

---

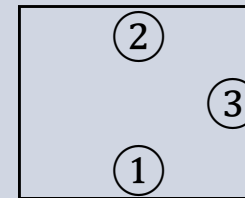
# Wärme- und Stoffübertragung I

## Beispiel: Dreikörperproblem

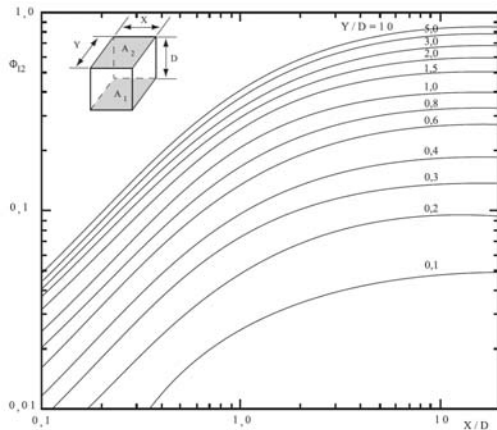
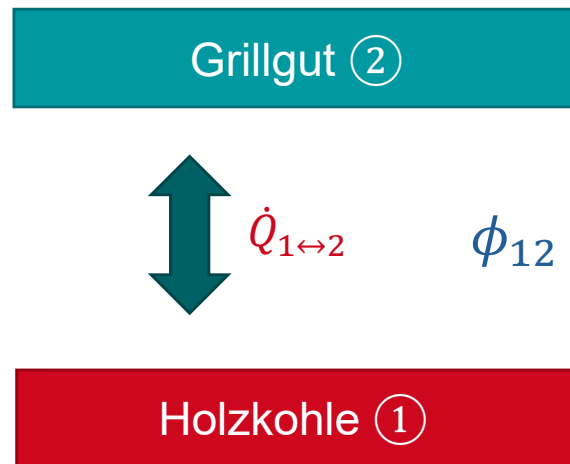
Prof. Dr.-Ing. Reinhold Kneer  
Dr.-Ing. Dr. rer. pol. Wilko Rohlf

- Dreikörper

- Erweiterung der Bilanzen von Zwei- auf Mehrkörperprobleme
- Erlernen von Ansätzen zur Lösung von Strahlungsaufgaben am Beispiel eines Dreikörperproblems



# Zweikörperproblem



## Fragestellung

Welcher Wärmestrom geht von der Holzkohle ① durch Strahlung an das Grillgut ② über?

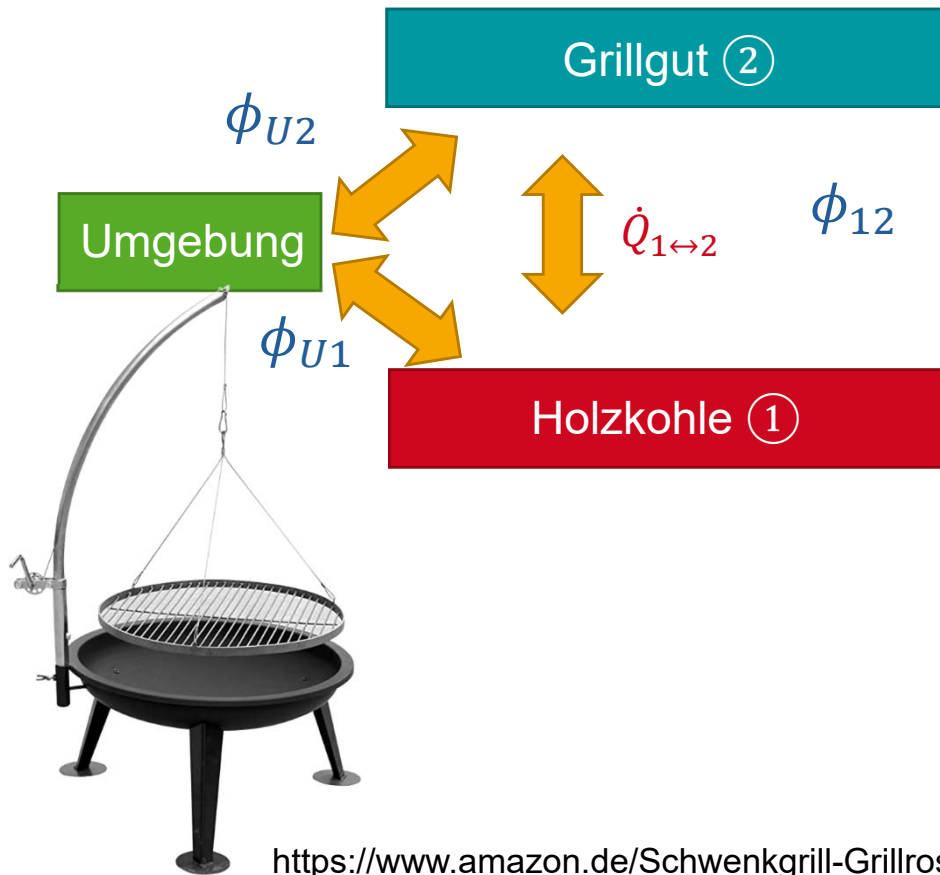
## Ausgangssituation

- Die Holzkohle hat eine höhere Temperatur als das Grillgut.
- Holzkohle und Grillgut strahlen schwarz.

## Ansatz

- 1 Energiebilanz (um Holzkohle oder Grillgut)
- 2 Flächenhelligkeiten (Holzkohle und Grillgut)
- 1 relevanter Sichtfaktor ( $\phi_{12}$ )

# Dreikörperproblem



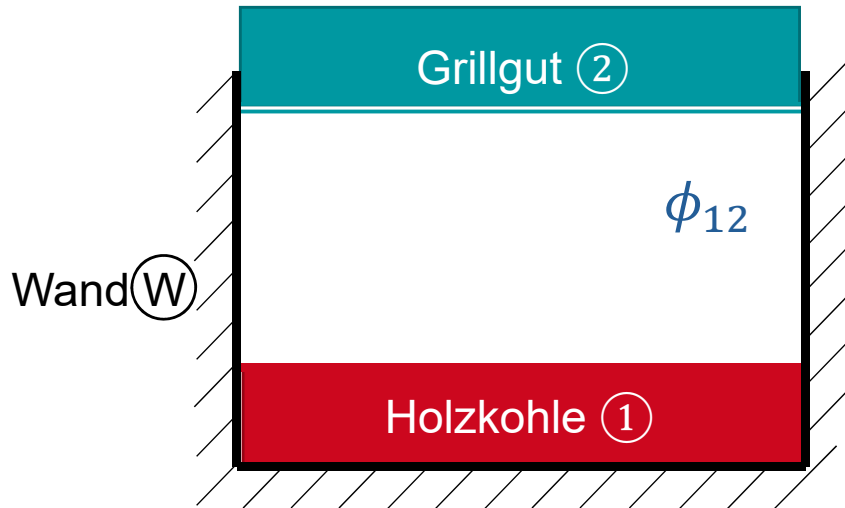
## Fragestellung

Welcher Wärmestrom geht von der Holzkohle ① durch Strahlung an das Grillgut ② über?

