

# به نام خدا



# دانشگاه تهران دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر درس شبکههای عصبی و یادگیری عمیق

تمرین سری سوم

محسن فياض	نام و نام خانوادگی
810100524	شماره دانشجویی
23 ارديبهشت 1400	تاریخ ارسال گزارش

### فهرست گزارش سوالات

### سوال Pattern Association using Hebbian Learning Rule – 1

- 1) الگوريتم Hebbian Learning Rule را توضيح دهيد.
- Hebbian خمک طراحی کنید که با گرفتن ورودی 9\*7 خروجی 5\*8 را تولید کند. وزن های شبکه را به کمک Learning Rule
- 3) آیا شبکه شما توانسته خروجی مطلوب هر ورودی را تولید کند؟ خروجی هر ورودی را رسم کنید.
- 4) كوچكترين ابعادى كه شبكه مى تواند ورودى 7\*9 را به خروجى مطلوب برساند چيست؟4
- 5) ورودی7\*9 را با اضافه کردن 20 و 60 درصد noise (تبدیل کردن اعداد 1 و 1- به صورت تصادفی) به شبکه برای هر دو ابعاد خروجی بخش 2 و 4 اعمال کنید. خروجی شبکه چیست ? در چند درصد مواقع خروجی درست تشخیص داده شد?
- 6) ورودی7\*9 را با از بین بردن 20 و 60 درصد اطلاعات (تبدیل کردن اعداد 1 و 1-به صورت تصادفی به صفر) به شبکه برای هر دو ابعاد خروجی بخش 2و4 اعمال کنید. خروجی شبکه چیست 3 در چند درصد مواقع خروجی درست تشخیص داده شد3
- 7) مقاومت شبکه در برابر نویز بیشتر است یا از دست دادن اطلاعات؟ تاثیر ابعاد خروجی بر مقاومت شبکه چیست؟ 7

### هسوال Auto-associative Net – 2

1) وزنهای شبکه را با استفاده از دو قاعده Learning Rule Rule وزنهای شبکه را با استفاده از دو قاعده 9

- 2) كارايي الگوريتم Hebbian Learning Rule با اعمال تصاوير پوشهى Images\_Q2 به عنوان ورودى شبكه بررسى كنيد.
- 3) الف) كارايي الگوريتم Hebbian Learning Rule را بر روى تصاوير پوشه ى Images\_Q2 با اعمال نويز 20%و نيز 80% به عنوان ورودى شبكه بررسي كنيد.
- ب)آیا همه ی اعداد به یک میزان نسبت به نویز حساس هستند یا خیر؟ دلیل انتخاب بلی یا خیر خود را توضیح دهید. در صورتی که جواب شما بلی است، حساس ترین عدد نسبت به نویز کدام است؟ (برای اعمال نویز کافی است به جای 1،1-و به جای 1-،1 قرار دهید)
- 4) قسمت الف ِ گام قبل را برای حالتی که داده ها از بین رفته باشند ( به جای مقادیر 1و1- صفر قرار گیرد) تکرار کنید.
- 5) (امتیازی) در این گام میخواهیم تعداد تصاویر را افزایش دهیم. بدین منظور به سراغ پوشه Extra بروید. اگر بررسی کنید مشاهده می فرمایید که الگوریتمهای ذکر شده در گام قبل کارایی مطلوبی را از خود نشان نمیدهند. در این گام از شما میخواهیم روش شبه معکوس را پیاده کرده و قدرت به خاطر سپاری شبکه برای تصاویر موجود در پوشه Extra را با تکرار گام 3 مورد بررسی قرار دهید. روش را به مختصر شرح دهید. (توجه نمایید به توضیح الگوریتم بدون پیاده سازی یا پیاده سازی بدون توضیح مختصر الگوریتم نمره ای تعلق نمیگیرد.)

#### سوال Discrete Hopfield Network – 3

1) در مورد Discrete Hopfield Net مختصر توضيح دهيد.

18

18

1

2) ابتدا سایز عکس ها را به 64\*64 در بیاورید و سپس تصویر حاصل را به فرم Bipolar در بیاورید.(یعنی یک threshold بگذارید و پیکسل هایی با مقدار بیشتر از threshold مقدار 1 پیکسل هایی با مقدار کمتر از threshold مقدار 1 نسبت دهید.) عکس حاصل را در گزارش قرار دهید. (نکته:مقادیر threshold مختلف تست کنید. این threshold مقدار عددی است بین 0 تا 255)

3) ماتریس وزن ها را بر اساس تصویر قسمت قبلی بسازید.

5) نمودار Hamming Distance per iteration هر تصویر تست را رسم کنید.

### سوال Bidirectional Associative Memory – 4

ماتریس وزن را بدست آورید و در گزارش مکتوب کنید

کارایی شبکه در بازیابی اطلاعات از هر دو جهت را بررسی کنید و نتایج را به طور کامل گزارش نمایید.

در این گام به صورت تصادفی ابتدا 10% بیتها و سپس 20% بیتها برای هر یک از ورودیها در هر دو جهت را نویزی کرده و درصد خروجی درست شبکه را گزارش کنید. (دقت کنید که در این گام میبایست تشابه را بر اساس تعداد بیتهای برابر خروجی شبکه و خروجی مطلوب بر حسب درصد گزارش کنید. برای آنکه نتایج شما قابل تعمیم باشد، می بایست در یک حلقه ی صدتایی این میزان را بررسی کنید و نهایتا 6 عدد را به ازای 10% نویز تصادفی برای رفت و برگشت و نیز 6 عدد به ازای 20% نویز تصادفی برای رفت و برگشت بر حسب درصد در یک جدول ارائه کنید. همچنین برای اعمال نویز کافی است به جای 1،1- و به جای 1-،1 قرار دهید.)

حال یک شخصیت دیگر را در کنار سه شخصیت قبلی در آموزش شرکت دهید و بررسی کنید چه تعداد از خروجیها توسط ورودیها و چه تعداد از ورودیها توسط خروجیها قابل بازیابی است؟ آیا کارایی شبکه کاهش یافته است یا خیر ؟ دلیل خود را شرح دهید.

