

• لطفا پاسخ تمرین‌های خود را پیش از پایان مهلت تحویل، در سامانه الکترونیکی دروس بارگذاری کنید. تنها قالب مورد قبول، قالب پی‌دی‌اف خواهد بود.

• نام فایل ارسالی شما باید به شکل **Galois-ga-hb** باشد که در آن a شماره گروه شما و b شماره تکلیف است. برای مثال، نام فایل تکلیف سری اول گروه ۳ باید Galois-g3-h1 باشد.

تمرین ۱. نشان دهید $\mathbb{Q}(i, \sqrt[4]{3}\sqrt{2})$ میدان شکافنده چندجمله‌ای $x^4 + 3$ روی \mathbb{Q} است و درجه آن را روی \mathbb{Q} مشخص کنید.

تمرین ۲. فرض کنید K یک میدان با مشخصه ناصفر p باشد.

(الف) نشان دهید نگاشت

$$\phi : K \longrightarrow K$$

$$\phi(a) = a^p$$

یک نشانندن است. (این نگاشت را نشانندن فربنیوس نامند.)

(ب) نشان دهید اگر K یک میدان متناهی باشد، آنگاه ϕ یک اتومرفیسم است.

(پ) نشان دهید اگر $K = \mathbb{Z}_p$ ، آنگاه ϕ تابع همانی است.

(ت) مثالی از یک میدان نامتناهی K با مشخصه ناصفر p بزنید که ϕ روی آن پوشا نباشد.

تمرین ۳. اعضای گروه گالوای $Gal(\mathbb{Q}(i + \sqrt{2}) : \mathbb{Q})$ را مشخص کنید.

تمرین ۴. اعضای گروه گالوای $Gal(\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}, i\sqrt{3}) : \mathbb{Q})$ را مشخص کنید.