



Негосударственное образовательное учреждение  
высшего образования  
Московский технологический институт

Факультет: Техники и Кафедра: Информатики и  
современных технологий автоматизации

Уровень образования: бакалавриат  
Направление: 230100 «Информатика и вычислительная техника»  
Профиль: «Программное обеспечение средств вычислительной техники  
и автоматизированных систем»

## ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

на тему:

**«Разработка системы оптимизации распределения инвестиций (на примере).»**

Студента: Габеев Тимура Георгиевича \_\_\_\_\_  
Ф.И.О. (полностью) (подпись)

Руководитель ВКР: КТН, доцент Бужинский Владимир Александрович  
\_\_\_\_\_  
ученая степень, звание Ф.И.О. (полностью) (подпись)

Допущена к защите:

Зав.кафедрой: КТН, доцент Подлевских Александр Павлович  
\_\_\_\_\_  
ученая степень, звание Ф.И.О. (полностью) (подпись)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Москва 2016 г.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

ОГЛАВЛЕНИЕ.....	2
ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1. ИНВЕСТИЦИИ.....	5
Реальные активы и финансовые активы.....	5
Классификация финансовых активов.....	6
Инвестиционный процесс.....	8
Стратегии управления инвестициями.....	9
1.1. История инвестиций.....	10
1.2. Основные типы инвестиций и их классификация.....	10
1.3. Инвестиционный процесс.....	10
Рынки ценных бумаг.....	13
Типы ценных бумаг.....	13
Оценка акций.....	16
Доходность акций.....	16
ГЛАВА 2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИНВЕСТИЦИЙ, ДОХОДНОСТЬ И ДИВЕРСИФИКАЦИЯ.....	20
2.1. Проблема выбора инвестиционного портфеля.....	21
2.2. Портфельный анализ.....	26
2.3. Активное/пассивное управление и оценка эффективности управления инвестициями.....	36
Выводы.....	39
ГЛАВА 3. СИСТЕМА ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНВЕСТИЦИЙ.....	40
3.1. Особенности системы, используемые алгоритмы и методы.....	40
3.2. Детали реализации системы.....	49
3.3. Экономическое обоснование и практическая значимость разработанной системы.....	49
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	51
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	52



## **ВВЕДЕНИЕ**

Актуальность темы исследования данной выпускной квалификационной работы

Объектом исследования являются инвестиции.

Предметом исследования являются оптимизация распределения инвестиций.

Целью данной работы является реализация системы оптимизации распределения инвестиций на одном из высокоуровневых языков программирования.

Для достижения поставленной цели в выпускной квалификационной работе необходимо решить следующие задачи:

- дать определение понятию инвестиции, привести основную классификацию инвестиций
- 
- разработать систему оптимизации распределения инвестиций, показать ее работу в нескольких практических примерах

Теоретическая и практическая значимость работы заключается в том, что

При написании работы использовались научные труды следующих авторов: .

## ГЛАВА 1. ИНВЕСТИЦИИ.

Инвестиция — это текущее вложение денег с целью извлечения будущей прибыли. Например, человек покупает акции некой компании, ожидая, что будущие доходы от этих акций оправдают как срок, на который вкладываются деньги, так и риск данной инвестиции. Главное свойство, являющееся важным для всех инвестиций : инвестор (лицо, осуществляющее инвестицию) жертвует чем-то ценным сейчас, надеясь получить от этого выгоду позднее.

### Реальные активы и финансовые активы

Материальное благополучие общества определяется в конечном счете производственными возможностями его экономики — количеством товаров и услуг, которые могут создавать его члены. Эти возможности являются функцией **реальных активов** экономики страны — земли, зданий, машин и знаний, используемых для производства товаров и услуг. В отличие от таких реальных активов существуют **финансовые активы**, например акции и облигации. Они представляют собой не более чем листы бумаги (а в настоящее время, скорее, компьютерные данные) и напрямую не влияют на производственную мощность экономики.

Однако финансовые активы являются теми средствами, с помощью которых физические лица в высокоразвитых экономиках сохраняют свои права на реальные активы. Финансовые активы — это правопритязание на доход, создаваемый реальными активами (или правопритязание на доход, получаемый от государства).

В то время как реальные активы создают чистую прибыль для экономики, финансовые активы просто отражают распределение дохода или имущества среди инвесторов. Физические лица могут выбирать между сегодняшним потреблением своего богатства и инвестированием в будущее. Остановившись на инвестировании они могут вложить свои средства в финансовые активы путем покупки различных ценных бумаг. Когда инвесторы покупают у компаний эти ценные бумаги, фирмы используют полученные в результате

деньги на плату за реальные активы, например, здания оборудование, технологии или материальные запасы. Таким образом, доходы инвесторов от вложений в ценные бумаги в конечном счете проистекают от дохода, произведенного реальными активами, которые были профинансированы путем эмиссии данных ценных бумаг.

### **Классификация финансовых активов**

Принято различать три основных типа финансовых активов:

- ценные бумаги с фиксированным доходом (fixed income)
- обыкновенные акции
- производные финансовые инструменты

Ценные бумаги с фиксированным доходом обещают либо фиксированный поток дохода, либо поток дохода, который определяется по заранее оговоренной формуле. Например, корпоративная облигация обычно сулит ее владельцу, что он ежегодно будет получать некий фиксированный процент. Облигации другого типа — так называемые облигации с плавающей ставкой — обещают выплаты, которые зависят от текущих процентных ставок. Например, размер процентных ставок по облигациям может фиксироваться на два процентных пункта выше, чем уплачиваемый процент по американским краткосрочным векселям. До тех пор, пока заемщик не объявлен банкротом, выплаты по таким ценным бумагам фиксированы или рассчитываются по формуле. По этой причине эффективность инвестирования в названные ценные бумаги обычно меньше зависит от финансового положения эмитента.

Однако ценные бумаги с фиксированным доходом очень сильно разнятся по срокам обязательств и условиям выплат. На одном конце шкалы находятся ценные бумаги с фиксированным доходом *денежного рынка*, отличающегося краткосрочностью, высокой ликвидностью и, как правило, очень низким риском. Примерами ценных бумаг денежного рынка являются краткосрочные

казначейские векселя или банковские депозитарные сертификаты. На другом конце шкалы — долгосрочные ценные бумаги с фиксированным доходом *рынка капиталов*; это государственные долгосрочные облигации, облигации, выпускаемые федеральными агентствами, властями штатов, местными органами управления, а также корпорациями. Эти облигации варьируются по степени риска невыполнения обязательств — от очень надежных (например, американские казначейские ценные бумаги) до сравнительно рискованных (например, высокодоходные, или «мусорные», облигации). Они характеризуются также чрезвычайным разнообразием предусмотренных для инвестора условий выплат и защиты от возможного банкротства эмитента.

В отличие от ценных бумаг с фиксированным доходом, обыкновенные акции компании представляют собой доли собственников конкретной корпорации. Держателем акций не обещаются никакие особые выплаты. Они получают определённые дивиденды, которые может выплачивать компания, и имеют пропорциональную собственность в реальных активах данной компании. Если деятельность компании идет успешно, то стоимость акций будет увеличиваться, если нет — уменьшаться. Соответственно, эффективность инвестирования в обыкновенные акции прямо связана с прибыльностью компании и её реальными активами. По этой причине вложение средств в акции имеет тенденцию быть более рискованным, чем в ценные бумаги с фиксированным доходом.

Наконец, производные ценные бумаги (опционы, фьючерсные контракты) обещают выплаты, размер которых определяется курсами других активов, таких как акции и облигации. Производные ценные бумаги (деривативы) стали составной частью инвестиционной среды. Одно из главных их назначений — страхование рисков или передача риска другим участникам сделки. Благодаря этому, деривативы играют важную роль в создании инвестиционных портфелей и в финансовой системе.

Помимо этих финансовых активов мелкие инвесторы могут вкладывать свои средства непосредственно в реальные активы. Например, недвижимость, или такие товары как драгоценные металлы или сельскохозяйственные продукты являются реальными активами, из которых можно сформировать часть любого инвестиционного портфеля.

### **Инвестиционный процесс**

Сбережение означает, что не весь свой актив вы тратите на потребление. Инвестирование — это выбор активов с целью хранения финансовых средств. Инвестировать можно в безрисковые активы, рискованные активы или сочетая оба эти типа.

Портфель инвестора — это собрание его инвестиционных активов. Когда портфель создан, его обновляют, или «ребалансируют», продавая содержащиеся в нем ценные бумаги и используя полученную выручку на покупку новых ценных бумаг, вкладывая дополнительные денежные средства с целью увеличить общий размер портфеля или продавая ценные бумаги, чтобы его уменьшить.

Инвестиционные активы можно разделить на крупные категории (классы), например, акции, облигации, недвижимость, товары и т. д. Инвесторы принимают два типа решений, создавая свои портфели: решение о распределении активов, т. е. Выбор класса активов, и решение о выборе ценных бумаг — отбор конкретных ценных бумаг внутри каждого класса активов.

Анализ ценных бумаг включает в себя оценку стоимости их конкретных видов, из которых можно будет сформировать портфель. Например, акция какой из двух компаний — Apple или Tesla Motors — оценивается рынком выше. И облигации и акции должны быть проанализированы на предмет их инвестиционной привлекательности, но стоимость акций оценить намного сложнее, потому что показатели доходности акции обычно более чувствительны к состоянию компании-эмитента.



## Стратегии управления инвестициями

Выделяют две стратегии управления инвестициями — пассивную и активную. **Пассивное управление** предполагает владение высокодиверсифицированными портфелями без затраты усилий или других ресурсов, пытаясь повысить доходность инвестиции с помощью анализа ценных бумаг. Активное управление — это попытка повысить эффективность портфеля путем идентификации недооцененных рынком ценных бумаг, либо посредством выбора времени для сделок с широкими классами активов, когда фондовый рынок имеет тенденцию к повышению. Если рынки являются эффективными и цены отражают всю имеющуюся информацию, то, возможно, лучше следовать пассивным стратегиями, а не тратить ресурсы и средства в попытках переиграть своих конкурентов на финансовых рынках.

Классификация

### **1.1. История инвестиций.**

### **1.2. Основные типы инвестиций и их классификация.**

### **1.3. Инвестиционный процесс.**

Инвестиционный процесс представляет собой принятием инвестором решения относительно ценных бумаг, в которые осуществляются инвестиции, объемов и сроков инвестирования. Следующая процедура, включающая пять этапов, составляет основу инвестиционного процесса:

1. Выбор инвестиционной политики
2. Анализ рынка ценных бумаг
3. Формирование портфеля ценных бумаг.
4. Пересмотр портфеля ценных бумаг.
5. Оценка эффективности портфеля ценных бумаг.

#### **1.3.1. Инвестиционная политика.**

Первый этап — выбор инвестиционной политики (*investment policy*) — включает определение цели инвестора и объема инвестируемых средств. Поскольку для рациональных стратегий существует прямая связь между риском и доходностью, не следует выбирать цель «сделать большие деньги». Следует осознать, что в указанной ситуации стремление получить большую прибыль может с определенной вероятностью привести к большим потерям. Цели инвестирования должны формулироваться с учетом как доходности, так и риска.

