Wärme- und Stoffübertragung I

Herleitung der Erhaltungsgleichung der Stoffdiffusion und Analogie zur Wärmeübertragung

Prof. Dr.-Ing. Reinhold Kneer

Dr.-Ing. Dr. rer. pol. Wilko Rohlfs

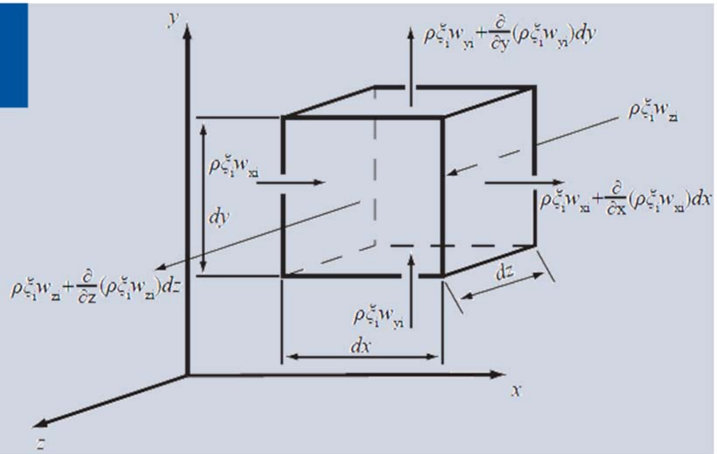
Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung

RWTH AACHEN UNIVERSITY

Lernziele

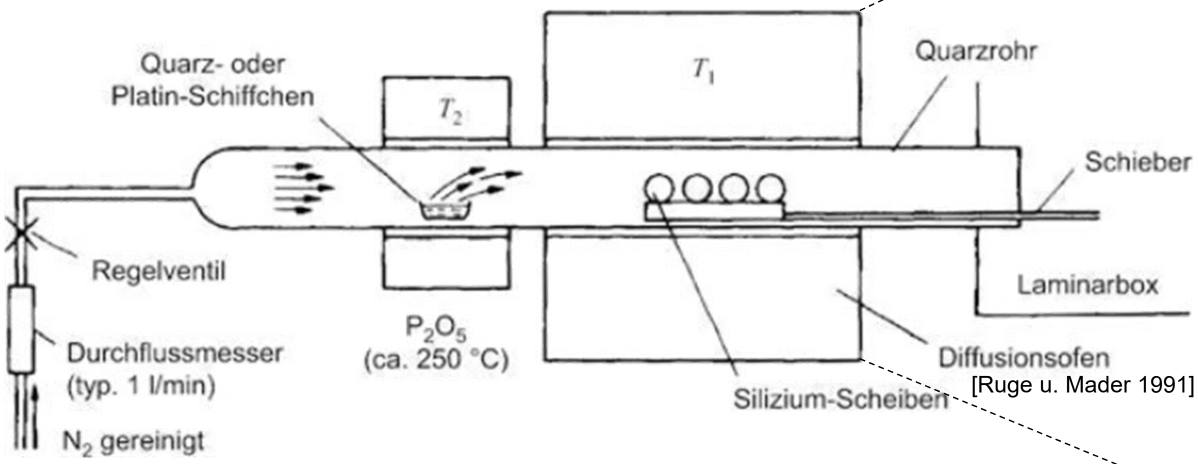
Erhaltungsgleichungen und Analogie

- Verständnis der notwendigen Schritte zur Erstellung eines Konzentrationsprofils
- Kenntnis der Gemeinsamkeiten von Wärme- und Stoffübergang

