UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE ENGENHARIA E INFORMÁTICA
UNIDADE ACADÊMICA DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROCESSAMENTO DIGITAL DE SINAIS
ALUNO: MOISÉS DE ARAÚJO OLIVEIRA
MATRÍCULA: 119110390

EXERCÍCIO - AMOSTRAGEM

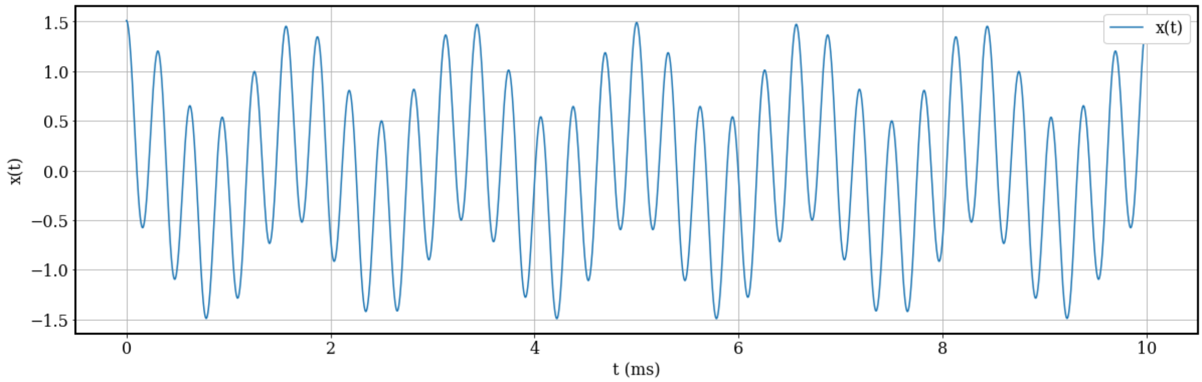
CAMPINA GRANDE
2022

Todas as perguntas se referem ao sinal x(t) = cos(2π3200t) + 0, 5 ∗ cos(2π600t) + 0, 01 cos(2π300t).

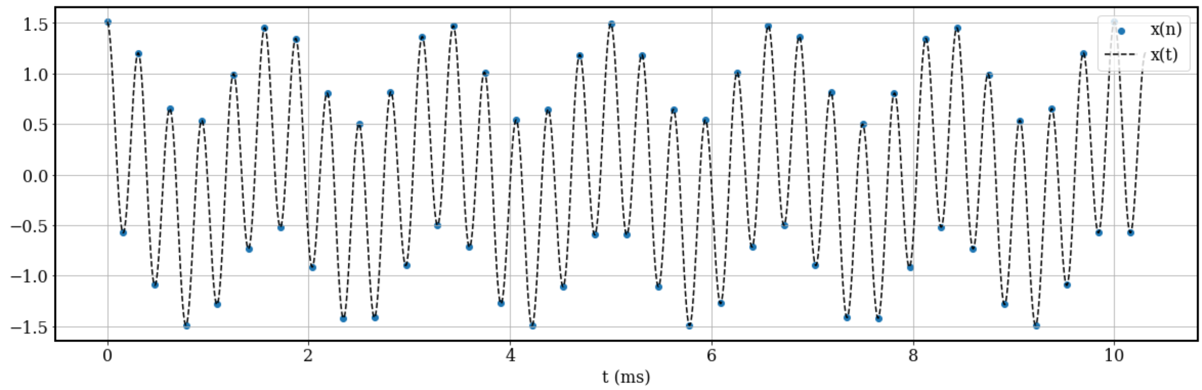
01. Determine a frequência de amostragem e mostre como ficam as amostras do sinal no tempo e os espectros do sinal original e do sinal amostrado.

