

(2) أسلوب مراهقة وتضم البراج (PERT)  
لأن أهم خاصية في أسلوب بيرت

هو اعقاده على ثلاثة زمنية  
أ- الوقت التقاؤلي

ب- الوقت الأكثر احتمالاً

ج- الزمن التقاؤلي

حساب (متوسط الزمن المتوقع) =  $\frac{\text{الوقت التقاؤلي} + 4(\text{الأكثر احتمالاً}) + \text{الوقت الأكثر احتمالاً}}{6}$

$$\text{Mean} = \frac{O + 4m + P}{6}$$

المطلوب  
① تحديد عدد الحسابات والمصار الخرج

② حساب الانراف الحسابي لكل نظام المخرج

③ حساب التباين لكل نشاط

التباين =  $\frac{(\text{الزمن التقاؤلي} - \text{الوقت التقاؤلي})^2}{6}$

(الانراف الحسابي) = مجموع التباين لأزمنة

الواقعة على الحساب الخرج

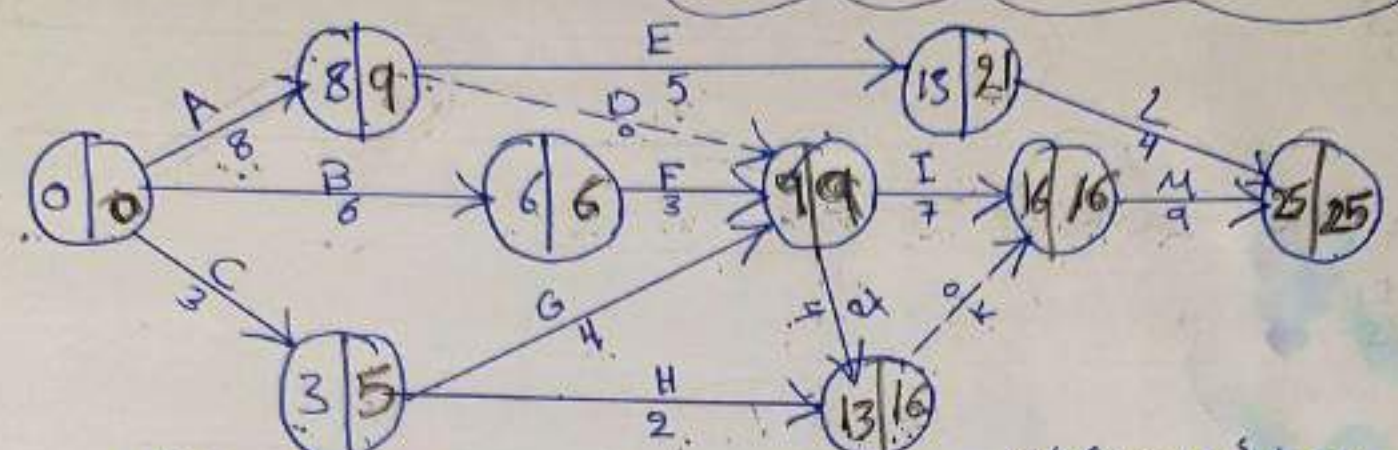
④ (حساب انجاز المشروع) =  $\frac{\text{الوقت المستهدف} - \text{وقت الحساب الخرج}}{(\text{الانراف الحسابي})}$



مثال في تحليل شبكة الأعمال المدببة حد حالي :-

- 1- الوقت المتوقع
- 2- الأوقات المبكرة والمتأخرة
- 3- الوقت الفاردين
- 4- السبيلين
- 5- احتمال انجاز المشروع خلال (30) اسبوع

بمخرج  $B - F - I - M = 25$



المسار	الوقت المتوقع (O)	الوقت المبكر (m)	الوقت المتأخر (p)	الوقت المتوقع	الأوقات المبكرة	الأوقات المتأخرة	الوقت الفاردين	الوقت المتأخر	الوقت المبكر
A	6	8	10	8	0	8	1	9	1
*B	3	6	9	6	0	6	0	6	0
C	1	3	5	3	0	3	2	5	2
D	0	0	0	0	8	8	9	9	1
E	2	4	12	5	8	13	16	21	8
*F	2	3	4	3	6	9	6	9	0
G	3	4	5	4	3	7	5	9	2
*H	2	2	2	2	3	5	14	16	11
*I	3	7	11	7	9	16	9	16	0
J	2	4	6	4	9	13	12	16	3
K	0	0	0	0	13	13	16	16	3
*L	1	10	13	9	16	25	16	25	0
*M									

المتباين  $\sigma = \left( \frac{p - o}{6} \right)^2$

الوقت المتوقع  $= \frac{o + 4m + p}{6}$

4  
6.89

$$\sqrt{6.89} = \text{الانحراف المعياري} = 2.62$$

$$\frac{30 - 25}{2.62} = \text{احفال الجار المتوسط} = 1.91$$



EX 2

In the following project -  
a program for maintenance of devices  
for an industrial company: then find:

- ① Number of paths and Determine the Critical path
- ② Calculate of early & late times
- ③ Overtime calculation
- ④ Determine the possibility of  
Completing the project. If it the  
Contracted period is (33.6) months.