## Überlegungen

- Der Wärmeübergang von der Holzkohle auf das Grillgut bleibt unverändert solange die Umgebungsstrahlung nicht durch die Strahlung der Objekte ① und ② beeinflusst wird.

# Dreikörperproblem



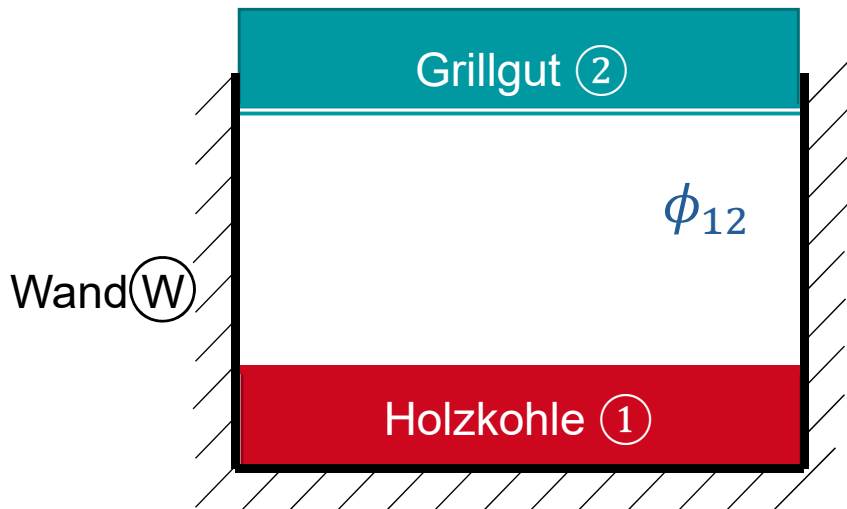
## Fragestellung

Welcher Wärmestrom geht von der Holzkohle ① durch Strahlung an das Grillgut ② über?

## Überlegungen

- Strahlungsaustausch findet zwischen Holzkohle und Wand sowie zwischen Grillgut und Wand statt.
- Holzkohle, Grillgut und Wand strahlen schwarz.
- Die Wand ist nach hinten adiabat, folglich wird alle aufgenommene Energie auch wieder durch Eigenemission abgegeben, hieraus folgt die sich einstellende Wandtemperatur.
- Der Strahlungswärmestrom von der Holzkohle auf die Wand ist größer als vom Grillgut auf die Wand.
- Die Wand gibt strahlt gleichmäßig (Symmetrie) auf Holzkohle und Grillgut.
- Die Wand bewirkt einen Nettostrahlungswärmestrom von der Holzkohle indirekt an das Grillgut.

# Vorgehensweise zur Lösung der Aufgabe



## Problemanalyse

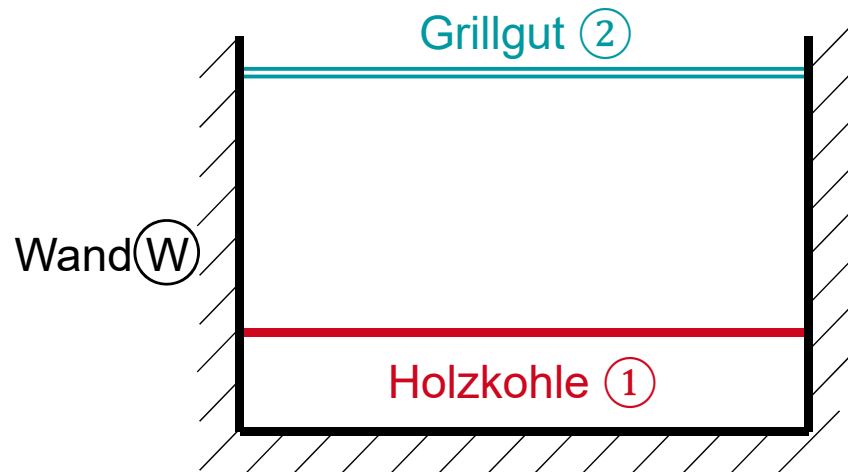
Welcher Wärmestrom geht von der Holzkohle ① durch Strahlung an das Grillgut ② über?

## Vorgehensweise

- Aufstellen der Bilanzen mit Flächenhelligkeiten und Sichtfaktoren
  - Bilanz um Grillgut
  - Bilanz um Holzkohle
  - Bilanz um Wand

} Eine der beiden Bilanzen ist ausreichend
- Definieren aller Flächenhelligkeiten (implizit)
  - Holzkohle (Abhängig von  $T_1$ ,  $\dot{Q}_2$  und  $\dot{Q}_W$ )
  - Grillgut (Abhängig von  $T_2$ ,  $\dot{Q}_1$  und  $\dot{Q}_W$ )
  - Wand (Abhängig von  $T_W$ ,  $\dot{Q}_1$ ,  $\dot{Q}_2$ )
- Definieren aller Sichtfaktoren
- Auflösen

# Lösung des Zweikörperproblems



## Annahmen

- Wände bleiben unberücksichtigt
- Alle Körper strahlen schwarz
- $T_1, T_2$  bekannt

## Reziprozitätsbeziehung

$$A_1 \phi_{12} = A_2 \phi_{21}$$

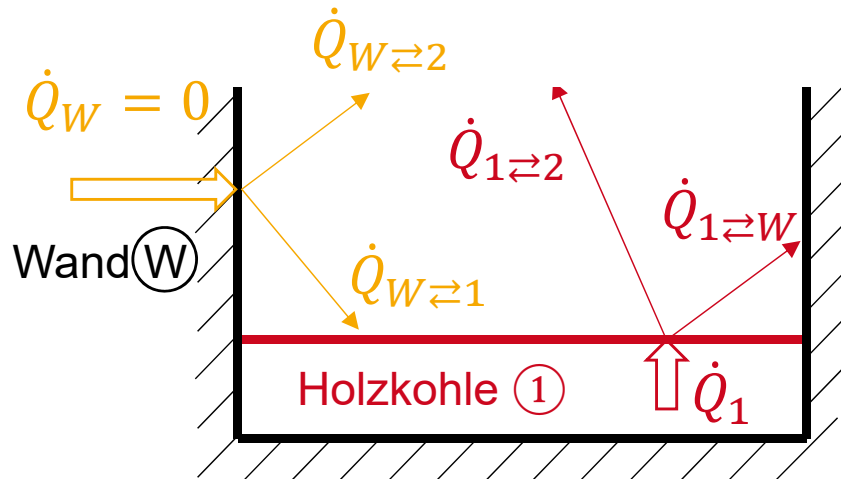
## Nettowärmestrom 1 nach 2

$$\dot{Q}_{1 \rightleftharpoons 2} = \dot{Q}_{1 \rightarrow 2} - \dot{Q}_{2 \rightarrow 1}$$

$$\dot{Q}_{1 \rightleftharpoons 2} = A_1 \phi_{12} (\dot{q}_1'' - \dot{q}_2'')$$

$$\dot{Q}_{1 \rightleftharpoons 2} = A_1 \phi_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

