ملاحظة هامة :- لزيادة التقنية للحل ارسم الشكل قبل تغير وبعد ناتج النهائي لمعرفة عمل صحيح او لا

عنوان المحاضرة

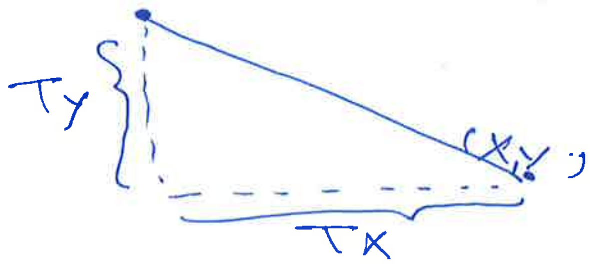
2D Transformation

Translate — Scale — Rotate — Mirror — Shear

حتى نحسب كل حالة من هذه Transform يجب ان تحتوي على Inverse Transform بدونها تصبح مشوهات للشكل المرسوم

① Translate (Move), (Shift) (X^T, Y^T)

$$X^T = X + T_X \Rightarrow \begin{cases} + \text{ (right side)} \\ 0 \text{ (No change)} \\ - \text{ (left side)} \end{cases}$$



$$Y^T = Y + T_Y \Rightarrow \begin{cases} + \text{ (up side)} \\ 0 \text{ (No change} \\ - \text{ (Down side} \end{cases}$$

ملاحظة

عند تحريك الشكل المرسوم يجب جميع النقاط المنتمية للشكل يجب ان تخضع الى معاملات التحريك Tx و Ty بدون استثناء

ex if have figure { A(3, 11), B(−10, 2), C(−6, −9) }

Ⓐ at left side by 5 units & up 7 unit

Ⓑ Down side by 10 units

Ⓒ shift by Translate factor (7, −7)

عدد حالات السؤال التحريك ⇐

Sol Ⓐ $T_X = -5$ (left side), $T_Y = 7$ (up side)

Then $A(3, 11) \xrightarrow[T_Y]{T_X} A^T(3-5, 11+7) \Rightarrow A^T(-2, 18)$

$B(-10, 2) \xrightarrow[T_Y=7]{T_X=-5} B^T(-10-5, 2+7) \Rightarrow$? , C^T (H.w)

Sol Ⓑ $T_X = 0$, $T_Y = -10$ ((Down)) Then

$A(3, 11) \xrightarrow[T_Y=-10]{T_X=0} A^T(3+0, 11-10) \Rightarrow A^T(3, 1)$, B^T?, C^T?

Ⓒ Sol $T_X = 7$, $T_Y = -7$ $\Rightarrow X^T = X + T_X$, $Y^T = Y + T_Y$

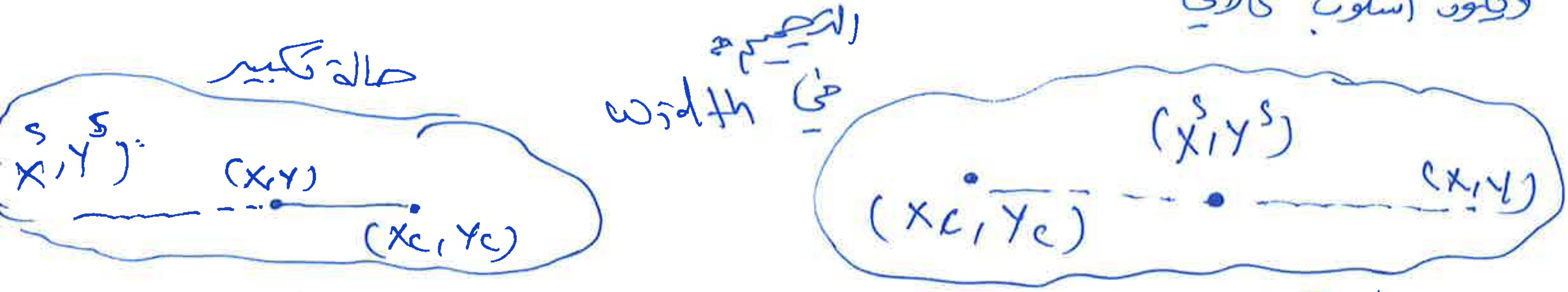
الملاحظة حتى نرجع الشكل الى موقعه قديم يكون معكوس تحرك هو النظير الجمعي

$\Rightarrow T_X = 5$, $T_Y = -6$ $\xrightarrow[\text{تحريك}]{\text{معكوس}}$ $T_X = -5$, $T_Y = 6$.

