

Listado 2: Sistemas de Ecuaciones Lineales (Parte 2)
Álgebra Lineal (527108)

1. Para los siguientes sistemas de ecuaciones lineales, determine si el sistema tiene una única solución, infinitas soluciones o ninguna solución. (No se pide encontrar de forma explícita todas las soluciones)

$$a) \begin{cases} 2x - 2y - 2z + t = 0 \\ \pi x + y + 2z - \pi t = 0 \\ x + 11y - z + 4t = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x + 4y + 2z = 0 \\ 3x + 11y + 2z = 0 \\ 4x - 2x + z = 0 \end{cases}$$

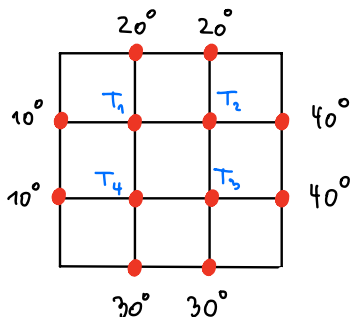
$$c) \begin{cases} 0,3x + 0,5y - 0,2z = 0,01 \\ 0,1x + 0,3y + 0,7z = 0,001 \\ 0,7x + 0,2y - 0,4z = 0,0001 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x + y = 0 \\ x + y + z = 0 \\ y + z + t = 0 \\ z + t = 0 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x + y = \pi \\ x + y + z = \pi^2 \\ y + z + t = \pi^3 \\ z + t = \pi^4 \end{cases}$$

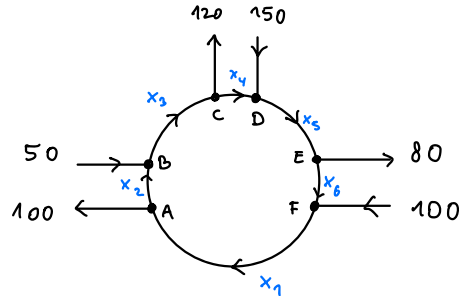
$$f) \begin{cases} x - y + z - t + w = 1 \\ y - z + t - w = 1 \\ x - y + 2z - 2t + 2w = 0 \\ x + z - t + w = 2 \end{cases}$$

2. Suponga una placa metálica cuadrada tiene 8 medidores de temperatura en el borde. Las temperaturas (en Celcius) de estos medidores están indicadas en la siguiente figura:



Se quiere conocer las temperaturas T_1, T_2, T_3, T_4 en los 4 puntos interiores marcados en la figura. Asumiendo que la temperatura en cada uno de esos puntos es el promedio de las temperaturas de los 4 puntos adyacentes a este en la cuadrícula indicada, escriba un sistema de ecuaciones lineales para T_1, T_2, T_3, T_4 . Tiene este sistema solución única?

3. Suponga una rotonda tiene 3 entradas y 3 salidas como se indica en la figura:



En cada entrada y salida, se conoce el número de vehículos por hora que entran o salen por ese punto. Por ejemplo, 100 vehículos salen de la rotonda por el punto A cada hora. Si x_1, \dots, x_6 es el número de vehículos por hora que va de un punto a otro de la rotonda como se indica (por ejemplo, x_2 es el número de vehículos por hora que van de A a B), escriba un sistema de ecuaciones lineales que permita encontrar los posibles valores de x_1, \dots, x_6 . Cuáles son las soluciones “razonables” (o sea $x_1, \dots, x_6 \geq 0$) de este sistema?

4. Considere los puntos del plano $P = (1, 2), Q = (2, 1), R = (4, 4)$.
- Existe una función cuadrática (o sea $y = f(x) = a + bx + cx^2$ con $a, b, c \in \mathbb{R}$) cuyo gráfico pase por esos tres puntos?
 - Cuántas funciones cuadráticas existen con tal propiedad?
 - Qué pasa si pedimos que $y = f(x)$ sea una cúbica, o sea $y = a + bx + cx^2 + dx^3$?