# Dreikörperproblem



## Energiebilanz 1 (Holzkohle)

$$\begin{aligned}\dot{Q}_1 &= \dot{Q}_{1 \rightleftharpoons 2} + \dot{Q}_{1 \rightleftharpoons W} \\ &= A_1 \phi_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4) + A_1 \phi_{1W} \sigma (T_1^4 - T_W^4)\end{aligned}$$

unbekannt

## Energiebilanz 2 (Wände)

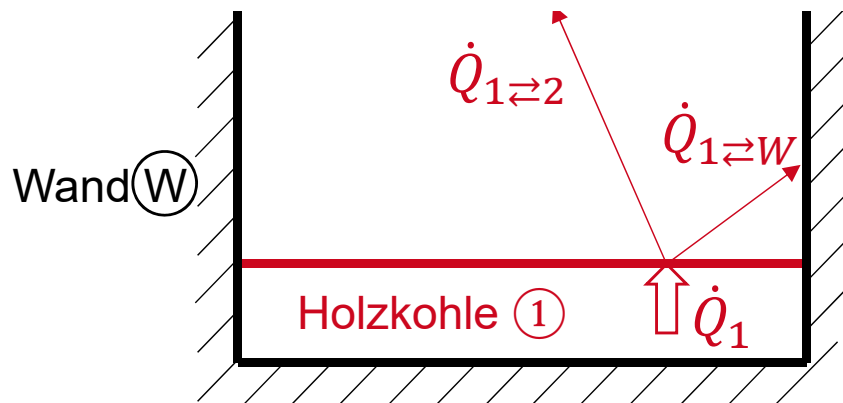
$$\begin{aligned}\dot{Q}_W = 0 &= \dot{Q}_{W \rightleftharpoons 1} + \dot{Q}_{W \rightleftharpoons 2} + \cancel{\dot{Q}_{W \rightleftharpoons W}} \\ &= \underbrace{A_W \phi_{W1} \sigma (T_W^4 - T_1^4)}_{A_1 \phi_{1W}} + \underbrace{A_W \phi_{W2} \sigma (T_W^4 - T_2^4)}_{A_2 \phi_{2W}}\end{aligned}$$

## Wandtemperatur

$$T_W^4 = \frac{A_1 \phi_{1W} T_1^4 + A_2 \phi_{2W} T_2^4}{A_1 \phi_{1W} + A_2 \phi_{2W}}$$



# Dreikörperproblem



## Annahmen

- Wände werden berücksichtigt
- Alle Körper strahlen schwarz
- $T_1, T_2$  bekannt

## Wärmestrom 1 (Holzkohle)

$$\begin{aligned}\dot{Q}_1 &= \dot{Q}_{1 \rightleftharpoons 2} + \dot{Q}_{1 \rightleftharpoons W} \\ &= A_1 \phi_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4) + A_1 \phi_{1W} \sigma (T_1^4 - T_W^4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{Q}_1 &= \dot{Q}_{1 \rightleftharpoons 2} + \dot{Q}_{1 \rightleftharpoons W} \\ &= A_1 \phi_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4) + A_1 \phi_{1W} \sigma (T_1^4 - T_W^4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \sigma T_1^4 \left[ A_1 \phi_{12} + \frac{(A_1 \phi_{1W})(A_2 \phi_{2W})}{A_1 \phi_{1W} + A_2 \phi_{2W}} \right] \\ &\quad - \sigma T_2^4 \left[ A_1 \phi_{12} + \frac{(A_1 \phi_{1W})(A_2 \phi_{2W})}{A_1 \phi_{1W} + A_2 \phi_{2W}} \right]\end{aligned}$$

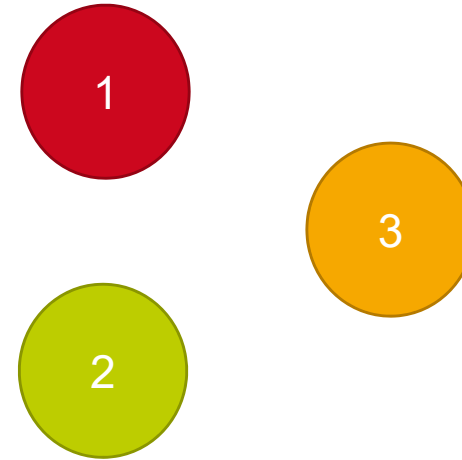
## Wandtemperatur

$$T_W^4 = \frac{A_1 \phi_{12} T_1^4 + A_2 \phi_{2W} T_2^4}{A_1 \phi_{1W} + A_2 \phi_{2W} + \phi_{1W}}$$

# Dreikörperproblem: Zusammenfassung der Annahmen

## Annahmen

- Alle Körper strahlen schwarz
- Der Strahlungsaustausch findet ausschließlich zwischen den Körpern statt (Summe der Sichtfaktoren ist 1)
- Die Temperatur der Körper 1 und Körper 2 ist gegeben
- Körper 3 gibt alle empfangene Strahlungsenergie wieder ab (adiabat)



## Lösung

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_{1 \rightleftharpoons 2} + \dot{Q}_{1 \rightleftharpoons 3}$$

$$= A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \left[ \phi_{12} + \frac{1}{\frac{A_1}{A_2 \phi_{23}} + \frac{1}{\phi_{13}}} \right]$$

# Grillen über dem Kugelgrill

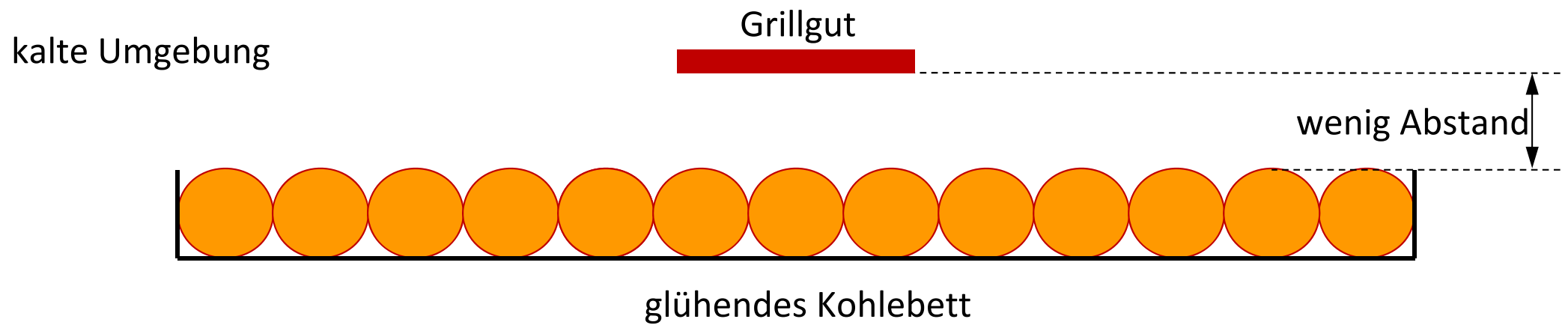
## Tipps für die nächste Grillfeier...

