Wärme- und Stoffübertragung I

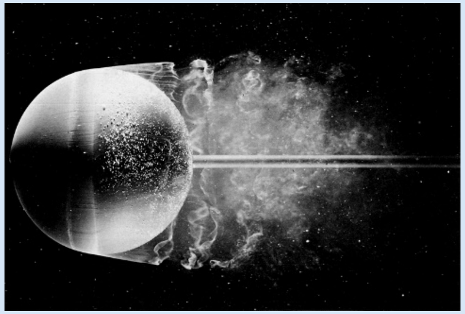
Turbulente Strömungen

Prof. Dr.-Ing. Reinhold Kneer
Dr.-Ing. Dr. rer. pol. Wilko Rohlfs

Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung
RWTH AACHEN UNIVERSITY

Lernziele

- Turbulente Strömungen
  - Auftreten turbulenter Strömungen
  - Verständnis über die makroskopische Wirkung turbulenter Fluktuationen auf den Masse- und Wärmetransport



Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung

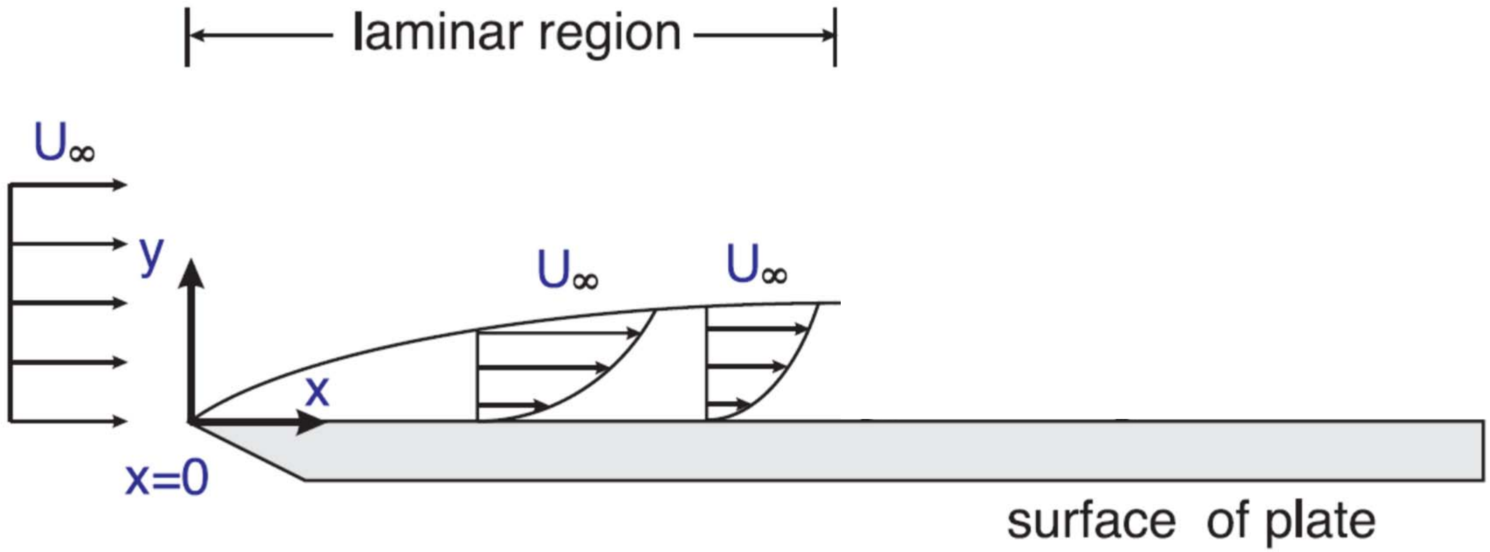
RWTH AACHEN UNIVERSITY

Turbulente Strömungen

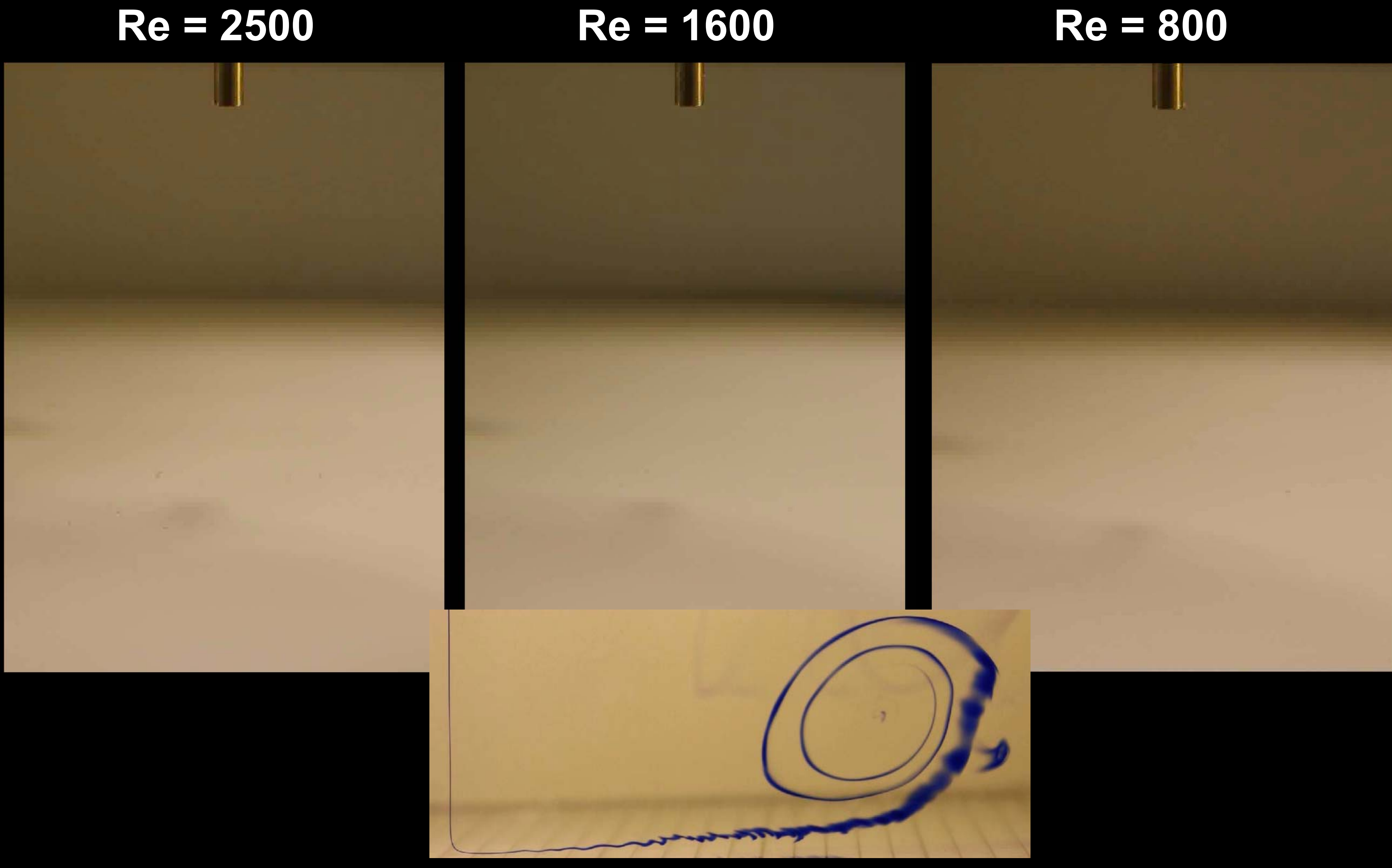
Ist die Strömung entlang einer Platte stets laminar?

