El crecimiento exponencial

Alvarado, Pablo
pablo.alvarado@cinvestav.mx
Profesor: DC. Moisés Santillán

Introducción.

El crecimiento exponencial supone que el crecimiento se produce en forma continua a través del tiempo, este tipo de crecimiento es utilizado en distintos estudios económicos, biológicos o epidemiológicos (1). Se ha demostrado el poder que tiene el crecimiento exponencial, aunque en condiciones prácticas suele ser muy improbable el crecimiento real de ese tipo de modelo. Durante el crecimiento microbiano existe una etapa de crecimiento exponencial, sin embargo, este crecimiento se ve afectado por factores que alteran el crecimiento microbiano (2). A pesar de eso, teóricamente podemos hacer una estimación de lo que sucedería si este crecimiento continuará, en esta práctica se busca conocer cuánto tiempo tardaría una bacteria si esta tuviera un crecimiento exponencial ilimitado en alcanzar el equivalente al peso del planeta Tierra.

Metodología y Resultados

Se busca conocer en cuanto tiempo se alcanzaría el número de bacterias necesario para poder alcanzar el peso de la Tierra partiendo de una sola bacteria que se reproduce exponencialmente con todos los recursos y condiciones óptimas para su reproducción. Se determinó que la primera reproducción de la bacteria se dio a los 30 minutos.
El peso de una bacteria de E. coli es de $1*10^{-12}$ y el peso de la Tierra es de $5.97*10^{27}$ con esto se puede saber que el número de bacterias necesario para alcanzar el peso de la Tierra es de $\mathbf{5.97*10^{39}}$.

Para conocer el crecimiento exponencial tenemos la siguiente fórmula:

$$N(t) = N_0 e^{\propto t}$$

Donde **N (t)** es el número de baterías final, $\mathbf{N_0}$ es el número inicial de bacterias, $\propto$ es la tasa de crecimiento exponencial y **t** es el tiempo necesario para llegar al número final de bacterias.
Para conocer el valor de $\propto$, podemos despejar el valor de la siguiente fórmula:

$$N(t_2) = N_0 e^{\propto t_2}$$

Podemos eliminar N_0 teniendo en cuenta que $N(t_2)=2*N_0$. La ecuación quedaría:

$$2 = e^{\propto t_2}$$

Después despejamos *e:*

$$Ln\, 2 = \propto t_2$$

Por último despejamos t_2:

$$\frac{Ln\, 2}{t_2} = \propto$$

Sabemos que el valor de t_2 es 30, entonces sustituimos en la formula y quedaría de la siguiente manera:

$$\frac{Ln\, 2}{30} = \propto$$

Por lo tanto el valor de $\propto$ es 0.023, con esto tenemos la cantidad de células que crecen por minuto.

Conociendo el valor de $\propto$ (.023) y el valor de N(t) podemos despejar el tiempo de la fórmula de crecimiento exponencial.

$$N(t) = N_0 e^{\propto t}$$

Primero despejamos N_0:

$$\frac{N(t)}{N_0} = e^{\propto t}$$

Luego *e:*

$$Ln[\frac{N(t)}{N_0}] = \propto t$$

Y por último $\propto$:

$$\frac{Ln[\frac{N(t)}{N_0}]}{\propto} = t$$

Sustituimos en la fórmula los valores de N(t)=5.97*10^{39}, N_0=1 y 0.023; quedando de la siguiente manera:

$$\frac{Ln[\frac{5.97 * 10^{39}}{1}]}{0.023} = t$$

Resolviendo la primera ecuación tenemos:

$$\frac{91.5412}{0.023} = t$$

Y por último nos queda:

$$t = 3980.05\ minutos$$

No queda un total de 3980.05 minutos o lo que es igual **66.33** horas.

Conclusión

Si una bacteria se reproduce exponencialmente cada media hora y tiene los recursos necesarios para seguir este comportamiento indefinidamente le tomaría 66 horas alcanzar el equivalente al peso de la Tierra, con esto, podemos ver un ejemplo de la magnitud del crecimiento exponencial, sin embargo, en un cultivo de bacterias tenemos que tomar en cuenta otros factores que determinan el crecimiento de estas.

Bibliografía

1. Torres-Degró A. Tasas de crecimiento poblacional (r): Una mirada desde el modelo matemático lineal, geométrico y exponencial. CIDE Digit. 2011;2(1):142–60.
2. Pedraza AC, Chona JAR, Maldonado JIM, Carrillo JLO. Estudio cinético de bacterias metanogénicas a diferentes temperaturas. Bistua Rev La Fac Ciencias Basicas. 2016;14(1):38–46.