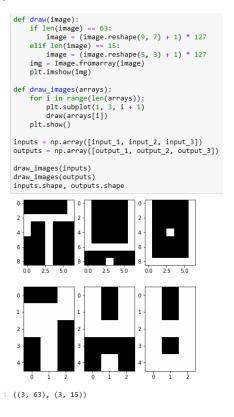
### سوال Pattern Association using Hebbian Learning Rule – 1

### 1) الگوريتم Hebbian Learning Rule را توضيح دهيد.

قانون هب ساده ترین و رایج ترین روش برای تعیین وزن شبکه عصبی حافظه انجمنی است. این روش یک شبکه عصبی تک لایه است از ورودی به خروجی و از ساده ترین روشهای یادگیری است. در این الگوریتم ابتدا وزنها برابر 0 قرار داده می شوند و سپس به ازای هر داده ورودی و خروجی s و s و s و ورودی این الگوریتم ابتدا وزنها برابر s و این توضیح می شود و سپس هر وزن s بعلاوه ضرب خروجی s و s و s و s این توضیح صرفا برای راحتی توصیف است. در عمل و محاسبات می توان به راحتی ورودی و خروجی ها را ماتریس گرفت و ماتریس وزنها ها را به صورت جمع ضرب خارجی ورودی در خروجی به ازای داده ها دانست که در صفحه s و کتاب توضیح داده شده است s است. s ورودی در خروجی به ازای داده ها دانست که در صفحه s و کتاب توضیح داده شده است s ورودی در خروجی و کروجی به ازای داده ها دانست که در صفحه s ورودی در خروجی و کتاب توضیح داده شده است s و در و کرو و

## 2) شبکه ای طراحی کنید که با گرفتن ورودی 7\*9 خروجی 5\*5 را تولید کند. وزن های شبکه را به کمک Hebbian Learning Rule آپدیت کنید و مقدار آن را به صورت یک ماتریس نشان دهید

ابتدا ورودی ها و خروجی ها را به صورت مناسب بارگذاری می کنیم و آنها را نمایش می دهیم.



شکل 1 - بارگذاری و نمایش دیتاست

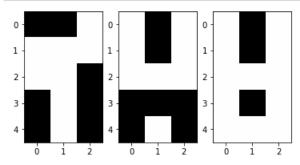
سپس برای آموزش hebb کلاسی به شکل زیر پیاده سازی شد و نتیجه آموزش وزنها نمایش داده شد.

```
In [78]: class HebbTreiner:
    def __init__(self, input_size: int, output_size: int):
        self.weights = np.zeros((input_size, output_size))
                                                                                       def train(self, inputs, outputs):
                                                                                                              in a cincipal contents co
                                                                                      def predict(self, i):
    i = i.reshape(1, -1)
    pred = (i @ self.weights).reshape(-1)
    pred[pred >= 0] = 1
    pred[pred < 0] = -1
    return pred</pre>
        In [79]: hebb = HebbTrainer(inputs.shape[1], outputs.shape[1])
hebb.train(inputs, outputs)
                                                                def draw_matrix(mat):
    plt.matshow(mat, cmap=plt.cm.hot)
                                                                                       for (x, y), value in np.ndenumerate(mat.T):
    plt.text(x, y, f"{value:.0f}", va="center", ha="center", color="green")
                                                                                       plt.show()
                                                                 draw_matrix(hebb.weights)
                                                                                                            2 4 6 8 10 12 14
                                                                                                        111111 1 2 1 3 3 1
                                                                                                33 333
```

شكل 2 - آموزش هب

### 3) آیا شبکه شما توانسته خروجی مطلوب هر ورودی را تولید کند؟ خروجی هر ورودی را رسم کنید.

برای تست مدلی که آموزش دیده ورودیها را میدهیم تا با استفاده از تابع predict که تعریفش قبل تر آمد و صرفا یک ضرب ماتریسی است و فعالسازی خروجی به دست آید و آن را نمایش دادیم.



Accuracy: 1.0

شكل 3 - خروجي مدل هب

همانطور که دیده می شود، خروجیها دقیقا همانند چیزی هستند که در بخشهای قبل نمایش داده شد و همچنین دقت 100 درصد است، بنابراین مدل توانسته خروجی مطلوب را تولید کند.

# 4) کوچکترین ابعادی که شبکه می تواند ورودی 7\*9 را به خروجی مطلوب برساند چیست؟

از آنجا که سه ورودی برای به حافظه سپردن داریم، بنابراین 3 مقدار برای آن کافیست که در سیستم بایپولار که استفاده می کنیم می توان با 2 خانه حافظه به مقادیر 1,1 و 1,-1 و 1,-1 خروجی ها را داشت. نتیجه اجرا با این ابعاد خروجی در زیر دیده می شود.

```
small_hebb = HebbTrainer(inputs.shape[1], outputs_small.shape[1])
small_hebb.train(inputs, outputs_small)

preds = [small_hebb.predict(i) for i in inputs]
draw_images(preds)
print("Accuracy:", compute_accuracy(outputs_small, preds))
```

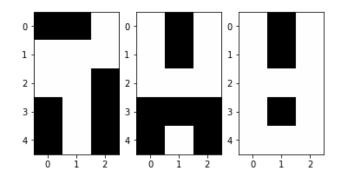
Accuracy: 1.0

شکل 4 - خروجی مدل هب برای ابعاد خروجی کوچک

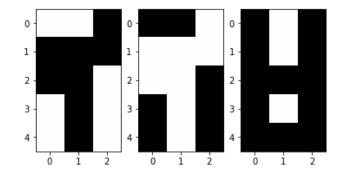
همانطور که دیده می شود مدل توانسته دقت 100 درصد را کسب کند و خروجی های دو بعدی را به درستی خروجی دهد.

# 5) ورودی7\*9 را با اضافه کردن 20 و 60 درصد noise (تبدیل کردن اعداد 1 و 1- به صورت تصادفی) به شبکه برای هر دو ابعاد خروجی بخش 2 و 4 اعمال کنید. خروجی شبکه چیست ؟ در چند درصد مواقع خروجی درست تشخیص داده شد؟

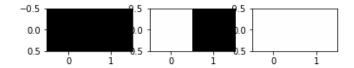
برای ایجاد نویز تابع زیر پیاده سازی شد و سپس با استفاده از آن ورودی های نویزدار ساخته و به مدل داده شد. خروجی ها نیز چاپ و دقت کلی محاسبه شد. (دقت روی تک تک پیکسل ها هست).