Этот этап инвестиционного процесса завершается выбором потенциальных видов финансовых активов для включения в основной портфель. Выбор должен учитывать наряду с прочими соображениями цели инвестирования, объем инвестируемых средств и статус инвестора как налогоплательщика. Например, индивидуальным инвесторам обычно нет

смысла приобретать привилегированные акции, а инвесторам, имеющим налоговые льготы (в частности, пенсионным фондам) не следует вкладывать средства в ценные бумаги с налоговыми льготами (такие, как муниципальные облигации).

### 1.3.2. Анализ рынка ценных бумаг

Второй этап инвестиционного процесса, известный как анализ ценных бумаг (*security analysis*), включает изучение отдельных видов ценных бумаг (или групп бумаг) в рамках основных категорий, указанных ранее. Одной из целей такого исследования является определение тех ценных бумаг, которые представляются неверно оцененными в данный момент. Существует много различных подходов к анализу ценных бумаг, однако большая часть этих подходов относится к двум основным направлениям. Первое направление называют **техническим анализом** (*technical analysis*), а второе — **фундаментальным анализом** (*fundamental analysis*). Специалистов, работающих в рамках этих направлений, соответственно называют техническими аналитиками и специалистами в области фундаментального анализа.

Технический анализ в его простейшей форме включает изучение конъюнктуры курсов рынка акций, с тем чтобы дать прогноз динамики курсов акций конкретной фирмы. Первоначально проводится исследование курсов за некоторый прошедший период с целью выявления повторяющихся тенденций или циклов в динамике курсов. Затем анализируются курсы акций за последний период времени, с тем чтобы выявить текущие тенденции, аналогичные обнаруженным ранее. Это сопоставление существующих тенденций с прошлыми осуществляется, исходя из предположения, что ценовые тренды периодически повторяются. Таким образом, выявляя текущие тенденции, аналитик надеется дать достаточно точный прогноз будущей динамики курсов рассматриваемых акций.

Фундаментальный анализ исходит из того ...

### 1.3.3. Формирование портфеля ценных бумаг

Третий этап инвестиционного процесса — **формирование портфеля** (*portfolio construction*) ценных бумаг — включает определение конкретных активов для вложения средств, а также пропорций распределения инвестируемого капитала между активами. При этом инвестор сталкивается с проблемой селективности, выбора времени операций и диверсификации.

Селективность (*selectivity*), называемая также микропрогнозированием, относится к анализу ценных бумаг и связана с прогнозированием динамики цен отдельных видов ценных бумаг.

Выбор времени операций (*timing*), или макропрогнозирование включает прогнозирование изменения уровня цен на акции по сравнению с ценами для фондовых инструментов с фиксированным доходом, такими как корпоративные облигации.

Диверсификация (*diversification*) заключается в формировании инвестиционного портфеля таким образом, чтобы при определенных ограничениях минимизировать риск.

### 1.3.4. Пересмотр портфеля

Пересмотр портфеля (*portfolio revision*) связан с периодическим повторением трех предыдущих этапов. То есть, через некоторое время цели инвестирования могут измениться, в результате чего текущий портфель перестанет быть оптимальным. Возможно, инвестору придется сформировать новый портфель, продав часть имеющихся ценных бумаг и приобретя некоторые новые. Другим основанием пересмотра портфеля является изменение курса ценных бумаг с течением времени. В связи с этим, некоторые бумаги, первоначально бывшие непривлекательными для инвестора, могут стать выгодным объектом для вложения, и наоборот. Тогда инвестор захочет

приобрести первые, одновременно продав последние из своего портфеля. Решение о пересмотре портфеля зависит помимо прочих факторов и от размера транзакционных издержек и ожидаемого роста доходности пересмотренного портфеля.

### **1.3.5. Оценка эффективности портфеля**

Оценка эффективности портфеля включает периодическую оценку как полученной доходности, так и показателей риска, с которым сталкивается инвестор. При этом необходимо использовать приемлемые показатели доходности и риска, а также соответствующие стандарты («эталонные» значения) для сравнения.

## **Рынки ценных бумаг**

### **Типы ценных бумаг**

#### **Казначейские векселя**

Первый тип ценных бумаг соответствует предоставлению краткосрочного кредита Казначейству США. Риск нарушения обязательств по выплате такого кредита незначителен, если вообще существует (Соединенные штаты Америки, как известно, ни разу не объявляли дефолт). Более того, хотя ставка доходности меняется от периода к периоду, в начале каждого конкретного периода эта ставка точно известна.

Согласно таблице ?, средняя доходность облигаций Казначейства США за период с 1926 по 2013 год составила 3,5% годовых при стандартном отклонении 3,1%.

## **Долгосрочные казначейские и корпоративные облигации**

Второй тип ценных бумаг соответствует кредитам, предоставляемым Казначейству США примерно на 20 лет. Эти бумаги называют казначейскими облигациями (или бондами). Третий тип бумаг (облигации корпораций или корпоративные бонды) соответствует 20-летним кредитам, предоставляемым наиболее надежным американским компаниям.

Согласно таблице ?, доходность корпоративных облигаций в период с 2016 по 2013 год составила в среднем 6,0% годовых со стандартным отклонением 8,4%

## **Обыкновенные акции**

Обыкновенные акции, известные как ценные бумаги, обеспеченные акционерным капиталом компании, или активы за вычетом задолженности, представляют собой долю собственности акционеров в акционерной компании. Каждая обыкновенная акция дает её собственнику право на один голос при решении всех вопросов корпоративного управления, которое он использует при голосовании на ежегодном собрании и при распределении финансовой прибыли в соответствии с собственностью.

Две самые важные характеристики обыкновенной акции как объекта инвестиции в ценные бумаги — это остаточное правопритязание и ограниченная ответственность акционера.

Остаточное правопритязание означает, что акционеры стоят последними в очереди тех, кто имеет право на имущество и доход данной корпорации. При ликвидации корпорации акционеры, владеющие обыкновенными акциями, имеют право на ту часть имущества, которая остается после уплаты долга другим претендентам, таким как налоговые органы, служащие, поставщики, владельцы облигаций и прочие кредиторы. В компании, не находящейся в процессе ликвидации, акционеры имеют право на ту часть дохода от основной

деятельности компании, которая остается после того, как ею уплачены проценты и налоги. Руководство компании может либо уплатить акционерам этот остаток в виде денежного дивиденда, либо инвестировать его в эту компанию с елью увеличить стоимость обыкновенных акций.

Ограниченная ответственность означает: самое большее, что могут потерять акционеры в случае банкротства данной компании — это их первоначальные вложения капитала. В отличие от собственников некорпорированных образований, кредиторы которых могут предъявить иск на их личное имущество (дом, машину, мебель), самое худшее, что может случиться с корпорированными акционерами — это остаться с акциями, которые ничего не стоят. Личной ответственности за обязательства своей компании они не несут.

Обыкновенные акции фактически отражают обязательства со стороны корпораций периодически выплачивать дивиденды в размере, определяемом советом директоров. Хотя величина дивидендов, которые будут выплачены в следующем году, достаточно неопределённа, однако в целом она предсказуема. В то же время курсы покупки и продажи акций колеблются достаточно сильно. В силу этого, годовая доходность весьма непредсказуема. Согласно [10], доходность портфеля акций, включающего акции 500 фирм, выбранных корпорацией Standart&Poor's, известного как S&P500, менялась в промежутке с 1928 по 2015 год от самого высокого значения 52,56% в 1933 году до -43,84% в 1931 году. Среднегодовое значение доходности за данный период составило 11,41%.

Тип ценных бумаг	88 лет	20 лет	10 лет	5 лет	1 год	Стандартное отклонение
Казначейские векселя	3.5%	2.9%	1.5%	0.1%	0.0%	3.1%
Корпоративные облигации	6.0%	7.2%	6.4%	7.0%	-7.1%	8.4%
Обычные акции	10.1%	9.2%	7.4%	17.9%	32.4%	20.2%
Обычные акции небольших	12.3%	12.0%	9.3%	22.8%	45.1%	32.3%

компаний						
----------	--	--	--	--	--	--

Таблица ? Доходность и стандартное отклонение различных ценных бумаг в период с 1926 по 2013 год. Под небольшими компаниями понимаются компании с рыночной капитализацией менее \$630 млн. Источник — [9].

## Оценка акций

Для принятия инвестиционных решений в процессе анализа рынка ценных бумаг используются различные виды стоимостных оценок акций:

- номинальная стоимость
- эмиссионная стоимость (цена размещения)
- рыночная (курсовая) стоимость
- ликвидационная стоимость привилегированных акций
- бухгалтерская (балансовая, книжная) стоимость

*Номинальная стоимость* акции определяется

*Эмиссионная стоимость (цена размещения)*

*Рыночная стоимость* акции

*Ликвидационная стоимость*

*Бухгалтерская стоимость*

## Доходность акций

Приобретая акции того или иного эмитента, инвестор предполагает получить доход от своих вложений, который имеет две формы:

- дивиденды
- прирост курсовой стоимости акций

При расчете доходности акций необходимо различать текущую (дивидендную) доходность и полную доходность.

Текущая (дивидендная) доходность характеризуется размером годовых дивидендных выплат, отнесенных к цене акции (к примеру, если инвестор



приобрел акции по цене 1000 руб., а по итогам года за каждую акцию были выплачены дивиденды в размере 17 руб., то дивидендная доходность в этом случае составляет 1,7%).

Дивидендная доходность является одним из показателей, характеризующим финансовые результаты деятельности компании, который учитывают инвесторы при принятии решений о покупке акций. Приобретая акции, инвестор на основании данных о выплате дивидендов за предыдущие годы и анализа текущего финансового состояния оценивает возможные дивидендные выплаты текущего года и рассчитывает ожидаемую дивидендную доходность. Однако ожидания инвестора могут не оправдаться. Реальный размер дивидендов определяет собрание акционеров. В этом случае можно рассчитать фактическую дивидендную доходность путем сопоставления списка акционеров, имеющих право на получение дивидендов.

Получаемые дивиденды — это только часть дохода от владения акциями, причем зачастую не самая большая. Большую часть дохода составляет прирост курсовой стоимости акций. В отличие от облигаций за акциями стоят реальные активы компании, что отражается на их рыночной цене. В случае успешного развития предприятия увеличиваются его активы и растет стоимость акций. Поэтому инвестор, вкладывая свои средства в акции, рассчитывает не столько на получение текущего дохода, сколько на получение совокупного дохода, учитывающего рост курсовой стоимости акций.

Полная доходность характеризуется размером выплачиваемых дивидендов и приростом цены акции по отношению к вложенному капиталу. Если текущая цена акции составляет  $P_0$ , а ожидаемая цена через год —  $P_1$ , причем за этот год будут выплачены дивиденды  $d_1$ , то полная годовая доходность определяется по формуле:

$$r_n = \frac{d_1 + (P_1 - P_0)}{P_0}$$

Если инвестор владеет акциями несколько лет, то полная доходность  $r_n$  в расчете на год определяется по формуле

$$r_n = \frac{\sum_{i=1}^t d_i + (P_t - P_0)}{P_0 T} \cdot 100, \text{ где } d_i \text{ — годовые дивидендные выплаты в году}$$

$i$ ;  $P_0$  — цена приобретения акций;  $P_t$  — рыночная цена акции в году  $t$ ;  $T$  — число лет владения акциями;  $i \in [1; t]$  — год владения акциями.