$$Re = \frac{\rho u_\infty x}{\eta} = \frac{\text{Trägheitskraft}}{\text{Reibungskraft}} \quad \Rightarrow x\uparrow\ Re\uparrow$$

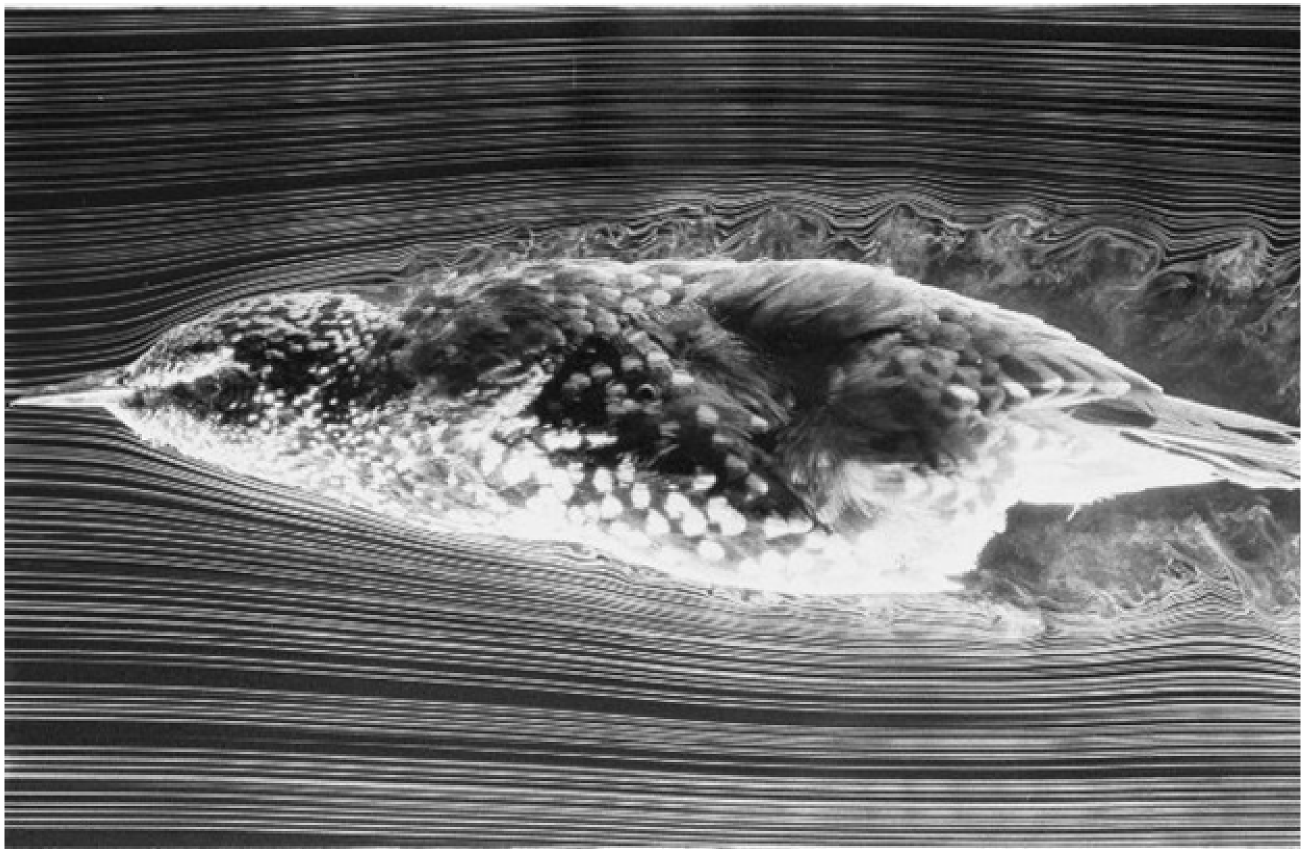
⇒ Trägheitskräfte (Impulsströme) können nicht mehr durch viskose Kräfte stabilisiert werden.



Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung | RWTH AACHEN UNIVERSITY

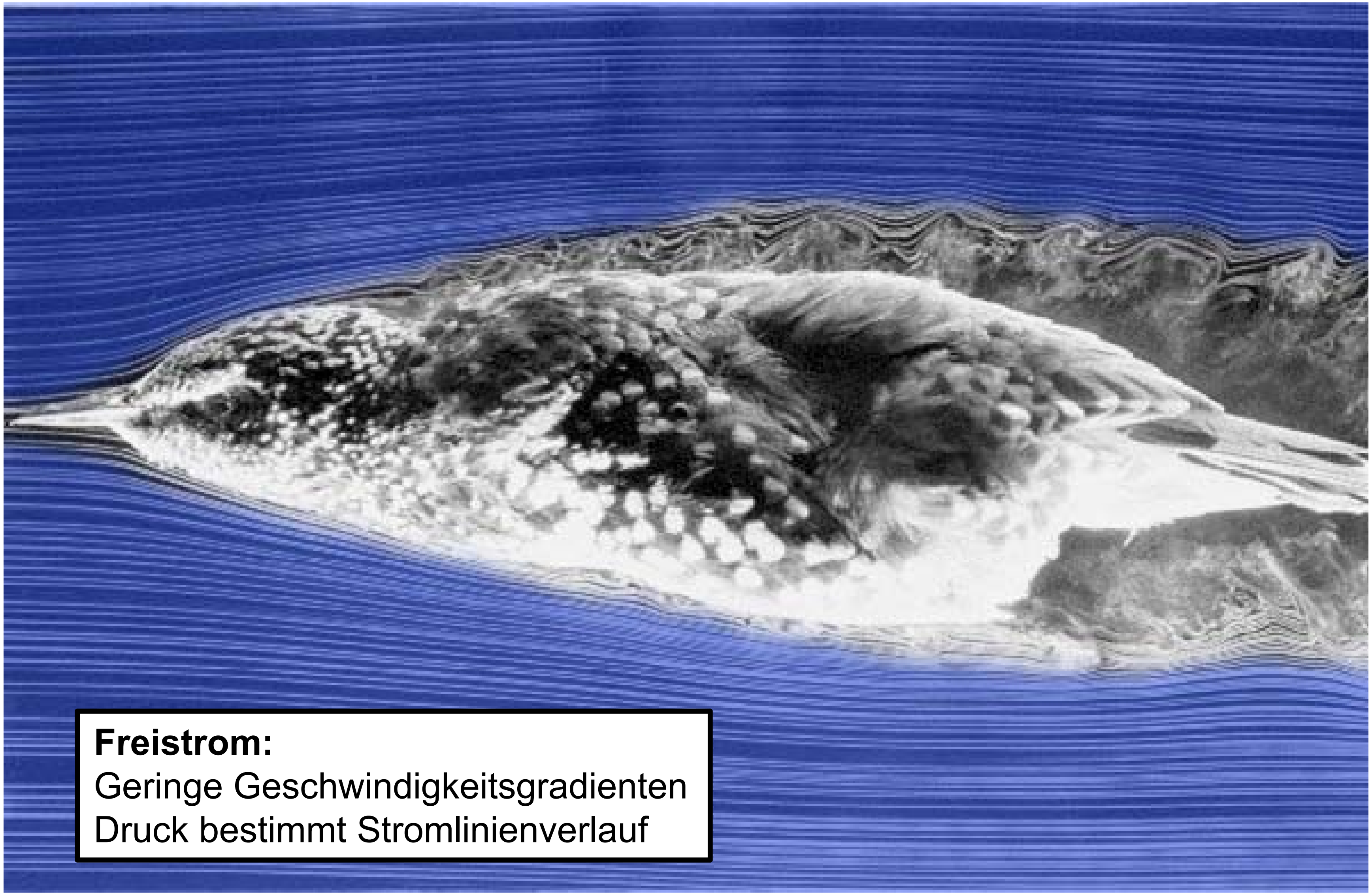

Re = 2500
Re = 1600
Re = 800

Turbulente Strömungen

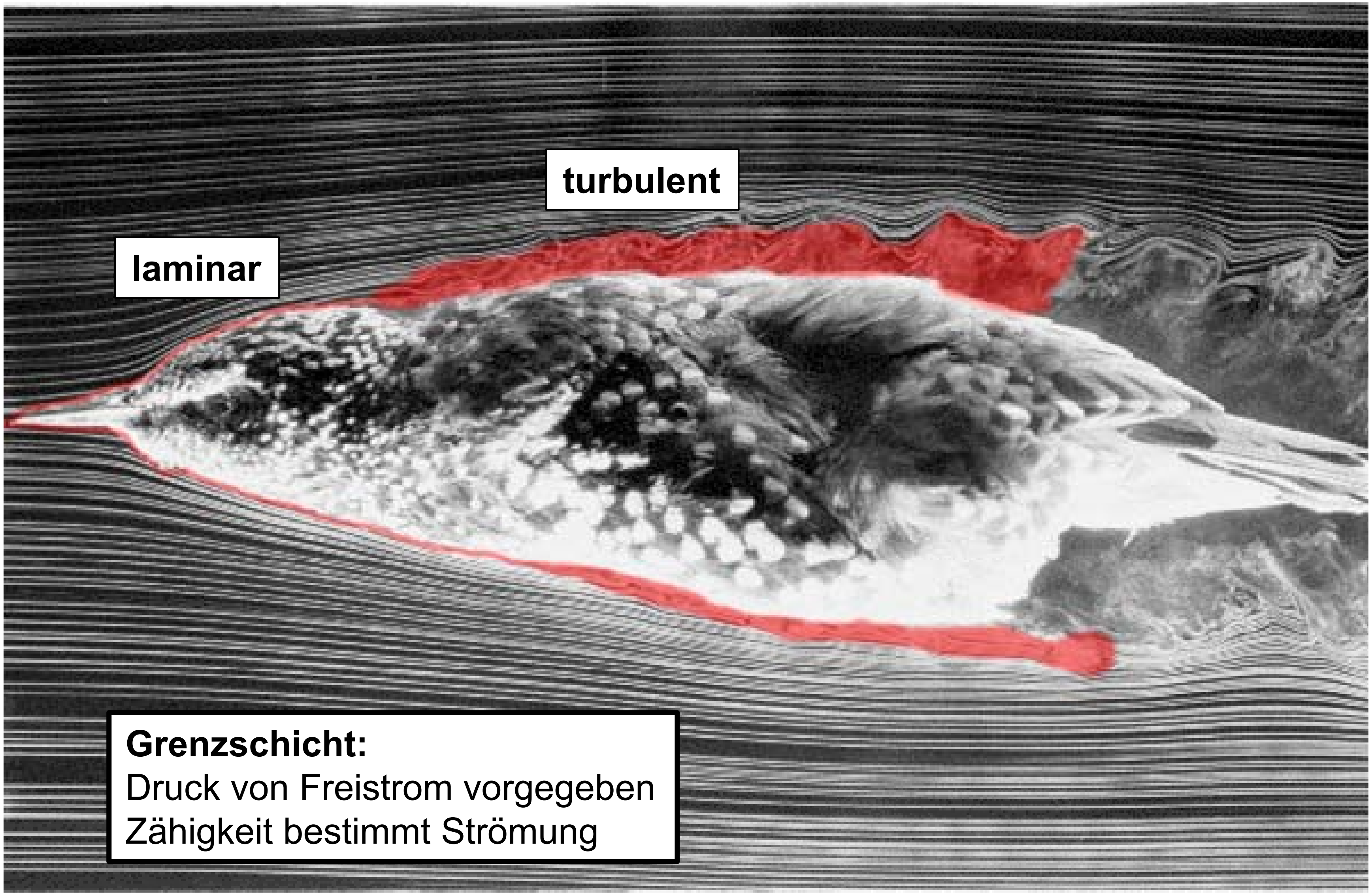