تمت

② Scale تحجيم (Resize , (Volume) احتمال تكبير او تقليص

هذا العملية يتلاعب بحجم الشكل على اعتماد على مركز ليدعى (مركز تحجيم) او مركز الشكل ويكون اسلوب كالاتي

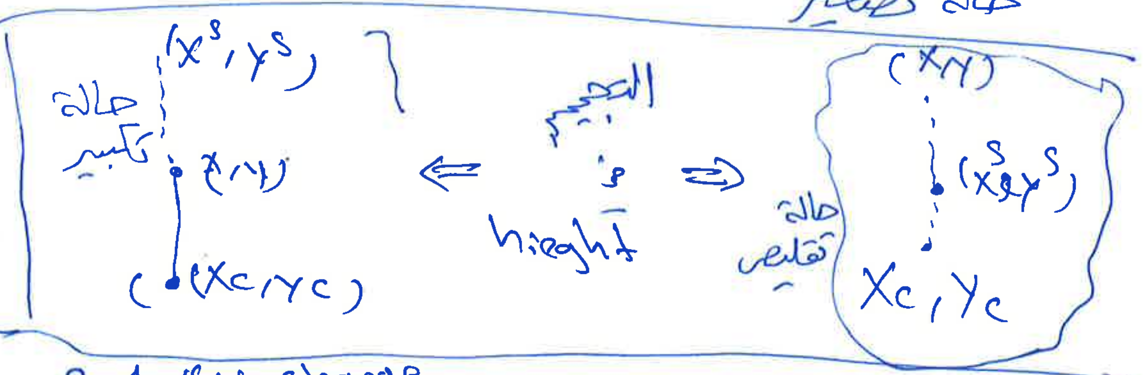


حالة تصغير

(Xc, Yc) مركز التحجيم

(X, Y) نقطة شكل

(X^s, Y^s) نقطة متغيرة بالحجم (الكمية)



(1) $X^s = X * Sx$ { 1 (No change ; >1 (change size) ; $0 < Sx < 1$ } width

if $Sx = Sy$ Then تحجيم منتظم

else يكون تحجيم غير منتظم

end if

(2) $X^s = Y * Sy$ { 1 (No change ; $0 < Sy < 1$; >1 (change size) } height

انه تطبيق قانون تحجيم بشكل مباشر يجب ان يكون مركز التحجيم هو (0,0)

اما اذا ليس مركز تحجيم هو (0,0) نحتاج الى ثلاث العمليات وهي

لو نفرض نقطة (Xp, Yp) هي مركز الشكل او (مركز تحجيم) او هي نقطة ثابتة

1) Shift (Xp, Yp) into $(0,0)$ [origin]

$Tx = -Xp$, $Ty = -Yp$ ⟹ { في هذا الحالة نقطة ثابتة تصبح (0,0) ففي جميع نقاط شكل تخضع الى هذا التحويل }

$X^T = X - Xp$, $Y^T = Y - Yp$

2) apply Sx, Sy directly by $X^s = X^T * Sx$, $Y^s = Y^T * Sy$

3) inverse step 1 ⟹ $Tx = Xp$, $Ty = Yp$

$X^{goal} = X^s + Xp$, $Y^{goal} = Y^s + Yp$

ملاحظة عملية عاكس عملية تحجيم هي استخدام نظير الضربي

يتبع)

ex if have polygon consist of $A(7,6)$, $B(-10,5)$
$C(1,-1)$ (A) scale by 3 Times?

Sol: $S_x = 3$, $S_y = 3$

Then $A(7,6) \xrightarrow[S_y=3]{S_x=3} A^S(7*3, 6*3) \Rightarrow A^S(21,18)$

B^S?, C^S?

في هنا المثال بدون ذكر نقطة ثابتة او مركز تحجيم او مركز شكل يصبح مركز الشكل هو (0,0)

---

but (B) Reduce Size by 3 Time?

هنا المثال يقصد تقليل حجم لانه نذكر ان استخدام تقطير مزني لعدد

Then $S_x = 1/3$, $S_y = 1/3$

Then $C(1,-1) \Rightarrow C^S(1*1/3, -1*1/3) \Rightarrow C^S(1/3, -1/3)$

B^S, C^S (H.W)

---

but if Reduce height by 4 Time & large width by 3?