Вложения в акции носят, как правило, долгосрочный характер, так как извлечение дохода в основном связано с приростом курсовой стоимости акций. Те инвесторы, которые ориентированы на получение регулярного текущего дохода, вкладывают свои средства в облигации, приносящие стабильный и гарантированный доход.

Фундаментальным свойство акций является высокая подвижность их курсовой стоимости, которая может многократно меняться в течение одного дня. Это свойство акций привлекает профессиональных участников фондового рынка, которые проводят краткосрочные спекулятивные операции с акциями с целью извлечения значительного дохода в результате постоянных колебаний их курсовой стоимости. Например, на российском рынке цена акции за один день может вырасти или снизиться на 2-3%. Умелое использование краткосрочных колебаний позволяет профессионалам получать доходность более 100% [11].

Рассматривая соотношение между дивидендной доходностью и доходностью от прироста курсовой стоимости в историческом аспекте, можно заметить, что в общей доходности все большую роль играет именно прирост цен акции.

Страна	Годы	Полная доходность	В том числе	
			Дивидендная доходность	Прирост курсовой стоимости
США	1802-1900	5,89	5,18	0,71
	1900-1995	9,78	4,84	4,94
	1950-2005	12,1	3,8	8,3
Великобритания	1800-1900	4,69	3,91	0,79

	1900-1995	8,86	4,94	3,92
	1950-2005	12,7	5,1	7,6
Германия	1870-1913	6,92	5,59	1,33
	1900-1995	5,80	1,91	3,91
	1950-2005	12,3	3,3	9,0

Таблица ? Среднегодовая доходность акций в %. Источник — [11].

Как свидетельствуют приведенные в таблице ? данные, в XIX веке подавляющая доля в полной доходности приходилась на дивиденды, которые давали 80-90% общей доходности. Во второй половине столетия и начале XXI века на долю дивидендной доходности приходится примерно 30%, а оставшиеся две трети доходов инвесторы получают за счет роста курсовой стоимости акций.

## **ГЛАВА 2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИНВЕСТИЦИЙ, ДОХОДНОСТЬ И ДИВЕРСИФИКАЦИЯ.**

Одна из важнейших функций ценных бумаг состоит в том, что они представляют собой инструмент для инвестиций. Современная теория инвестиций представляет собой совокупность понятий, методов и результатов, относящихся к различным аспектам инвестиционного процесса. Эта теория возникла в связи с ростом объемов инвестиционных услуг, профессионализацией данной сферы, а также в ответ на понимание недостатков традиционного («наивного») управления инвестициями, которые не полностью преодолены практиками до сих пор и главными из которых являются[11]:

- мышление в терминах одного актива — когда решение о покупке/продаже принимается вне связи с аналогичными решениями по другим активам и без ориентации на конечные цели инвестирования
- неучет риска в количественной форме либо подмена такого учета словесными формулировками
- отсутствие объективных критериев оптимальности и эффективности

Современная теория инвестиций, разработанная в трудах выдающихся специалистов (в первую очередь, Марковитца и Шарпа), полностью преодолевает описанные выше трудности. Ее результаты позволяют принимать целенаправленные и ответственные решения на всех этапах инвестиционного процесса. Одним из необходимых условий создания современной теории инвестиций стало развитие специальных математических методов, а также средств вычислительной техники и информационных технологий во второй половине XX века. Основные положения современной теории управления портфелем будут изложены далее.

## 2.1. Проблема выбора инвестиционного портфеля

В 1952 году Гарри Марковитц (Harry Markowitz) опубликовал фундаментальную работу, которая является основой подхода к инвестициям с точки зрения современной *теории формирования портфеля*. Подход Марковитца начинается с предположения, что инвестор в настоящий момент времени имеет конкретную сумму денег для инвестирования. Эти деньги будут инвестированы на определенный промежуток времени, который называется **периодом владения** (holding period). В конце периода инвестор продает ценные бумаги, которые были куплены в начале периода, после чего либо использует полученный доход на потребление, либо реинвестирует доход в различные ценные бумаги (либо делает и то, и другое одновременно). Таким образом, подход Марковитца может быть рассмотрен как дискретный подход, при котором начало периода обозначается  $t=0$ , а конец периода  $t=1$ . В момент  $t=0$  инвестор должен принять решение о покупке конкретных ценных бумаг, которые будут находиться в его портфеле до момента  $t=1$ . Поскольку портфель представляет собой набор различных ценных бумаг, это решение эквивалентно выбору оптимального портфеля из набора возможных портфелей. Поэтому подобную проблему часто называют *проблемой выбора инвестиционного портфеля*.

Принимая решение в момент  $t=0$ , инвестор должен иметь в виду, что доходность ценных бумаг (и, таким образом, доходность портфеля) в предстоящий период владения неизвестна. Однако инвестор может оценивать ожидаемую (или среднюю) доходность (expected returns) различных ценных бумаг, основываясь на некоторых предположениях, а затем инвестировать средства в бумагу с наибольшей ожидаемой доходностью. Марковитц отмечает, что это будет в общем неразумным решением, так как типичный инвестор хотя и желает, чтобы «доходность была высокой», но одновременно хочет, чтобы доходность была настолько определенной, насколько это возможно. Это означает, что инвестор, стремясь одновременно максимизировать ожидаемую

доходность и минимизировать неопределенность (т. е. риск (risk)), имеет две противоречащие друг другу цели, которые должны быть сбалансированы при принятии решения о покупке в момент  $t=0$ . Подход Марковитца к принятию решения дает возможность адекватно учесть обе эти цели.

Следствием наличия двух противоречивых целей является необходимостью диверсификации с помощью покупки не одной, а нескольких ценных бумаг.

### 2.1.1. Период инвестирования

Доходность ценной бумаги за один период вычисляется по формуле

$r_i = \frac{w_1 - w_0}{w_0}$ , где  $w_0$  — благосостояние в начале периода (цена покупки одной ценной бумаги данного вида в момент времени  $t=0$ ), а  $w_1$  — благосостояние в конце периода (рыночная стоимость продажи одной ценной бумаги данного вида в момент времени  $t=1$  в сумме со всеми выплатами держателю данной бумаги с момента времени  $t=0$  до  $t=1$ ).

### 2.1.2. Определение уровня доходности портфеля

Поскольку портфель представляет собой совокупность различных ценных бумаг, его доходность может быть вычислена аналогичным образом:

$r_p = \frac{W_1 - W_0}{W_0}$ , где  $W_0$  обозначает совокупную цену покупки всех ценных бумаг, входящих в портфель в момент  $t=0$ ;  $W_1$  — совокупную рыночную стоимость этих ценных бумаг в момент  $t=1$  и, кроме того, совокупный денежный доход от обладания данными ценными бумагами с момента  $t=0$  до момента  $t=1$ , под которым обычно понимаются выплачиваемые за данный период дивиденды. С помощью алгебраических преобразований уравнение выше может быть приведено к виду  $W_0(1+r_p) = W_1$ . Из данного уравнения можно заметить, что начальное благосостояние (initial wealth), или благосостояние в начале периода  $W_0$ , умноженное на сумму единицы и уровня доходности

портфеля, равняется благосостоянию в конце периода  $W_1$ , или конечному благополучию (terminal wealth).

Ранее отмечалось, что инвестор должен принять решение относительно того, какой портфель покупать в момент времени  $t=0$ . Делая это, инвестор не знает, каким будет предположительное значение величины для большинства различных альтернативных портфелей, так как он не знает, каким будет уровень доходности  $r_p$  большинства этих портфелей. Таким образом, по Марковитцу, инвестор должен считать уровень доходности связанный с любым из этих портфелей **случайной переменной** (random value). Такие переменные имеют свои характеристики, одна из них — ожидаемое (или среднее) значение доходности (expected return value), а другая — стандартное отклонение (standard deviation).

Марковитц утверждает, что инвестор должен основывать свое решение по выбору портфеля исключительно на ожидаемой доходности и стандартном отклонении. Это означает, что инвестор должен оценить ожидаемую доходность и стандартное отклонение каждого портфеля, а затем выбрать «лучший» из них, основываясь на соотношении этих двух параметров. Интуиция при этом играет определяющую роль. Ожидаемая доходность может быть представлена как мера потенциального вознаграждения, связанная с конкретным портфелем, а стандартное отклонение — как мера риска, связанная с этим портфелем. Таким образом, после того, как каждый портфель был исследован в смысле потенциального вознаграждения и риска, инвестор должен выбрать портфель, который является для него наиболее подходящим.

Для вычислительных нужд более удобной может оказаться матричная форма формулы вычисления доходности [7]:

$R_p = x^T \cdot R$ , где  $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}$  — матрица весов ценных бумаг, включенных в

портфель,  $R = \begin{bmatrix} R_1 \\ \dots \\ R_n \end{bmatrix}$  - матрица доходностей отдельно взятых ценных бумаг.

К примеру, для трех ценных бумаг формула вычисления доходности портфеля в матричной форме будет выглядеть так:

$$R_p = x^T \cdot R = [x_1, x_2, x_3] \cdot \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix} = x_1 R_1 + x_2 R_2 + x_3 R_3$$

### 2.1.3. Дисперсия

### 2.1.3. Ковариация

Ковариация (covariance) — статистическая мера взаимодействия двух случайных переменных. То есть это мера того, насколько две случайные переменные, такие, например, как доходности двух ценных бумаг  $i$  и  $j$ , зависят друг от друга. Положительное значение ковариации показывает, что доходности этих ценных бумаг имеют тенденцию изменяться в одну сторону, например лучшая, чем ожидаемая, доходность одной из ценных бумаг должна, вероятно, повлечь за собой лучшую, чем ожидаемая, доходность другой ценной бумаги. Отрицательная ковариация показывает, что доходности имеют тенденцию компенсировать друг друга, например лучшая, чем ожидаемая, доходность одной ценной бумаги сопровождается, как правило, худшей, чем ожидаемая, доходностью другой ценной бумаги. Относительно небольшое или нулевое значение ковариации показывает, что связь между доходностью этих ценных бумаг слаба, либо отсутствует вообще.



Понятие ковариации используется для вычисления стандартного отклонения портфеля, в формуле вычисления которой используется ковариационная матрица. Ковариационная матрица  $\Sigma$  — это матрица, составленная из попарных ковариаций элементов одного или двух случайных векторов. К примеру, в случае портфеля из трех ценных бумаг, формула вычисления ковариационной матрицы в матричной форме имеет следующий вид:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_3^2 \end{bmatrix}, \text{ где } \sigma_i^2 \text{ — дисперсия } i\text{-й бумаги, } \sigma_{ij}^2 \text{ — ковариация}$$

между ценными бумагами  $i$  и  $j$ .

#### 2.1.4. Стандартное отклонение

Полезная мера риска должна некоторым образом учитывать вероятность возможных «плохих» результатов и их величину. Вместо того, чтобы измерять вероятности различных результатов, мера риска должна некоторым образом оценивать отклонения действительного результата от ожидаемого. Стандартное отклонение — мера, позволяющая это сделать, так как она является оценкой вероятного отклонения фактической доходности от ожидаемой.

В наиболее типичной ситуации стандартное отклонение является в действительности очень хорошей мерой степени неопределенности перспектив портфеля. Наилучшим примером является случай, когда распределение вероятностей (probability distribution) доходности портфеля может быть аппроксимировано известной кривой, имеющей форму колокола, которая носит название нормального распределения (normal distribution). Это часто рассматривается как правдоподобное предположение при анализе доходности диверсифицированных портфелей, когда изучаемый период владения относительно короток (например, квартал или менее).