Quelle: University of Iowa

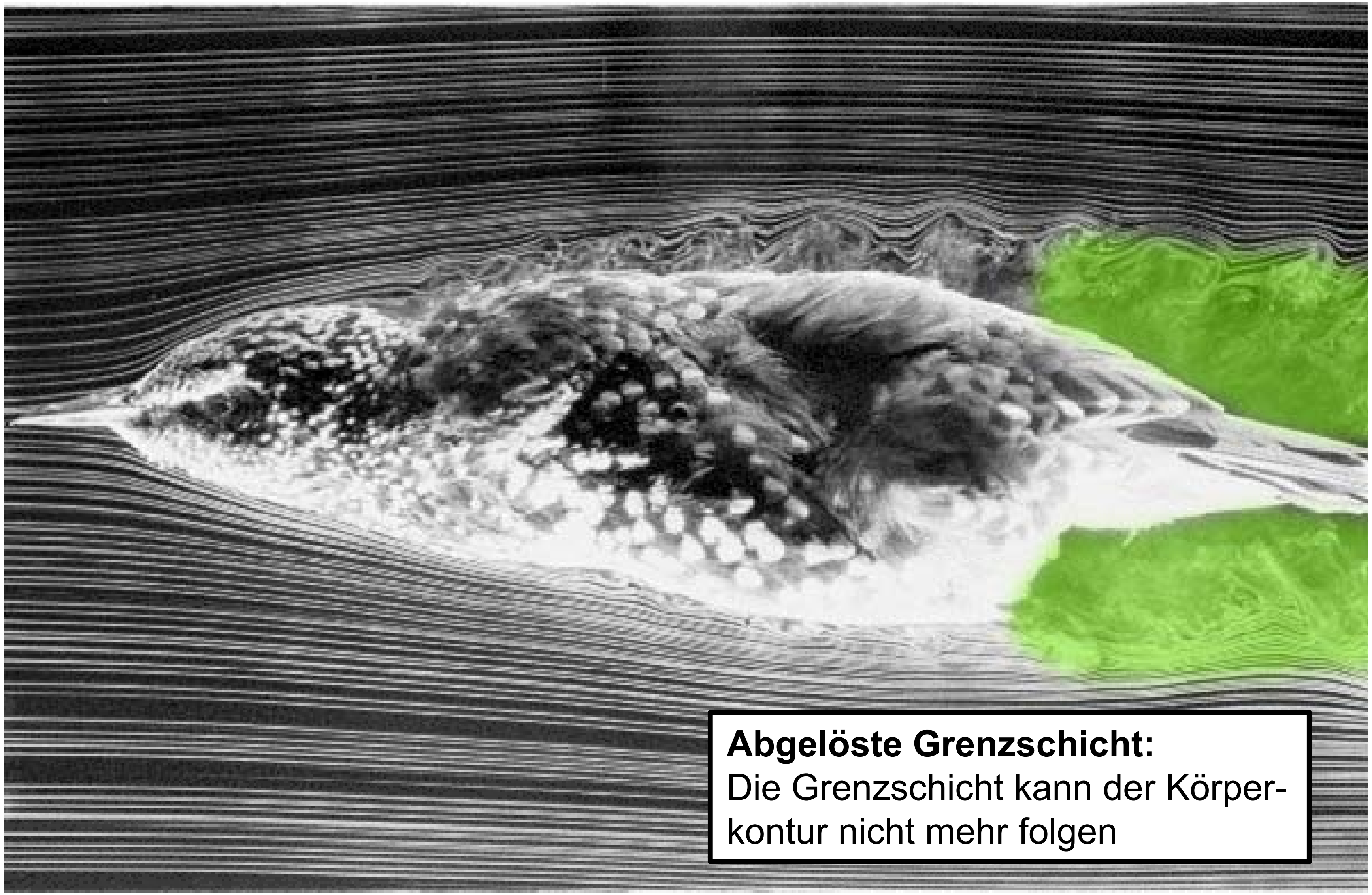
Turbulente Strömungen



Turbulente Strömungen



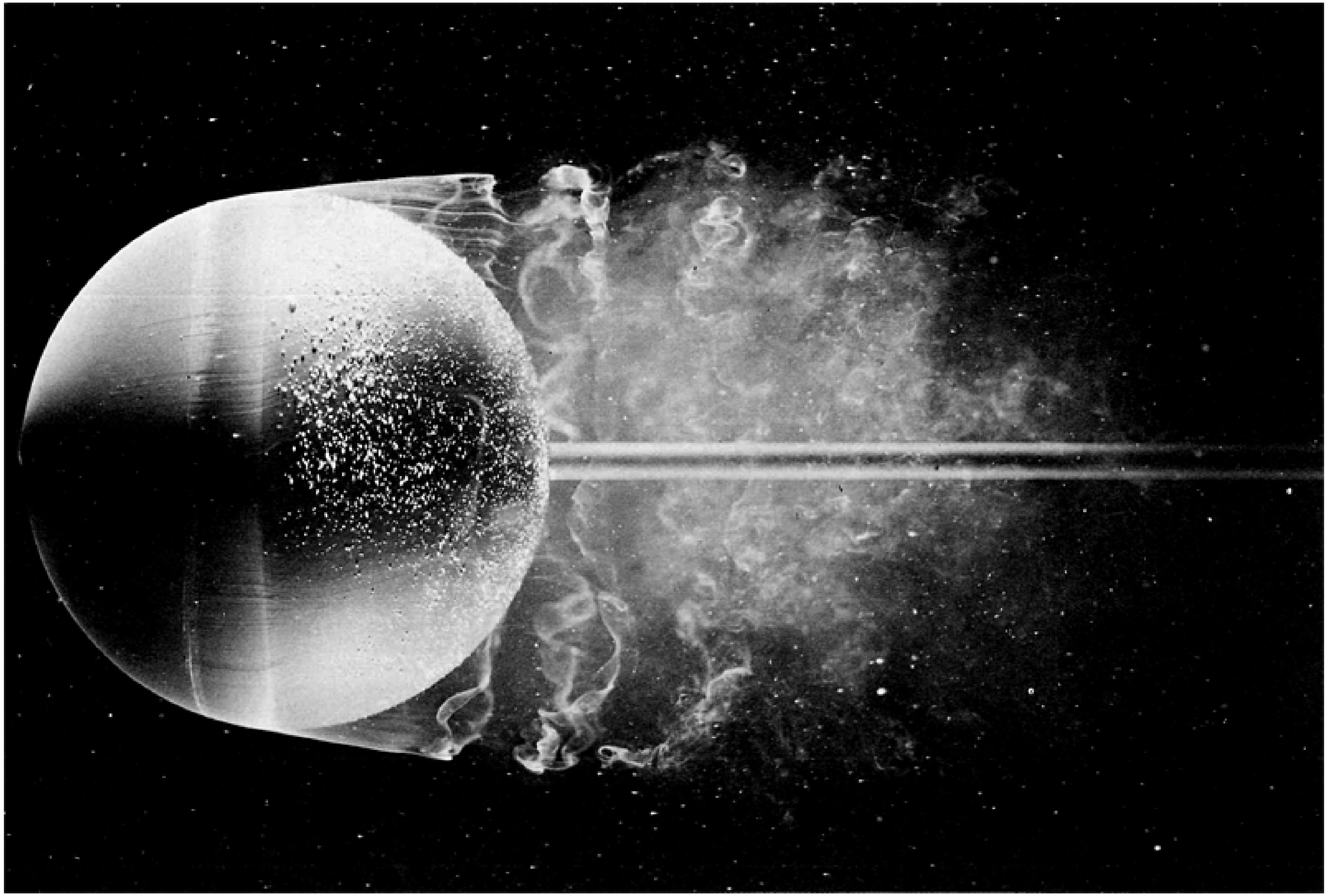
Turbulente Strömungen