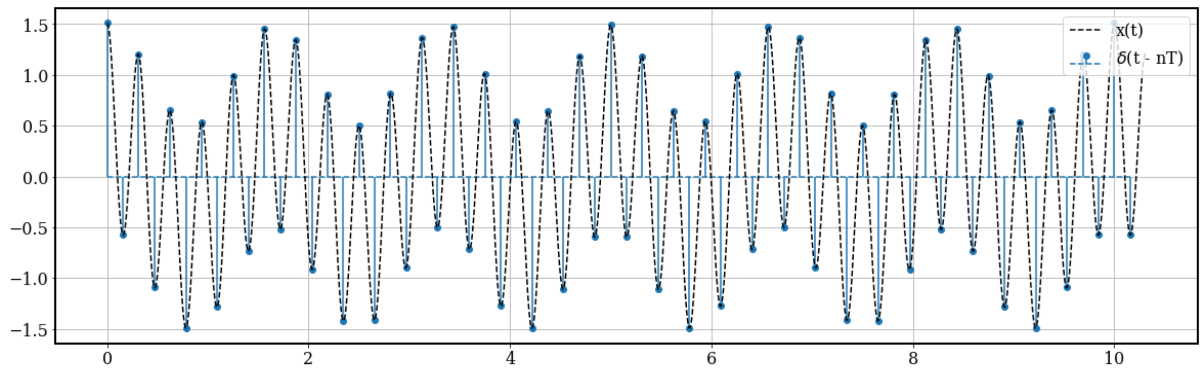
A frequência de amostragem escolhida foi de 2*max(3200, 600, 300) = 6400 Hz.

O sinal x(t) é periódico com frequência igual a 200 Hz. A imagem abaixo ilustra o sinal definido em 2 períodos.

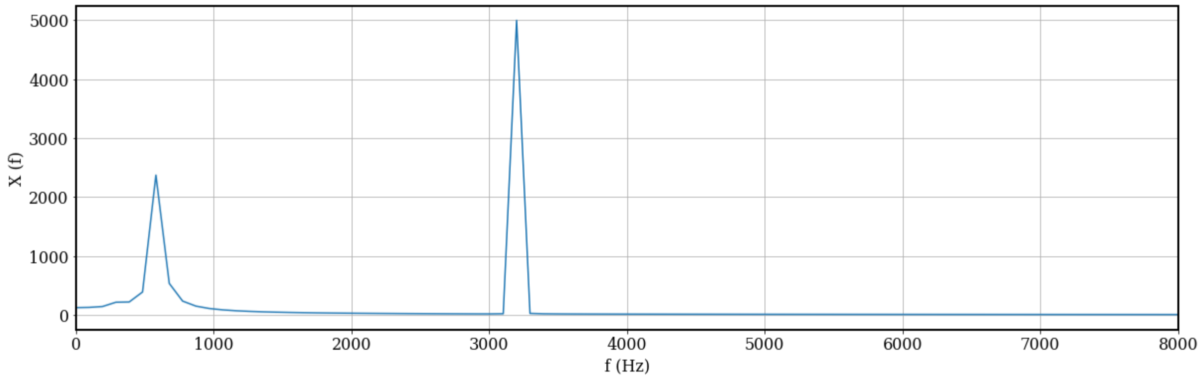


As imagens abaixo ilustram as amostras do sinal no tempo.





Aplicando a transformada de Fourier do sinal utilizando a biblioteca numpy, obtemos o seguinte espectro:

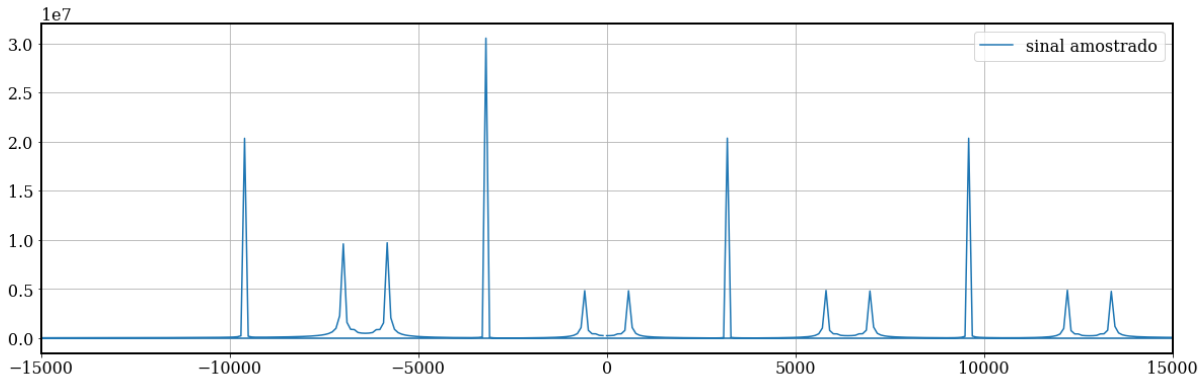


Esse espectro foi calculado utilizando 2 períodos do sinal x(t).

Para amostrar esse sinal, devemos convoluir o espectro original com um trem de impulsos de período igual ao período de amostragem. Matematicamente, o sinal amostrado é:

$$X_s(j\Omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_a[j(\Omega - k\Omega_s)]$$

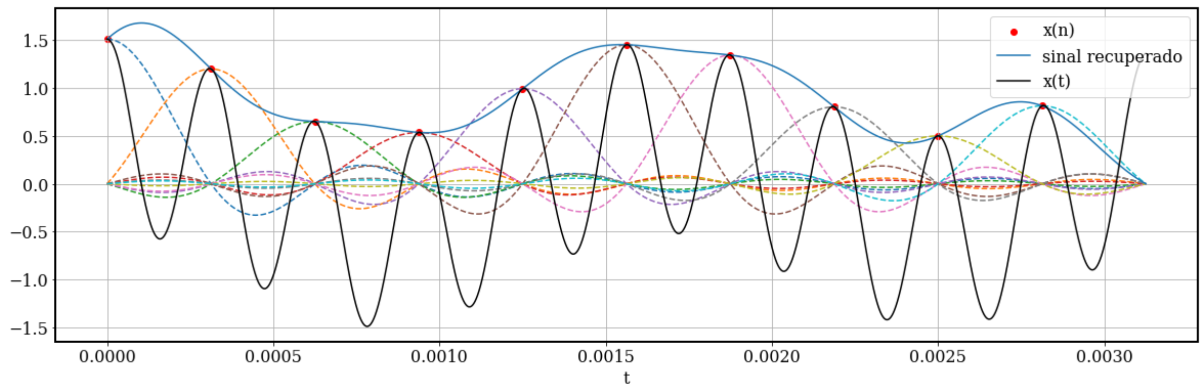
A imagem abaixo ilustra o sinal amostrado:



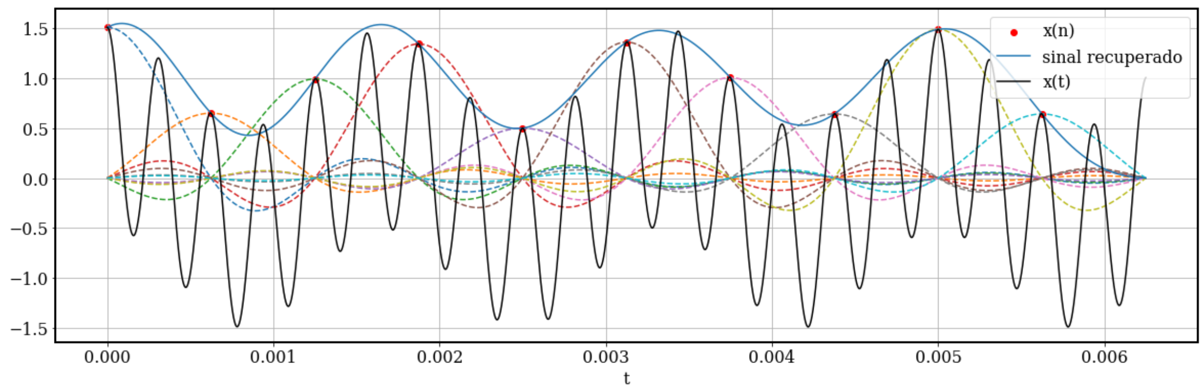
02. Para a frequência que você escolheu (Fs), mostre como fica o sinal recuperado das amostras obtidas com Fs/4, Fs/2.