Формула вычисления стандартного отклонения портфеля выглядит так:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{ij}}, \text{ где } X_i \text{ и } X_j \text{ являются весами ценных бумаг } i \text{ и } j, \text{ а}$$

$\sigma_{ij}$  обозначает ковариацию доходностей этих ценных бумаг.

Аналогично формуле вычисления доходности, формула вычисления стандартного отклонения портфеля также имеет матричную форму [7]:

$$\sigma_p^2 = x^T \Sigma x, \text{ где } x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} \text{ — матрица весов ценных бумаг, включенных в}$$

портфель,  $\Sigma$  — ковариационная матрица портфеля.

К примеру, для случая с тремя бумагами в портфеле эта формула выглядит следующим образом:

$$\sigma_p^2 = x^T \Sigma x = (x_1, x_2, x_3) \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

## 2.2. Портфельный анализ

### 2.3.1. Теореме об эффективном множестве

Очевидно, что из набора  $N$  ценных бумаг можно сформировать бесконечное число портфелей. Инвестору нет необходимости проводить оценку всех этих портфелей, так как согласно теореме об эффективном множестве (efficient set theorem)[2]:

*Инвестор выберет свой оптимальный портфель из множества портфелей, каждый из которых:*

1. *Обеспечивает максимальную ожидаемую доходность для некоторого уровня риска*
2. *Обеспечивает минимальный риск для некоторого значения ожидаемой доходности.*

Набор портфелей, удовлетворяющий этим двум условиям, называется эффективным множеством (efficient set), или эффективной границей, который, в свою очередь, является подмножеством достижимого множества.

### 2.3.2. Достижимое множество

На рисунке ? представлена иллюстрация местоположения достижимого множества (feasible set), также известного как множество возможностей, из которого может быть выделено эффективное множество.

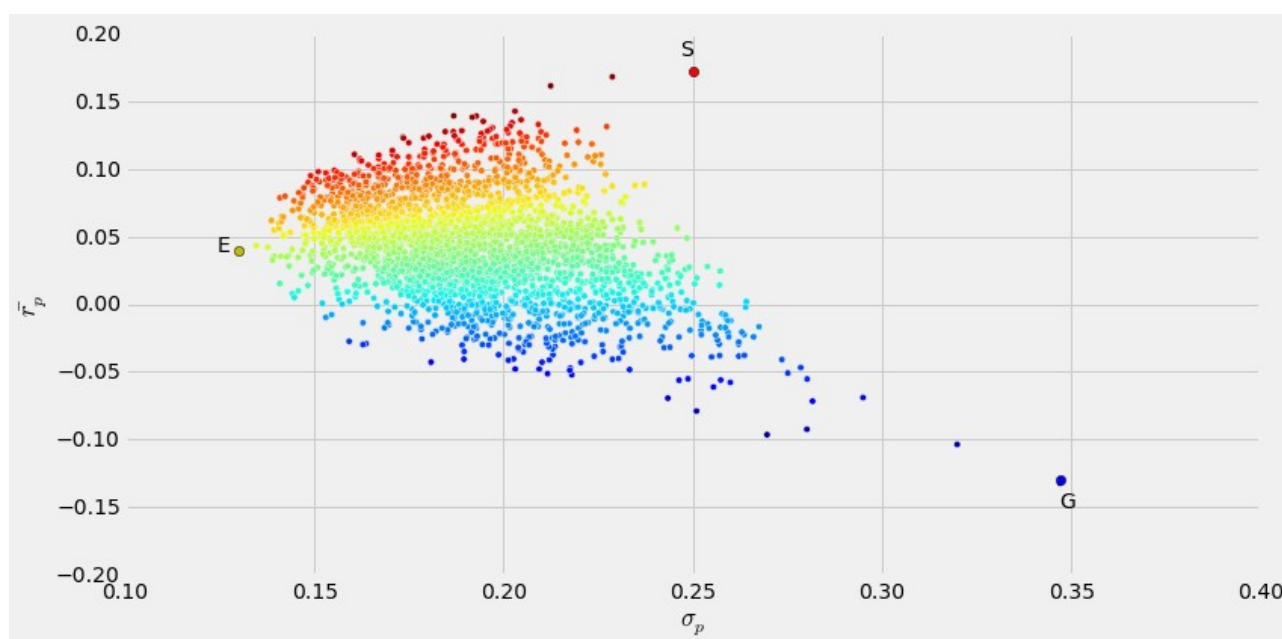


Рисунок ? - достижимое множество портфелей, сформированного из некоторого количества ценных бумаг

Достижимое множество представляет собой все портфели, которые могут быть сформированы из набора в  $N$  ценных бумаг. Это означает, что все возможные портфели, которые могут быть сформированы из группы в  $N$  ценных бумаг, лежат либо на границе, либо внутри достижимого множества (точки  $S$ ,  $E$ ,  $G$  на рисунке ? являются примерами таких портфелей).

### 2.3.3. Эффективное множество

Местоположение эффективного множества можно определить, применив теорему об эффективном множестве. Сначала определим множество портфелей,

удовлетворяющих первому условию теоремы. Если посмотреть на рисунок ?, можно заметить, что не существует менее рискованного портфеля, чем портфель  $E$ . Это объясняется тем, что если провести вертикальную линию, проходящую через  $E$ , то ни одна точка достижимого множества не будет лежать левее точки  $E$ . Аналогично, не существует более рискованного портфеля, чем  $G$  — если провести вертикальную линию, проходящую через  $G$ , то ни одна точка достижимого множества не будет лежать правее этой точки. Таким образом, множеством портфелей, обеспечивающим максимальную ожидаемую доходность при изменяющемся уровне риска, является часть верхней границы достижимого множества, расположенная между точками  $E$  и  $S$ .

Рассматривая далее второе условие, видно, что не существует портфеля, обеспечивающего большую ожидаемую доходность, чем портфель  $S$ , потому что ни одна из точек достижимого множества не лежит выше горизонтальной прямой, проходящей через  $S$ . Аналогично, не существует портфеля, обеспечивающего меньшую ожидаемую доходность, чем портфель  $G$ , потому что ни одна из точек достижимого множества не лежит ниже горизонтальной прямой, проходящей через  $G$ . Таким образом, множеством портфелей, обеспечивающих минимальный риск при изменяющемся уровне ожидаемой доходности является часть левой границы достижимого множества, лежащего между точками  $S$  и  $G$ .

Учитывая, что оба условия должны приниматься во внимание при определении эффективного множества, отметим, что нас удовлетворяют только портфели, лежащие на верхней левой границе достижимого множества между точками  $E$  и  $S$ . Соответственно, эти портфели составляют эффективное множество, и из этого множества эффективных портфелей (*efficient portfolios*) инвестор будет выбирать оптимальный для себя. Все остальные достижимые портфели являются неэффективными портфелями (*inefficient portfolios*), которые можно игнорировать.

### 2.3.4. Выбор оптимального портфеля

Процесс выбора оптимального портфеля (optimal portfolio) на основании множества эффективных портфелей выглядит следующим образом — инвестор должен нарисовать кривые безразличия на одном рисунке с эффективным множеством, а затем приступить к выбору портфеля, расположенного на кривой безразличия, находящейся выше и левее остальных. Этот портфель будет соответствовать точке, в которой кривая касается эффективного множества. Как видно на рисунке ? , таким портфелем является портфель  $O_1$  на кривой безразличия  $I_2$ .

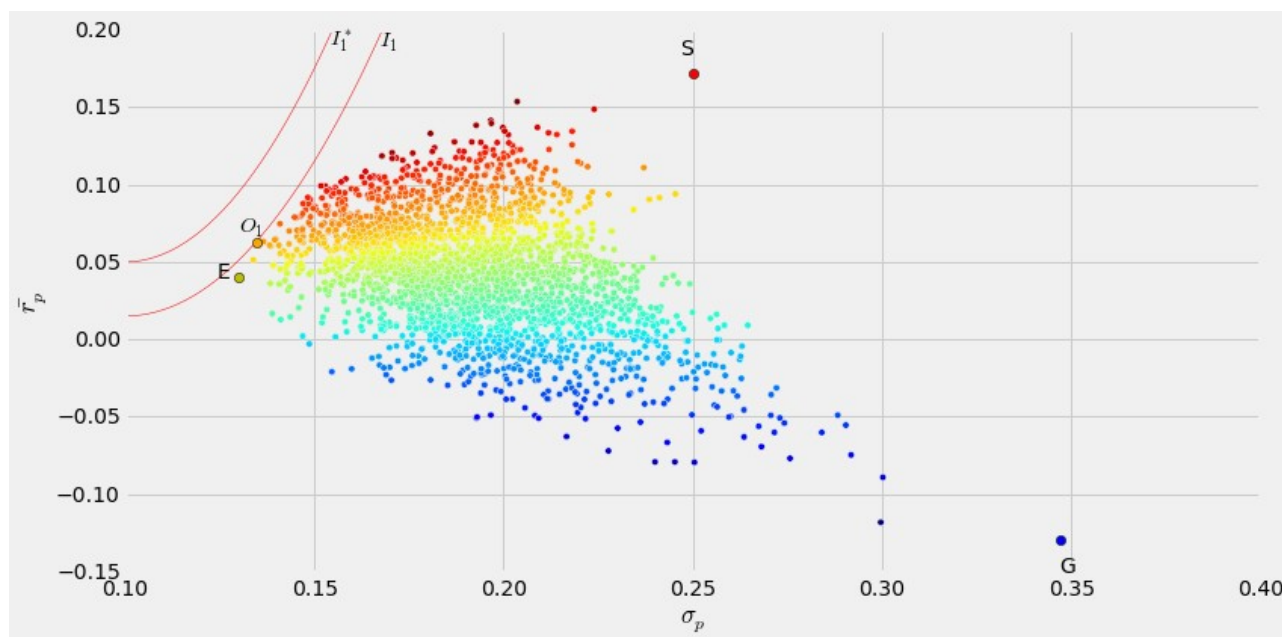


Рисунок ? - выбор оптимального портфеля для инвестора с высокой степенью избегания риска (красные кривые безразличия  $I_1$  и  $I_1^*$ ))

Несомненно, что инвестор предпочел бы портфель, находящийся на кривой  $I_1^*$ , но такого достижимого портфеля просто не существует. Желание находиться на какой-то конкретной кривой не может быть реализовано, если данная кривая не пересекает достижимое множество.

Инвестор с низкой степенью избегания риска будет иметь свой набор кривых безразличия, смещенный на графике относительно инвестора высокой степенью избегания риска вверх и вправо. Аналогично, инвестор должен выбрать портфель, расположенный на кривой безразличия, находящейся выше и левее остальных, и имеющий одну точку касания с множеством эффективных портфелей. На рисунке ? таким портфелем является портфель  $O_2$  на кривой безразличия  $I_2$  (аналогично, кривая безразличия  $I_2^*$  была бы более предпочтительна, для инвестора, но эта кривая не касается эффективного множества портфелей).

