Proyecto 2. Decaimiento exponencial

Simulación de decaimiento de una población de moléculas

Biología matemática

Dr. Moisés Santillán Zerón

Isaac Lehí Sánchez Morales

El decaimiento exponencial muchas veces es utilizado para modelos en donde se revisa diversos comportamientos poblacionales junto al crecimiento exponencial.

Una de las formas más prácticas de visualizar como se emplea es cuando queremos tener una noción de la edad de algún organismo que en algún momento se encontraba con vida.

Para determinar la fecha aproximada en la cual vivió un organismo se utilizan dos criterios: el relativo y el absoluto.

El primero utiliza eventos de la historia de la tierra que sucedieron antes o después de otros, sin entender el año preciso en el cual ocurrieron.

El tiempo absoluto trata de ubicar en años (miles o millones) el momento cuando el fósil era un organismo vivo.

Para determinar el tiempo absoluto se utilizan las siguientes técnicas:

Radioactividad. Los métodos radiométricos se basan en la presencia de algunos elementos radioactivos en ciertos materiales que se transforman (desintegrándose) en otros, a una velocidad que se conoce con precisión. Se sabe, por ejemplo, que un tipo de uranio se transforma en plomo y helio a una velocidad constante que no cambia por agentes químicos o físicos. Así, la relación plomo y uranio que encontramos en una roca nos señala su edad aproximada. Hay otros elementos que se usan y brindan fechas con gran precisión, como el carbono-14 un tipo radioactivo del carbono. Este elemento solo puede usarse en material orgánico con 50 000 años de antigüedad o menos. La mayoría de las pruebas de radioactividad se realizan en rocas adyacentes a los fósiles y no directamente a estos.

Tenemos el tiempo de vida promedio dado por la formula

$$< \mathrm{t} > = \frac{1}{\lambda}$$

Donde $< \mathrm{t} >$ es el tiempo de vida promedio y λ es la probabilidad en la que una molécula decaiga.

Siguiendo la ecuación del Decaimiento exponencial tenemos que

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Donde compararemos la cantidad de moléculas que quedan en el material con la población inicial de moléculas de lo cual obtenemos

$$\frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

Se ha encontrado un material del cual se tomaran algunas muestras de las cuales tenemos la siguiente tabla:

$\frac{N(t)}{N_0}$	t
0.286 – 0.287	
0.081 – 0.082	
0.001 – 0.002	

A lo cual queremos saber la datación que arrojan dichas muestras.

En primera instancia con la ayuda de una simulación donde introducimos los datos poblacionales de aquellas moléculas presentes podemos obtener el tiempo de vida promedio.

```
using Random
using Plots
using Statistics
```

```
N =10000
Pinit = 15000
dp = 1.0 / 800
x = zeros(N, Pinit)
x[1, :] .= 1
i = 2
while ((i < N) && (sum(x[i-1, :]) > 0))
    y = rand(Pinit)
    idx = findall(y .< dp)
    x[i, :] = x[i-1, :]
    x[i, idx] .= 0
    i += 1
end

lifeTimes = sum(x, dims=1)
```

```
1×15000 Matrix{Float64}:
 344.0  755.0  332.0  947.0  825.0  …  472.0  658.0  3129.0  737.0  2027.0
```

```
10 * mean(lifeTimes[1, :])
```

```
7927.863333333334
```

Si conocemos que $< \mathrm{t} >= 7927.863$

Entonces para obtener λ tendríamos

$$\lambda = \frac{1}{< \mathrm{t} >}$$

Por lo tanto substituyendo los valores que conocemos

$$\lambda = \frac{1}{7927.863} = 0.0001261237$$

Ya que obtuvimos la probabilidad de que las moléculas decaigan tenemos que

$$0.286 = e^{-0.0001261237t}$$

$$Ln0.286 = Lne^{-0.0001261237t}$$

$$-1.25176347 = -0.0001261237t$$

$$\frac{-1.25176347}{-0.0001261237} = t = 9{,}923.84$$

$$0.082 = e^{-0.0001261237t}$$

$$Ln0.082 = Lne^{-0.0001261237t}$$

$$-2.50103603 = -0.0001261237t$$

$$\frac{-2.50103603}{-0.0001261237} = t = 19{,}827.93$$

$$0.287 = e^{-0.0001261237t}$$

$$Ln0.287 = Lne^{-0.0001261237t}$$

$$-1.24827306 = -0.0001261237t$$

$$\frac{-1.24827306}{-0.0001261237} = t = 9{,}896.16$$

$$0.001 = e^{-0.0001261237t}$$

$$Ln0.001 = Lne^{-0.0001261237t}$$

$$-6.90775528 = -0.0001261237t$$

$$\frac{-6.90775528}{-0.0001261237} = t = 54{,}763.90$$

$$0.081 = e^{-0.0001261237t}$$

$$Ln0.081 = Lne^{-0.0001261237t}$$

$$-2.51330612 = -0.0001261237t$$

$$\frac{-2.51330612}{-0.0001261237} = t = 19{,}925.20$$

$$0.002 = e^{-0.0001261237t}$$

$$Ln0.002 = Lne^{-0.0001261237t}$$

$$-6.2146081 = -0.0001261237t$$

$$\frac{-6.2146081}{-0.0001261237} = t = 49{,}268.71$$

Estos resultados nos indican una estimación del tiempo transcurrido desde el valor inicial del conjunto de esas moléculas hasta que fueron decayendo así es como nos damos cuenta cuanto tiempo de vida tiene dicho material.

Bedolla, P. C. (2003). *Biología 1.* México, Ciudad de México: LIMUSA.