1. Anheben des Rostes verlangsamt den Garvorgang kaum
2. Schwarz als Farbe und kugelig als Form sind ausgesprochen ungünstig

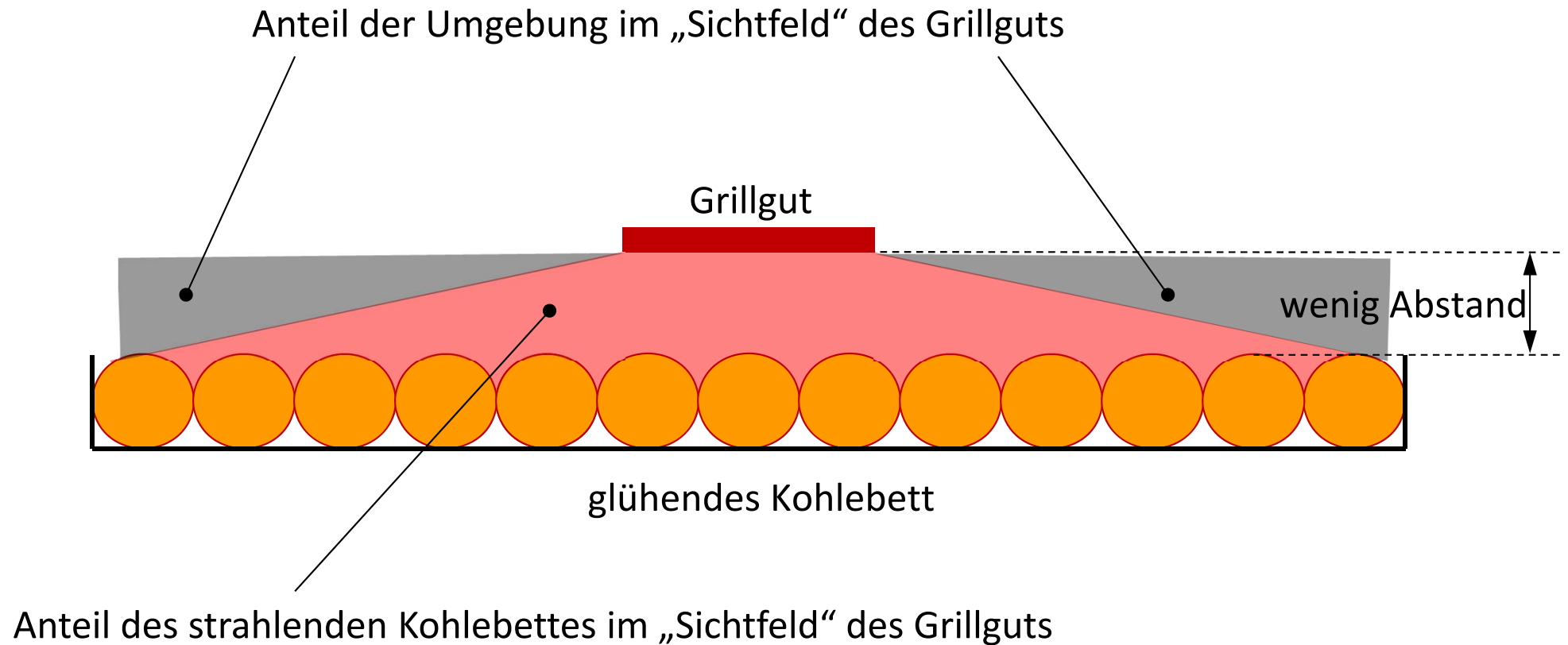