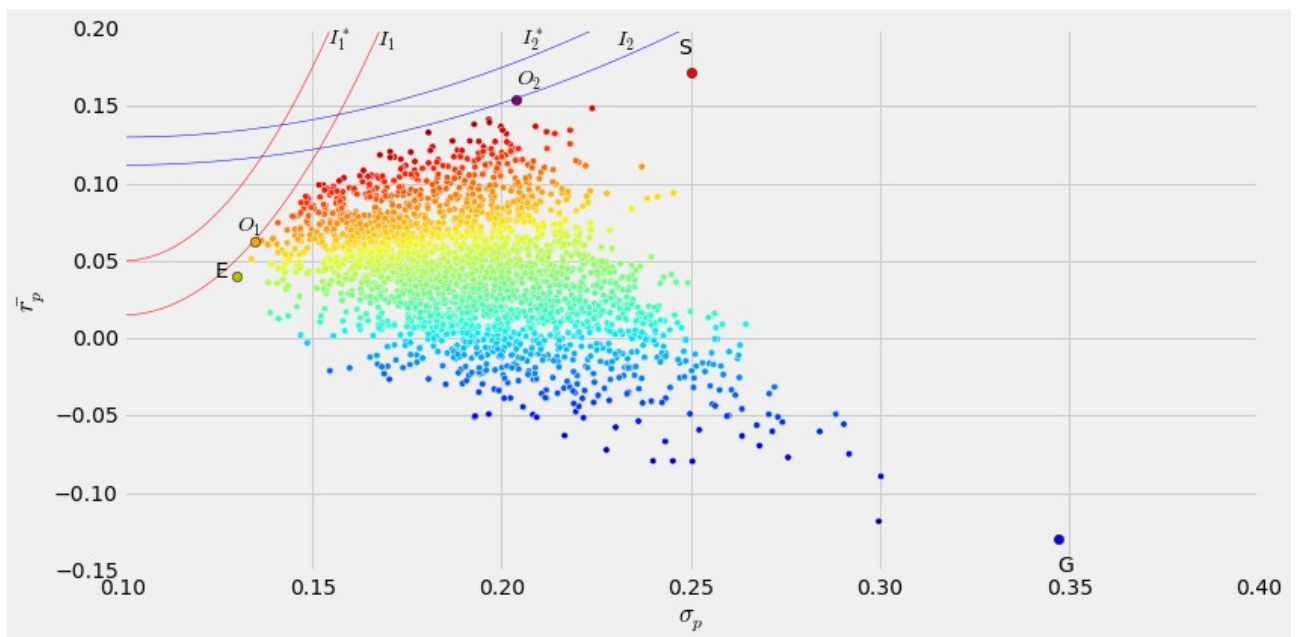


Рисунок ? - выбор оптимального портфеля для инвестора с низкой степенью избегания риска (синие кривые безразличия  $I_2$  и  $I_2^*$  )

### 2.3.5. Коэффициент Шарпа

Инвестиции обычно несут в себе определенный риск в обмен на перспективу большего дохода, чем безрисковая процентная ставка краткосрочных казначейских векселей. Инвесторы оценивают рискованные активы

таким образом, чтобы премия за риск соответствовала риску ожидаемой избыточной доходности, и, следовательно, лучше всего измерять риск средним квадратичным отклонением избыточной, а не общей доходности.

Важность равновесия между вознаграждением (премией за риск) и риском (измеренным средним квадратичным отклонением) предполагает, что мы измеряем привлекательность любого инвестиционного портфеля отношением премии за риск к среднему квадратическому отклонению его избыточной доходности. Этот показатель отношения вознаграждения за риск к изменчивости называется коэффициентом Шарпа (Sharpe Ratio, назван в честь одного из авторов источника [2]) и широко применяется для оценки эффективности деятельности инвестиционных менеджеров [1]:

Коэффициент Шарпа  $= \frac{r}{\sigma_i}$ , где  $r$  - премия за риск,  $\sigma_i$  - среднее квадратичное отклонение избыточной доходности.

### 2.3.6. Рыночная модель

Предположим, что доходность обыкновенной акции за данный период времени (например, месяц) связана с доходностью за данный период акции на рыночный индекс, такой, например, как широко известный S&P500. В этом случае с ростом рыночного индекса, вероятно, будет расти и цена акции, а с падением рыночного индекса, вероятно, будет падать и цена акции. Один из путей отражения данной взаимосвязи носит название **рыночная модель** (*market model*):

$$r_i = \alpha_{ii} + \beta_{ii} r_I + \epsilon_{ii},$$

где  $r_i$  — доходность ценной бумаги  $i$  за данный период;  $r_I$  — доходность на рыночный индекс за тот же период;  $\alpha_{ii}$  — коэффициент смещения;  $\beta_{ii}$  — коэффициент наклона;  $\epsilon_{ii}$  — случайная погрешность.

Предположив, что коэффициент наклона положителен, из уравнения выше можно заметить следующее чем выше доходность на рыночный индекс,

тем выше будет доходность ценной бумаги (заметим, что среднее значение случайной погрешности равняется нулю).

Для примера рассмотрим акции А, для которых  $\alpha_{II}=2\%$ ,  $\beta_{II}=1,2$ . Это означает, что для акции А рыночная модель будет выглядеть следующим образом:

$$r_A = 0,02 + 1,2 r_I + \epsilon_{AI}$$

Таким образом, если рыночный индекс имеет доходность 10%, то ожидаемая доходность ценной бумаги составляет  $2 + 1,2 \cdot 10\% = 14\%$ . Если же доходность рыночного индекса равняется -5%, то доходность ценной бумаги А ожидается равной  $2 + 1,2 \cdot (-5\%) = -4\%$ .

Член уравнения  $\epsilon_{II}$ , известный как случайная погрешность (random error term), просто показывает, что рыночная модель не очень точно объясняет доходности ценных бумаг. Случайную погрешность можно рассматривать как случайную переменную, которая имеет распределение вероятностей с нулевым математическим ожиданием и стандартным отклонением, обозначаемым  $\sigma_{\epsilon I}$ .

### **Диверсификация**

Исходя из рыночной модели, общий риск ценной бумаги  $i$ , измеряемый ее дисперсией и обозначенный как  $\sigma_i^2$ , состоит из двух частей:

1. рыночный (или систематический) риск (market risk)
2. собственный (несистематический) риск (unique risk)

Таким образом,  $\sigma_i^2$  равняется следующему выражению:

$\sigma_i^2 = \beta_{II}^2 \sigma_I^2 + \sigma_{\epsilon i}^2$ , где  $\sigma_i^2$  обозначает дисперсию доходности на рыночный индекс,  $\beta_{II}^2 \sigma_I^2$  - рыночный риск ценной бумаги  $i$ , а  $\sigma_{\epsilon i}^2$  - собственный риск ценной бумаги  $i$ , мерой которого является дисперсия случайной погрешности  $\epsilon_{II}$ .

### **Общий риск и доходность портфеля**

Доходность инвестиционного портфеля вычисляется следующим образом:



$r_p = \sum_{i=1}^N X_i r_i$ , где  $i$  - ценная бумага, входящая в портфель;  $N$  - количество бумаг в портфеле;  $X_i$  - доля ценной бумаги в портфеле;  $r_i$  - доходность отдельной ценной бумаги.

Поставив в уравнение доходности уравнение рыночной модели, получим:

$$r_p = \sum_{i=1}^N X_i r_i = \sum_{i=1}^N X_i (\alpha_{iI} + \beta_{iI} + \epsilon_{iI}) = \sum_{i=1}^N X_i \alpha_{iI} + \sum_{i=1}^N X_i \beta_{iI} + \sum_{i=1}^N X_i \epsilon_{iI} = \alpha_{pI} + \beta_{pI} + \epsilon_{pI}$$

Данное уравнение показывает, что  $\alpha_{pI}$  и  $\beta_{pI}$  являются средневзвешенными значениями коэффициентов смещения и «беты» ценных бумаг соответственно, где в качестве весов берутся их относительные доли в портфеле. Аналогично, случайная погрешность  $\epsilon_{pI}$  является средневзвешенной величиной случайных погрешностей ценных бумаг, где в качестве весов также используются их относительные доли в портфеле. Таким образом, рыночная модель портфеля является прямым обобщением рыночных моделей отдельных ценных бумаг, приведенных в уравнении выше.

Также из этого уравнения следует, что общий риск портфеля, измеряемый дисперсией его доходности и обозначенный  $\sigma_p^2$ , выражается следующим образом:

$$\sigma_p^2 = \beta_{pI}^2 \sigma_I^2 + \sigma_{\epsilon_p}^2, \text{ где } \beta_{pI}^2 = \sqrt{\sum_{i=1}^N X_i \beta_{iI}}.$$

Предполагая, что случайные отклонения доходности ценных бумаг некоррелированы, из этого уравнения получим:

$$\sigma_{\epsilon_p}^2 = \sqrt{\sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_{\epsilon_i}^2}$$

Данное уравнение показывает, что общий риск портфеля состоит из двух компонентов, аналогичным двум компонентам общего риска отдельных ценных бумаг. Эти компоненты также носят название рыночного риска  $\beta_{pI}^2 \sigma_I^2$  и собственного риска  $\sigma_{\epsilon_p}^2$  портфеля.

## **Рыночный риск портфеля**

В общем случае можно заметить, что чем более диверсифицирован портфель (т. е. Чем большее количество ценных бумаг в него входит), тем меньше каждая доля  $X_i$ . При этом значение  $\beta_{pI}$  не меняется существенным образом, за исключением случаев преднамеренного включения в портфель ценных бумаг с относительно низким или высоким значением «беты». Так как «бета» портфеля является средним значением «беты» ценных бумаг, входящих в портфель, то нет оснований предполагать, что увеличение диверсификации портфеля вызовет изменение «беты» портфеля и, таким образом, рыночного риска портфеля в какую либо сторону. Таким образом, можно утверждать, что *диверсификация приводит к усреднению рыночного риска.*

Этот вывод имеет важное значение, так как в случае плохого или хорошего экономического прогноза большинство ценных бумаг упадут или соответственно возрастут в цене. Несмотря на уровень диверсификации портфеля, всегда можно ожидать, что такие рыночные явления будут влиять на доходность портфеля.

## **Собственный риск портфеля**

Совершенно другая ситуация возникает при рассмотрении собственного риска портфеля. В портфеле некоторые ценные бумаги могут возрасти в цене в результате распространения неожиданных хороших новостей, касающихся компании, эмитировавших данные ценные бумаги (например, о приобретении патента). Другие ценные бумаги упадут в цене в результате распространения неожиданно плохих новостей, относящихся к данным компаниям, например, об авариях. В будущем можно ожидать, что количество компаний, о которых станут известны какие-либо хорошие новости, приблизительно будет равняться количеству компаний, о которых станут известны какие-либо плохие новости, что приведет к небольшому ожидаемому чистому воздействию на доходность хорошо диверсифицированного портфеля. Это означает, что чем больше

диверсифицируется портфель, тем меньше становится собственный риск и, следовательно, общий риск.