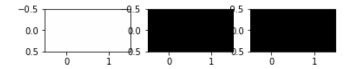
Noise 20.0% - Average Accuracy (over 1000 runs): 92.21%



Noise 60.0% - Average Accuracy (over 1000 runs): 0.92%



Noise 20.0% - Average Accuracy (over 1000 runs): 92.29%



Noise 60.0% - Average Accuracy (over 1000 runs): 4.19%

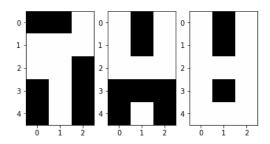
شكل 5 - نتيجه نويز

همانطور که دیده می شود، با نویز 20 درصد، همچنان مدل توانسته robust عمل کند و خروجی های درست را در اکثر مواقع دقیقا بدهد و دقت میانگین 92.21% را کسب کند. اما با افزایش نویز به 60 درصد، دیگر مدل اکثرا هیچکدام از 3 مورد را نتوانسته درست تشخیص دهد و خروجی های اشتباهی داده است و میانگین دقت زیر یک درصد شده است. البته باید دقت داشت که 60 درصد نویز واقعا می تواند ورودی را به کلی تغییر دهد و شاید نباید چندان انتظار هم داشت که خروجی مناسب با این مقدار نویز داده شود. مخصوصا در مورد شبکه ساده ای که

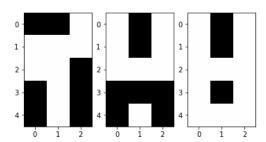
بررسی می کنیم. اما در هر حالتهای ابعاد خروجی کمتر، در حالت 20 درصد نویز دقت 92.29 و در نویز 60 درصد دقت 4.19 را داریم که در هر دو مورد بیشتر از ابعاد بزرگتر خروجی است.

# 6) ورودی7\*9 را با از بین بردن 20 و 60 درصد اطلاعات (تبدیل کردن اعداد 1 و 1-به صورت تصادفی به صفر) به شبکه برای هر دو ابعاد خروجی بخش 492 اعمال کنید. خروجی شبکه چیست ؟ در چند درصد مواقع خروجی درست تشخیص داده شد؟

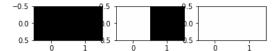
در این مورد هم ابتدا از بین بردن اطلاعات را پیاده کرده و نتیجه آن را نمایش دادیم.



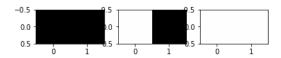
Loss 20.0% - Average Accuracy (over 100000 runs): 99.81%



Loss 60.0% - Average Accuracy (over 100000 runs): 94.12%



Loss 20.0% - Average Accuracy (over 100000 runs): 99.80%



Loss 60.0% - Average Accuracy (over 100000 runs): 94.16%

شكل 6 - نتيجه از بين بردن

در این مورد هم مدل توانسته 20 درصد از بین رفتن داده را در اکثر مواقع کاملا تحمل کند و به دقت میانگین 99.81 و 99.80 در دو حالت خروجی برسد، اما 60 درصد زیاد بوده و باعث شده مدل به ترتیب 94.12 و 94.16 میانگین دقت داشته باشد.

### 7) مقاومت شبکه در برابر نویز بیشتر است یا از دست دادن اطلاعات؟ تاثیر ابعاد خروجی بر مقاومت شبکه چیست؟

مقاومت شبکه همانطور که دیده شد در برابر از دست دادن اطلاعات بیشتر است. این موضوع را می توان طبق ساختار کاری که انجام می شود نیز توضیح داد. برای ساختن خروجی ها، ورودی ها را در ماتریس وزنی که به دست آمده است ضرب می کنیم. به صورتی می توان این کار یک تبدیل خطی دانست. به این معنا که هر مقدار ورودی تاثیری روی خروجی می گذارد و در مجموع ترکیب آنها خروجی را می سازند. حالا اگر نویز داشته باشیم که مثلا 1 شده باشد -1، تاثیر منفی در نتیجه نهایی گذاشته می شود. در حالیکه از دست دادن داده و صفر شدن آن، صرفا تاثیر آن ورودی خاص را خنثی می کند و باز بقیه خانه های ورودی شاید بتوانند آن را جبران کنند. در مورد ابعاد نیز دیدیم که هر چه ابعاد خروجی کوچکتر شد، مقاوم تر شد. در این مورد، ابعاد کوچکتر خروجی باعث کوچکتر شدن ابعاد ماتریس وزن ها نیز می شود. و در عمل اگر ابعاد خروجی بزرگتر باشد، احتمال خطا نیز بیشتر می شود چون هر کدام از مقادیر ابعاد خروجی که اشتباه داده شود کل آن خروجی از دست می رود. اما در ابعاد کمتر احتمال پیش آمدن خرابی نیز کمتر است چون تعداد ابعاد کوچکتر خروجی باعث مقاومت بیشتر شده بود.

# سوال Auto-associative Net – 2

ابتدا دادههای داده شده را میخوانیم و برای اطمینان از صحت آن، نمایش میدهیم.

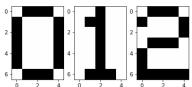
#### 0) Load data

```
def load_image(img_path):
    img = Image.open(img_path)
    img.load()
    data = np.asarray(img, dtype="int32" )
    data = np.mean(data, axis=-1) # RGB -> Grayscale
    data[data < 127] = -1
    data[data >= 127] = 1 # Bipolar
    data = data.flatten()
    return data

def draw_image(np_array):
    image = (np_array.reshape(7, 5) + 1) * 127
    img = Image.fromarray(image)
    plt.imshow(img)

def draw_images(arrays):
    for i in range(len(arrays)):
        plt.subplot(1, len(arrays), i + 1)
        draw_image(arrays[i])
    plt.show()

dataset = []
for i in range(1, 4, 1):
        dataset.append(load_image(f"Images_Q2/Image_{i}.png"))
draw_images(dataset)
```

