

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE ENGENHARIA E INFORMÁTICA
UNIDADE ACADÊMICA DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROCESSAMENTO DIGITAL DE SINAIS
ALUNO: MOISÉS DE ARAÚJO OLIVEIRA
MATRÍCULA: 119110390

EXERCÍCIO - AMOSTRAGEM

CAMPINA GRANDE

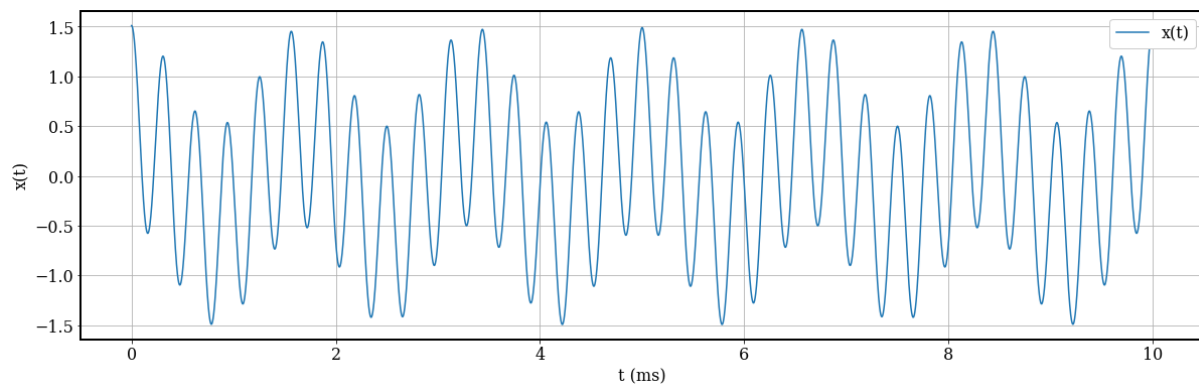
2022

Todas as perguntas se referem ao sinal $x(t) = \cos(2\pi 3200t) + 0,5 * \cos(2\pi 600t) + 0,01 \cos(2\pi 300t)$.

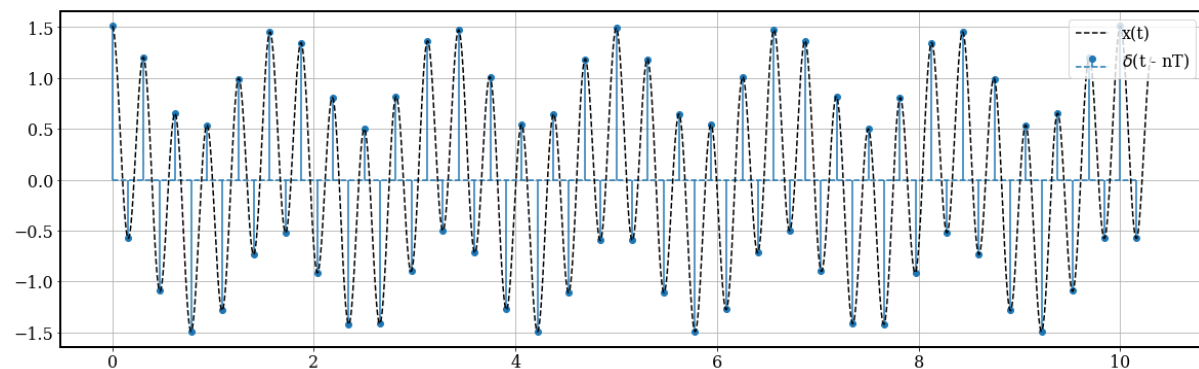
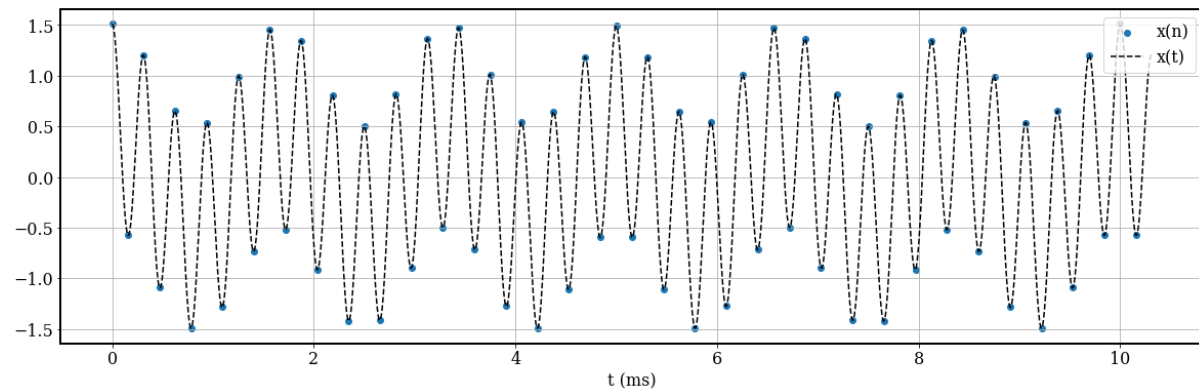
01. Determine a frequência de amostragem e mostre como ficam as amostras do sinal no tempo e os espectros do sinal original e do sinal amostrado.

A frequência de amostragem escolhida foi de $2 * \max(3200, 600, 300) = 6400$ Hz.

