

Aufgabenblatt 2

(zum 7. November 2012)

Gruppe 08

Björn Stabel 222128

Tim Strehlow 316594

Friedrich Maiwald 350570

2.1 Echo

Bei einer Verbesserung des Echo-Algorithmus, die in der Vorlesung vorgestellt wurde, wird mit jeder Explorer Nachricht zusammen eine Menge von Tabuknoten IDs verschickt. Wie viele Nachrichten werden bei folgenden Topologien gespart:

a) Ring mit n Knoten

Bei $n = 3$ werden genau 2 Nachrichten gespart, da der Initiator offensichtlich in der Tabuliste alle Knoten-IDs mitschickt und sich so die beiden informierten Knoten nicht gegenseitig informieren müssen. Ab einer Knotenanzahl von $n = 4$ werden gegenüber dem normalen Echo-Algorithmus keine Nachrichten gespart, da hier beim Aufeinandertreffen der Explorer beide Ring-Seiten nichts voneinander wissen.

Zudem kann es zu einem Sonderfall beim verbesserten Echo-Algorithmus kommen: Wenn die Explorer von der einen Ringseite sehr schnell sind, könnten sie auf der anderen Ringhälfte ankommen, bevor der Explorer vom Initiator hier den ersten Knoten erreicht. Da in der Tabuliste dieser Knoten steht, wird er nicht von den schnellen Knoten informiert. Erst dann erhält dieser den Explorer des Initiators (nur mit dem Initiator in der Tabuliste) und schickt einen Explorer an den schon informierten nächsten Knoten. Damit der Algorithmus terminieren kann, muss dieser doppelt informierte Knoten auch eine zweite Quittung ausschicken. Die Nachrichten Anzahl bleibt bei $2e$ (kein Ersparnis gegenüber dem herkömmlichen Echo-Algorithmus), allerdings kommt es hier dazu, dass ein Knoten zwei Quittungen verschickt.

b) Binärer X-Baum der Höhe h (mit $2^{h+1}-1$ Knoten)

Es werden gegenüber dem herkömmlichen Echo-Algorithmus $2^{h+1}-2$ Nachrichten gespart, wenn man von einer einheitlichen Nachrichtenlaufzeit ausgeht. Gespart werden immer die Nachrichten zwischen den Knoten die einen gemeinsamen Elternknoten haben, da diese sich gegenseitig in der Tabuliste haben. Dadurch ergibt sich dass wir pro Knoten genau eine Nachricht sparen, bis auf den Wurzelknoten, da dieser bloß ein Elternknoten ist.

Wenn keine einheitliche Nachrichtenlaufzeit gegeben ist, kann wieder der in 2.1.a geschildert Sonderfall auftreten, dass ein Knoten mehrfach informiert wird und zur erfolgreichen Terminierung auch zwei Quittungen schicken muss. Daher ist bei nicht einheitlicher Nachrichtenlaufzeit ein Ersparnis von höchstens $2^{h+1}-2$ Nachrichten gegeben, die Ersparnis kann auch geringer sein.

2.2 Auswahl

Implementieren Sie den Algorithmus von Chang und Roberts, der in der Vorlesung vorgestellt wurde. Stellen Sie den Worst- und Best-Case oder den Average-Case (gemittelt über mehrere Experimente) bzgl. der Nachrichtenkomplexität nach und vergleichen Sie die Ergebnisse mit den Formeln.

Wir haben den Algorithmus nach Chan und Roberts auf einem unidirektionalem Ring implementiert und sowohl den Best Case als auch den Worst Case getestet. Dabei waren bei uns immer alle Knoten auch Initiatoren.

Beim Best Case sind die Knoten mit aufsteigender ID in Nachrichtenrichtung angeordnet, wodurch alle Initiator-Nachrichten-Wellen bis auf die des höchsten Knoten sofort nach einer Nachricht ausgelöscht werden, wenn alle Knoten gleichzeitig initiieren. Dadurch kommt es bei $k = n$ zu insgesamt $3n-1$ Nachrichten. Noch weniger Nachrichten bräuchte diese Topologie, wenn nur der höchste Knoten initialisiert und einmal den Ring durchläuft und alle von seinem "Sieg" informiert, bevor diese spontan initiieren. Dann wären es nur $2n$ Nachrichten.

Beim Worst Case ist die Sortierung genau andersherum, die Knoten sind in absteigender Reihenfolge angeordnet, aber initiieren danach in aufsteigender Reihenfolge nacheinander. Unsere Implementierung kommt wie erwartet bei $k = n$ auf $n^2 - n(n-1)/2 + n$ Nachrichten. Damit wirklich der Worst Case eintritt, darf es zu keiner Überholung (bei dieser Topologie bedeutet das Auslöschung) kommen.

2.3 Auswahl

Betrachten wir den Algorithmus von Chang und Roberts. Als Voraussetzung wurde angenommen, dass alle Knotenidentitäten verschieden sind. Verwerfen wir diese Annahme und lassen gleiche Knotenidentitäten zu.

a) Arbeitet der Algorithmus dann noch korrekt? Begründen Sie Ihre Antwort!

Nein, weil ein Knoten sich als Gewinner wähnt, sobald er eine Nachricht mit seiner eigenen ID erhält. Wenn es zwei Knoten mit der selben ID gibt, diese aber nicht der höchste Wert im Ring ist, empfängt der zweite Knoten diesen Wert (angenommen dazwischen passiert keine Auslöschung), denkt dass er damit einen vollständigen Ringumlauf gewonnen hat und informiert alle über seinen vermeintlichen Maximal-Wert.

b) In welchen Fällen liefert er dennoch ein korrektes Ergebnis? Nennen Sie mindestens zwei Fälle!

Ein korrektes Ergebnis im Sinne von "der Knoten mit der höchsten ID merkt, dass er gewonnen hat" kommt zu Stande, wenn es mehrere Knoten gibt, diese aber den höchsten Wert des Netzes haben. Wenn einer von diesen initiiert, wird der Maximal-Wert der Gewinner-Wert des Rings (hierbei stellt sich die Frage, was die Abbruch-Bedingung für den vollständigen Ringumlauf der Gewinnbenachrichtigung ist).

Ein andere Fall wäre, wenn zwischen den Knoten mit dem gleichen Wert immer noch Knoten mit höherer ID liegen. Dadurch kommt es zur Auslöschung und der Nachrichten der doppelt vorkommenden Knoten und sie können nicht fälschlicherweise Gewinner werden.