# Anheben des Rostes beim Grillen

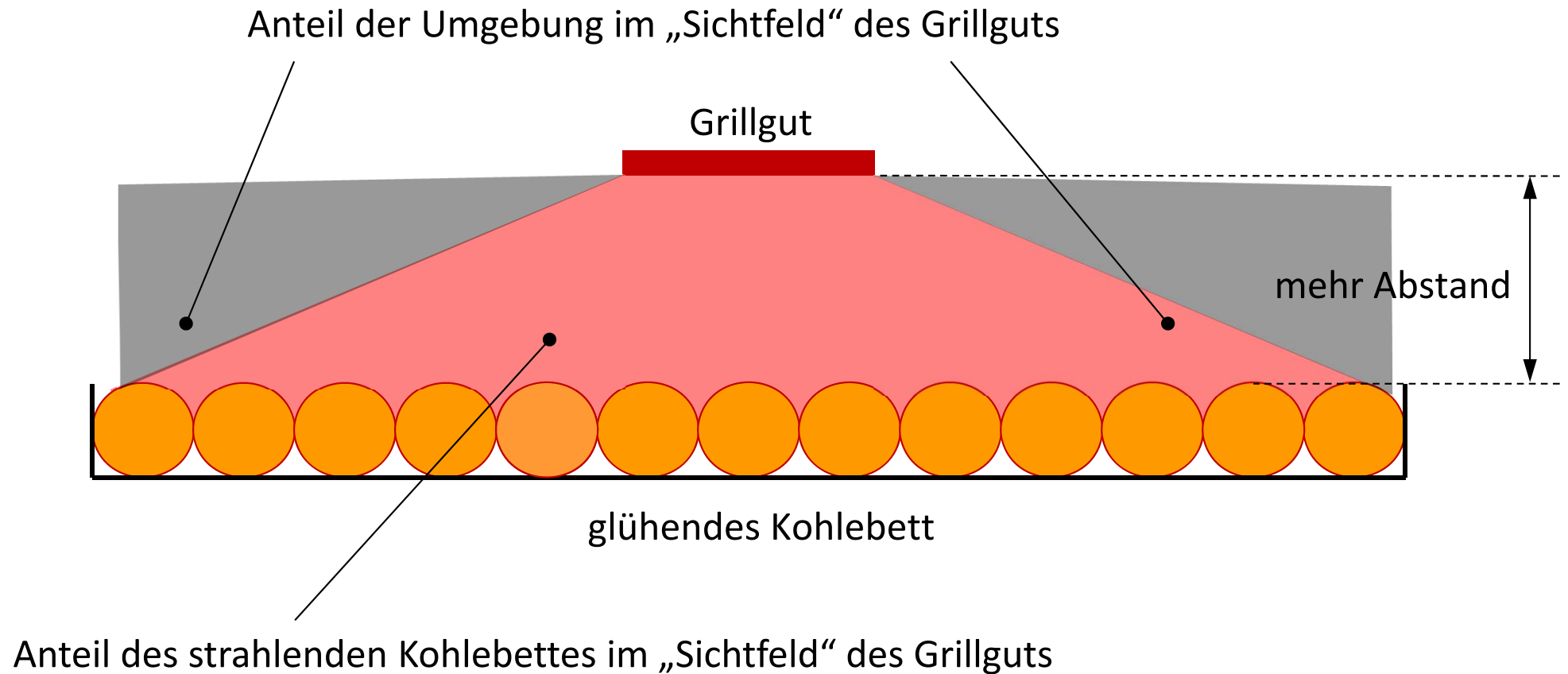
---



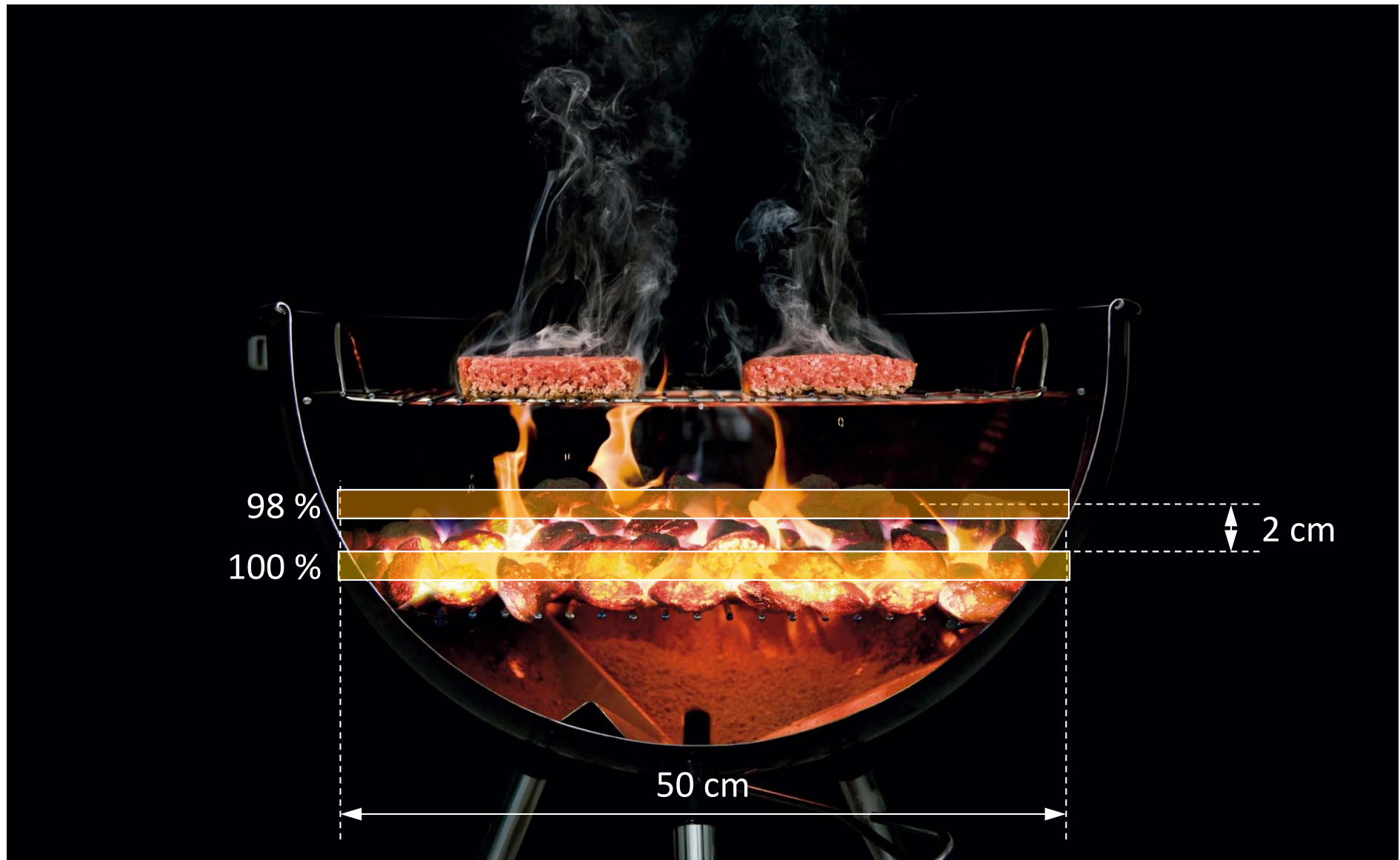
# Anheben des Rostes beim Grillen



# Anheben des Rostes beim Grillen