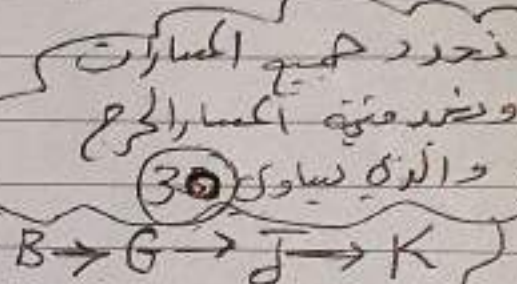
(جدول النشاطات) (جدول المشروع) (جدول الأعمال) (جدول النشاطات)

فترة (33.6)

النشاط	الوقت المبكر (O)	الوقت المتأخر (M)	الوقت المتاح (P)
A	6	10	20
B	4	5	12
C	5	6	13
D	5	7	15
E	3	4	11
F	1	2	9
G	3	4	11
H	2	3	10
I	5	6	13
J	10	12	20
K	3	6	9
L	4	7	10
M	2	4	6



نرسم الشبكة (الخامس بالترتيب)



active	الوقت المتوقع ( $\mu = \frac{0+4+10+19}{4}$ )	الوقت المكتسبة		الوقت المتأخر		الوقت المتأخر	البيان ( $z = \frac{P-0}{\sigma}$ )
		بداية	نهاية				
A	11	0	11	8	19	8	-
*B	6	0	6	0	6	0	1.77
C	7	0	7	10	17	10	-
D	8	6	14	11	19	5	-
E	5	14	19	19	24	5	-
F	3	6	9	21	24	15	-
*G	5	6	11	6	11	0	1.77
H	4	11	15	13	17	2	-
I	7	15	22	17	24	2	-
*J	13	11	24	11	24	0	2.77
*K	6	24	30	24	30	0	1
L	7	14	21	23	30	9	-
M	4	15	19	26	30	11	-

لحذ الانراف الكبارى

$$n = \sqrt{\text{مجموع ثنائى (الانتظام التكرارى)}}$$

$$n = \sqrt{(1.77) + (1.77) + (2.77) + 1} = \sqrt{7.31} = 2.70$$

$$Z = \text{أقال انتهاز الكسروى}$$

$$Z = \frac{\text{وقت الكمار الكرم} - \text{الوقت المنهرف}}{n}$$

$$Z = \frac{33.6 - 30}{2.70} = 1.33$$



## assignment problem

(1)

Assignment problem is a special type of linear programming problem which deal with the allocation of the various resources to the various activities on one to one basis. it does it in such a way that the cost or time involved in the process is minimum and profit or sale maximum.

→ assignment problem (Hungarian algorithm)

The Hungarian Algorithm is used in assignment problems when we want to minimize cost. this lesson will go over the steps of this algorithm and we will also see this algorithm in action by applying it to a real world example and Applying of business, and Employees to choose complete jobs or machines



(٢) الخطوات الخمسة في تخفيف الطرح - الضرب

① طرح الصفوف :- تأخذ أقل مئة من كل صف وتقوم بطرحها من جميع عناصر الصف

② طرح الأعمدة :- تأخذ أقل مئة من كل عمود وتقوم بطرحها من جميع عناصر العمود

③ تفضية العناصر الصفرية :- تظفي الأصفار في المصفوفة الناتجة من الخطوة (١، ٢) وأقل عدد محلي من الشروط الأربعة والعمودية

④ إذا كان عدد الشروط التي تظفي الأصفار سواء كانت (رقمية أو عمودية) مساوياً لأحد الصفوف أو الأعمدة فنبدأ بعملية التخفيف. ونتم هذه العملية بأن تأخذ الأصفار التي تقع على تقاطع الصفوف أو الأعمدة (نظام الالتقاء) وذلك لأن تلك النقاط أقل التكاليف ومن ثم نقوم بعملية التخفيف على أساس واحد لواحد (أي خطية واحدة كهاز واحد).