A frequência escolhida foi de Fs = 6400 Hz.

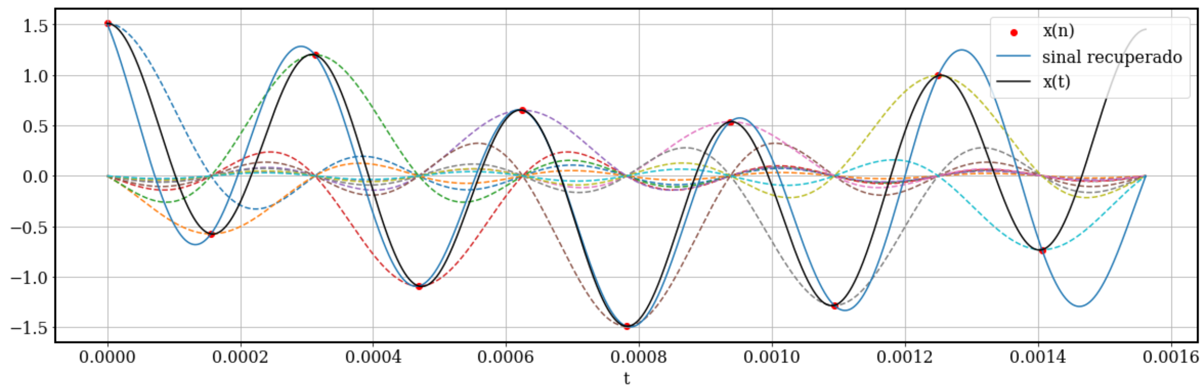
Para Fs/2, temos:



Para Fs/4, temos:



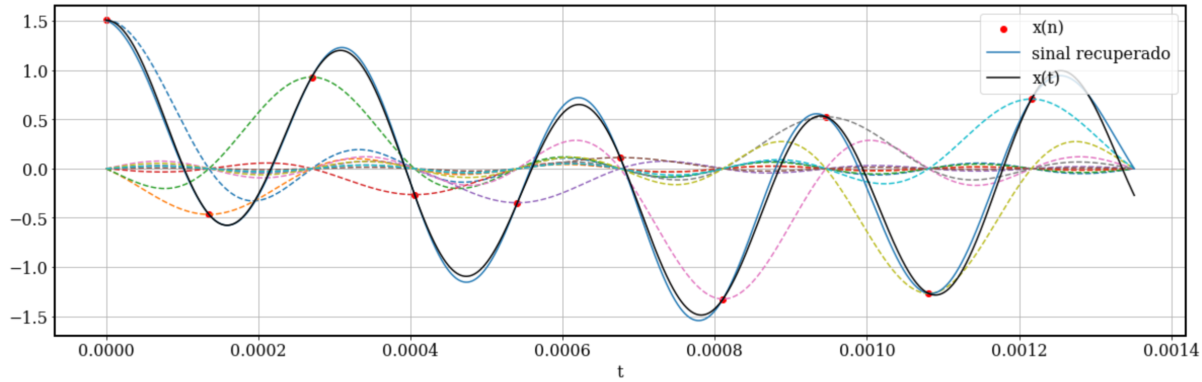
Para Fs, temos:



Para melhorar a visualização das contribuições das amostras e do sinal recuperado, foi feita a recuperação do sinal em um intervalo menor que 1 período do sinal original.