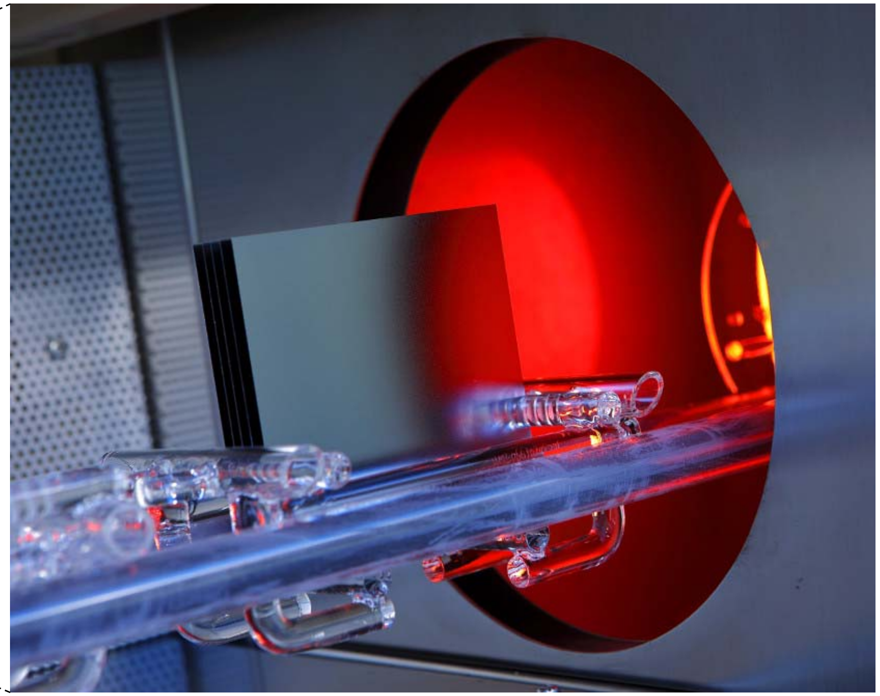


Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung
RWTH AACHEN UNIVERSITY

Analogie Wärmeleitung und Diffusion
Beispiel: Diffusionsöfen bei der Herstellung von Halbleiterelementen und Solarzellen