⑤ إذا كان عدد الشروط أقل من عدد الصفوف أو الأعمدة ففي هذه الحالة لا يمكننا إجراء عملية التخفيف وهي تقوم بعملية التخفيفات (نقوم بأختيار أقل قيمة من القيم الحرة وفطاة وطرحتها من باقي القيم غير المفطاة





③ ونضيف (أقل القيمة التي تم اختيارها) إلى تقاطع

الخطوط  
١-٢ الأسفل في هذه الخطوة  
(عندما تساوي عدد الخطوط (خطاه = عدد الصفوف والعمود)

Example ①

If you have three machines For three jobs, and we have the information in the following table about the costs of completing these jobs on these devices

(jobs) التكاليف

	1	2	3	
A	19	11	17	⑪
B	13	7	11	⑦
C	11	5	13	⑤

(devices) الأجهزة

sol. ① we subtract the lowest element in each row from all elements of the same row.



(4)

Jobs device	1	2	3
A	8	0	6
B	6	0	4
C	6	0	8

Sol (2) we subtract the lowest number in each column from all num of the same column (jobs)

Jobs device	1	2	3
A	2	0	2
B	0	0	0
C	0	0	4

(3) we cover the zeros in the array with the lowest possible number of horizontal or vertical lines.

A → 2 → 11

C → 2 → 11

(op time 2 min) B → 3 → 11

Cost = 11 + 11 + 11 = 33

	1	2	3
A	19	11	17
B	13	7	11
C	11	5	13



Example 2 :- Solve by using (Hungarian Algr) the assignment method: If we have the information in the following table about four different building (A, B, C, D) to be on a college by four different Contractors (1, 2, 3, 4).

Building	(Contractors)					
	1	2	3	4		
	A	48	48	50	44	(44)
	B	56	60	60	68	(56)
	C	96	94	90	85	(85)
	D	42	44	54	46	(42)

Step 1

	<sup>x</sup> 1	2	3	<sup>x</sup> 4
A	4	4	6	0
B	0	<del>4</del>	<del>4</del>	12
C	11	9	5	0
D	0	2	12	4

(2) (45)



Step 2

6

	1	2	3	4	
A	4	2	2	0	①
B	0	2	0	12	
C	11	7	10	0	①
D	0	0	8	11	

في حالة عدد الحظوظ، الخطأ > عدد التصويت لا عدد

Step 3

	1	2	3	4
A	3	1	1	0
B	0	2	0	13
C	10	6	0	0
D	0	5	8	5

يمكن إجراء عملية التجميع  
عدد الحظوظ، الخطأ = عدد التصويت لا عدد

Step 4

	1	2	3	4
A	48	48	50	44
B	56	60	60	68
C	96	94	90	85
D	42	44	54	46

$$\begin{aligned}
 A &\rightarrow 4 \rightarrow 44 \\
 C &\rightarrow 3 \rightarrow 90 \\
 B &\rightarrow 1 \rightarrow 56 \\
 D &\rightarrow 2 \rightarrow 44 \\
 \text{Cost} &= 44 + 90 + 56 + 44 \\
 &= \boxed{\phantom{000}}
 \end{aligned}$$



يوضح الجدول التالي البيانات حول الأنشطة والأنشطة السابقة والخاصة بإنجاز أحد المشاريع الصناعية.

جدول (9-11)

النشاط	النشاط السابق	الزمن / يوم
A	-	2
B	-	2
C	A	1
D	B, C	3
E	A	3
F	A	3
G	E	0
H	D, G	3
I	D, G	4
J	F	4
K	H, J	7
L	H, J	3
M	I	0
N	K	8
O	L, M	4
P	N, O	3