Данная величина может быть точно вычислена, если ввести предположение о некоррелированности случайных отклонений доходности. Если предположить, что во все ценные бумаги инвестировано одинаковое количество средств, то доля  $x_i$  составит  $\frac{1}{N}$ , а уровень собственного риска будет равен:

$$\sigma_{\epsilon p}^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{N}\right)^2 \sigma_{\epsilon i}^2 = \frac{1}{N} \cdot \left(\frac{\sigma_{\epsilon 1}^2 + \sigma_{\epsilon 2}^2 + \dots + \sigma_{\epsilon N}^2}{N}\right)$$

Значение внутри скобок является средним собственным риском ценных бумаг, образующих портфель. Но собственный риск портфеля в  $N$  раз меньше данного значения, так как член  $\frac{1}{N}$  находится вне скобок. Далее, если портфель становится более диверсифицированным, то количество бумаг в нем, равное  $N$ , становится больше, это также означает, что величина  $\frac{1}{N}$  уменьшается, что приводит к уменьшению собственного риска портфеля. Можно сделать следующее заключение: *диверсификация приводит к снижению собственного риска и усреднению рыночного риска*. Проще говоря, портфель, состоящий из 30 или более случайно выбранных ценных бумаг будет иметь относительно низкую величину собственного риска. Это означает, что общий риск будет не намного больше величины имеющегося рыночного риска. Таким образом, указанные портфели являются хорошо диверсифицированными.

## **2.3. Активное/пассивное управление и оценка эффективности управления инвестициями**

### **Активное/пассивное управление инвестиционным портфелем**

Активное управление портфелем основано на выборе перспективных, недооцененных рынком бумаг. Оно предполагает постоянный анализ состояния рынка, его секторов (по отраслям, странам и т. д.) и конкретных эмитентов. Пассивное управление, наоборот, строится на предположении об эффективности рынка. При таком подходе оптимальной стратегией будет следование рыночным индексам (взвешенным по капитализации, таким, как S&P500 или РТС). При пассивном управлении не требуются углубленные исследования рынка, кроме того, как правило, количество сделок, совершаемых менеджером пассивного управляемого портфеля бывает меньше, чем при активном управлении, что дает экономию на транзакционных издержках.

Вопрос о соотношении активного и пассивного методов управления инвестиционным портфелем выбора между двумя подходами является сложным и дискуссионным. Для первичного ориентирования целесообразно иметь в виду следующие моменты [11]:

1. Портфели ценных бумаг всех инвесторов, взятые в совокупности, образуют рыночный портфель, поэтому средняя доходность портфелей будет равна доходности рынка — если кто-то выигрывает, то кто-то обязательно проигрывает. Иное, более выигрышное впечатление создается искусственно, в рекламных целях: успехи отдельных фондов и менеджеров озвучиваются, неудачи — замалчиваются. Более того, независимые статистические исследования подтверждают, что результаты активных менеджеров, взятые с учетом операционных издержек, в среднем несколько (примерно на 0,5% годовой доходности) уступают результатам пассивно управляемых портфелей. Сказанное является доводами в пользу пассивного управления.

2. Специальные математические методы анализа (тесты на нормальность и др.) показывают, что рынки ценных бумаг обладают свойством эффективности, во всяком случае — на инвестиционных горизонтах от года и более. Это также свидетельствует в пользу целесообразности пассивного управления. Стоит заметить, что рекомендации следовать пассивному управлению содержит внутренне противоречие: если ее применить ко всем участникам рынка, и все инвесторы будут использовать пассивное управление, то рынок перестанет существовать.
3. Универсальное свойство рыночного портфеля получено в предположении, что инвестиционный горизонт всех инвесторов одинаков. В действительности это не так, что является потенциальным контрдоводом в пользу активного управления.
4. Проводя анализ отдельных на предмет их включения в портфель, активные менеджеры, оставаясь в рамках финансовой сферы, фактически стимулируют развитие реальной экономики. Они неявно побуждают эмитентов (т. е. бизнес) к стремлению сделать свои ценные бумаги более привлекательными, что возможно, в конечном счете, только через повышение эффективности реального бизнеса.

### **Оценка эффективности управления инвестициями**

Наиболее распространенным методом оценки эффективности инвестирования является сравнение достигнутой доходности с доходностью так называемого эталонного портфеля. Эталонный портфель (benchmark portfolio) — это условный (т. е. реально не существующий) портфель, отражающий особенности инвестиционного стиля менеджера, управляющего портфелем, зафиксированные в контракте: состав активов по классам бумаг и отраслям экономики, уровень риска, размер компаний, P/E (price/earnings ratio) и т. п. На практике в качестве эталонного портфеля обычно выбирается универсальный

либо специализированный фондовый индекс. На развитых фондовых рынках участникам предлагается достаточно широкий выбор индексов, среди которых инвестор и менеджер могут выбирать наиболее подходящий для принятой ими инвестиционной стратегии. Составлением и ежедневным подсчетом индексов занимаются крупные финансовые институты и рейтинговые агентства.

Совокупность стандартных эталонных портфелей (индексов) в основном покрывает возможные запросы инвесторов и может служить системой координат, в которой формулируются задачи инвестиционного проекта и оценивается его эффективность. Кроме того, при обоюдном согласии инвестор и менеджер могут сконструировать новый, «клиентский» кастомизированный индекс (customized index) — например, как линейную комбинацию стандартных — и пользоваться им.

В распоряжении российского инвестора в настоящее время имеется достаточно большое число различных индексов, наиболее употребительными среди которых являются:

- индекс фондового рынка ММВБ
- индекс РТС RTSI (отличается от индекса ММВБ тем, что рассчитывается в долларах США)
- отраслевые индексы ММВБ: MICEX O&G (нефтегазовая отрасль), MICEX PWR (энергетический сектор), MICEX TLC (телекоммуникационный сектор), MICEX M&M (металлургическая и горнодобывающая отрасли), MICEX MNF (машиностроение), MICEX FNL (финансы), MICEX CGS (компании потребительского сектора), MICEX CHM (химическая отрасль)
- капитализированные индексы ММВБ: MICEX LC (компании высокой капитализации), MICEX MC (стандартной капитализации), MICEX SC (базовой капитализации).

Среди международных индексов стоит выделить следующие [12]:

- индекс Доу-Джонса (промышленный средневзвешенный индекс 30 крупнейших корпораций-«голубых фишек», рассчитываемый с 1896 года).
- индекс S&P500 — сложный индекс компании Standard & Poor's, составляемый по 500 компаниям и является индексом, взвешенным по рыночной стоимости акций компаний, входящих в этот индекс.
- британский FTSE100, формируемый газетой «Financial Times» и основанный на акциях 100 ведущих компаний Великобритании.
- немецкий DAX, являющийся средневзвешенным индексом 30 крупнейших компаний Германии
- японский Nikkei, вычисляемый как простое среднее арифметическое цен акций 225 наиболее активно торгуемых компаний первой секции Токийской фондовой биржи.

При количественной оценке эффективности инвестирования недостаточно ограничиваться сравнением доходности портфеля  $r_p$  с доходностью рынка  $r_M$ . Обязателен также учет риска портфеля. Для этого были предложены различные показатели эффективности, явно учитывающие риск, наиболее важным и употребительным среди которых является коэффициент Шарпа, рассмотренный ранее.

## Выводы

## **ГЛАВА 3. СИСТЕМА ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНВЕСТИЦИЙ**

На основе теоретического материала, описанного в предыдущих двух разделах, была реализована система оптимального распределения инвестиций.

### **3.1. Особенности системы, используемые алгоритмы и методы.**

#### **Особенности рассматриваемого инвестиционного портфеля**

Как правило, в реальности основной задачей финансового аналитика, занимающегося инвестициями, является решение задачи о том, сколько средств и в какой пропорции необходимо вложить в различные активы, как финансовые (акции, облигации, деривативы), так и реальные (товары, недвижимость).

Инвестиционный портфель, рассматриваемый в данной работе, собран исключительно из акций, торгуемых на Нью-Йоркской фондовой бирже (New York Stock Exchange, NYSE), являющейся крупнейшей и самой популярной биржей в мире, благодаря чему существует множество веб-площадок, предоставляющих данные (как актуальные данные в реальном времени, так и исторические) котировок различных ценных бумаг с этой биржи — Yahoo Finance, Google Finance, Bloomberg и пр. Как следствие, во множестве программных библиотек для различных языков программирования, на основе предоставленного API (Application Programming Interface) этих площадок, реализована работа с данными котировок ценных бумаг.

На момент написания данной работы, на Нью Йоркской фондовой бирже торговалось более 2000 различных ценных бумаг [6].

#### **Основные используемые программные средства**

В качестве языка программирования, на котором реализована система распределения инвестиций, был выбран язык Python [5]. Основными факторами, повлиявшими на выбор этого языка были:



1. Высокая скорость разработки, обусловленная простым синтаксисом, и удобной моделью данных
2. Наличие большого количества библиотек, облегчающих работу с данными, в том числе с данными большого объема (библиотеки NumPy, SciPy и Pandas)
3. Наличие удобных средств визуализации для отображения графиков различной сложности (библиотека matplotlib)
4. Интерпретируемость и кросс-платформенность — возможность запускать приложения, написанные на языке Python в различных программных окружениях (MacOS, Linux, Windows).
5. Возможность использования приложения на Python в качестве back-end в веб-приложении

Сформируем первоначальный инвестиционный портфель на основе акций софтверной компании Apple (индекс *AAPL* на Нью-Йоркской фондовой бирже), горнодобывающей Newmont Mining (*NEM*), авиастроительной Boeing (*BA*), нефтедобывающей Exxon Mobil (*XOM*), а также золота (*GLD*).

```
symbols = ['AAPL', 'NEM', 'BA', 'XOM', 'GLD']  
num_of_assets = len(symbols)
```

Листинг ? - инвестиционный портфель, представленный в качестве массива индексов ценных бумаг

Данные о котировках указанных ценных бумаг для необходимого промежутка времени могут быть легко получены с помощью с помощью методов библиотеки Pandas :

```
data = pd.DataFrame()
for sym in symbols:
    data[sym] = web.DataReader(sym, data_source='yahoo', start='1/1/2010', end='1/1/2016')['Adj Close']
data.columns = symbols
```

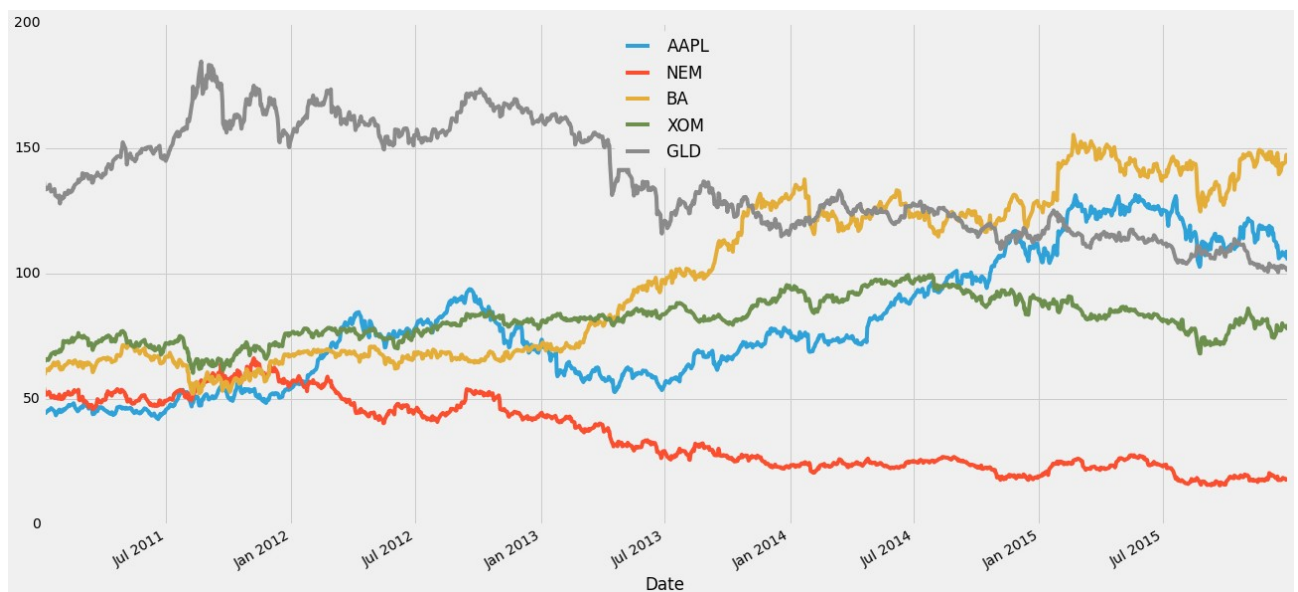
Листинг ? - получение котировок ценных бумаг из массива `symbols`