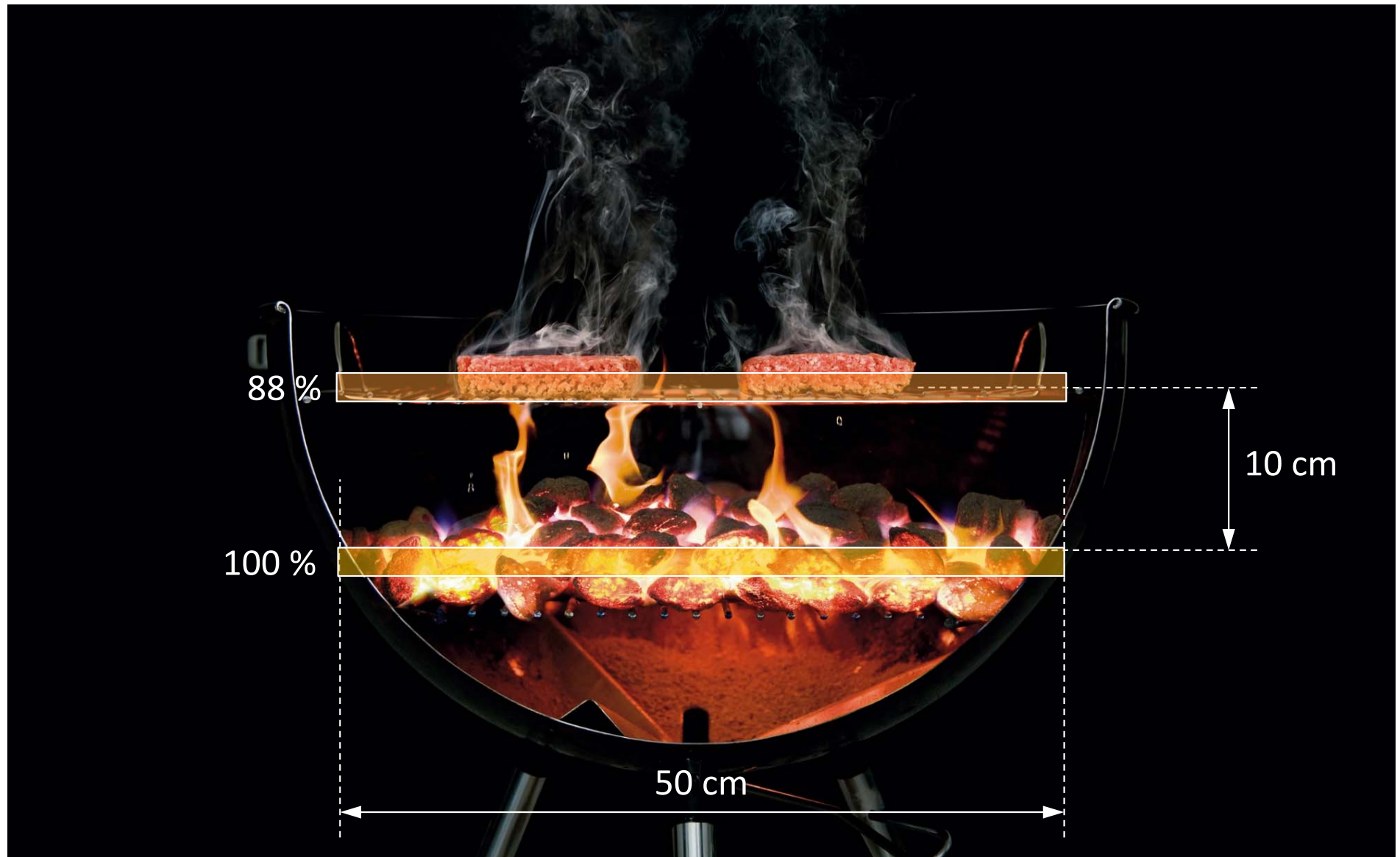


# Anheben des Rostes beim Grillen



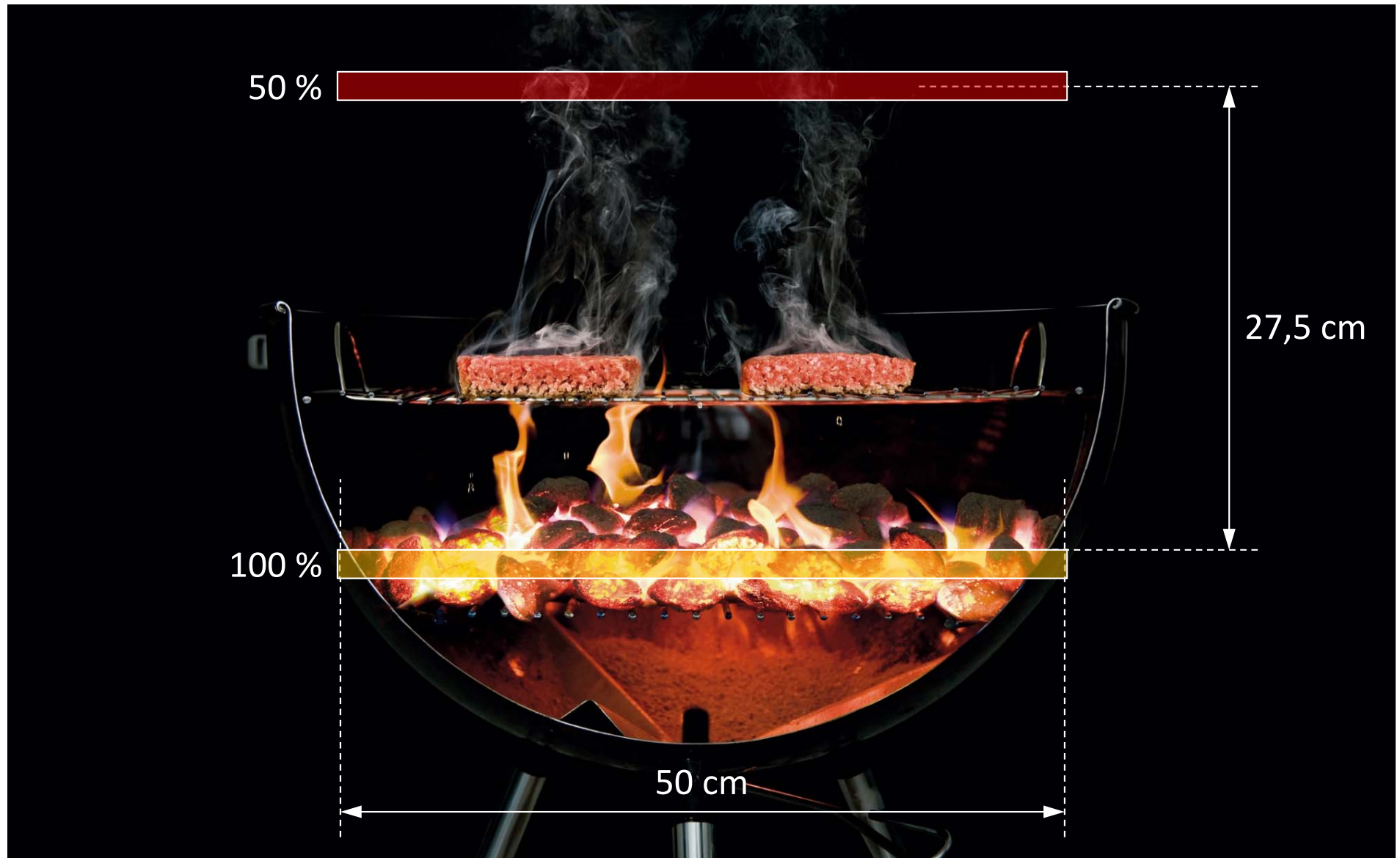


# Anheben des Rostes beim Grillen

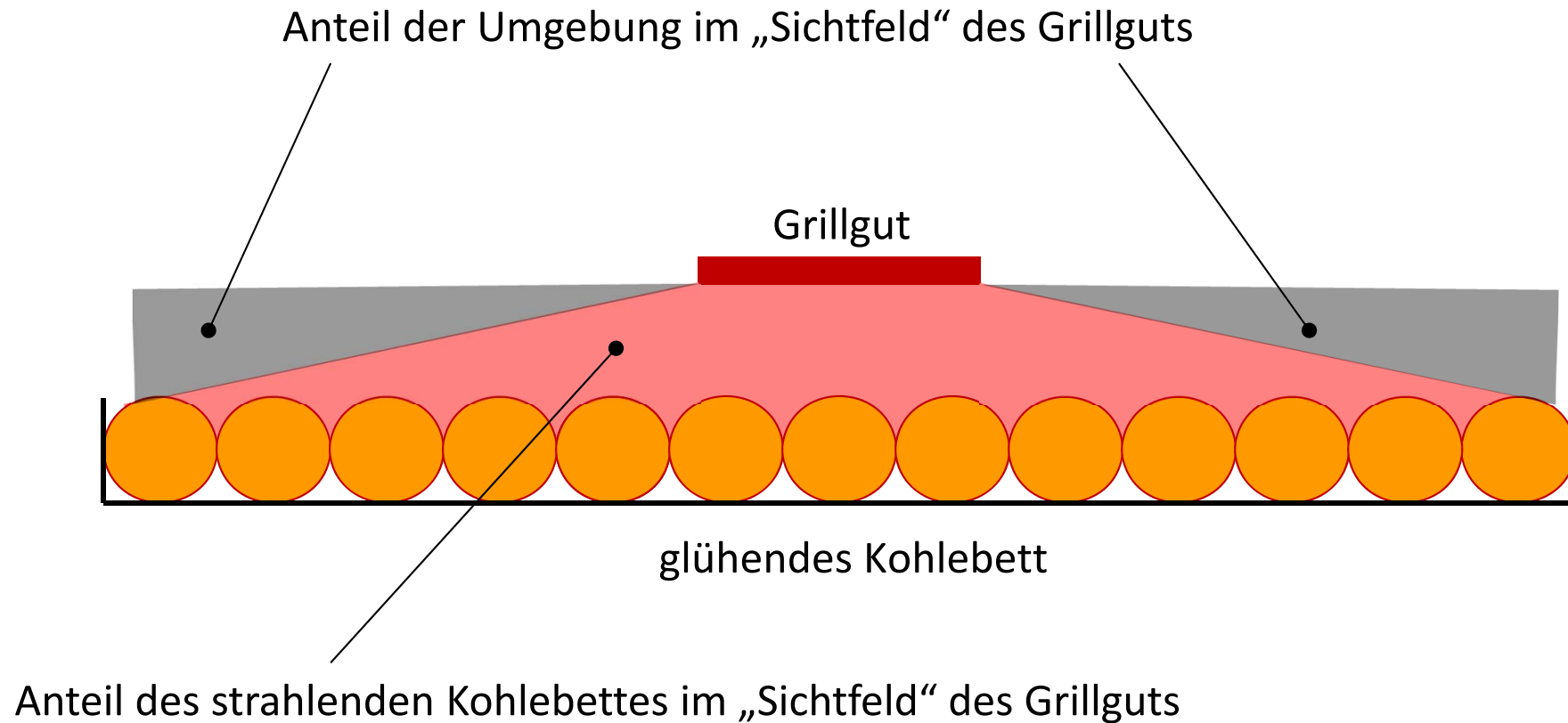