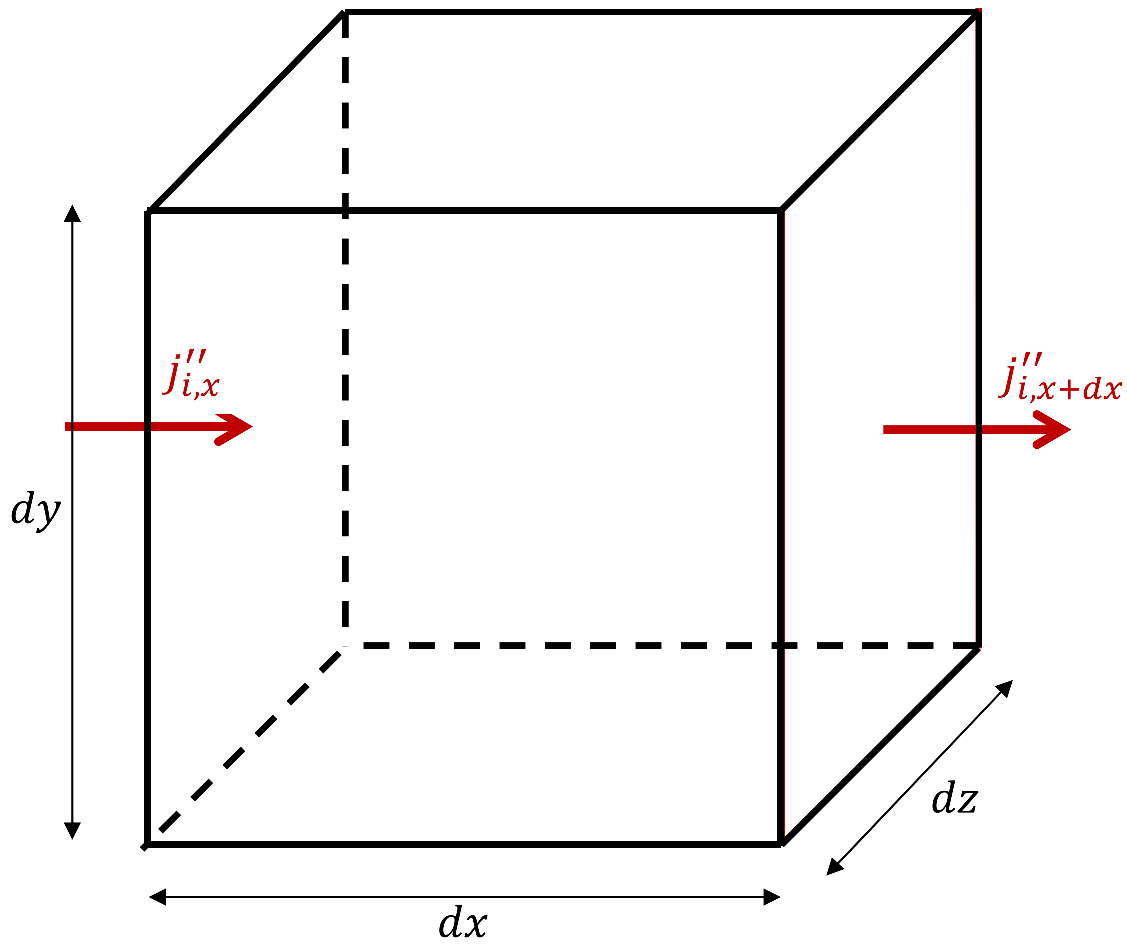


[Ruge u. Mader 1991]


https://isfh.de/wp-content/uploads/2017/01/IndustrielleSolarzellenBox.jpeg

Herleitung der Differenzialgleichung für den diffusiven Stofftransport (1D)