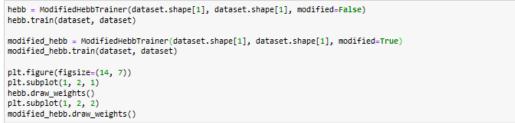


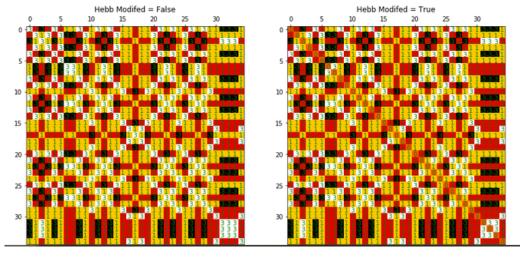
شكل 7 - خواندن ديتا

# 1) وزنهای شبکه را با استفاده از دو قاعده Hebbian Learning Rule Modified بدست آورده و گزارش کنید.

در زیر کلاسی را طراحی کردیم که می تواند هب را به صورت عادی و به صورت تغییر کرده بدهد. همچنین وزنهای بعد از آموزش نمایش داده شدند.

```
class ModifiedHebbTrainer:
            __init__(self, input_size: int, output_size: int, modified=False):
self.weights = np.zeros((input_size, output_size))
self.modified = modified
      def
       def train(self, inputs, outputs):
            for i, o in zip(inputs, outputs):
                 i = i.reshape(1, -1)
o = o.reshape(1, -1)
                  self.weights += i.T @ o
             # Modification
            if self.modified:
                 np.fill_diagonal(self.weights, 0)
      def predict(self, i):
           i = i.reshape(1, -1)
pred = (i @ self.weights).reshape(-1)
pred[pred >= 0] = 1
pred[pred < 0] = -1</pre>
            return pred
      def draw weights(self):
            mat = self.weights
            plt.matshow(mat, cmap=plt.cm.hot, fignum=False)
            for (x, y), value in np.ndenumerate(mat.T):
    plt.text(x, y, f"{value:.0f}", va="center", ha="center", color="green")
plt.title(f"Hebb Modifed = {self.modified}")
 hebb = ModifiedHebbTrainer(dataset.shape[1], dataset.shape[1], modified=False)
```



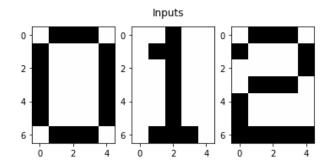


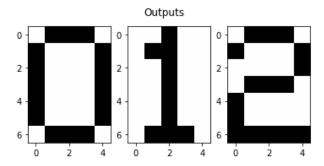
شکل 8 - آموزش و وزنهای دو حالت هب

### 2) کارایی الگوریتم Hebbian Learning Rule با اعمال تصاویر پوشهی Images\_Q2 به عنوان ورودی شبکه بررسی کنید.

در زیر اعمال مدل روی ورودی ها و نمایش خروجی نمایش داده شده است.

preds = [hebb.predict(d) for d in dataset]
draw\_images(dataset, title="Inputs")
draw\_images(preds, title="Outputs")



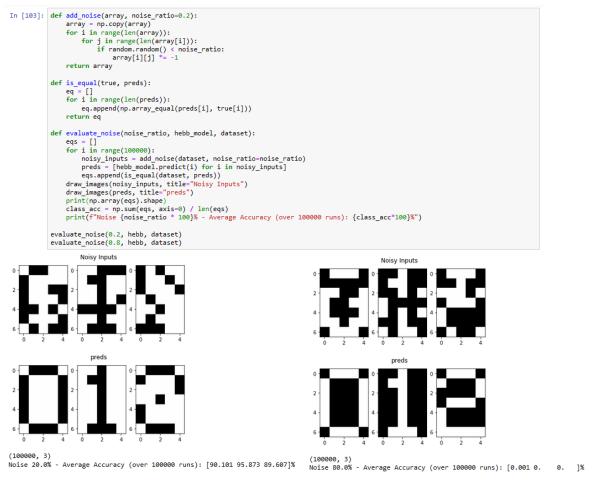


شکل 9 - آموزش و وزنهای دو حالت هب

همانطور که دیده می شود هر 3 را به راحتی توانسته بازسازی کند.

3) الف)کارایی الگوریتم Hebbian Learning Rule را بر روی تصاویر پوشه ی Images\_Q2 با اعمال نویز 20%و نیز 80%به عنوان ورودی شبکه بررسی کنید. ب)آیا همه ی اعداد به یک میزان نسبت به نویز حساس هستند یا خیر؟ دلیل انتخاب بلی یا خیر خود را توضیح دهید. در صورتی که جواب شما بلی است، حساس ترین عدد نسبت به نویز کدام است؟ (برای اعمال نویز کافی است به جای 1،1-و به جای 1-،1 قرار دهید)

در کد بیاده سازی شده زیر ابتدا نویز اضافه می شود و سپس اینکار 1000 بار تکرار می شود و در نهایت دقت در این تکرارها به ازای هر یک از سه کلاس گزارش می شود.



شكل 10 -نتيجه اضافه كردن نويز

همانطور که دیده می شود نویز 20 درصد قابل تحمل است و دقتهای حدود 90 درصد در تستهای مختلف توانستیم به دست آوریم. اما نویز 80 درصد مخصوصا به این شکل بایپولار، انگار که اکثر تصویر معکوس شود. به همین دلیل دقتها کاملا نزدیک 0 است و در مثال هم دیده می شود که به نظر اعداد حضور دارند ولی کاملا رنگشان برعکس شده است.

ب)

همه اعداد به یک اندازه به نویز حساس نیستند. علت در تصاویر آمده است. دقت به تفکیک کلاس گزارش شده است و دیده می شود که به ترتیب برابر 90.1 و 95.8 و 90.8 است. به این ترتیب مقاومت ترین عدد 1 است. و همچنین 0 و 2 سخت تر هستند. حساس ترین عدد طبق دقتها، عدد 2 است. اگر دقت شود هم دیده می شود که بین این سه عدد، 0 و 2 خیلی شبیه هم هستند. مثلا اگر همان خط وسط شکل 2 دچار نویز شود خیلی شبیه 0 می شود. (البته برعکسش سخت تر است) می توان یکی از دلایل حساس بودن 2 (و با اختلاف کمی بعد از آن 0) را همین دانست که با 0 خیلی مشابه هم هستند.

# 4) قسمت الف ِ گام قبل را برای حالتی که داده ها از بین رفته باشند ( به جای مقادیر 191- صفر قرار گیرد) تکرار کنید.

اضافه کردن از بین رفتن داده و نتایج آن در زیر آمده است.

Loss 20.0% - Average Accuracy (over 100000 runs): [ 99.995 100. 99.979]% Loss 80.0% - Average Accuracy (over 100000 runs): [74.391 84.354 69.019]%

شکل 11 -نتیجه از بین رفتن داده

همانطور که دیده می شود، مدل نسبت به از بین رفتن داده مقاوم تر است و برای 20 درصد دقتهای حدود 99 و برای 80 درصد از دست رفتن داده دقت هایی بین 69 تا 84 درصد گرفته است. همچنین می توان دید که در این بخش نیز، 0 و 2 بیشتر از 1 به مشکل خورده اند و مشخصا تشخیص 1 انقدر مجزا از بقیه بوده (احتمالاً بخاطر خطی که در وسط به صورت عمودی دارد و بقیه ندارند.) که در 20 درصد از دست رفتن هیچگاه اشتباه نشده و 100 درصد درست تشخیص داده شده است.