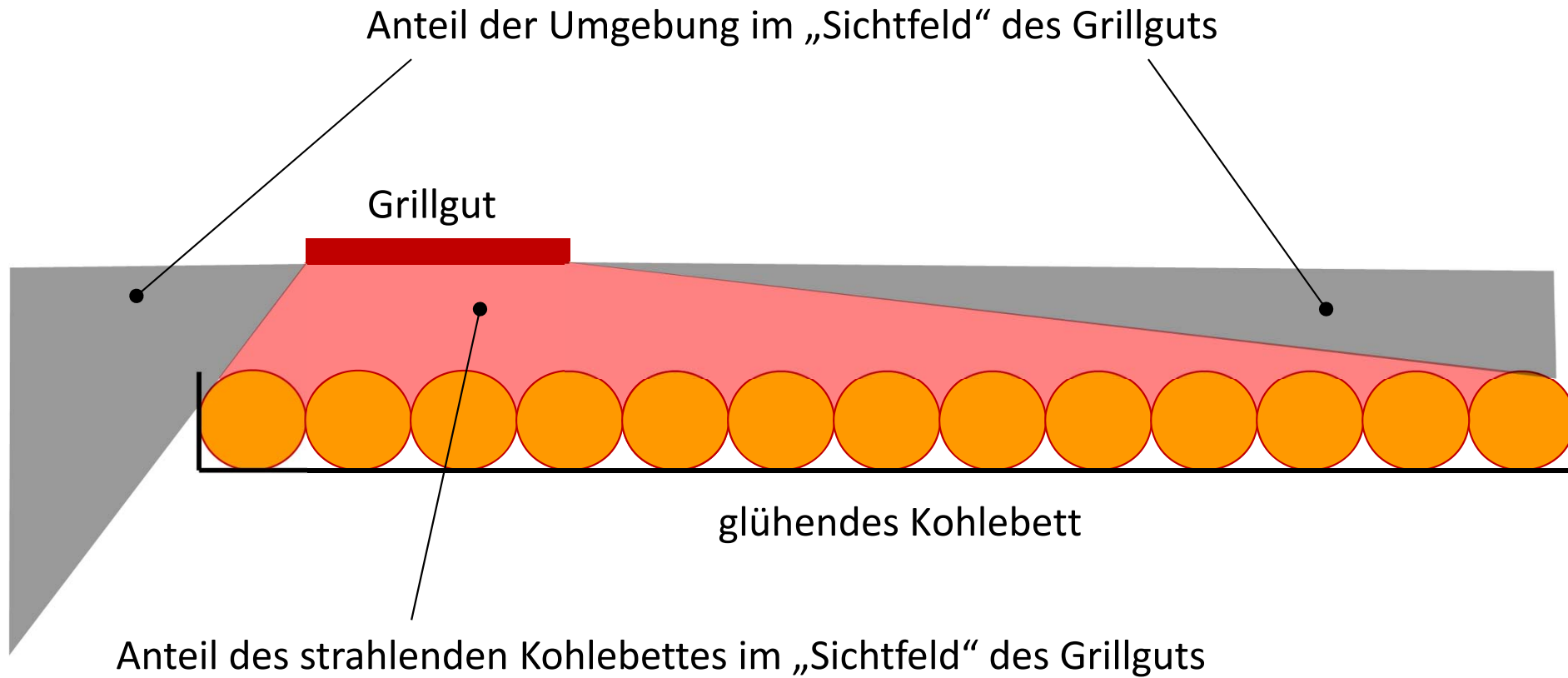
# Anheben des Rostes beim Grillen



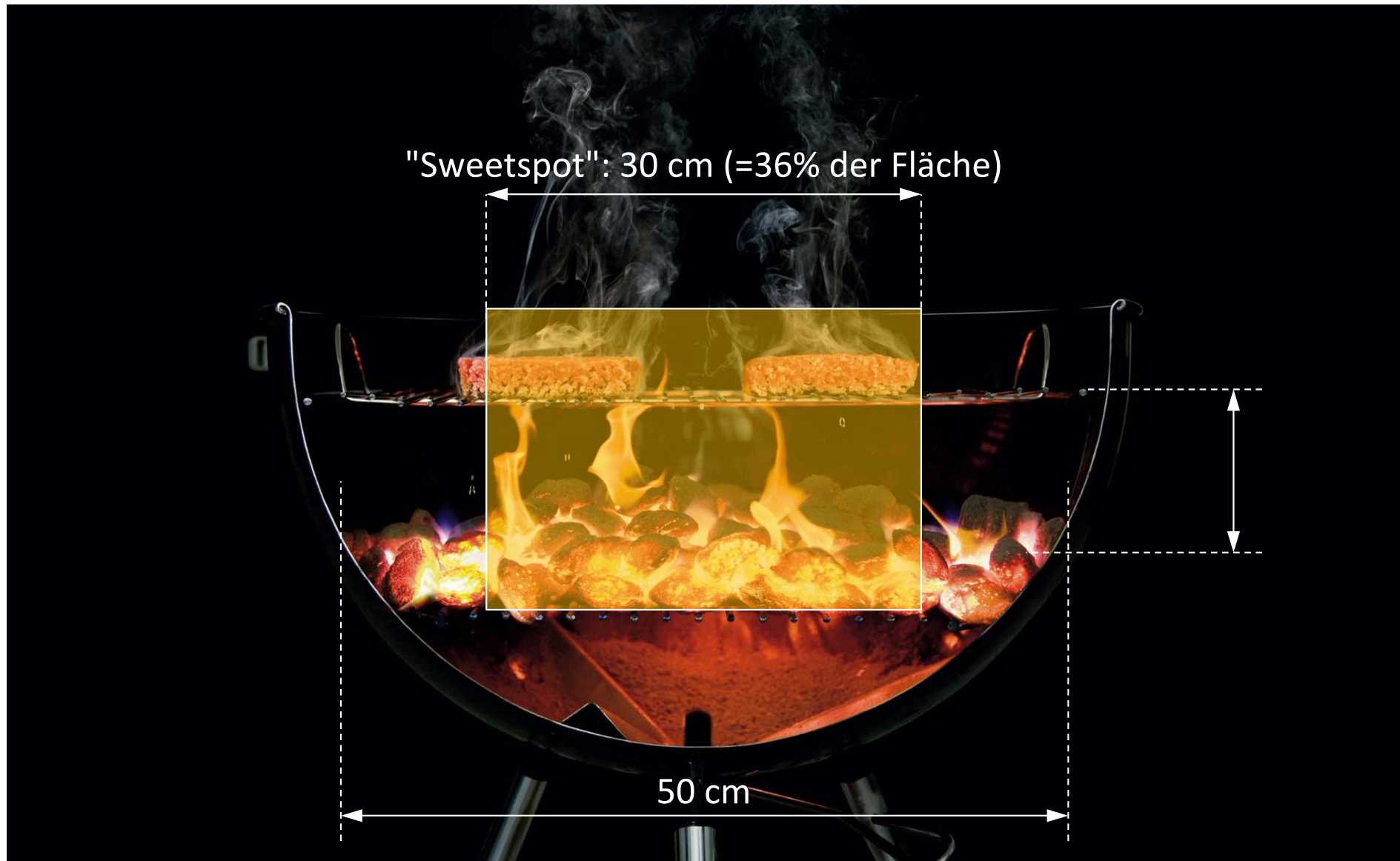
# Einfluss von Form und optischen Eigenschaften des Grills