في هنا المثال تقليل طول شكل باربع مرات وتكبير عرض بثلاث مرات فيصبح

Then $\{S_x = 3$ (width)$\}$, $\{S_y = 1/4$ (height)$\}$

find final result (H.W) A^S, B^S, C^S

ملاحظة مركز الشكل او مركز تحجيم لايتغير موقعه اثناء عملية تحجيم لا يبقى ثابتة

ملاحظة حتى نعرف الناتج تحجيم صحيح لشكل النهائي ناخذ نقطة النهائية و نقسم على نقطة القديمة فاذا ظهر ناتج مساوي لمعامل التحجيم في سؤال فهي صحيح عدا ذلك يعتبر خطا

ex $P(24, \boxed{4}) \xrightarrow[S_y=3]{S_x=1/6} P^S(4, \boxed{12})$

$\frac{4}{24} = \boxed{\frac{1}{6}} \Rightarrow S_x$, $\frac{12}{4} = \boxed{3} \Rightarrow S_y$

يتبع 2

Scale figure { S(2, 10), T(-3, 4), C(-5, 11) }
by width 3, & hieght by 1/2 at Point C

لو احتمال نقطة C هي نقطة ثابتة (fixed point) لو اعطال C مركز شكل اومركز تحجيم
اي مسميات تدل على نقطة او مركز ثابتا

Sol C(-5, 11) is fixed point

(1) $T_x = 5$, $T_y = -11$ $\Longrightarrow$ $S(2, 10) \xrightarrow[T_y]{T_x} \grave{S}(7, -1)$

$T(-3, 4) \xrightarrow[T_y]{T_x} \grave{T}(2, -7)$, where $C(-5, 11) \longrightarrow \grave{C}(0, 0)$

دلالة على عملية تحريل الى نقطة الاصل صحيح وتكون الكل نقاط هم صحيح فاذا كان
نقطة مركزية ليس (0, 0) معنى معامل تحريل (سحب) غير صحيح

(2) $S_x = 3$, $S_y = 1/2$

$\grave{C}(0, 0) \xrightarrow[S_y]{S_x} (0*3, 0*1/2) \Longrightarrow \grave{C}^{s}(0, 0)$ ⟶ ريفة مركز تحجيم

$\grave{S}(7, -1) \xrightarrow[S_y]{S_x} (7*3, -1*1/2) \Longrightarrow \grave{S}^{s}(21, -1/2)$

$\grave{T}(2, -7) \xrightarrow[S_y]{S_x} (\underset{2*3}{\boxed{6}}, \underset{-7*1/2}{\boxed{\frac{-7}{2}}})$

(3) $T_x = -5$, $T_y = 11$ ⟵ عكس عملية الاولى

$C^{s}(0, 0) \xrightarrow[T_y]{T_x} \grave{C}^{g}(-5, 11)$ { عادت نقطة المركزية للتحجيم الى موقعه الاصلي في سؤال }

$S^{s}(21, -1/2) \Longrightarrow S^{g}$? How

$T^{s}(6, -\frac{7}{2}) \Longrightarrow T^{g}$? How

نفس سؤال بنقاط اشكال فقط لو كان مطلوب انه نقطة ثابتة هي (56, 13)
ومعامل تحجيم نفسه بالسؤال السابق ماهو الناتج النهائي

تمت

③ Rotate 2D

تحتاج الى مركز دوران للشكل وتكون حركة دوران دائرية
بعكس تحريك تكون تحريك بأسلوب خطي (اعلى، اسفل، يمين، يسار) ودوران له اتجاهات
اتجاه عقارب الساعة يحصل عندما تكون زاوية سالبة اما عكس عقارب الساعة تكون زاوية موجبة

(X,Y) $+\theta$ X^2, Y^2 (X_c, Y_c)

او

(X,Y) $-\theta$ (X^2, Y^2)

(X_c, Y_c)
مركز دوران

ملاحظة الفاعل لعملية دوران هي زاوية فإذاً أداة رياضية تستخدم الزوايا هي دوال المثلثية

فيكون قانون هو

$$X^2 = X\cos\theta - Y\sin\theta$$
$$Y^2 = Y\cos\theta + X\sin\theta$$

apply on Center (0,0) in anti clockwise (Counter clockwise) عكس عقارب الساعة

وهذا قانون عام

اما اذا زاوية بالسالب فتصبح $\cos(-\theta) \Leftarrow \cos(\theta)$ ولكن $\sin(\theta)$ يصبح $-\sin\theta$

ex polygon $\{A(2,10), B(-3,4), C(-5,11)\}$ Rotate by $35°$ on clockwise ?