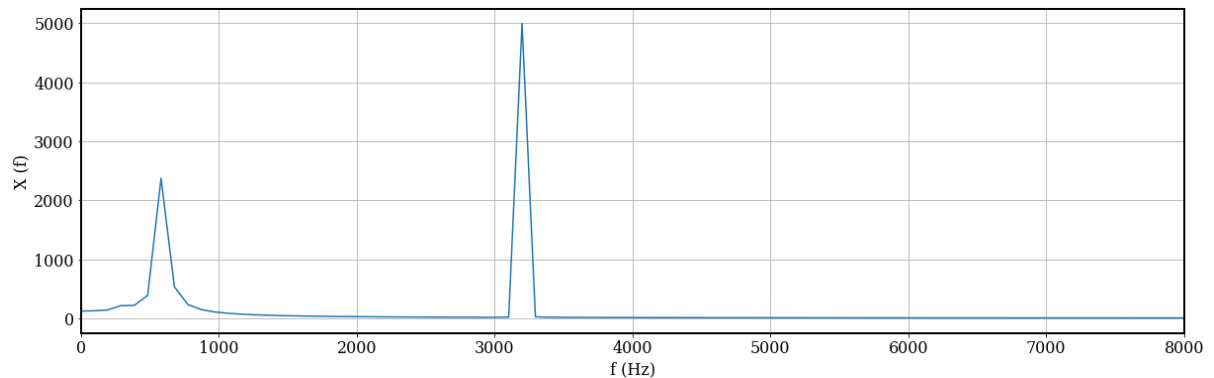
O sinal $x(t)$ é periódico com frequência igual a 200 Hz. A imagem abaixo ilustra o sinal definido em 2 períodos.



As imagens abaixo ilustram as amostras do sinal no tempo.



Aplicando a transformada de Fourier do sinal utilizando a biblioteca numpy, obtemos o seguinte espectro:

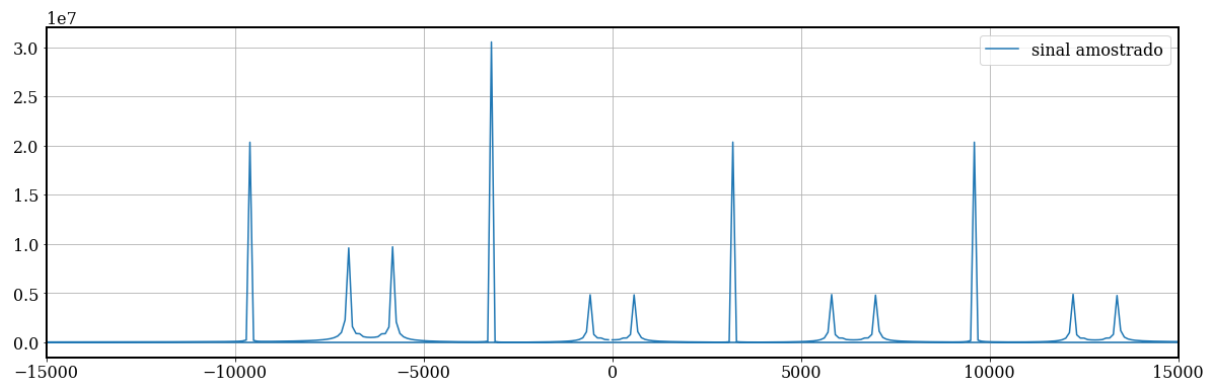


Esse espectro foi calculado utilizando 2 períodos do sinal $x(t)$.

Para amostrar esse sinal, devemos convoluir o espectro original com um trem de impulsos de período igual ao período de amostragem. Matematicamente, o sinal amostrado é:

$$X_s(j\Omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_a[j(\Omega - k\Omega_s)]$$

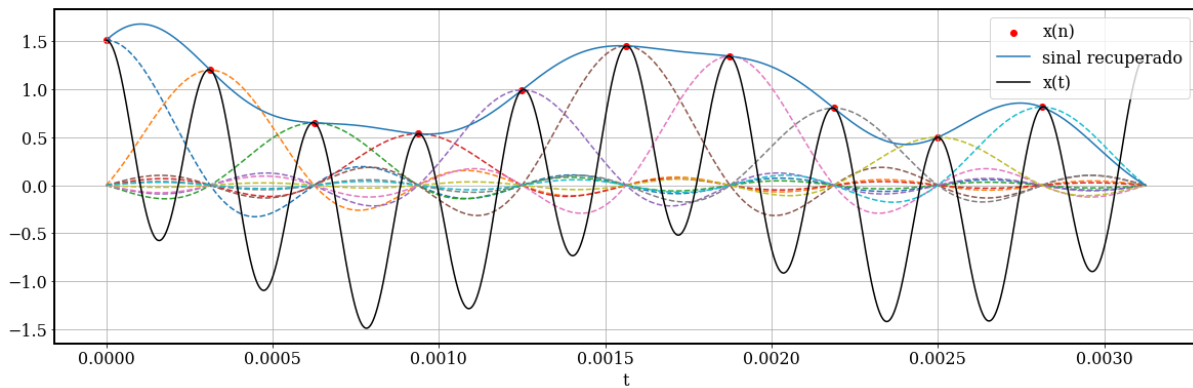
A imagem abaixo ilustra o sinal amostrado:



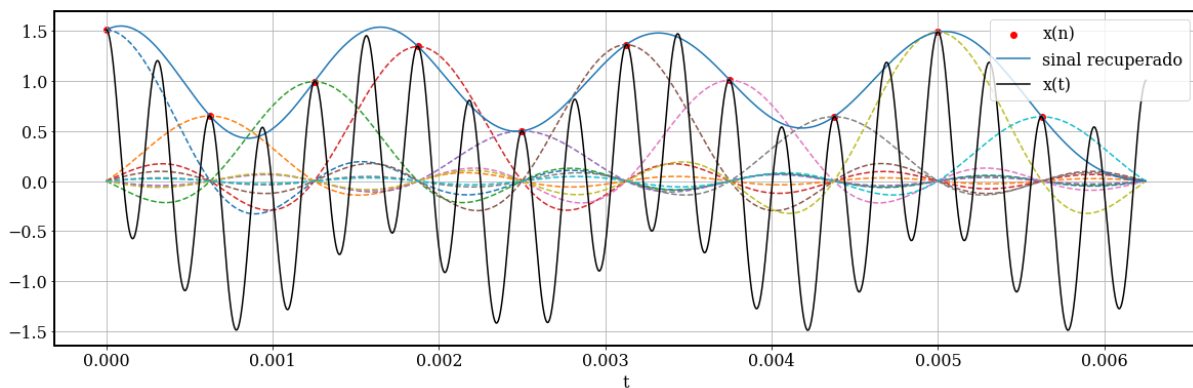
02. Para a frequência que você escolheu (F_s), mostre como fica o sinal recuperado das amostras obtidas com $F_s/4$, $F_s/2$.