5) (امتیازی) در این گام میخواهیم تعداد تصاویر را افزایش دهیم. بدین منظور به سراغ پوشه Extra بروید. اگر بررسی کنید مشاهده می فرمایید که الگوریتهای ذکر شده در گام قبل کارایی مطلوبی را از خود نشان نمیدهند. در این گام از شما میخواهیم روش شبه معکوس را پیاده کرده و قدرت به خاطر سپاری شبکه برای تصاویر موجود در پوشه Extra را با تکرار گام 3 مورد بررسی قرار دهید. روش را به مختصر شرح دهید. (توجه نمایید به توضیح الگوریتم بدون پیاده سازی یا پیاده سازی بدون توضیح مختصر الگوریتم نمره ای تعلق نمیگیرد.)

در روش Pseudo-inverse learning rule، مسئله را به شکل حل معادله چند مجهولی می بینیم و آن را به شکل ماتریسی حل می کنیم. یعنی می دانیم برای ورودی X باید خروجی هم پس از ضرب در ماتریس وزنها X برابر X شود. X شود. X بنابراین کافی است این مسئله را حل کنیم که حل آن دقیقا روش شبه معکوس است که ماتریسی را می دهد  $(W^+)$  که با ضرب در X، جواب مسئله که باید همان X باشد را خروجی دهد. (البته روش اصلی لزوما ورودی و خروجی یکسان نیستند و می توانند دو چیز متفاوت باشند ولی در این مسئله برای ما هر دو X هستند). نشان داده شده است که این روش گنجایش بیشتری نسبت به روش عادی هب دارد که در ادامه در نتایج هم می بینیم. بنابراین وزنها را به شکل X X X آموزش می دهیم. ابتدا نتیجه حالت هب قبلی را می بینیم.



Outputs



In [89]: evaluate\_noise(0.2, hebb, dataset)
 evaluate\_noise(0.8, hebb, dataset)





(100000, 10)

Noise 20.0% - Average Accuracy (over 100000 runs): [ 0.3 26.02 0.26 0.89 24.81 0.51 0.39 18.2 83.99 24.43]% -> 17.98 Noisy Inputs



Noise 80.0% - Average Accuracy (over 100000 runs): [0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.

شكل 12 -نتيجه هب براى كلاسهاى بيشتر

همانطور که دیده می شود این مدل به سختی عمل می کند و حتی بدون نویز هم نتوانسته بازسازی درستی داشته باشد. در نویز 20 درصد تنها 17.98 دقت داشته و در 80 درصد نویز هم هیچکدام را درست نگفته. (البته باید دقت داشت که نویز 80 درصد به معکوس تصویر نزدیک است و مدل نیز به معکوس آن همگرا می شود که کاملا برعکس است)

اما در ادامه روش شبه معكوس را مي بينيم.



Outputs



In [119]: evaluate\_noise(0.2, pinv, dataset) evaluate\_noise(0.8, pinv, dataset)

ran en en



Noisy Inputs

preds



(188888, 18)

Moise 28.6% - Average Accuracy (over 188888 runs): [19.57 18.72 21.9 23.84 28.19 28.51 23.8 17.81 24.81 23.94]% -> 21.36

Noisy Inputs



preds

# : Miseriaesea

شكل 13 - نتيجه روش شبه معكوس براى كلاسهاى بيشتر

مهمترین خط در مدل، استفاده از np.linalg.pinv است که شبه معکوس را محاسبه می کند و با استفاده از آن در تست می توان در ورودی ضرب و خروجی مناسب را به دست آورد. همانطور که دیده می شود ابتدائا تمام کلاس ها در حالت بدون نویز به درستی بازنمایی شدند. همچنین در نویز 20 درصد می بینیم که توانستیم دقت بهتری 21.36 نسبت به حالت قبل بگیریم. (همانطور

که قبلتر توضیح داده شد نویز 80 درصد به معکوس عکس همگرا می شود و در این حالت هم به همان علت دقت 0 می شود.) در مجموع دیدیم که این روش ظرفیت بیشتری نسبت به روش هب عادی دارد.

### سوال Discrete Hopfield Network - 3

### 1) در مورد Discrete Hopfield Net مختصر توضيح دهيد.

الگوریتم هاپفیلد همانطور که در صفحه 137 کتاب آمده آورده شده است.

#### Application Algorithm for the Discrete Hopfield Net

Step 0. Initialize weights to store patterns.

(Use Hebb rule.)

While activations of the net are not converged, do Steps 1-7.

Step 1. For each input vector x, do Steps 2-6.

Step 2. Set initial activations of net equal to the external input vector x:

$$y_i = x_i, (i = 1, \ldots n)$$

Step 3. Do Steps 4-6 for each unit  $Y_i$ .

(Units should be updated in random order.)

Step 4. Compute net input:

$$y_i = x_i + \sum_j y_j w_{ji}$$

Step 5. Determine activation (output signal):

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{if } y\_in_i > \theta_i \\ y_i & \text{if } y\_in_i = \theta_i \\ 0 & \text{if } y\_in_i < \theta_i. \end{cases}$$

Step 6. Broadcast the value of  $y_i$  to all other units. (This updates the activation vector.)

Step 7. Test for convergence.

این روش جزء روشهای iterative است به این معنا که شبکه چندین بار اجرا می شود تا همگرا شود. اما این روش خاص، تفاوتهایی دارد مانند اینکه هر یونیت به تنهایی آپدیت می شود و سپس سراغ یونیت بعدی می رویم (استپ 3). همچنین هر یونیت علاوه بر مقدار باقی یونیتها، سیگنال خارجی را نیز می گیرد. ضمنا باید اشاره کرد که این روش با در نظر داشتن تابع انرژی طراحی شده و تکرار آن باعث همگرایی و کمینه شدن (لوکال) تابع انرژی می شود.