لو تلي الرسم تحتاج حاسبة علمية لايجاد قيمة $\cos(-35)$ و $\sin(-35)$ لان اذا دورة باتجاه عقارب الساعة فيصبح 35 هو -35

بعد اخذ مرتبتين بعد فارزة عشرية $\Leftarrow$ $\sin(-35) = -0.57$, $\cos(-35) = 0.81$

$$\left.\begin{aligned} X &= X * 0.81 - Y * -0.57 \\ Y &= Y * 0.8 + X - 0.57 \end{aligned}\right\} \xRightarrow{\text{فتصبح}} \begin{aligned} X &= 0.81X + 0.57Y \\ Y &= 0.81Y - 0.57X \end{aligned}$$

$A(2,10)$ $A^2_x = 0.81 * 2 + 0.57 * 10 = 7.32$

$A^2_Y = 0.81 * 10 - 0.57 * 2 = 6.96$

فيكون $A^2(7.32, 6.96)$

$B(-3,4)$

$B^2_x = 0.81 * (-3) + 0.57 * 4 = -0.15$

$B^2_Y = 0.81 * 4 - 0.57 * (-3) = 4.95$

فيصبح $B^2(-0.15, 4.95)$

نفس C (H.W)

يتبع ١

لوكان دوران حول نقطة ليست $(0,0)$ فيكون ذلك كتاج الى ثلاث عمليات للاصل

① سحب مركز دوران الى $(0,0)$ ② تطبيق دوران بواسطة قانون ③ ارجاع مركز الى موقع قديم

① Shift (X_c, Y_c) into $(0,0) \Rightarrow T_x = -X_c$, $T_y = -Y_c$

$\bar{X} = X - X_c$, $\bar{Y} = Y - Y_c$

② apply Rotation by $\theta \Rightarrow$

$$X' = \bar{X}\cos\theta - \bar{Y}\sin\theta$$
$$Y' = \bar{Y}\cos\theta + \bar{X}\sin\theta$$

③ Return $(0,0)$ into $(X_c, Y_c) \Rightarrow T_x = X_c$, $T_y = Y_c$

$X^{goal} = X' + X_c$, $Y^{goal} = Y' + Y_c$

---

ex Rotate shape $\{(11,-4), (10,-10), (-6,23)\}$ by $56°$ anticlockwise at $(-5,-15)$

sol: in example $(-5,-15)$ is Center of Rotation on figure then

① $T_x = 5$, $T_y = 15$ {why because $(-5,-15)$ became $(0,0)$}

$(11,-4) \xrightarrow[\text{تحريك}]{\text{عند}} \boxed{(16,+11)}$, $(10,-10) \xrightarrow[\text{تحريك}]{\text{عند}} \boxed{(15,5)}$

$(-6,23) \xrightarrow[\text{تحريك}]{\text{عند}} \boxed{(-1,38)}$ المؤشر يرجع تحتاج الى خطوة التالية

②

$$\left.\begin{aligned} X &= X * \cos(56) - Y\sin(56) \\ Y &= Y * \cos(56) + X\sin(56) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} X &= 0.55X - 0.82Y \\ Y &= 0.55Y + 0.82X \end{aligned}$$

$$(16,+11) \Rightarrow \left.\begin{aligned} X &= 0.55 * 16 - 0.82 * 11 = -0.22 \\ Y &= 0.55 * 11 + 0.82 * 16 = 19.17 \end{aligned}\right\} \Rightarrow (-0.22, 19.17)$$

$$(15,15) \Rightarrow \left.\begin{aligned} X &= 0.55 * 15 - 0.82 * 15 = \\ Y &= 0.55 * 15 + 0.82 * 15 = \end{aligned}\right\} ?$$