Kontrollvolumen

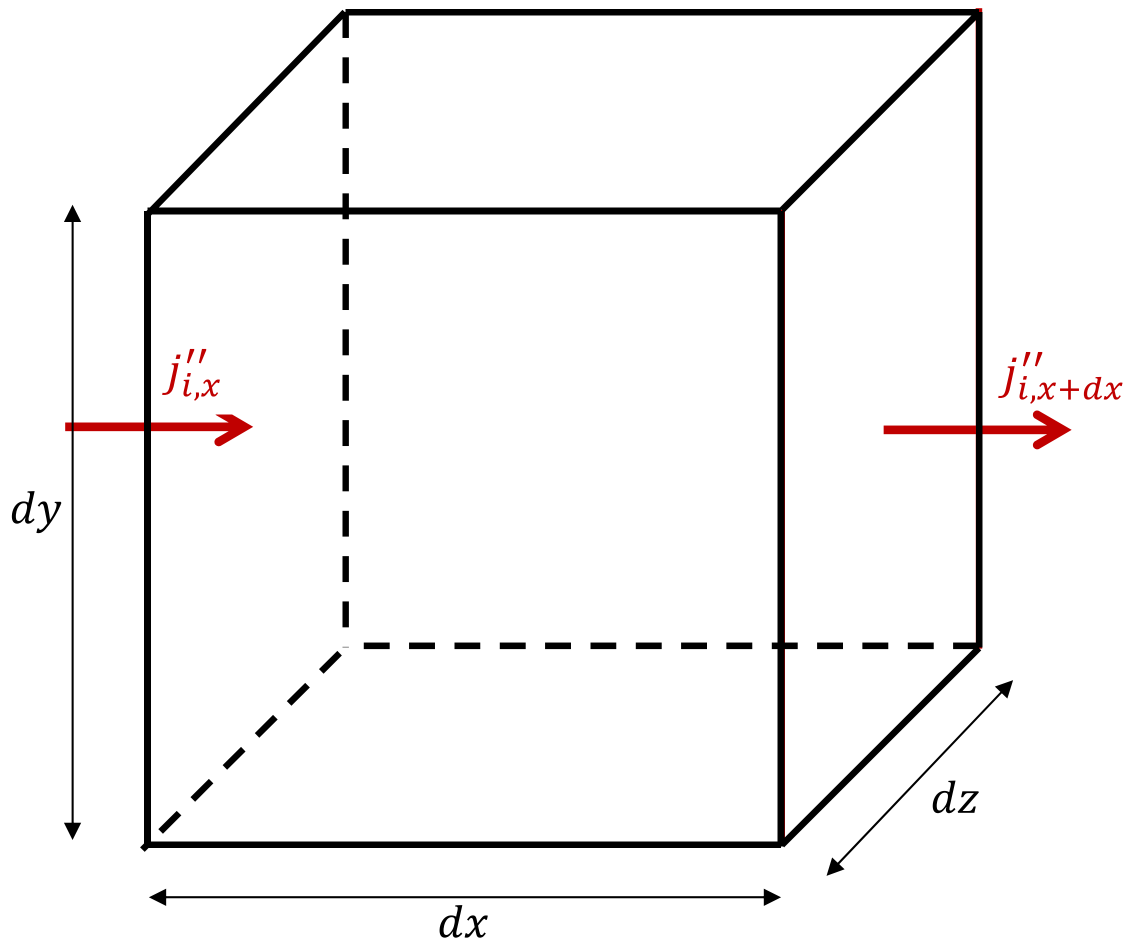


Vorgehen Konzentrationsverläufe

- Kontrollvolumen festlegen
- Relevante Flüsse identifizieren
- Bilanz aufstellen
- DGL entwickeln
- DGL lösen

Herleitung der Differenzialgleichung für den diffusiven Stofftransport (1D)

Kontrollvolumen



Bilanz (stationär)

