

Correction de Test N°1 Probabilités et Statistique

Enseignant de module : M. SAGOUA

Groupes N° : 7 et 8

Exercice

On dispose d'une facture détaillée d'un abonné à un opérateur mobile. Dans cette facture on trouve, entre autres, la durée (mesurée en mn : ss) des appels effectués durant le jour de l'Aïd.

02 : 43 03 : 55 04 : 00 06 : 53 08 : 12 10 : 47 11 : 02 01 : 58 04 : 08 05 : 35
11 : 51 09 : 03 12 : 01 15 : 37 17 : 05 13 : 41 18 : 00 13 : 43 09 : 39 16 : 33

1) Déterminer la population étudiée, le caractère et sa nature.

- La population : **l'ensemble des appels effectués par un abonné durant le jour de l'Aïd. 0,5 pt**
- Le caractère : **la durée des appels 0,5pt**
- Nature de caractère : **quantitatif continu 0,5pt**

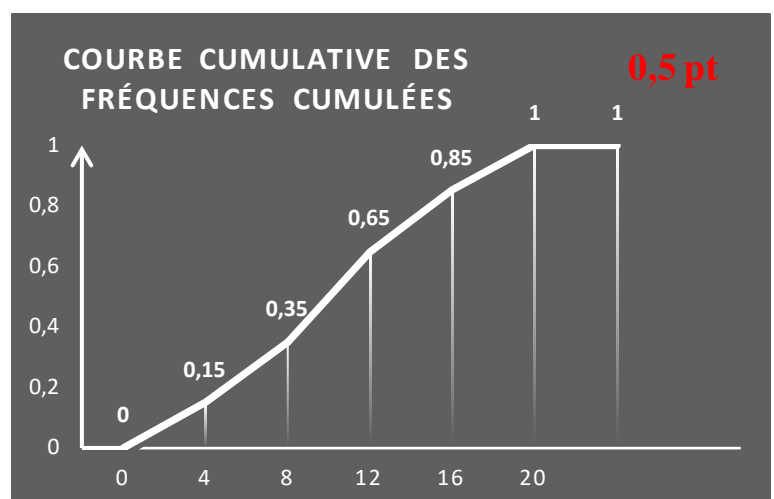
2) Regrouper la série ci-dessus en classes d'égales amplitudes en commençant par la classe $[0 - 4[$. **2,5pts**

X	$[0 - 4[$	$[4 - 8[$	$[8 - 12[$	$[12 - 16[$	$[16 - 20[$
C_i	2	6	10	14	18
Effectifs n_i	3	4	6	4	3
Effectifs cum \tilde{n}_i	3	7	13	17	20
Fréquence f_i	0,15	0,2	0,3	0,2	0,15
Fréquences cum \tilde{f}_i	0,15	0,35	0,65	0,85	1

3) Tracer la courbe cumulative des fréquences cumulées et déterminer la médiane graphiquement, puis interpréter cette valeur.

$M_e \simeq 10$ **0,5pt**

Interprétation : **50 % des appels d'un abonné ont une durée inférieure ou égale à 10 le jour de l'Aïd. 0,5pt**



4) Calculer le mode et la moyenne arithmétique.

Calcule du Mode : 1 pt

$M_0 \in [a_3; b_3[= [8; 12[$, on a donc :

$$M_0 = a_3 + (b_3 - a_3) \frac{\Delta_{prec}}{\Delta_{suiv} + \Delta_{prec}}$$

$$M_0 = 8 + 4 \frac{6-4}{(6-4)+(6-4)} = 8 + 4 \frac{2}{2+2} = 8 + 2 = 10$$

Calcule de la moyenne : 1 pt

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^5 C_i n_i$$

$$\bar{X} = \frac{1}{20} (2 \times 3 + 6 \times 4 + 10 \times 6 + 14 \times 4 + 18 \times 3) = \frac{1}{20} \times 200 = 10$$

5) La distribution est-elle symétrique ? justifier votre réponse.

Réponse : **d'après les réponses des questions précédentes, on remarque que :**

$$M_0 = \bar{X} = M_e = 10$$

La distribution est donc parfaitement symétrique. 0,5 pt

6) Donner l'intervalle qui contient 50 % des valeurs centrales de la série.

Réponse : **l'intervalle contenant 50% des valeurs centrales est l'intervalle interquartile $[Q_1, Q_3]$. 0,25 pt**

Il convient donc de déterminer la valeur de premier quartile Q_1 et troisième quartile Q_3 .

▪ **Calcule de Q_1 :**

$$N\alpha = 20 \times 0,25 = 5$$

$$Q_1 \in [4 - 8[$$

$$Q_1 = 4 + (8-4) \frac{5-3}{4} = 4 + 4 \frac{2}{4} = 6 \quad \text{0,25 pt}$$

▪ **Calcule de Q_3 :**

$$N\alpha = 20 \times 0,75 = 15$$

$$Q_3 \in [12 - 16[$$

$$Q_3 = 12 + (16-12) \frac{15-13}{4} = 12 + 4 \frac{2}{4} = 14 \quad \text{0,25 pt}$$

L'intervalle interquartile est donc $[Q_1, Q_3] = [6 - 14]$ 0,25 pt

7) Dans cette série statistique se rajoute une sixième classe $[20 - 24[$. Quelle est l'effectif de cette classe sachant que la moyenne arithmétique est égale à 12,4. **1 pt**

Réponse : soit n_6 l'effectif de la classe [20-24[, et comme la moyenne arithmétique est égale à 12,4, on a donc : $\frac{1}{N+n_6} \sum_{i=1}^6 C_i n_i = 12,4$.

$$\Leftrightarrow \frac{1}{20+n_6} (200 + 22n_6) = 12,4 \Leftrightarrow 200 + 22n_6 = 12,4 (20 + n_6)$$

$$\Leftrightarrow 22n_6 - 12,4n_6 = 248 - 200 \Leftrightarrow 9,6n_6 = 48 \Leftrightarrow n_6 = \frac{48}{9,6} = 5$$

L'effectif de la sixième classe est $n_6 = 5$.