A frequência escolhida foi de $F_s = 6400$ Hz.

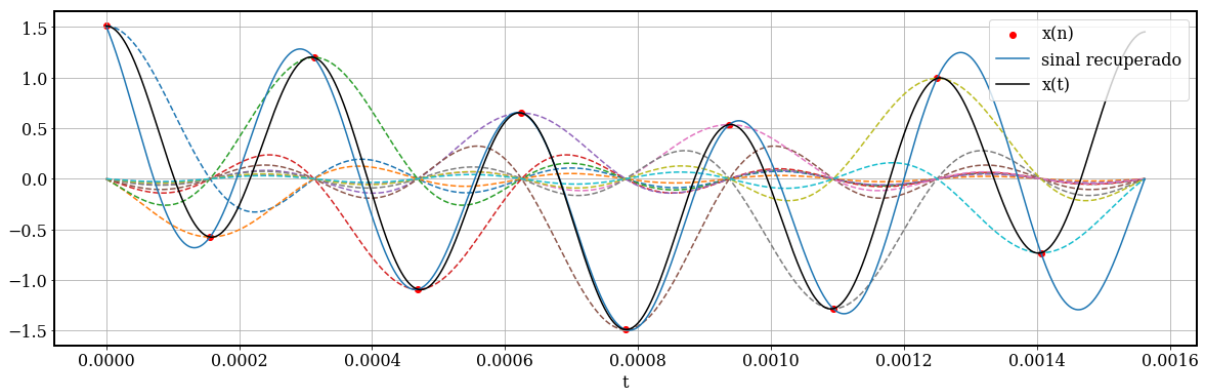
Para $F_s/2$, temos:



Para $F_s/4$, temos:



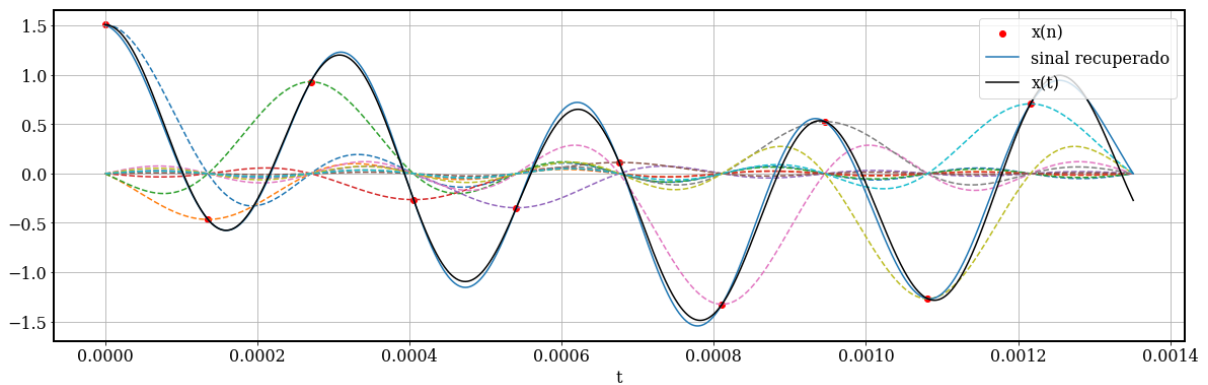
Para F_s , temos:



Para melhorar a visualização das contribuições das amostras e do sinal recuperado, foi feita a recuperação do sinal em um intervalo menor que 1 período do sinal original.

Observamos que para frequências menores do que a frequência de Nyquist, o sinal recuperado é bem distorcido. Já para a frequência que é exatamente igual a frequência de Nyquist, o sinal recuperado já se parece muito com o sinal original, porém com alguns atrasos e pequenas distorções. Isso ocorre porque quando utilizamos a frequência de amostragem exatamente igual a frequência de Nyquist, é necessário um filtro ideal para recuperá-lo, o que não existe na vida real. Quanto mais aumentamos a frequência de amostragem, mais o sinal recuperado fica semelhante ao original.