$$0 = j''_{i,x} - j''_{i,x+dx}$$

Diffusionsstromdichte

$$j''_i = -D \cdot \frac{d\rho_i}{dx} = -\rho \cdot D \cdot \frac{d\xi_i}{dx}$$

Taylorreihenentwicklung

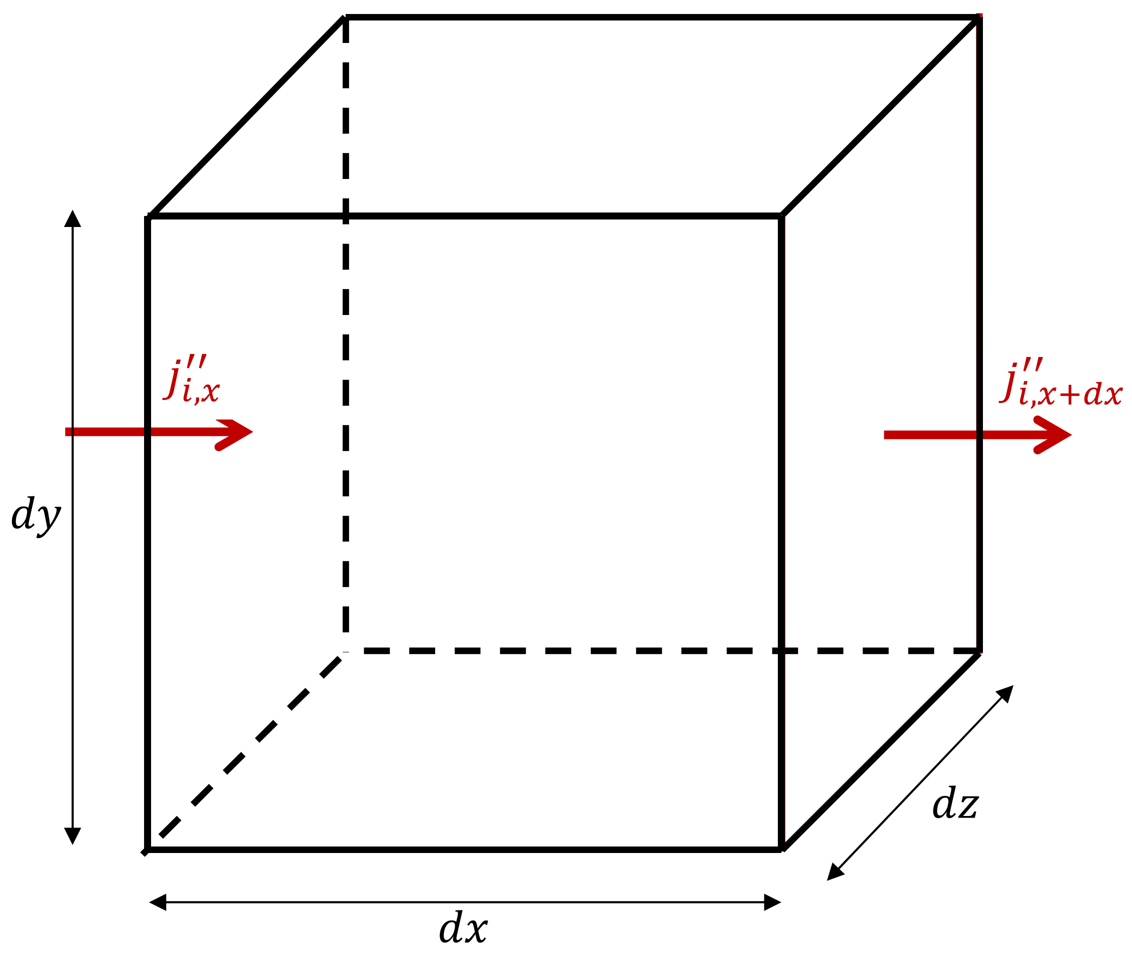
DGL

$$\frac{\partial j''_i}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(-D_{ij}\frac{\partial \rho_i}{\partial x}\right)$$

$$0 = \rho D_{ij}\frac{\partial^2 \xi_i}{\partial x^2}$$

Instationäre eindimensionale Diffusion (1D)

Kontrollvolumen



Zeitliche Änderung

$$\frac{\partial m_i}{\partial t} = \frac{\partial \rho_i V}{\partial t} = \frac{\partial \rho_i dxdydz}{\partial t}$$

Bilanz

$$\frac{\partial m_i}{\partial t} = j''_{i,x} - j''_{i,x+dx}$$

Taylorreihenentwicklung

DGL

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} = -\frac{\partial j''_i}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho D_{ij}\frac{\partial \xi_i}{\partial x}\right) = \rho D_{ij}\frac{\partial^2 \xi_i}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial \rho_i/\rho}{\partial t} = \frac{\partial \xi_i}{\partial t} = D_{ij}\frac{\partial^2 \xi_i}{\partial x^2}$$

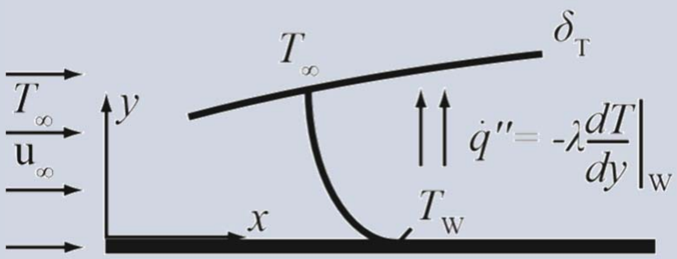
Analogie zwischen Wärme-, Impuls- und Stoffübertragung

Instationärer Wärmetransport

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

mit a in $\left[\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}\right]$

Temperaturleitfähigkeit
bzw. thermal diffusivity



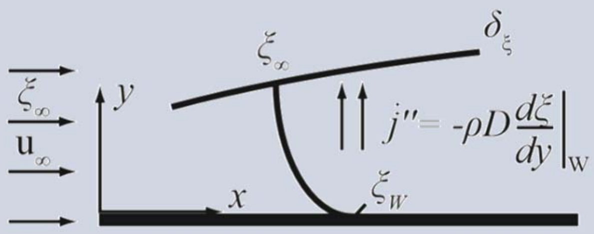
Wärmeübertragung: Fouriersches Gesetz

Instationärer Stofftransport

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

mit D in $\left[\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}\right]$

Diffusionskoeffizient



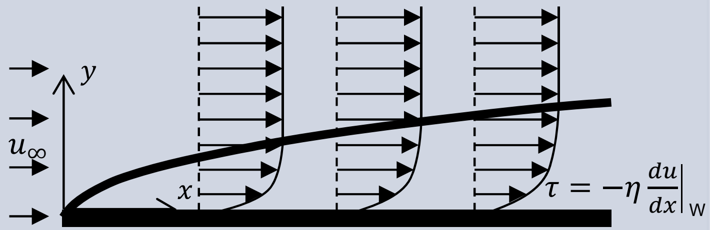
Stoffübertragung: Ficksches Gesetz

Instationärer Impulstransport

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

mit ν in $\left[\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}\right]$

Kinematische Viskosität
bzw. momentum diffusivity



Impulsübertragung: Newtonsches Gesetz

Verständnisfragen

Was ist das Analogon zum Diffusionskoeffizienten in der Wärmeübertragung und beim Impulstransport?