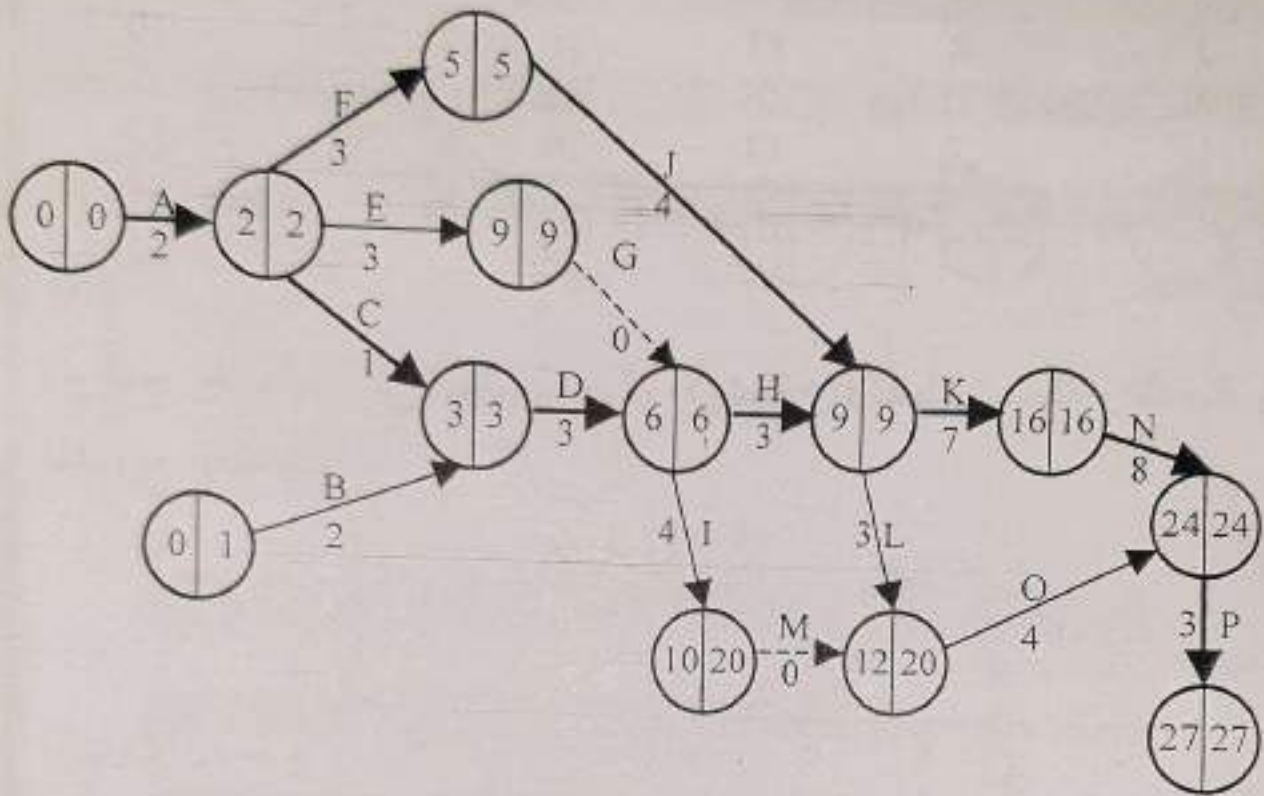


المطلوب:

1. رسم شبكة العمل للمشروع.
2. تحديد عدد المسارات والمسار الحرج.
3. تحديد الأوقات المبكرة والمتأخرة.
4. تحديد الزمن الفائض.

الحل:

1. رسم شبكة العمل.



شبكة (7-11) شبكة العمل

2. عدد المسارات والمسار الحرج.

المسار الأول	= A-F-J-K-N-P =	(27)
المسار الثاني	= A-E-G-H-K-N-P =	26
المسار الثالث	= A-E-G-H-L-O-P =	18
المسار الرابع	= A-E-G-I-M-O-P =	16
المسار الخامس	= A-C-D-H-K-N-P =	(27)
المسار السادس	= A-C-D-H-L-O-P =	19



المسار السابع	= A-C-D-I-M-O-P =	17
المسار الثامن	= A-F-J-L-O-P =	19
المسار التاسع	= B-D-H-K-N-P =	26
المسار العاشر	= B-D-H-L-O-P =	18
المسار الحادي عشر	= B-D-I-M-O-P =	16

يعتبر المسار الأول (A-F-J-K-N-P) والبالغ (27) يوماً والمسار الخامس (A-C-D-H-K-N-P) والبالغ (27) يوماً أيضاً، هما المساران الحرجان في الشبكة، إذ يستغرق كل منهما أطول فترة زمنية لإنجازهما.

3. الأوقات المبكرة والمتأخرة والزمن الفائض.

جدول (10-11)

النشاط	الأوقات المبكرة		الأوقات المتأخرة		الزمن الفائض
	بداية	نهاية	بداية	نهاية	
* A	0	2	0	2	0
B	0	2	1	3	1
* C	2	3	2	3	0
* D	3	6	3	6	0
E	2	5	3	6	1
* F	2	5	2	5	0
G	5	5	6	6	1
* H	6	9	6	9	0
I	6	10	16	20	10
* J	5	9	5	9	0
* K	9	16	9	16	0
L	9	12	17	20	8
M	10	10	20	20	10
* N	16	24	16	24	0
O	12	16	20	24	8
* P	24	27	24	27	0



الزمنية

المرحلة الثالثة

فهم علم الكاسوب

في المحاضرة "pdf"