Abgelöste Grenzschicht:
Die Grenzschicht kann der Körper-
kontur nicht mehr folgen

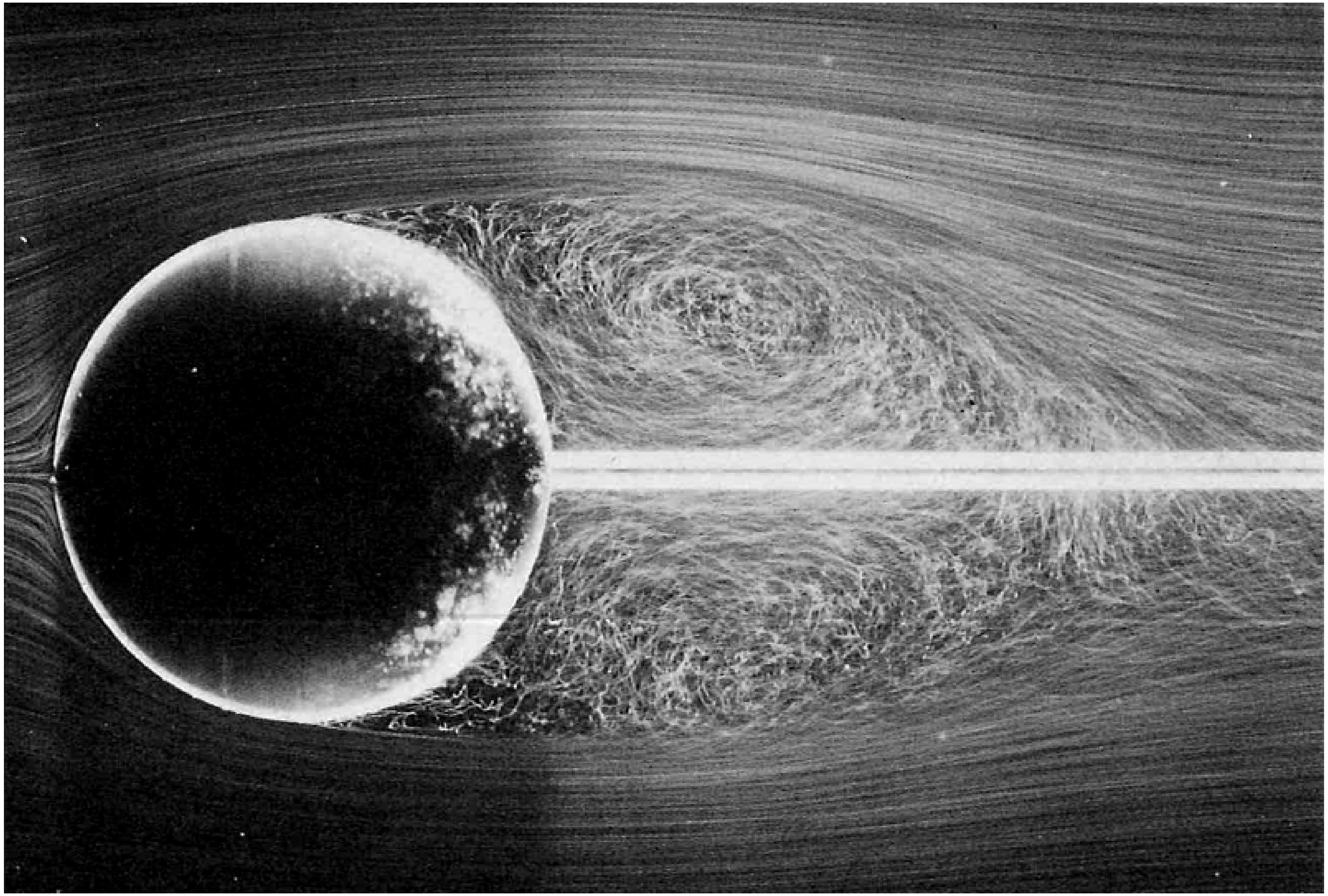
Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung
RWTH AACHEN UNIVERSITY

