

BIOLOGÍA MATEMÁTICA

FUNCIÓN EXPONENCIAL

Karina Juárez Navarro

INTRODUCCIÓN

El crecimiento exponencial es un tipo de crecimiento ideal, no limitante. Así, en condiciones de un cultivo líquido, si el suministro de nutrientes y las condiciones ambientales pueden satisfacer las necesidades de todos microorganismos en el cultivo, y el efecto inhibitorio de los metabolitos es insignificante, el crecimiento de los microorganismos se da en condiciones ilimitadas.

Se propuso un modelo para el crecimiento exponencial de microorganismos en condiciones nutricionales sin restricciones como se muestra en la siguiente expresión:

$$N(t) = N_0 e^{\alpha t}$$

Donde $N(t)$ y N_0 es el número de microorganismos en el tiempo t y t_0 respectivamente, y α es la tasa de crecimiento bacteriano.

Para ciertos tipos de microbios α es una constante y el número de microorganismos crece exponencialmente con el tiempo, por lo que esta ecuación se conoce como ecuación de crecimiento exponencial.

Los valores $N(t)$ y N_0 en la ecuación no se cambian y el número de microorganismos se puede determinar en un tiempo dado. Esta función nos permitiría predecir el crecimiento, por ejemplo, de bacterias como *Escherichia coli* (*E. coli*).

E. coli es un bacilo gram-negativo de un peso aproximado de 1×10^{-12} g, que normalmente forma parte de la flora intestinal. Sin embargo, cuando se encuentra fuera del tracto intestinal puede ser causante de diversas enfermedades como infección en el tracto urinario, peritonitis, bacteriemia, entre otras.

E. coli es usada ampliamente en los laboratorios debido a su facilidad de cultivo, crecimiento rápido, y, además está altamente caracterizada. En la industria es usada para producir una gran variedad de compuestos, desde proteínas recombinantes (insulina), alcoholes, aminoácidos, ácidos grasos, entre otros.

En este trabajo se determinó el tiempo necesario para que un cultivo de *E. coli*, suponiendo que tiene nutrientes ilimitados y sin factores que puedan inhibir su crecimiento, alcance el peso del planeta tierra (5.972×10^{24} kg). Se considera $t_2 = 30$ min.

METODOLOGIA Y RESULTADOS

Cálculo del número de bacterias necesarias para alcanzar el peso de la Tierra ($N(t)$)

El planeta tierra tiene un peso aproximado de 5.972×10^{24} kg, mientras que el peso de una *E. coli* es de 1×10^{-12} g aproximadamente.

Al igualar las unidades, tenemos:

$$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$$

$$\text{Por lo tanto, } 5.972 \times 10^{24} \text{ kg} = 5.972 \times 10^{27} \text{ g}$$

Para conocer el número de bacterias necesarias para alcanzar el peso de la tierra se efectúa la siguiente operación:

$$\text{Número de bacterias} = \frac{\text{Peso de la tierra}}{\text{Peso de una bacteria}}$$

Sustituyendo:

$$\text{Número de bacterias} = \frac{5.972 \times 10^{27} \text{ g}}{1 \times 10^{-12} \text{ g}}$$

$$\text{Número de bacterias} = 5.972 \times 10^{39}$$

Cálculo de la tasa de crecimiento (α)

El crecimiento exponencial esta dado por la siguiente función:

$$N(t) = N_0 e^{\alpha t}$$

Donde:

$N(t)$ es el número de bacterias que crecieron en un tiempo determinado (t).

$$N(t) = 5.972 \times 10^{39}$$

N_0 corresponde al número de bacterias con las que inició el cultivo.

$$N_0 = 1$$

α indica la tasa de crecimiento

Si se desea conocer el tiempo necesario para que el número de bacterias sea el doble del número inicial, entonces:

$$N(t_2) = 2 \cdot N_0$$

Despejando t_2

$$2 \cdot N_0 = N(t_2) = N_0 e^{\alpha t}$$

$$2 = e^{\alpha t_2}$$

$$\ln 2 = \alpha t_2$$

$$t_2 = \frac{\ln 2}{\alpha}$$

Para conocer la tasa de crecimiento de nuestro cultivo, tenemos que:

$$\alpha = \frac{\ln 2}{t_2}$$

Sustituyendo,

$$t_2 = 30 \text{ min}$$

$$\alpha = \frac{\ln 2}{30}$$

$$\alpha = \frac{0.6931}{30}$$

$$\alpha = 0.0231$$

Cálculo de t

Con los datos obtenidos se puede calcular el tiempo necesario para que el cultivo de *E. coli* tenga 5.972×10^{39} bacterias, igualando el peso del planeta Tierra.

$$N(t) = N_0 e^{\alpha t}$$

$$\ln N(t) = N_0 \ln^{\alpha t}$$

$$\ln N(t) = N_0 \alpha t$$

$$\ln \frac{N(t)}{N_0} = \alpha t$$

$$t = \frac{\ln \frac{N(t)}{N_0}}{\alpha}$$

Sustituyendo en la fórmula obtenida:

$$N(t) = 5.972 \times 10^{39}$$

$$N_0 = 1$$

$$\alpha = 0.0231$$

$$t = \frac{\ln \frac{5.972 \times 10^{39}}{1}}{0.0231}$$

$$t = \frac{91.5879}{0.0231}$$

$$t = 3,964.15 \text{ min}$$

Si 1 h = 60 min, entonces

$$t = \frac{3,964.15 \text{ min}}{60 \text{ min}}$$

$$t = 66.06 \text{ h}$$

CONCLUSIÓN

Son necesarias 66.06 h para que un cultivo de bacterias *E. coli* crezca lo suficiente para pesar lo equivalente a la masa de la Tierra, 5.972×10^{24} kg. Lo anterior bajo condiciones ideales y sin restricciones. Es sorprendente la rapidez con la que pueden crecer este tipo de microorganismos, sin embargo, gracias a la naturaleza esto no es posible. Factores como pH, temperatura, humedad, competencia con otros microorganismos, entre otros, limitan el crecimiento de los microorganismos. En caso de que se trate de alguna enfermedad, el tratamiento con antibióticos favorece la muerte o la detención del crecimiento bacteriano.

BIBLIOGRAFIA

C. Zhao, Y. Zhang and Y. Li, Production of fuels and chemicals from renewable resources using engineered *Escherichia coli*, *Biotechnology Advances*, (2019). <https://doi.org/10.1016/j.biotechadv.2019.06.001>

Kaper, J., Nataro, J. & Mobley, H. Pathogenic *Escherichia coli*. *Nat Rev Microbiol* **2**, 123–140 (2004). <https://doi.org/10.1038/nrmicro818>