Duality & Dual  
Simplex Method

# Duality and Dual Simplex method

لكل مشكلة في البرمجة الخطية توجد مشكلة تسمى النموذج المقابل - ولغرض التحويل بين النموذج المقابل له يجب مراعاة ما يلي :-

- ① إذا كانت دالة الهدف (Max) فيجب أن تكون القيود ( $\leq$ ) أقل أو يساوي والعكس صحيح (أي أن دالة الهدف إذا كانت (Min) فيجب أن تكون القيود ( $\geq$ ) أكبر أو يساوي
  - ② إذا كانت دالة الهدف  $\text{Max} \longleftrightarrow \text{Min}$  أي أن (Max) تتحول (Min) و (Min) تتحول (Max)
  - ③ لنفرض (A) أرقام كل قيد
  - ④ القيم الموجبة على يمين القيود تصبح معاملات في دالة الهدف للنموذج المقابل (الثنائي)
  - ⑤ كل ما عود يصبح هدف
  - ⑥ قيد عدم السالبة بالمتغيرات المناصفة
- تستنتج من ذلك أن المتباينة في النموذج الأولي إذا كانت ( $\leq$ ) فإنها تصبح في النموذج المقابل (الثنائي) ( $\geq$ ) والعكس صحيح.



Ex ① change The primal Model to The Dual,

$$\text{Max } Z = 6x_1 - 4x_2 - 5x_3$$

s.t.

$$\begin{aligned} 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 &\geq 16 \quad \textcircled{1} \\ x_1 - 5x_3 &\leq 18 \quad \textcircled{2} \\ 2x_1 + 2x_2 - 7x_3 &= 20 \quad \textcircled{3} \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -4x_1 + 2x_2 - 6x_3 &\leq -16 & y_1 \\ x_1 - 5x_3 &\leq +18 & y_2 \\ x_1 - 5x_3 &\leq -18 & y_3 \\ 2x_1 + 2x_2 - 7x_3 &\leq 20 & y_4 \\ \cancel{2x_1 + 2x_2 - 7x_3} &\cancel{\geq 20} \quad \textcircled{5} \\ -2x_1 - 2x_2 + 7x_3 &\leq -20 & y_5 \end{aligned}$$

$$\text{Min } Z = -16y_1 + 18y_2 - 18y_3 + 20y_4 - 20y_5$$

$$-4y_1 + y_2 + y_3 + 2y_4 - 2y_5 \geq 6$$

$$-2y_1 + 2y_4 - 2y_5 \geq -4$$

$$-6y_1 - 5y_2 - 5y_3 - 7y_4 + 7y_5 \geq -5$$

$$y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 \geq 0$$



Ex ② change the primal Model to the Dual Model

$$\text{Min } Z = 3X_1 + 2X_2 - 4X_3$$

s.t.o

$$(X_1 - 2X_2 + 4X_3 \leq 20)$$

$$5X_1 + 3X_2 - 3X_3 \geq 30$$

$$4X_1 - 2X_2 + 4X_3 = 45$$

$$X_1 + 2X_3 \leq 15$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

سأه

الخطوة الأولى ① القيد الأول مضروب - لتغير العلاقة إلى  $\geq$

② القيد الثاني يبقى على حاله لكن العلاقة  $\geq$

③ القيد الثالث يأخذ مقلوبه لكون العلاقة  $=$

$\leq$

④ القيد الرابع يضرب - لتحويل العلاقة إلى  $\geq$

Then

$$-X_1 + 2X_2 - 4X_3 \geq -20 \quad Y_1$$

$$5X_1 + 3X_2 - 3X_3 \geq 30 \quad Y_2$$

$$\Rightarrow \Rightarrow 4X_1 - 2X_2 + 4X_3 \geq 45 \quad Y_3$$

$$\Rightarrow \Rightarrow (4X_1 - 2X_2 + 4X_3 \leq 45) \Rightarrow$$

$$-4X_1 + 2X_2 - 4X_3 \geq -45 \quad Y_4$$

$$-X_1 - 2X_3 \geq -15 \quad Y_5$$

الهدف  
min  
فما ان  
تكون علاقة  
القيود  
 $\geq$



$$\max Z = -20Y_1 + 30Y_2 + 45Y_3 - 45Y_4 - 15Y_5$$

s.to

$$-Y_1 + 5Y_2 + 4Y_3 - 4Y_4 - Y_5 \leq 3$$

$$2Y_1 + 3Y_2 - 2Y_3 + 2Y_4 \leq 2$$

$$-4Y_1 - 3Y_2 + 4Y_3 - 4Y_4 - 2Y_5 \leq -4$$

$$Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5 \geq 0$$

النموذج المزدوج (Dual Model)