В качестве источника данных здесь выступает веб-ресурс Yahoo Finance, промежуток времени . Из полученных данных выделяется цена ценной бумаги на момент закрытия торгов ('Adj Close'), и добавляется в ассоциативный массив `data`. В результате, данные в массиве `data` имеют следующий вид:

	AAPL	NEM	BA	XOM	GLD
Date					
2015-12-24	108.029999	18.540001	143.529999	79.330002	103.050003
2015-12-28	106.820000	17.910000	144.539993	78.739998	102.269997
2015-12-29	108.739998	18.030001	147.350006	79.160004	102.199997
2015-12-30	107.320000	17.770000	146.410004	78.110001	101.419998
2015-12-31	105.260002	17.990000	144.589996	77.949997	101.459999

Рисунок ? - пример представления данных в массиве `data`. Показаны пять последних записей

Для понимания тенденций и общих закономерностей, характерных для ценных бумаг, входящих в инвестиционный портфель, можно воспользоваться построенным на основании данных закрытия графиком



## Рисунок ? - визуализация котировок акций, входящих в инвестиционный портфель

Взглянув на указанный график, легко заметить, что ценные бумаги *NEM* (Newmont Mining) являются убыточными — их цена на конец инвестиционного периода (01/01/2016) ниже цены в начале инвестиционного периода (01/01/2011), а следовательно, доля этих бумаг в инвестиционном портфеле должна быть минимальной. Золото (*GLD*), исходя из данных этого графика, также является сомнительным активом, так как несмотря на рост в 2011—2013 годах, с середины 2013 года до конца инвестиционного периода отчетливо видно падение цен на золото. В результате, также можно предположить, что доля этого актива в инвестиционном портфеле будет минимальна. Эти предположения будут проверены далее.

Теоретической основой данной системы распределения инвестиций выступает модель Марковитца, двумя основными математическими понятиями которой являются ожидаемые доходности (expected returns) индивидуальных ценных бумаг, и ковариационная матрица (variance-covariance matrix).

### Вычисление доходности отдельных ценных бумаг

Доходности за данный инвестиционный период могут быть получены следующим образом с помощью вычисления логарифмически нормализованных отношений уровней закрытия текущего дня к предыдущему для всех ценных бумаг в портфеле:

```
returns = np.log(data / data.shift(1))
```

Листинг ? - вычисление доходностей за инвестиционный период

Вычисленные доходности помещаются в объект `returns` (тип `Pandas.DataFrame`), данные в котором имеют следующий вид:

```
print returns.tail()
```

	AAPL	NEM	BA	XOM	GLD
Date					
2015-12-24	-0.005355	0.021811	-0.003686	-0.010782	0.007207
2015-12-28	-0.011264	-0.034571	0.007012	-0.007465	-0.007598
2015-12-29	0.017815	0.006678	0.019255	0.005320	-0.000685
2015-12-30	-0.013145	-0.014525	-0.006400	-0.013353	-0.007661
2015-12-31	-0.019382	0.012304	-0.012509	-0.002051	0.000394

Рисунок ? - данные доходностей ценных бумаг в портфеле

Значения в массиве `returns` следует интерпретировать следующим образом: доходность акций AAPL 31 декабря 2015 года, согласно представленным данным, равна  $-0.019382$ . Это означает, что отношение цены закрытия текущего дня к цене закрытия предыдущего дня равняется, согласно данным из рисунка ?

$\frac{105.26002}{107.32} = 0.9808$ , натуральный логарифм этого значения равен

$\ln(0.9808) = -0.019382$ . Знак «минус» говорит о том, что цена данной акции упала относительно предыдущего дня.

Так как модель Марковитца оперирует медианными значениями доходностей...

### Вычисление доходности портфеля

Как было показано в главе 2, доходность инвестиционного портфеля вычисляется следующим образом:

$r_p = \sum_{i=1}^N X_i r_i$ , где  $i$  - ценная бумага, входящая в портфель;  $N$  - количество

бумаг в портфеле;  $X_i$  - доля ценной бумаги в портфеле;  $r_i$  - доходность отдельной ценной бумаги.

С помощью методов библиотек Numpy и Pandas, доходность портфеля может быть вычислена следующим образом:

```
np.sum(returns.mean() * weights) * num_of_days # expected portfolio return
```

Листинг ? - вычисление доходности портфеля

Weights в примере выше является весами соответствующих ценных бумаг в инвестиционном портфеле. К примеру, доходность портфеля, в котором все ценные бумаги имеют в портфеле одинаковый вес, может быть вычислена следующим образом:

```
weights = np.array([0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2])
np.sum(returns.mean() * weights) * num_of_days
```

Листинг ? - вычисление доходности портфеля, с равномерно распределенным весом всех ценных бумаг

### Вычисление стандартного отклонения портфеля

Вторым после доходностей математическим понятием в модели Марковитца является стандартное отклонение, вычисляемое по формуле

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij}}, \text{ где } \sigma_{ij} - \text{ковариация двух ценных бумаг } i \text{ и } j.$$

Это уравнение может быть представлено в матричной форме[7]:

$\sigma_p^2 = x^T \Sigma x$ , к примеру, для случая с тремя бумагами в портфеле это выглядит следующим образом:

$$\sigma_p^2 = x^T \Sigma x = (x_1, x_2, x_3) \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Вычисление вручную ковариационной матрицы, фигурирующей в уравнении выше является достаточно трудоемкой задачей, однако, в библиотеке Pandas реализован метод `Pandas.cov()`, легко позволяющий произвести данные вычисления:

```
returns.cov() * num_of_days
```

Листинг ? - вычисление ковариационной матрицы

	AAPL	NEM	BA	XOM	GLD
AAPL	0.355242	0.081131	0.107826	0.081757	0.013426
NEM	0.081131	0.675002	0.049275	0.102505	0.206163
BA	0.107826	0.049275	0.256493	0.112444	-0.004408
XOM	0.081757	0.102505	0.112444	0.180841	0.015610
GLD	0.013426	0.206163	-0.004408	0.015610	0.154530

Рисунок ? - результат вычисления ковариационной матрицы для ценных бумаг, входящих в портфель

В результате, стандартное отклонение портфеля может быть вычислено с помощью методов для работы с матрицами библиотеки NumPy (транспонирование матрицы производится с помощью метода `NumPy.T()`, умножение матриц — с помощью метода `NumPy.dot()`).

```
np.sqrt(np.dot(weights.T, np.dot(returns.cov() * num_of_days, weights)))
```

Листинг ? - вычисление стандартного отклонения портфеля с помощью методов библиотеки NumPy.

### Генерация портфелей и построение достижимого множества

После того, как реализованы средства вычисления доходности и стандартного отклонения портфеля, можно приступить к генерации достижимого множества портфелей, составленных из указанных пяти ценных бумаг.

```
num_of_portfolios = 5000 # the number of portfolios to generate
portfolio_returns = []
portfolio_volatilities = []

for p in range(num_of_portfolios):
    # Generating weights
    weights = np.random.random(num_of_assets)
    weights /= np.sum(weights)
    # Expected returns
    portfolio_returns.append(np.sum(returns.mean() * weights) * num_of_days)
    # Volatilities
    portfolio_volatilities.append(np.sqrt(np.dot(weights.T, np.dot(returns.cov() * num_of_days, weights))))

portfolio_returns = np.array(portfolio_returns)
portfolio_volatilities = np.array(portfolio_volatilities)
```

Листинг ? - генерация портфелей с различными весами используемых бумаг

Переменная `num_of_portfolios` в листинге выше определяет общее количество портфелей, которое будет сгенерировано. Веса ценных бумаг в портфеле генерируются случайным образом с помощью метода `NumPy.random()`. Сгенерированные таким образом доходности и

стандартные отклонения помещаются в соответствующие массивы `portfolio_returns` и `portfolio_volatilities`.

Полученное множество портфелей (достижимое множество) выглядит следующим образом:

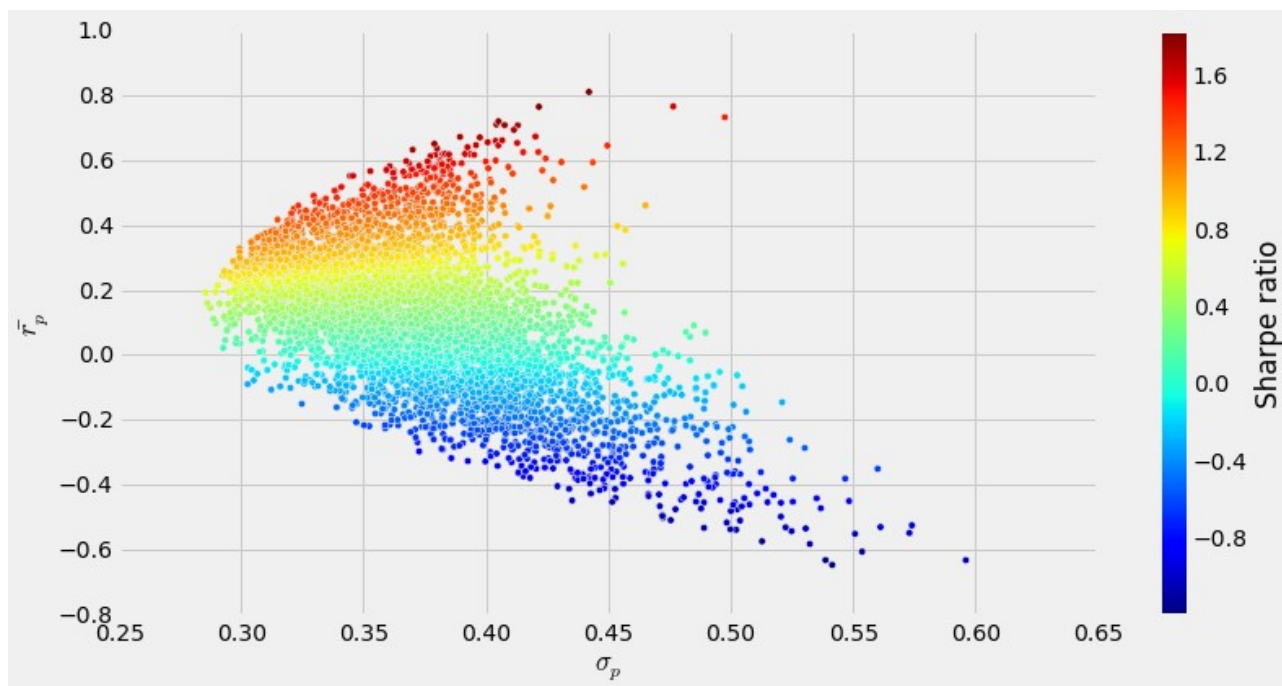


Рисунок ? - достижимое множество (feasible set) инвестиционных портфелей. Портфели, входящие в это множество, имеют различный цвет, в зависимости от коэффициента Шарпа (Sharpe ratio) каждого портфеля.