2) ابتدا سایز عکس ها را به 64\*64 در بیاورید و سپس تصویر حاصل را به فرم Bipolar در بیاورید.(یعنی یک threshold بگذارید و پیکسل هایی با مقدار بیشتر از threshold مقدار 1 نسبت دهید.) عکس حاصل را در گزارش قرار دهید. (نکته:مقادیر threshold مختلف تست کنید. این threshold مقدار عددی است بین 0 تا 255)

کد تغییر سایز و بایپولار کردن عکس و نتایج آن در زیر آمده است. برای ترشولد 130 انتخاب شد که کمی از 127 که وسط است بیشتر است و به نظر نتایج کمی بهتر داشت.

```
def load_image(img_path, threshold=130):
    img = Image.open(img_path)
    img.load()
    img = img.resize((64, 64))
    data = np.asarray(img, dtype="int32" )
                                                            20
    data = np.mean(data, axis=-1) # RGB -> Grayscale
    data[data < threshold] = -1</pre>
    data[data >= threshold] = 1 # Bipolar
    data = data.flatten()
    return data
                                                            50
train, test = [], []
for i in range(1, 4, 1):
    test.append(load_image(f"Images_Q3/test{i}.png"))
                                                                       20
                                                                                40
train = load_image(f"Images_Q3/train.jpg").reshape(1, -1)
test = np.array(test)
draw images(train)
draw_images(test)
```

شكل 15 - خواندن عكسها

### 3) ماتریس وزن ها را بر اساس تصویر قسمت قبلی بسازید.

کد پیاده سازی شده در زیر آمده است.

0 500 1000 1500 2000 2500 3000 3500 40 500 1000 1500 2000 2500 3000 3500 40 1500 2000 2500 3500 3500 40 3500 3500 3500 3500 3500 3500 3500 40

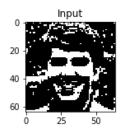
شكل 16 - پياده سازى هاپفيلد

همانطور که در الگوریتم هم آمده است مرحله مشخص شدن وزنها با همان روش هب انجام می شود. وزنهای به دست آمده در شکل نمایش داده شده است.

# 4) با کمک ماتریس وزن های قسمت 3 سعی کنید تصویر اصلی را بازیابید. در هر 50 iteration عکس حاصل را چاپ کنید.

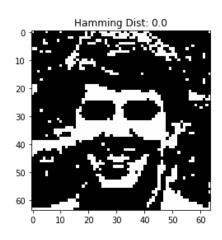
نتیجه اجرای الگوریتم روی ورودی اصلی به شکل زیر است.

```
preds = [hofield.predict(d, log_steps=1) for d in train]
# draw_images(train, title="Inputs")
# draw_images(preds, title="Outputs")
```



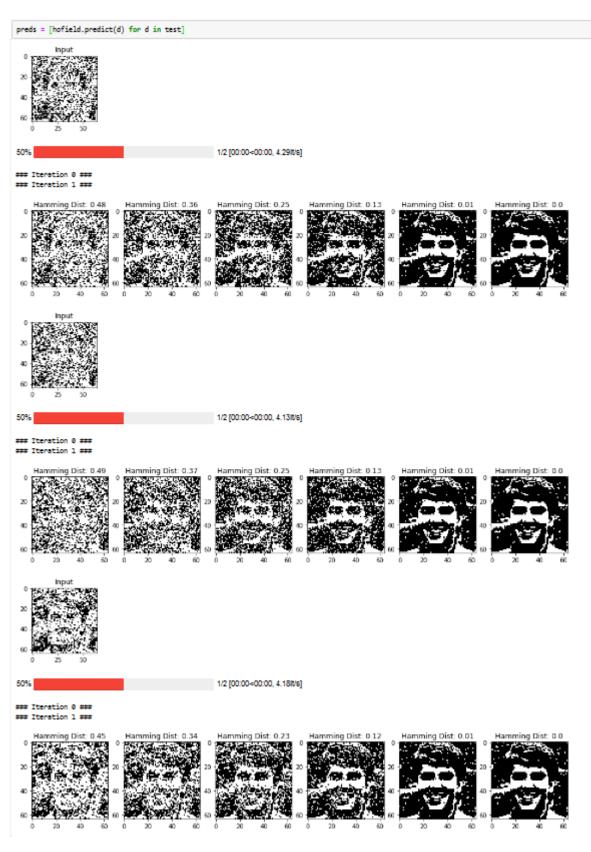
0% 0/2 [00:00<?, ?it/s]

### Iteration 0 ###



شکل 17 - نتیجه اجرا روی ورودی اصلی

همانطور که دیده می شود با آپدیت اولین یونیت همگرا می شویم و hamming distance برابر 0 داریم. در اصل همان مقدار دهی اولیه وزنها با استفاده از هب توانسته ورودی را به خروجی برساند و نیازی به تکرار نبوده است.



شکل 18 - نتیجه اجرا روی ورودی نویزدار

در این مورد هم می بینیم که سرعت همگرایی بالا است و اصلا به یک iteration کامل نمیرسیم و hamming distance برابر 0 می شود. همچنین تصاویر مراحل این اتفاق نمایش داده شده است که دیده می شود چگونه تصویر اصلاح می شود.

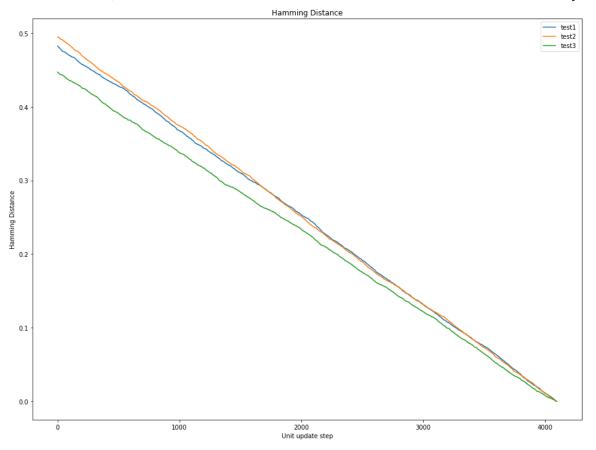
برای بهتر مشخص شدن موضوع یک بار هم بدون اینکه طبق الگوریتم به صورت تصادفی نورون ها را آپدیت کنیم به ترتیب این کار را می کنیم.



شكل 19 - نتيجه اجرا روى ورودى نويزدار بدون ترتيب تصادفي

و دیده می شود که نورونها به ترتیب تاثیر داده می شوند و تصویر ساخته می شود و نیازی به iteration دوم هم نیست.