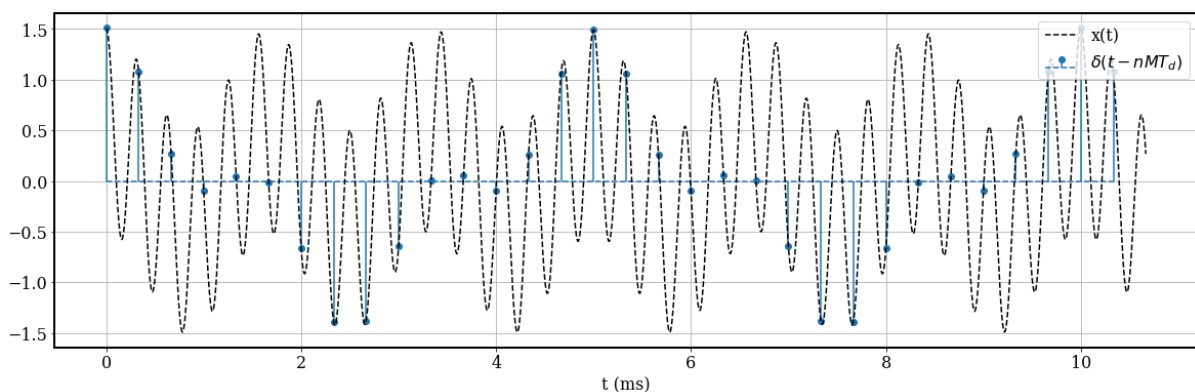
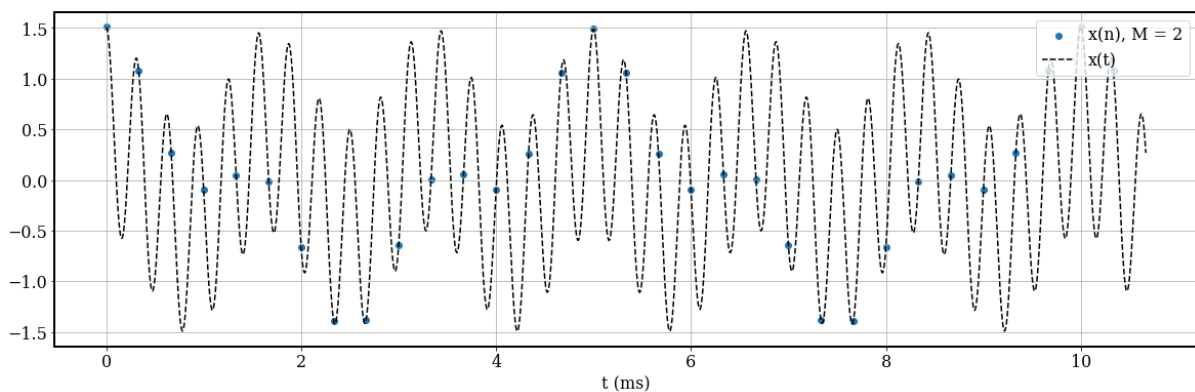
Para $F = F_s + 1000$:



Observamos que a recuperação do sinal foi melhorada.

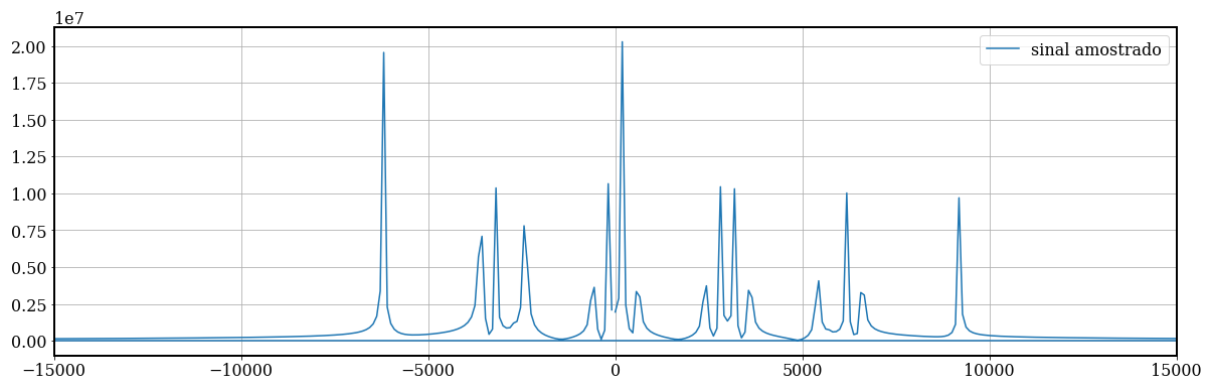
03. Considere que a frequência de amostragem foi de $F_s = 6\text{ksps}$. Aplique a decimação no sinal amostrado pelos fatores $M = 2$, $M = 5$ e $M = 10$ e esboce como fica o espectro do sinal após a decimação.

Para $M = 2$, temos:

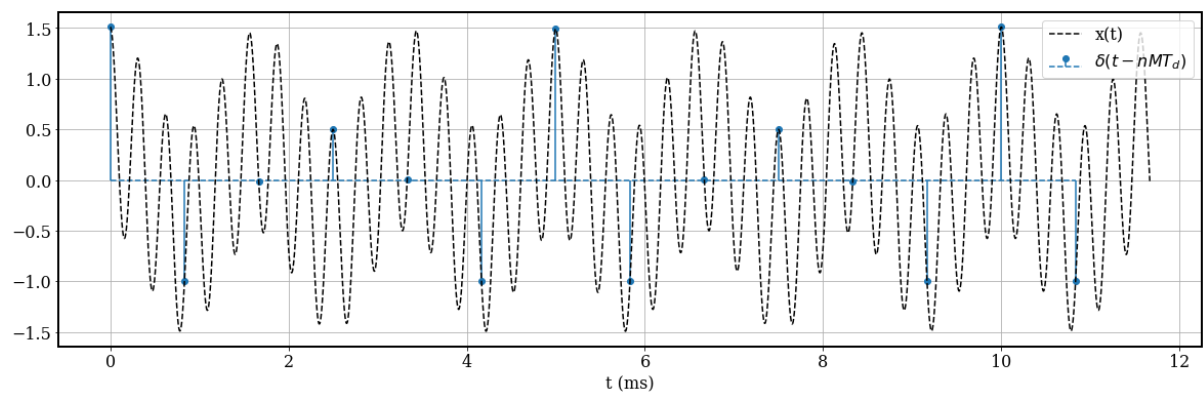
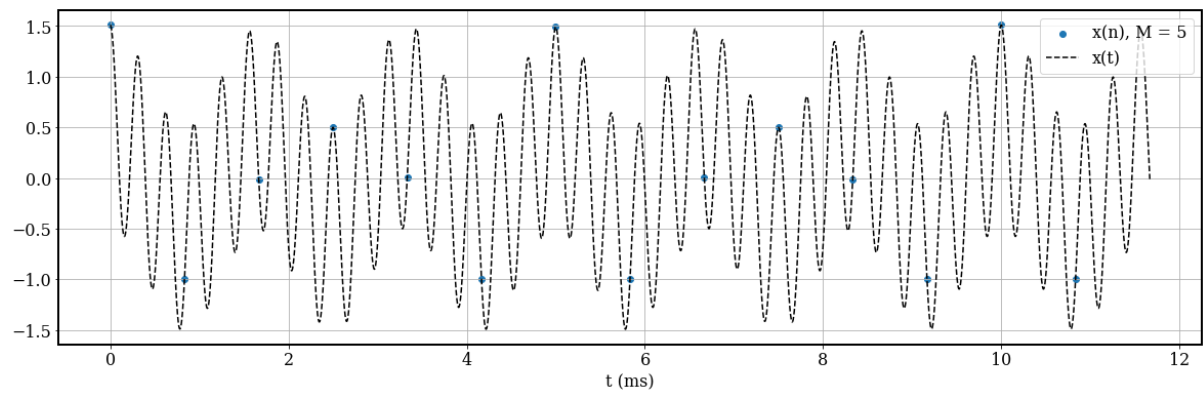


