

Función exponencial

González Rueda Arantxa

1. Introducción

Una función exponencial es una función matemática que se expresa de la forma $f(x) = a^x$. En donde x es la variable llamado exponencial y a es la base de la función. Los componentes de las funciones exponenciales deben de tener ciertas características como:

- a debe de ser mayor a 0 y diferente a 1.
- x es cualquier número real.
- si la variable es negativa, la función será indefinida para $-1 < x < 1$.

Este tipo de funciones matemáticas son usadas para describir diversos fenómenos que ocurren. Un ejemplo son las curvas de crecimiento y las curvas de decaimiento. El que la curva tenga un comportamiento de crecimiento o decaimiento depende meramente de la función exponencial. *Escherichia Coli* (*E. coli*) es una bacteria Gram-negativa perteneciente a la familia *Enterobacteriaceae*. Esta especie está formada por una gran variedad de cepas, de las cuales, algunas son comensales no patógenos del intestino en mamíferos, sin embargo, cepas patógenas están relacionadas con distintas infecciones intestinales, urinarias, sanguíneas y del sistema nervioso central. *E. coli* es el organismo unicelular mejor descrito y es usado como uno de los principales modelos en biología, siendo uno de los pilares para investigación durante el desarrollo de distintas áreas como la biología molecular.

Debido a lo común que es el uso de esta función y en conjunto de que, el patrón de crecimiento de muchas bacterias tiene un comportamiento exponencial, en este trabajo se hará una prueba sobre el uso que tiene esta función en una pregunta biológica hipotética.

2. Planteamiento

Asumir que se tienen condiciones ideales ilimitadas y se está manejando un cultivo de *E. coli* que crece exponencialmente. Si se tiene un $t_2 = 30$ minutos y el cultivo comienza con una sola bacteria ¿cuánto tiempo tendría que pasar para que el cultivo de *E. coli* tenga la misma masa que el planeta Tierra?

3. Resultados

Considerando que:

$$N(t_2) = Na_0 e^{\alpha t_2} \quad (1)$$

describe el crecimiento de nuestra bacteria, donde α se refiere a la tasa de crecimiento bacteriano. Para conocer esta tasa, despejamos α de la **eq. 1** usando a t_2 .

$$\begin{aligned} N(t_2) &= Na_0 e^{\alpha t_2} \quad 2N_0 = N(t_2) = N_0 e^{\alpha t_2} \\ 2 &= e^{\alpha t_2} \\ \ln 2 &= \alpha t_2 \\ \alpha &= \frac{\ln 2}{t_2} \end{aligned}$$

Considerando que $t_2 = 30$ minutos. Para realizar el calculo se cambio de unidades de tiempo a segundos, lo cual sería $30 \text{ min} = 1800 \text{ seg}$.

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\ln 2}{1800} \\ \alpha &= 3,85 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

Además tomamos en cuenta que:

- La masa de una *E. coli* es de $1 \times 10^{-15} \text{ kg}$.
- La masa del planeta Tierra es de $5,972 \times 10^{24} \text{ kg}$.

Se necesitarían $5,97 \times 10^{39}$ *E. coli* para igualar la masa de la Tierra.

El siguiente paso será despejar de la ecuación 1 t_x .

$$\begin{aligned} xN_0 &= N(t_x) = N_0 e^{\alpha t_x} \\ x &= e^{\alpha t_x} \\ \ln x &= \ln e^{\alpha t_x} \\ t_x &= \frac{\ln x}{\alpha} \\ t_x &= 237889 \text{ segundos} \\ t_x &= 66 \text{ horas} \end{aligned}$$

4. Conclusiones

En este ejercicio se observó la aplicación de una función exponencial en un caso hipotético de crecimiento bacteriano. Además, se hizo explícito el comportamiento de un crecimiento exponencial, ya que, a pesar de que las bacterias tienen una masa muy pequeña, en cuestión de horas y en las condiciones ideales alcanzarían la masa de la Tierra, la cual es múltiples veces más grande.

Además, lo trabajado en este caso permitió, de cierta forma, que el comportamiento de crecimiento exponencial fuera más dimensionable y explícito, permitiendo un mejor entendimiento de las magnitudes que cierta función puede alcanzar.

Referencias

- [1] Exponential Functions - Definition, Formula, Properties, Rules [Internet]. BYJUS. Available from: <https://byjus.com/maths/exponential-functions/>
- [2] Schaechter M. Escherichia Coli. Encyclopedia of Microbiology. 2009;125–32.