### Построение эффективного множества



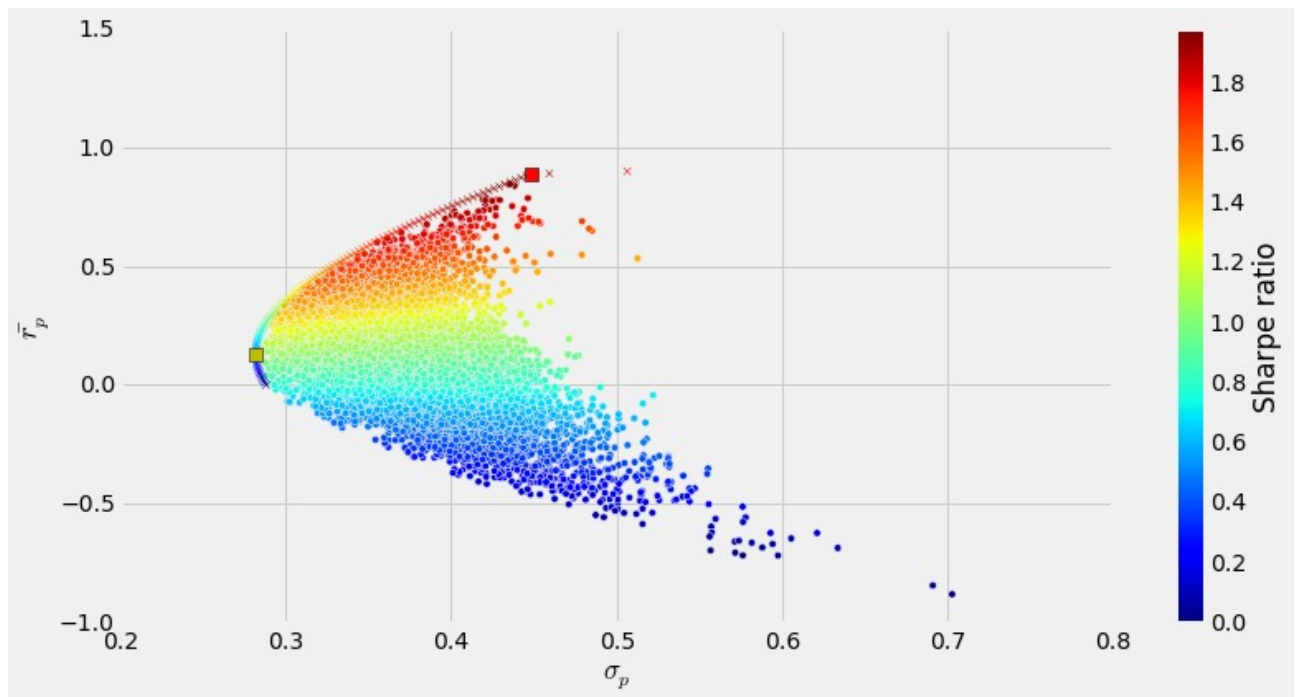


Рисунок ? - эффективное множество инвестиционного портфеля. Желтым квадратом показано расположение портфеля с минимальным отклонением, красным — расположение портфеля с максимальным коэффициентом Шарпа

Очевидно, что для система должна учитывать степень избегания риска каждого конкретного инвестора. Для учёта этого фактора, в система введена переменная *max\_risk*, ограничивающая волатильность портфелей в достижимом множестве. На рисунке ? показано достижимое и эффективное множество портфелей для инвестора со степенью избегания риска, равной 0.35.

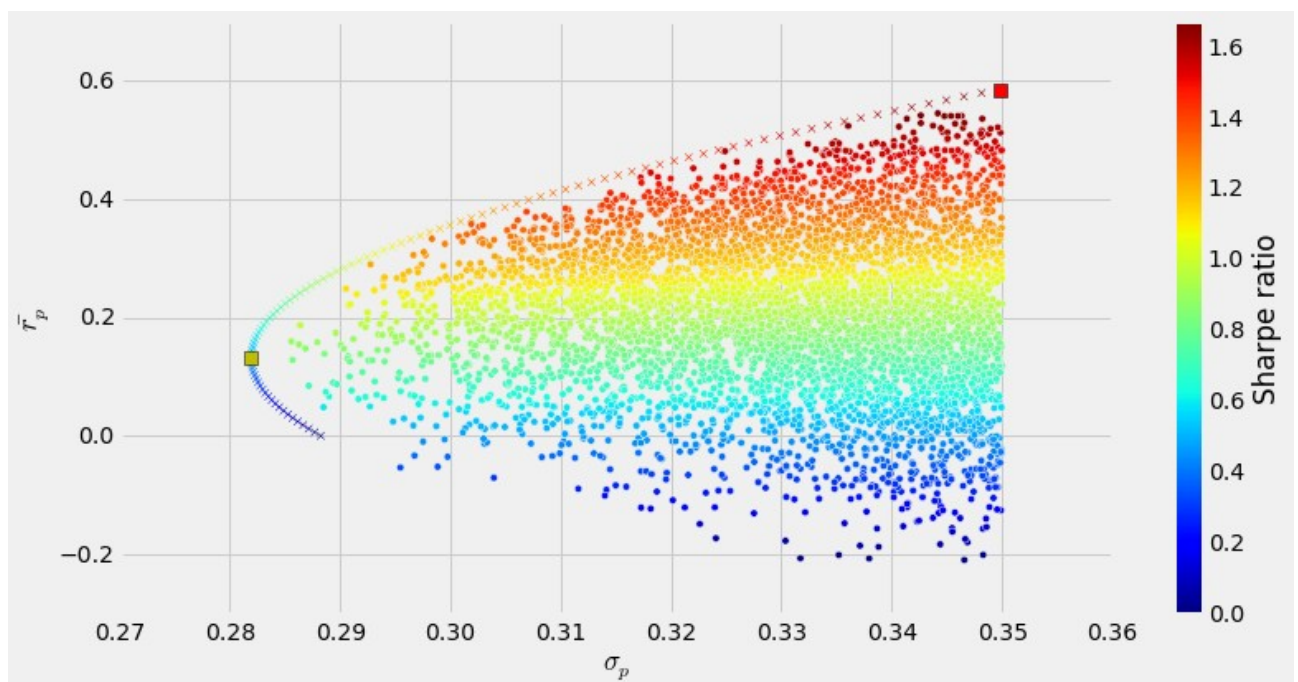




Рисунок ? - эффективное множество портфелей для инвестора со степенью избегания риска, равной 0.35.

Очевидно, что оптимальным портфелем для данного инвестора будет являться портфель с максимальным коэффициентом Шарпа, показанный на рисунке ? красным квадратом. Основные показатели данного портфеля, а также веса входящих в него акций, показаны на рисунке ?

```
optimal_sharpe = get_max_sharpe_portfolio()
show(optimal_sharpe)
```

```
Risk limit: 0.35
Portfolio volatility: 0.35
Portfolio return: 0.585
Sharpe ratio: 1.672
```

```
AAPL: 0.263
BA: 0.469
XOM: 0.035
GLD: 0.233
```

Рисунок ? - характеристики оптимального портфеля (портфеля с максимальным коэффициентом Шарпа) для инвестора со степенью избегания риска, равной 0.35.

## 3.2. Детали реализации системы

### 3.3. Экономическое обоснование и практическая значимость разработанной системы

Очевидно, что для решения основной задачи инвестора (а именно — в какие доступные акции и в какой пропорции необходимо вложить средства для получения максимального дохода при определенном уровне риска), достижимое множество инвестиционного портфеля должно включать все доступные акции, торгующиеся на Нью-Йоркской фондовой бирже. На основании данного

множества система построит эффективное множество, из которого и будет выделен искомый портфель. Однако, данный подход имеет один существенный недостаток — вычислительное время, которое необходимо затратить для нахождения эффективного множества, достаточно велико — расчета портфеля из 500 бумаг (составленных, к примеру, из бумаг компаний, входящих в индекс S&P500), произведенный на обычном персональном компьютере, составит более четырех дней, что, конечно, же достаточно много. Очевидно, что расчет оптимального портфеля, составленного из всех акций Нью-Йоркской фондовой биржи, займёт еще больше времени.

```
In [81]: %%time
get_effective_set(0.0, 1.2, 200)
print num_of_assets

500
CPU times: user 4d 6h 53min 14s, sys: 4min 51s, total: 4d 6h 58min 6s
Wall time: 4d 6h 27min 23s

In [82]: optimal_sharpe = get_max_sharpe_portfolio()
show(optimal_sharpe)

Risk limit: 0.35
Portfolio volatility: 0.153
Portfolio return: 0.519
Sharpe ratio: 3.394

AMZN: 0.18
CVC: 0.014
GAS: 0.123
CI: 0.08
HRL: 0.217
RAI: 0.126
ATVI: 0.172
NFLX: 0.033
NVDA: 0.053
```

Рисунок ? - вычисление эффективного множества портфелей среди акций компаний, входящих в S&P500.

Из рисунка ?? видны характеристики результирующего портфеля — уровень риска был изначально задан в 35%, волатильность портфеля составила 0.153, а доходность 51,9%. В результирующий портфель вошли в разной пропорции акции девяти компаний — Amazon(AMZN), Cablevision Systems (CVC), газодобывающей AGL Resources (GAS), CIGNA Corp (CI), Hormel Foods (HRL), табачной Reynolds American (RAI), Activision Blizzard (ATVI), Netflix (NFLX) и NVIDIA(NVDA).

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yves Hilpisch. Python for Finance. – O'Reilly Media – 2015, p.
2. М.В. Чиченов, А.И. Черноусенко, В.И. Зозуля, Н.А. Хрусталёва. Инвестиции: Учебное пособие. — М.: КНОРУС, 2007.
3. Шарп У., Александер Г., Бэйли Дж. Инвестиции — М.: ИНФРА-М, 2015
4. George M. Jabour, Philip Budwick. The option trader handbook: strategies and trade adjustments. — Wiley, 2004.
5. <https://www.python.org/>
6. [https://en.wikipedia.org/wiki/NYSE\\_Composite](https://en.wikipedia.org/wiki/NYSE_Composite)
7. <http://faculty.washington.edu/ezivot/econ424/portfolioTheoryMatrix.pdf>
8. [https://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_S%26P\\_500\\_companies](https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_S%26P_500_companies)
9. <https://www.plannersfinancialservices.com/918764.pdf>
10. [http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/New\\_Home\\_Page/datafile/histretSP.html](http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/New_Home_Page/datafile/histretSP.html)
11. Берзон Н.И. Рынок ценных бумаг: учебник для академического бакалавриата. — М.: Издательство Юрайт, 2016.
12. Боди, Цви. Инвестиции: Учебник. — М.: ЗАО «Олимп-Бизнес», 2013.