Para amostrar o sinal $x(t)$, devemos convoluir com o trem de impulsos mostrado acima, de período MT_d .

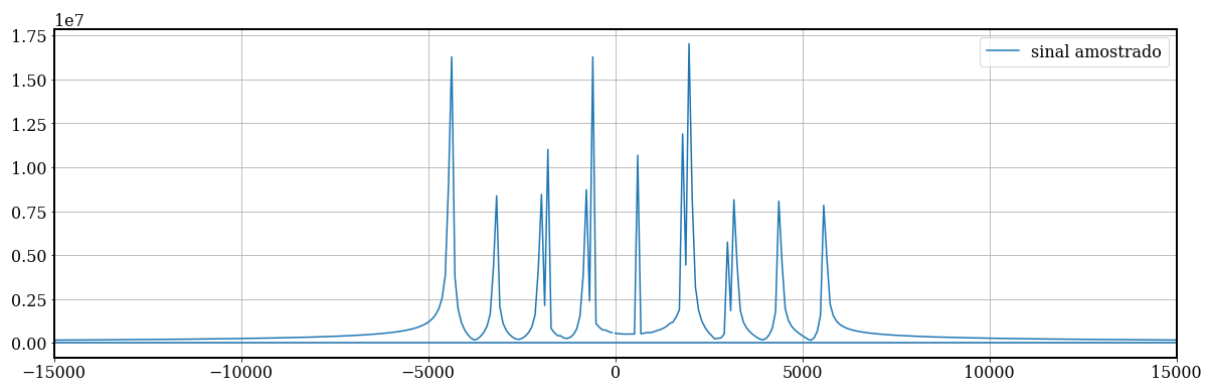
Amostrando, obtemos:



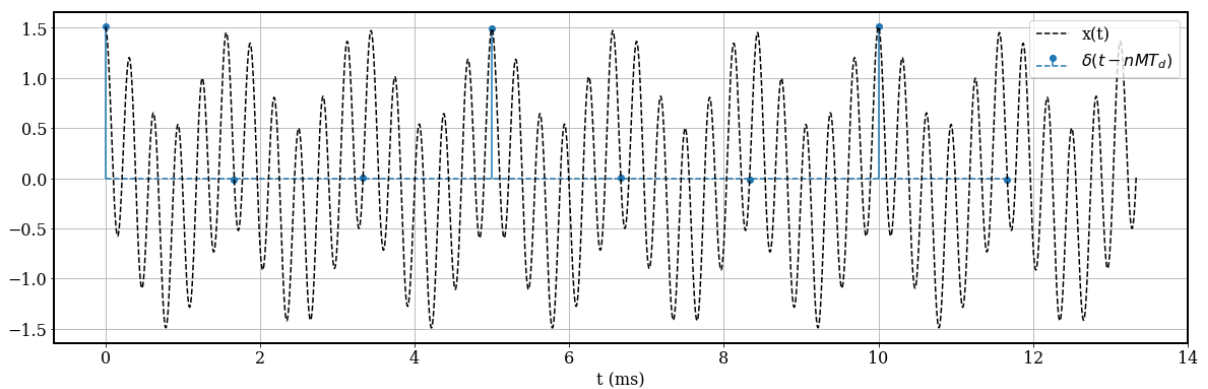
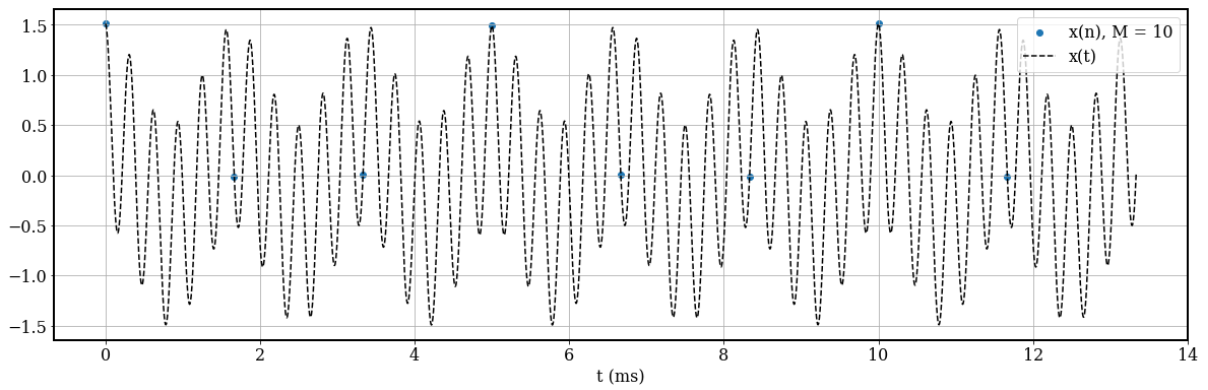
Para $M = 5$, temos:



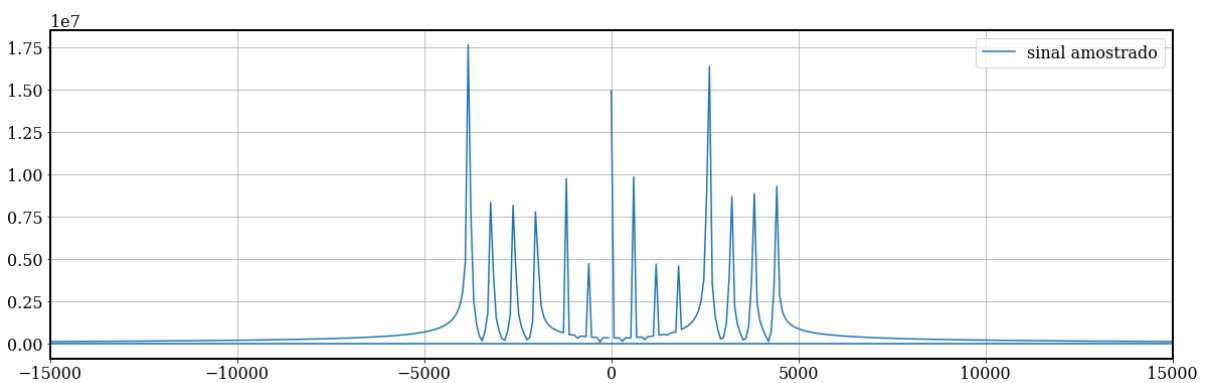
Amostrando, obtemos:



Para $M = 10$, temos:



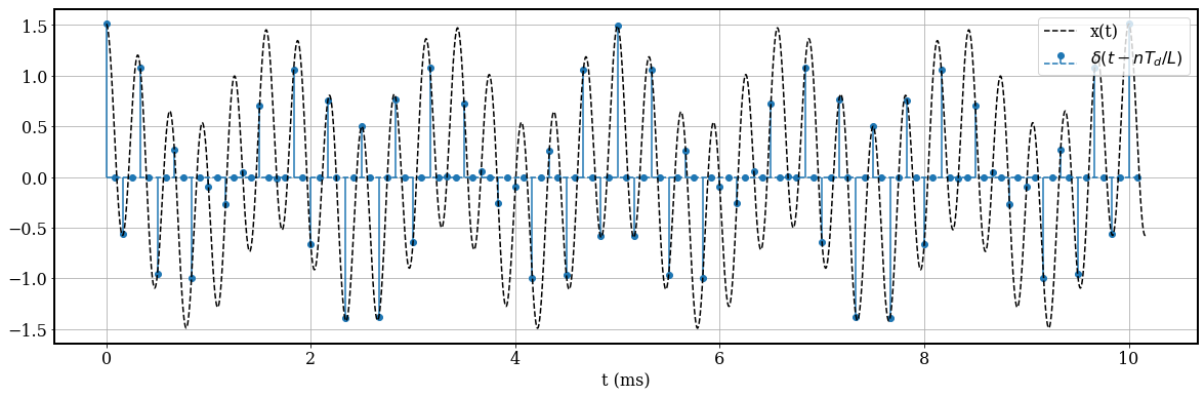
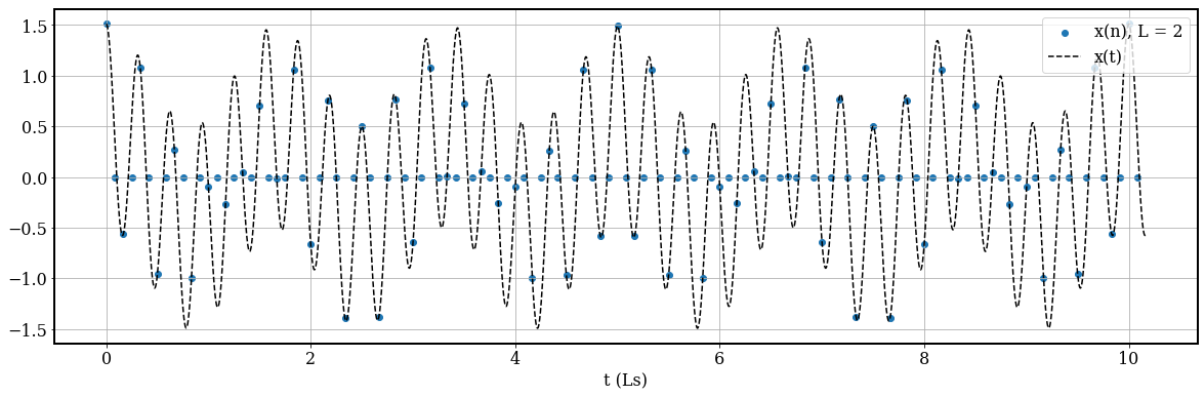
Amostrando, obtemos:



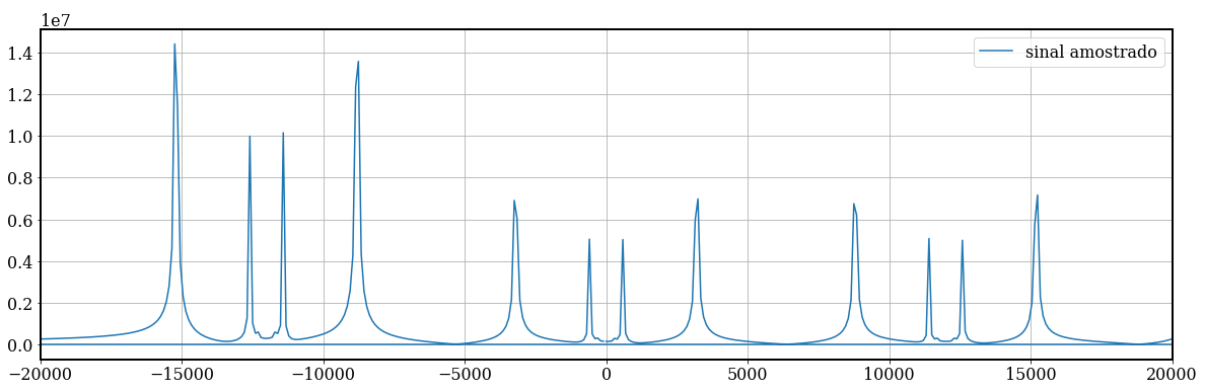
Observando os espectros do sinal amostrado, percebemos que há distorção. Isso se deve ao fato de que foi utilizado uma frequência de amostragem menor do que a frequência de Nyquist.

04. Considere que a frequência de amostragem foi de $F_s = 6\text{ksps}$. Aplique a interpolação no sinal amostrado pelos fatores $L = 2$, $L = 5$ e $L = 10$ e esboce como fica o espectro do sinal após a decimação.

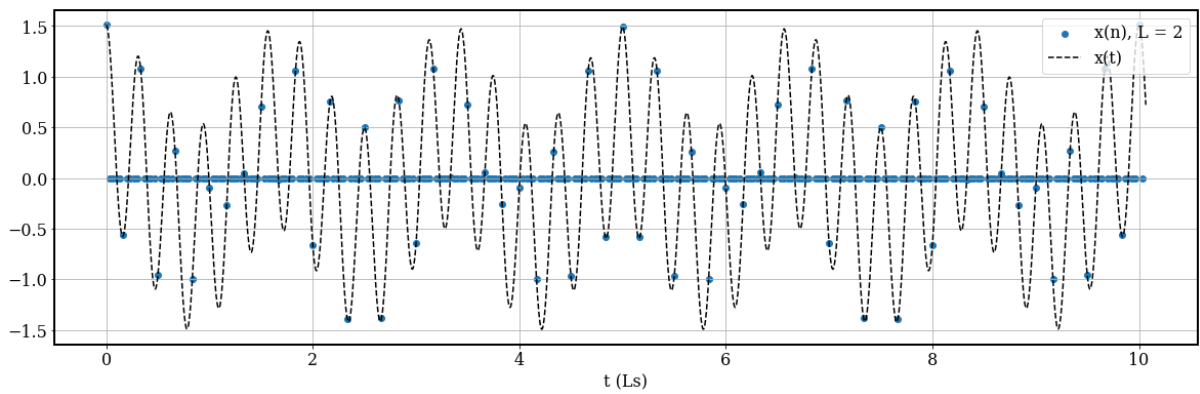
Para $L = 2$, temos:

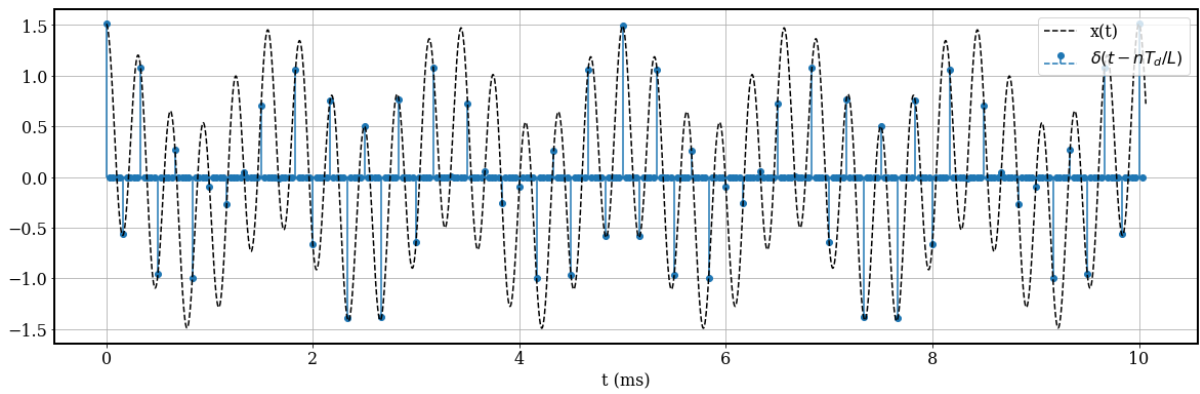


Amostrando o sinal, obtemos:

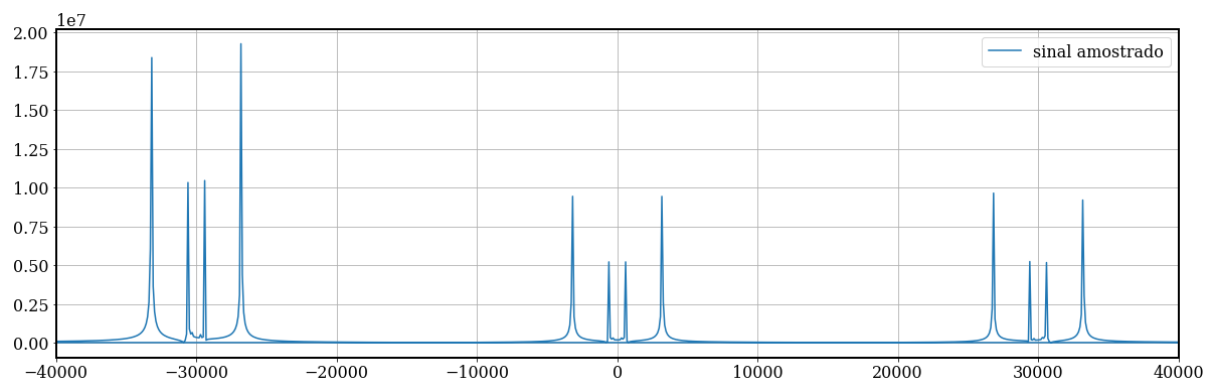


Para $L = 5$, temos:

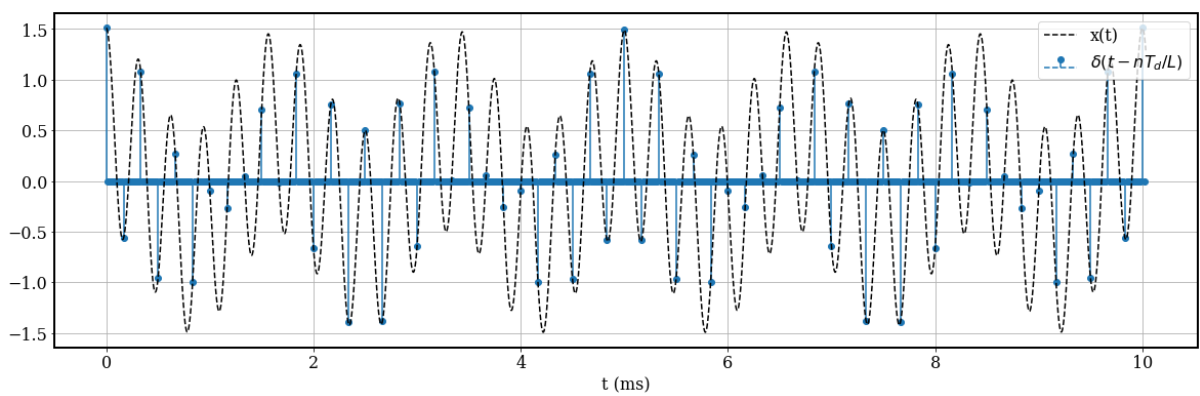
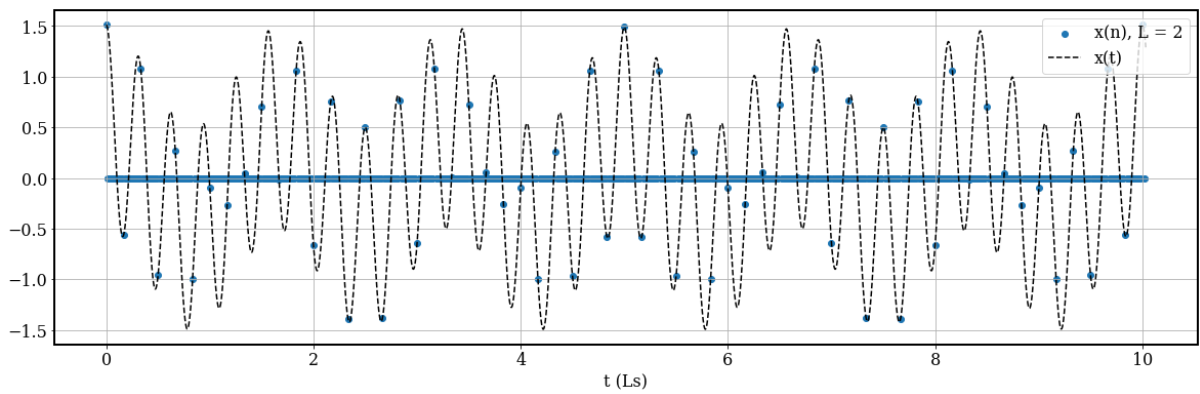




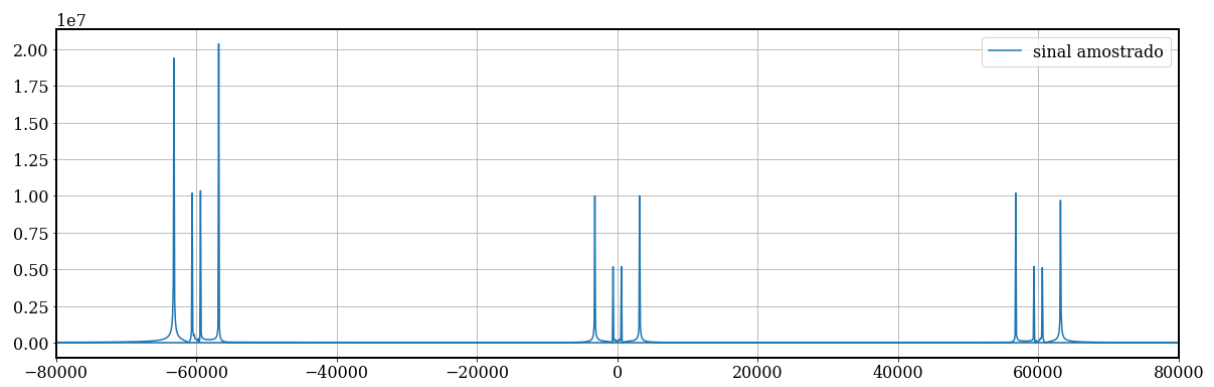
Amostrando, obtemos:



Para $L = 10$, temos:



Amostrando, temos:



A diferença de amplitude dos impulsos entre o lado positivo e negativo do espectro é devido ao algoritmo que é utilizado na biblioteca numpy para fazer a FFT (Fast fourier Transform).