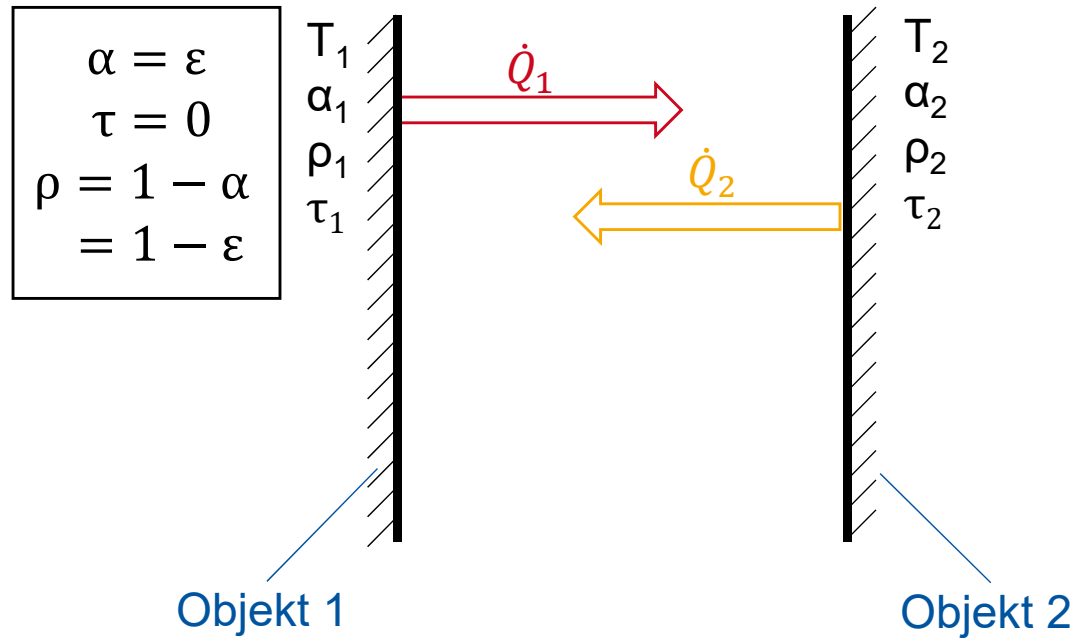


## Flächenhelligkeiten

$$\dot{Q}_1 = A_1 \dot{q}_1'' = A_1 [\varepsilon_1 \dot{q}_{S,1}'' + (1 - \varepsilon_1) \dot{q}_2'']$$

$$\dot{Q}_2 = A_2 \dot{q}_2'' = A_2 [\varepsilon_2 \dot{q}_{S,2}'' + (1 - \varepsilon_2) \dot{q}_1'']$$

# Flächenhelligkeiten

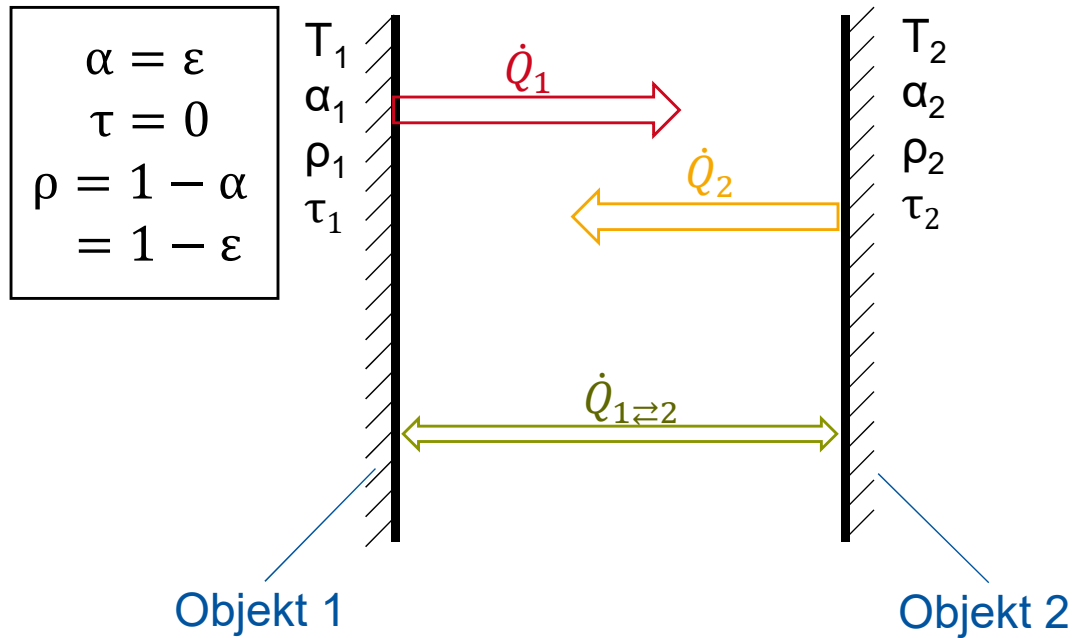


## Flächenhelligkeiten

$$\dot{Q}_1 = A_1 \dot{q}_1'' = A_1 [\varepsilon_1 \dot{q}_{S,1}'' + (1 - \varepsilon_1) \dot{q}_2'']$$

$$\dot{Q}_2 = A_2 \dot{q}_2'' = A_2 [\varepsilon_2 \dot{q}_{S,2}'' + (1 - \varepsilon_2) \dot{q}_1'']$$

# Flächenhelligkeiten



## Flächenhelligkeiten

$$\begin{aligned}\dot{Q}_1 &= A_1 \dot{q}_1'' = A_1 [\varepsilon_1 \dot{q}_{S,1}'' + (1 - \varepsilon_1) \dot{q}_2''] \\ \dot{Q}_2 &= A_2 \dot{q}_2'' = A_2 [\varepsilon_2 \dot{q}_{S,2}'' + (1 - \varepsilon_2) \dot{q}_1'']\end{aligned}$$

$$\dot{q}_1'' = \frac{\cancel{\varepsilon_1 \dot{q}_{S,1}''} + \cancel{(1 - \varepsilon_1)} \varepsilon_2 \dot{q}_{S,2}''}{1 - (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2)}$$

$$\dot{q}_2'' = \frac{\varepsilon_2 \cancel{\dot{q}_{S,2}''} + \cancel{(1 - \varepsilon_2)} \varepsilon_1 \dot{q}_{S,1}''}{1 - (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2)}$$

## Nettostrahlungsaustausch

$$\dot{Q}_{1 \rightleftharpoons 2} = \dot{Q}_1 - \dot{Q}_2 \quad \text{da } A_1 = A_2$$

$$\dot{q}_{1 \rightleftharpoons 2}'' = \dot{q}_1'' - \dot{q}_2'' = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 (\dot{q}_{S,1}'' - \dot{q}_{S,2}'')}{1 - (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2)} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

# Verständnisfragen

---

**In welchem Fall ist die Strahlungsverfolgung eine sinnvolle Methode zur Berechnung?**

**Warum ist die Verwendung von Flächenhelligkeiten die elegantere Methode zur Berechnung des Strahlungsaustauschs?**