$(-6,23) \Rightarrow$ H.w

تخص

ملاحظة اذا عكس عقارب ساعة تكون زاوية موجبة
واذا مع عقارب الساعة تكون زاوية سالبة

(4) Mirror 2D

توجد خمسة انواع للانعكاسات الاعتيادية وهي

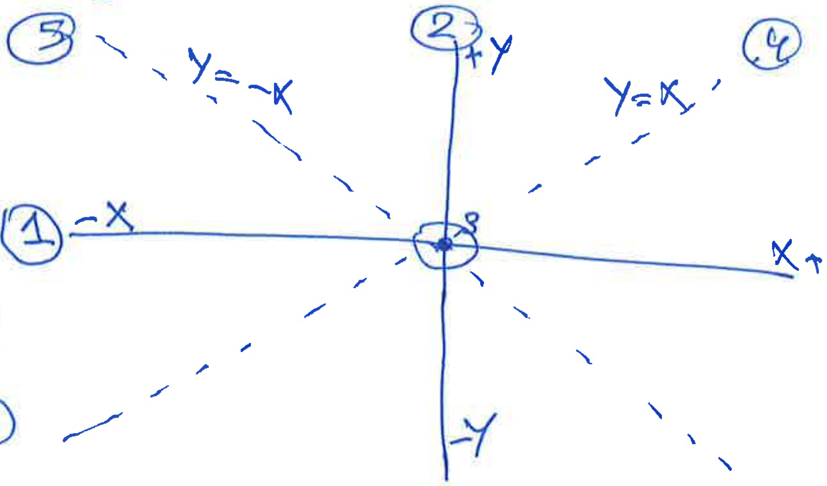
1) انعكاس حول محور الافقي (X)

2) انعكاس حول محور العمودي (Y)

3) انعكاس حول نقطة الاصل

4) انعكاس حول مستقيم $Y = X$

5) انعكاس حول مستقيم $Y = -X$



1) انعكاس حول محور X يكون $X^m = X$, $Y^m = -Y$

2) انعكاس حول محور Y يكون $X^m = -X$, $Y^m = Y$

3) انعكاس حول نقطة الاصل $X^m = -X$, $Y^m = -Y$

4) انعكاس حول $Y = X$ يكون $X^m = Y$ ، $Y^m = X$

5) انعكاس حول مستقيم $Y = -X$ يصبح $X^m = -Y$ ، $Y^m = -X$

ex

$(-3, 9)$

حول X → $(-3, \underline{-9})$

حول Y → $(\underline{3}, 9)$

حول نقطة الاصل → $(\underline{3}, \underline{-9})$

حول $Y=X$ → $(9, -3)$

حول $Y=-X$ → $(\underline{-9}, \underline{3})$

ملاحظة انعكاس حول X او Y او نقطة الاصل فقط يؤثر على اشارة ولايتم تبديل

اما انعكاس حول $Y = X$ ، او $Y = -X$ يتم تبديل موقع قيم الاحداثيات

اما $Y = -X$ يتغير كلاهما الموقع والاشارة

تمت

(5) Shear 2D

مقصود هو الاستطالة بشكل اما بالشكل الافقي او عمودي او كلاهما فيكون قانون كالاتي

$$X^{sh} = shX * Y + X \quad , \quad Y^{sh} = shy * X + Y$$

اذا كان الاستطالة افقية فقط فيكون shy يساوي صفر $\Leftarrow Y^{sh} = Y$

اما اذا الاستطالة عمودي فقط فيكون shX يساوي صفر $\Leftarrow X^{sh} = X$

هاتان المعادلتان لـ shear افقية على مركز الاستطالة (0,0)

في حالة اذا كان مركز ليس (0,0) نحتاج الى 3 عمليات كما ذكرناها تحجيم وتدوير الا انه خطوة الثانية هي shear

ex Triangle V(-15, 6), K(10, 16), P(20, -19) shear width by 3 & height by $\frac{1}{2}$

Sol $X^{sh} = 3$, $Y^{sh} = \frac{1}{2}$

$$\boxed{X = 3Y + X \quad , \quad Y = \frac{1}{2}X + Y}$$

→ apply all Points of figure (Triangle) H.W

but if shear hight by 4 Then what?

Sol $shX = 0, shy = 4 \Longrightarrow X = X, Y = 4X + Y$ (H.w)

ولكنه لو كان نقطة K هي نقطة ثابتة فاهي ناتج الشكل | نقصد للنقاط المثلث ونفس قيم shear

Sol K(10, 16) is fixed point

(1) Tx = -10, Ty = -16 {apply all Triangle} find Result step 1 (H.W)

(2) $$X^{sh} = 3Y + X \quad , \quad Y^{sh} = \frac{1}{2}X + Y$$

نحتاج قيم (X,Y) ما خطوة الاولى

(3) Tx = 10, Ty = 16

لدمج نقطة K لا تتغير لعملية shear ونحتاج قيمة (X,Y) لهذا العملية من خطوة (2)

انتهت