Turbulente Strömungen



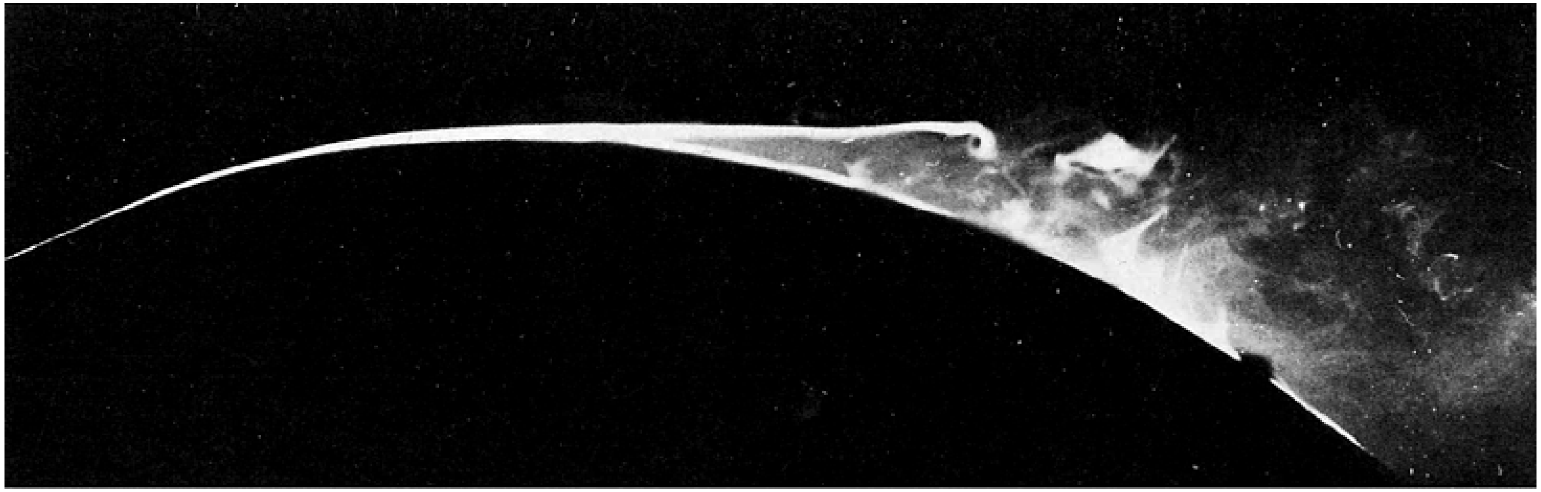
Quelle: Van Dyke, Handbook of Fluid Motion