### 5) غودار Hamming Distance per iteration هر تصوير تست را رسم كنيد.



شكل 20 - نتيجه hamming distance در طول اجراى الگوريتم

در این نمودار همانطور که دیده می شود فاصله در حال کمتر شدن است و در انتها 0 می شود. همچنین می توان دید که طبق تصویرهایی که داده شده بود شماره 3 کمترین نویز (و در نمودار هم به طور نسبی کمترین فاصله همینگ را دارد) و شماره 2 بیشترین نویز را داشته و بیشترین فاصله در نمودار دارد.

### سوال Bidirectional Associative Memory - 4

### 1) ماتریس وزن را بدست آورید و در گزارش مکتوب کنید

در ابتدا توابعی برای تبدیل استرینگ به باینری و باینری به استرینگ نوشتیم که در زیر آمده است.

```
def to_binary(s: str):
    b = bin(int.from_bytes(s.encode(), 'big'))
    b_list = [int(bi) for bi in b[2:]]
    return np.array(b_list)

def to_str(b_array):
    b = "".join([str(n) for n in b_array])
    b = "0b" + b
    n = int(b, 2)
    return n.to_bytes((n.bit_length() + 7) // 8, 'big').decode()

b = to_binary("Clinton")
s = to_str(b)
print(b)
print(s)
```

شكل 21 - توابع تبديل

این مدل به شکل زیر پیاده سازی شد:

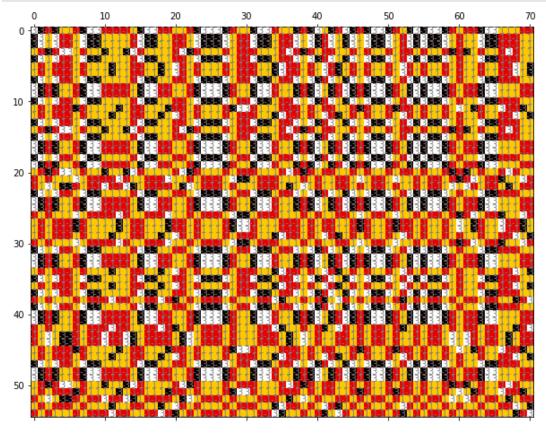
```
else:
    update_x(x, y)
    update_y(x, y)
    output = x
# Test for convergence:
    if str(output.flatten()) in visited_patterns:
        break
    else:
        visited_patterns.append(str(output.flatten()))
    return output.flatten()

def draw_weightts(self):
    mat = self.weights
    plt.figure(figsize=(18, 7))
    plt.matshow(mat, cmap=plt.cm.hot, fignum=False)
    for (x, y), value in np.nderumerate(mat.T):
        plt.text(x, y, f"{value:.8f}", va="center", ha="center", color="gray")
```

کد 1 - پیاده سازی بم

### و نتیجه وزن ها در زیر آمده است.

```
bam = BamTrainer(X_b.shape[1], Y_b.shape[1], modified=False)
bam.train(X_b, Y_b)
bam.draw_weights()
```



شكل 22 - ماتريس وزن

### 2) کارایی شبکه در بازیابی اطلاعات از هر دو جهت را بررسی کنید و نتایج را به طور کامل گزارش نمایید.

در زیر نتیجه تست هر دو طرف آمده است.

```
def accuracy(a1, a2):
    return np.sum(a1 == a2) / len(a1) * 100
preds = np.array([bam.predict(x, pred_y=True) for x in X_b])
for i in range(3):

print("Input:", to_str(X_b[i]), "| Pred:", to_str(preds[i]), "| Accuracy:", accuracy(Y_b[i], preds[i]))
preds = np.array([bam.predict(y, pred_y=False) for y in Y_b])
for i in range(3):
    print("Input:", to_str(Y_b[i]), "| Pred:", to_str(preds[i]), "| Accuracy:", accuracy(X_b[i], preds[i]))
50%
                                            1/2 [00:00<00:00, 43.48it/s]
50%
                                             1/2 [00:00<00:00, 50.01it/s]
50%
Input: Clinton | Pred: President | Accuracy: 100.0
Input: Hillary | Pred: FirstLady | Accuracy: 100.0
Input: Kenstar | Pred: Gentleman | Accuracy: 100.0
                                            1/2 [00:00<00:00, 43.48it/s]
50%
                                             1/2 [00:00<00:00, 43.47it/s]
50%
                                            1/2 [00:00<00:00, 43.48it/s]
Input: President | Pred: Clinton | Accuracy: 100.0
Input: FirstLady | Pred: Hillary | Accuracy: 100.0
Input: Gentleman | Pred: Kenstar | Accuracy: 100.0
```

شکل 23 - نتیجه اجرای بم

همانطور که دیده می شود دقت هر دو طرف به راحتی 100 درصد شده است و همچنین باید اشاره کرد که در همان اولین بار اجرای الگوریتم این اتفاق افتاده و نیازی به تکرار بیشتر نبوده است.

در این گام به صورت تصادفی ابتدا 10% بیتها و سپس 20% بیتها برای هر یک از ورودیها در هر دو جهت را نویزی کرده و درصد خروجی درست شبکه را گزارش کنید.
(دقت کنید که در این گام میبایست تشابه را بر اساس تعداد بیتهای برابر ِخروجی شبکه و خروجی مطلوب بر حسب درصد گزارش کنید. برای آنکه نتایج شها قابل تعمیم باشد، می بایست در یک حلقه ی صدتایی این میزان را بررسی کنید و نهایتا 6 عدد را به ازای 10% نویز تصادفی برای رفت و برگشت و نیز 6 عدد به ازای 20% نویز تصادفی برای رفت و برگشت بر حسب درصد در یک جدول ارائه کنید. همچنین برای اعمال نویز کافی است به جای 1،1- و به جای 1-،1 قرار دهید.)