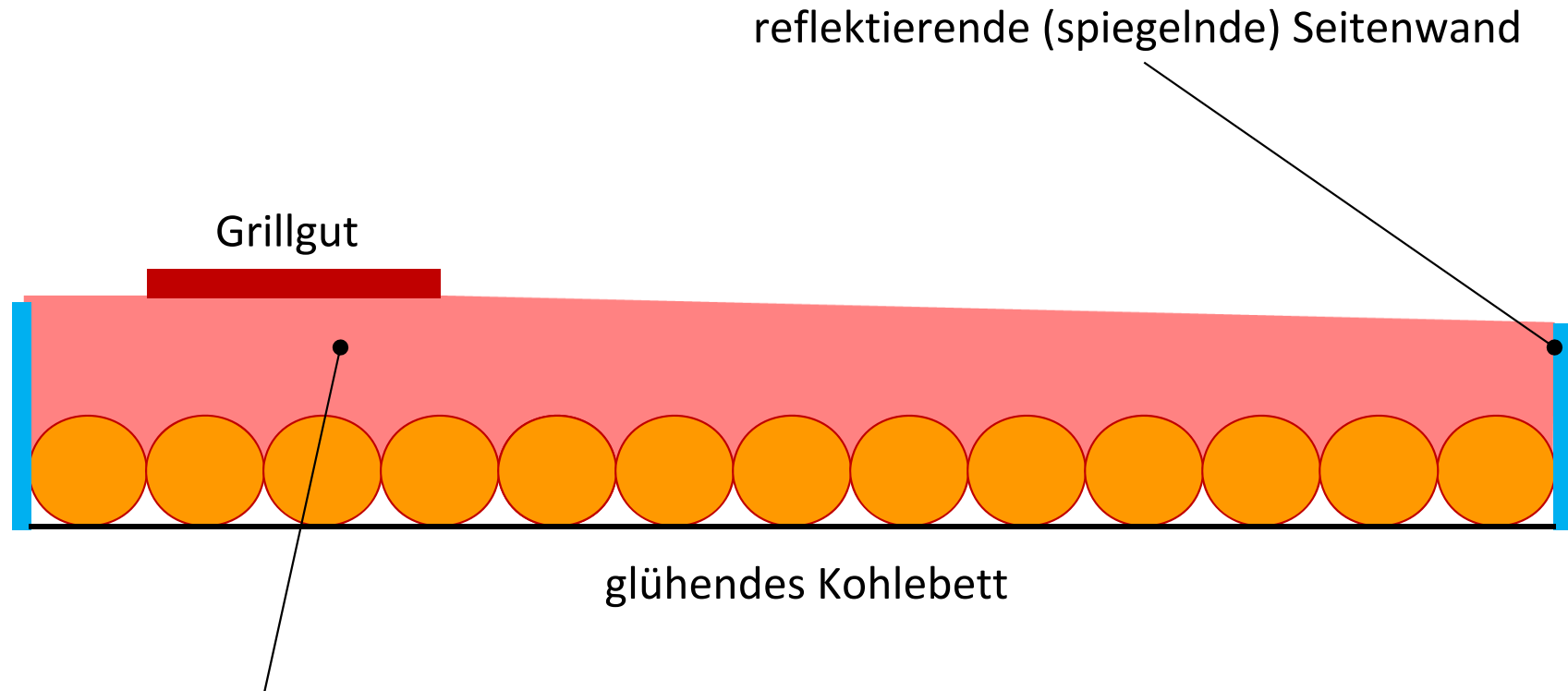
# Einfluss von Form und optischen Eigenschaften des Grills



# Einfluss von Form und optischen Eigenschaften des Grills



# Einfluss von Form und optischen Eigenschaften des Grills



Anteil des strahlenden Kohlebettes im „Sichtfeld“ des Grillguts: fast 100%



# Einfluss von Form und optischen Eigenschaften des Grills



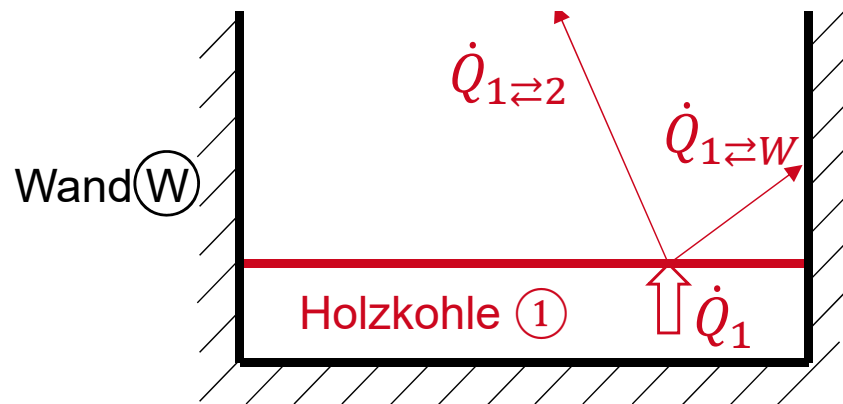
# Einfluss von Form und optischen Eigenschaften des Grills

---





# Diskussion der Annahmen und Materialeigenschaften





# Verständnisfragen

---

**Weshalb wird der Strahlungsaustausch so viel komplizierter, wenn ein drittes Objekt hinzugenommen wird?**

**Wenn mehrere Körper am Strahlungsaustausch beteiligt sind, lassen sich dann bestimmte Körper zusammenfassen? In welchem Fall dürfen Körper zusammengefasst werden?**

# Literatur: Modernist Cuisine erschienen im TASCHEN Verlag

---