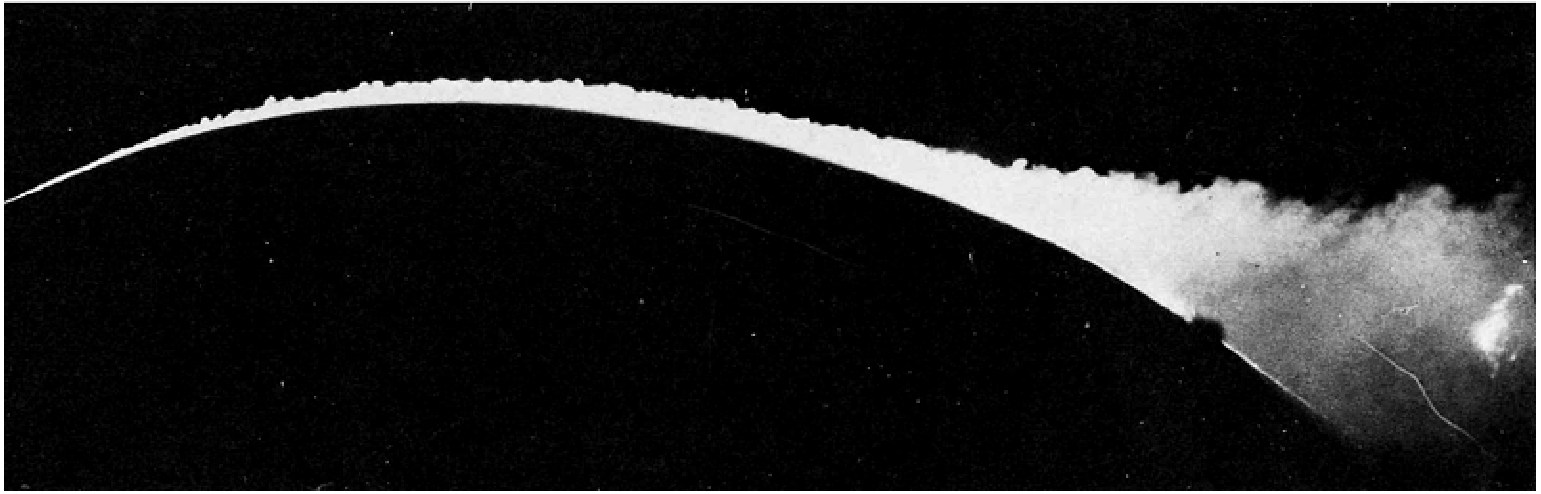
Turbulente Strömungen



Quelle: Van Dyke, Handbook of Fluid Motion

Turbulente Strömungen

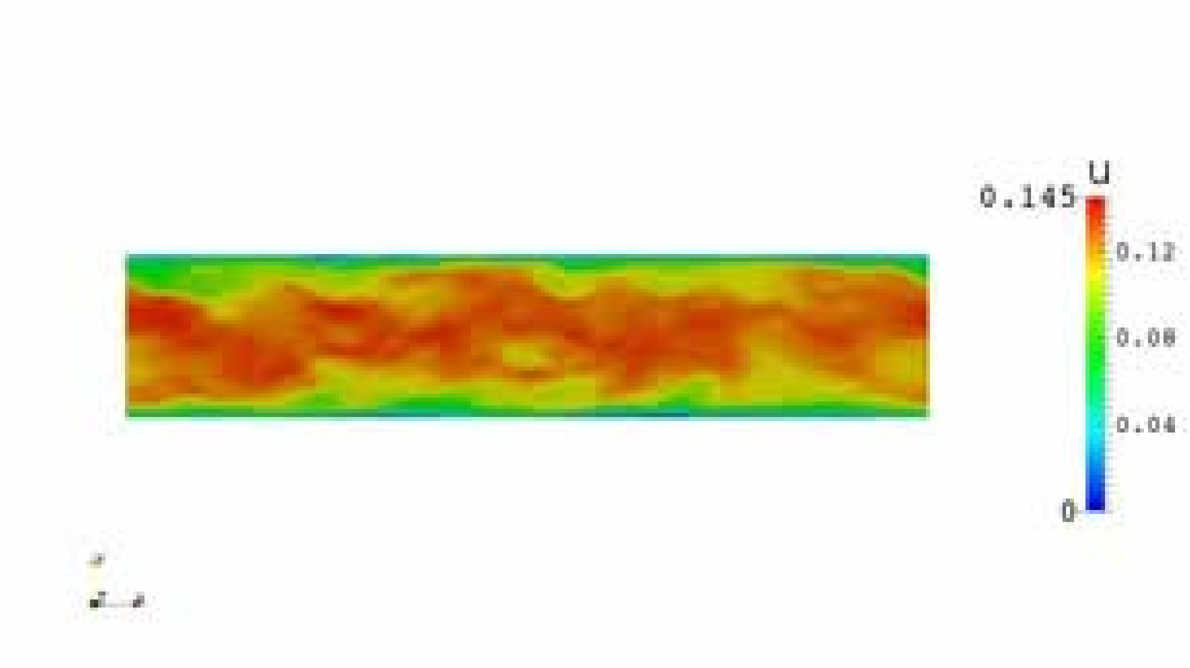




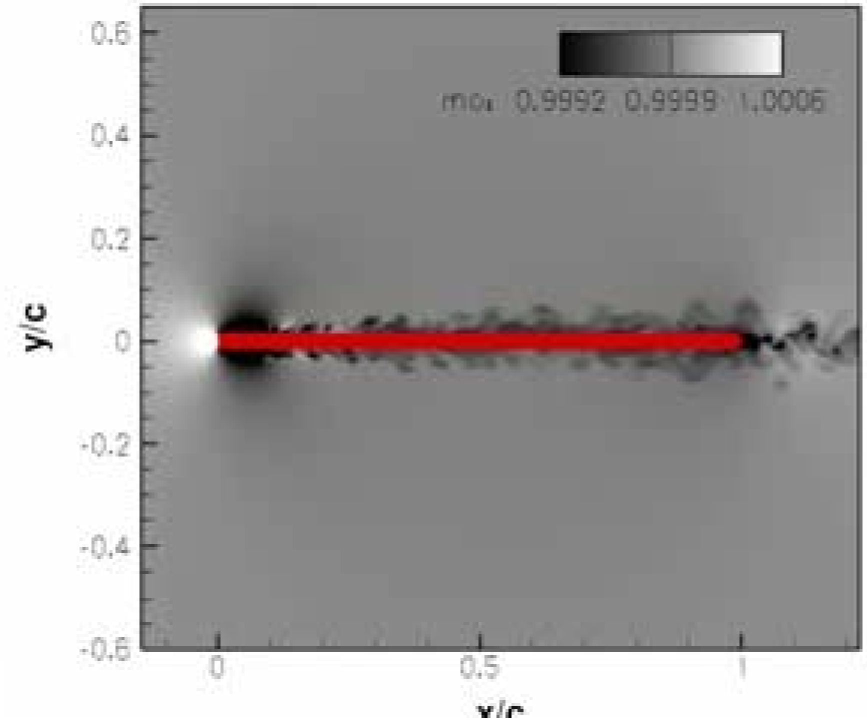
Quelle: Van Dyke, Handbook of Fluid Motion

Turbulente Strömungen

Durchströmung



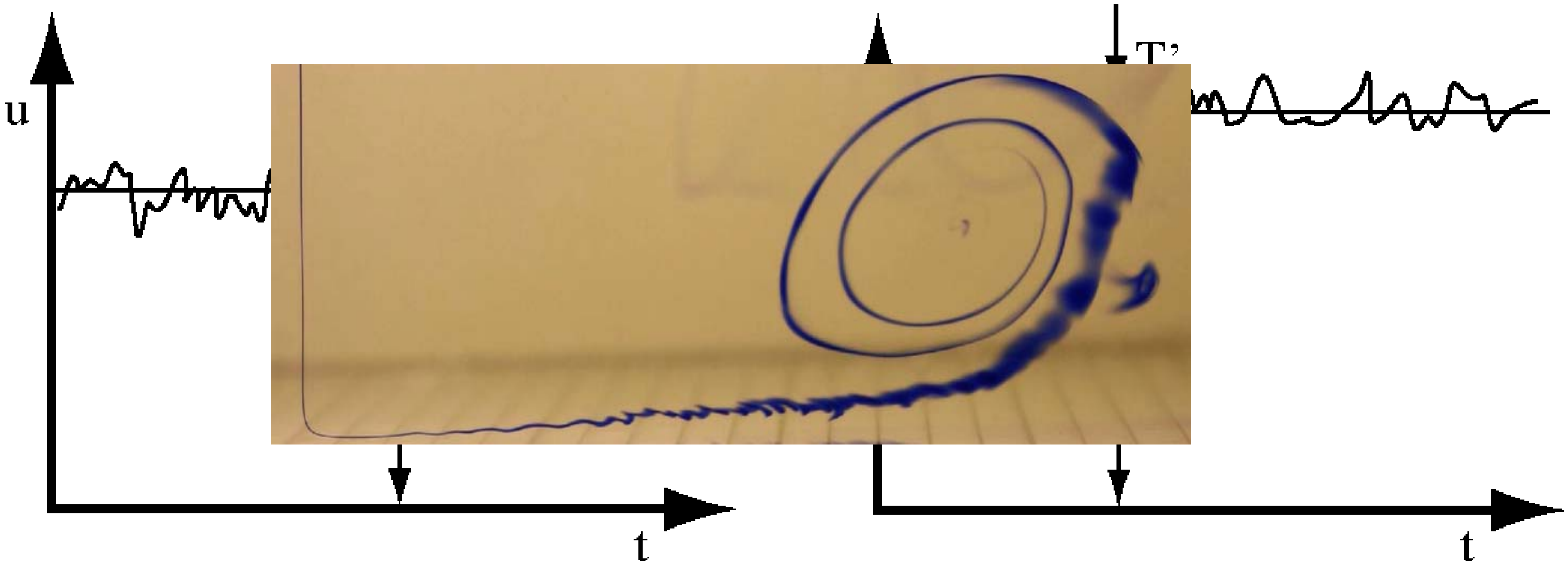
Umströmung



Quelle: AIA, RWTH Aachen University

Turbulente Strömungen

- **Ursache**
  - Trägheitskräfte (Impulsströme) können nicht mehr durch viskose Kräfte stabilisiert werden = hohe Reynolds-Zahl
- **Wirkung**
  - Turbulente Schwankungen überlagern die gemittelte Strömungsgeschwindigkeit
  - zusätzliche Austauschmechanismen