کد و نتیجه اجرا در زیر آمده است.

```
def add_noise(array, noise_ratio=0.2):
                 array = np.copy(array)
for i in range(len(array)):
                                   for j in range(len(array[i])):
                                                  if random.random() < noise_ratio:
    arrav[i][i] *= -1</pre>
                                                                    array[i][j]
                  return array
def is_equal(true, preds):
                  eq = []
for i in range(len(preds)):
                                   eq.append(np.array_equal(preds[i], true[i]))
                  return ea
def evaluate_noise_x_to_y(noise_ratio, bam):
    class_acc = [[], [], []]
                  for i in range(100):
                                  noisy_inputs = add_noise(X_b, noise_ratio=noise_ratio)
                                   preds = [bam.predict(x, pred_y=True) for x in noisy_inputs]
                                    for i in range(len(preds)):
                 class_acc[i].append(accuracy(Y_b[i], preds[i]))
print(f"Noise {noise ratio * 100}% - Average Accuracy (over 100 runs): {np.array(class acc).mean(axis=-1)}% -> {np.mean(axis=-1)}% -> {np.mean(axis=-1)}%
def evaluate_noise_y_to_x(noise_ratio, bam):
    class_acc = [[], [], []]
                   for i in range(100):
                                  noisy_inputs = add_noise(Y_b, noise_ratio=noise_ratio)

preds = [bam.predict(y, pred_y=False) for y in noisy_inputs]
                                   for i in range(len(preds)):
                 class_acc[i].append(accuracy(X_b[i], preds[i]))
print(f"Noise {noise_ratio * 100}% - Average Accuracy (over 100 runs): {np.array(class_acc).mean(axis=-1)}% -> {np.mean(axis=-1)}% -> {np.mean(axis=-1)}%
 evaluate noise x to y(0.1, bam)
evaluate_noise_x_to_y(0.2, bam) evaluate_noise_y_to_x(0.1, bam)
 evaluate_noise_y_to_x(0.2, bam)
Noise 10.0% - Average Accuracy (over 100 runs): [98.90140845 99.85915493 99.15492958]% -> 99.31%
Noise 20.0% - Average Accuracy (over 100 runs): [96.33802817 99.15492958 96.78873239]% -> 97.43%
Noise 10.0% - Average Accuracy (over 100 runs): [ 99.70909091 100. 99.70909091]% -> 99.8
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    99.709090911% -> 99.81%
Noise 20.0% - Average Accuracy (over 100 runs): [98.83636364 97.8
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       97.81818182]% -> 98.15%
```

شکل 24 - نتیجه اجرای بم با نویز

همانطور که دیده می شود به ازای هر کلاس و در هر دو جهت تغییری که خواسته شده داده شده و نتیجه 100 بار اجرا میانگین گرفته شده است.

این نتایج در جدول زیر نیز آمدهاند.

#### Clinton/President Hillary/FirstLady Kenstar/Gentleman

x_to_y 10% Noise	98.901408	99.859155	99.154930
x_to_y 20% Noise	96.338028	99.154930	96.788732
y_to_x 10% Noise	99.709091	100.000000	99.709091
y_to_x 20% Noise	98.836364	97.800000	97.818182

شکل 25 - نتیجه اجرای بم با نویز به شکل جدول

همانطور که دیده می شود، مقاومت مدل نسبت به نویز 10 و 20 درصد در مجموع مناسب و بالا است. اما طبیعتا در نویزهای 20 درصد دقتها کمتر از نویز 10 درصد است. ضمنا به نظر می رسد که از y به x دقتهای بهتری داریم که البته چون طول y نسبت به x بلندتر است طبیعتا گنجایش بیشتری دارد و بعد از نویز احتمالا می تواند باز اطلاعات بیشتری در خود نگه دارد و از سمت بزرگ به کوچک برای مدل راحت تر است.

4) حال یک شخصیت دیگر را در کنار سه شخصیت قبلی در آموزش شرکت دهید و بررسی کنید چه تعداد از خروجیها توسط ورودیها و چه تعداد از ورودیها توسط خروجیها قابل بازیابی است؟ آیا کارایی شبکه کاهش یافته است یا خیر؟ دلیل خود را شرح دهید.

نتیجه اضافه کردن شخصیت جدید در زیر آمده است.

```
X = ["Clinton", "Hillary", "Kenstar", "Lewisky"]
Y = ["President", "FirstLady", "Gentleman", "SweetGirl"]
X_b = np.array([to_binary(s) for s in X]) * 2 - 1
Y_b = np.array([to_binary(s) for s in Y]) * 2 - 1
def accuracy(a1, a2):
    return np.round(np.sum(a1 == a2) / len(a1) * 100, 2)
bam = BamTrainer(X_b.shape[1], Y_b.shape[1], modified=False)
bam.train(X_b, Y_b)
preds = np.array([bam.predict(x, pred_y=True) for x in X_b])
for i in range(4):
   print("Input:", to_str(X_b[i]), "| Pred:", to_str(preds[i]), "| Accuracy:", accuracy(Y_b[i], preds[i]))
preds = np.array([bam.predict(y, pred_y=False) for y in Y_b])
for i in range(4):
   print("Input:", to_str(Y_b[i]), "| Pred:", to_str(preds[i]), "| Accuracy:", accuracy(X_b[i], preds[i]))
Input: Clinton | Pred: Rsesldef|
                                    | Accuracy: 91.55
Input: Hillary | Pred: FafstDad|
                                      Accuracy: 91.55
Input: Kenstar
                 | Pred: Gefulem`l
                                      Accuracy: 94.37
Input: Lewisky | Pred: SweutEibl |
                                      Accuracy: 95.77
Input: President | Pred: Kmmntkz
                                      Accuracy: 89.09
Input: FirstLady | Pred: Hmllqcy |
                                      Accuracy: 92.73
Input: Gentleman | Pred: Kenktcz |
                                      Accuracy: 92.73
Input: SweetGirl | Pred: Heoiqky | Accuracy: 92.73
```

شکل 26 - نتیجه اجرای بم با یک ورودی جدید

همانطور که دیده می شود دقت تمام موارد و حالتها از 100 به حدود 90 رسیده است. بنابراین هیچ کدام به صورت کامل قابل بازیابی نیستند و صرفا حدود 90 درصد آنها بازیابی شده است.

از نظر اندازه ذخیره سازی یا Storage Capacity همانطور که در صفحه 149 کتاب آمده است، نباید تعداد association هایی که ذخیره می کنیم بیشتر از تعداد نورونهای لایه کوچکتر شود. همچنین باید طبق هب توجه داشت که اگر ورودیها متعامد باشند مدل می تواند قطعا بازیابی کند. بنابراین ترکیب این دلایل و ظرفیت ذخیره سازی محدود شبکه باعث می شود با اضافه کردن ورودی جدید، دیگر مدل نتواند به خوبی بازیابی را انجام دهد. بنابراین همانطور که دیده می شود مدل در بازیابی دچار اختلال می شود و توانایی بازشناسی درست و کامل را از دست می دهد.