$$u = \bar{u} + u'$$
$$v = \bar{v} + v'$$

$$T = \bar{T} + T'$$
$$p = \bar{p} + p'$$

Rückblick: Erhaltungsgleichungen (2D, stationär, inkompressibel)

Kontinuitätsgleichung

Massenströme

$$\frac{\partial \overline{\bar{u} + u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{\bar{v} + v'}}{\partial y} = 0$$

Eliminieren

$$\overline{u'} = 0 \qquad \overline{v'} = 0 \qquad \overline{p'} = 0 \qquad \overline{T'} = 0$$

Impulsgleichung

Impulsströme | Druck | Scherspannungen

$$\overline{\bar{u} + u'}\,\frac{\partial \overline{\bar{u} + u'}}{\partial x} + \overline{\bar{v} + v'}\,\frac{\partial \overline{\bar{u} + u'}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{\bar{p} + p'}}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 \overline{\bar{u} + u'}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{\bar{u} + u'}}{\partial y^2}\right)$$

$$\overline{\bar{u} + u'}\,\frac{\partial \overline{\bar{v} + v'}}{\partial x} + \overline{\bar{v} + v'}\,\frac{\partial \overline{\bar{v} + v'}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{\bar{p} + p'}}{\partial y} + \nu\left(\frac{\partial^2 \overline{\bar{v} + v'}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{\bar{v} + v'}}{\partial y^2}\right)$$

Energiegleichung

Enthalpieströme | Wärmeleitung

$$\overline{\bar{u} + u'}\,\frac{\partial \overline{\bar{T} + T'}}{\partial x} + \overline{\bar{v} + v'}\,\frac{\partial \overline{\bar{T} + T'}}{\partial y} = \frac{\nu}{Pr}\left(\frac{\partial^2 \overline{\bar{T} + T'}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{\bar{T} + T'}}{\partial y^2}\right)$$

Erhaltungsgleichungen (2D, stationär, inkompressibel)

Fazit

Turbulente Fluktuationen wirken makroskopisch wie Diffusion

Kontinuitätsgleichung

Massenströme

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0$$

Impulsgleichung

Impulsströme | Druck | Scherspannungen | Turbulente Scherspannungen

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}\right) - \left(\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y}\right)$$

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \nu\left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2}\right) - \left(\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y}\right)$$

Energiegleichung

Enthalpieströme | Wärmeleitung | Turbulente Wärmeleitung

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{T}}{\partial y} = \frac{\nu}{Pr}\left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2}\right) - \left(\frac{\partial \overline{u'T'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'T'}}{\partial y}\right)$$

Erhaltungsgleichungen (2D, stationär, inkompressibel)

Kontinuitätsgleichung

Massenströme

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0$$

Impulsgleichung

Impulsströme | Druck | Scherspannungen | Turbulente Scherspannungen

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}\right) + \frac{\eta_t}{\rho}\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}\right)$$

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \nu\left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2}\right) + \frac{\eta_t}{\rho}\left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2}\right)$$

Energiegleichung

Enthalpieströme | Wärmeleitung | Turbulente Wärmeleitung

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{T}}{\partial y} = \frac{\nu}{Pr}\left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2}\right) + \frac{\lambda_t}{\rho c_p}\left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2}\right)$$

Erhaltungsgleichungen (2D, stationär, inkompressibel)

Definieren

$$\tau_t = -\rho \begin{pmatrix} \overline{u'^2} & \overline{u'v'} \\ \overline{u'v'} & \overline{v'^2} \end{pmatrix} \equiv \eta_t \nabla \begin{pmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \end{pmatrix} \qquad \dot{q}''_t = \rho c_p \begin{pmatrix} \overline{u'T'} \\ \overline{v'T'} \end{pmatrix} \equiv -\lambda_t \nabla \bar{T}$$

Impuls-gleichung

Impulsströme	Druck	Scherspannungen	Turbulente Scherspannungen
$\bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} =$	$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x}$	$+\nu\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}\right)$	$+\frac{\eta_t}{\rho}\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}\right)$
$\bar{u}\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} =$	$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial y}$	$+\nu\left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2}\right)$	$+\frac{\eta_t}{\rho}\left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2}\right)$

Energie-gleichung

Enthalpieströme		Wärmeleitung	Turbulente Wärmeleitung
$\bar{u}\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{T}}{\partial y} =$		$\frac{\nu}{Pr}\left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2}\right)$	$+\frac{\lambda_t}{\rho c_p}\left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2}\right)$

Erhaltungsgleichungen (2D, stationär, inkompressibel)

Kontinuitäts-gleichung

Massenströme

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0$$

Impuls-gleichung

Impulsströme | Druck | Scherspannungen

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\eta_{\mathrm{eff}}}{\rho}\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}\right)$$

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{\eta_{\mathrm{eff}}}{\rho}\left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2}\right)$$

Effektive Viskosität

$$\eta_{\mathrm{eff}} = \eta + \eta_{\mathrm{t}} > \eta$$

Energie-gleichung

Enthalpieströme | Wärmeleitung

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{T}}{\partial y} = \frac{\lambda_{\mathrm{eff}}}{\rho c_p}\left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2}\right)$$

Effektive Wärmeleitfähigkeit

$$\lambda_{\mathrm{eff}} = \lambda + \lambda_{\mathrm{t}} > \lambda$$

Verständnisfragen

Wie wirkt sich die Turbulenz auf den Wärmeübergang aus?