Observamos que para frequências menores do que a frequência de Nyquist, o sinal recuperado é bem distorcido. Já para a frequência que é exatamente igual a frequência de Nyquist, o sinal recuperado já se parece muito com o sinal original, porém com alguns atrasos e pequenas distorções. Isso ocorre porque quando utilizamos a frequência de amostragem exatamente igual a frequência de Nyquist, é necessário um filtro ideal para recuperá-lo, o que não existe na vida real. Quanto mais aumentamos a frequência de amostragem, mais o sinal recuperado fica semelhante ao original.

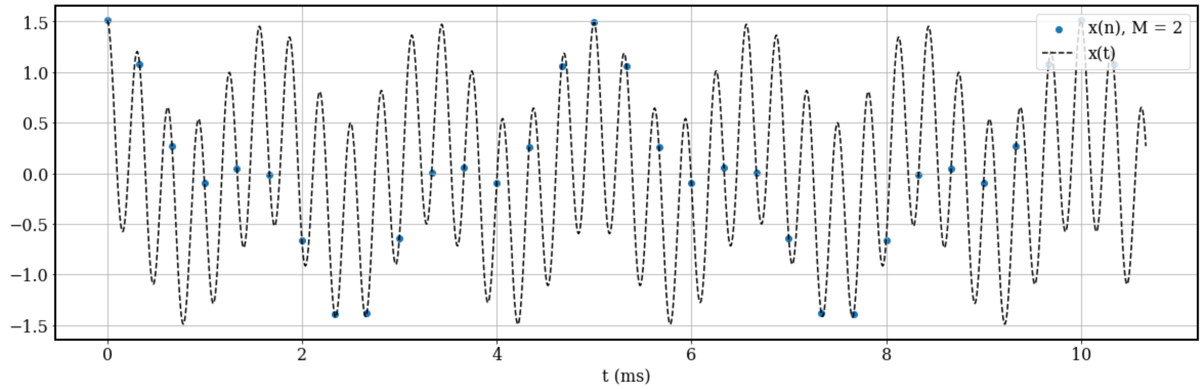
Para F = Fs + 1000:

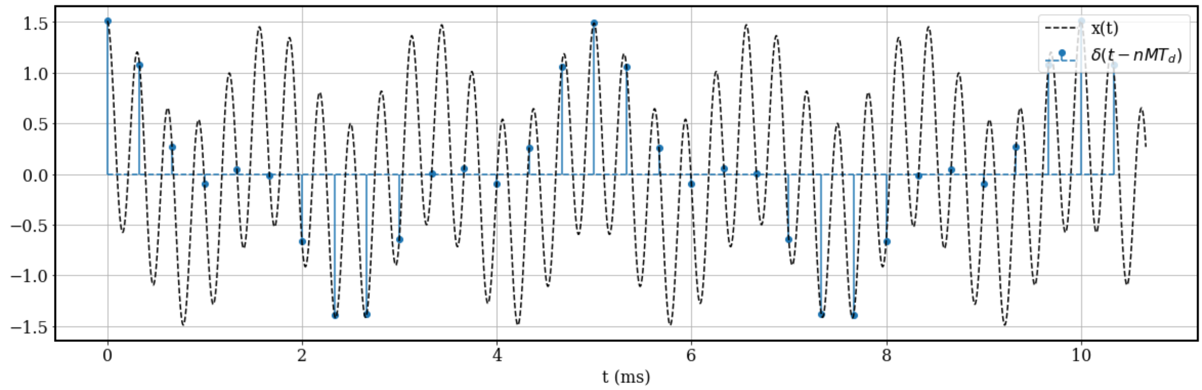


Observamos que a recuperação do sinal foi melhorada.

03. Considere que a frequˆencia de amostragem foi de Fs = 6ksps. Aplique a decimação no sinal amostrado pelos fatores M = 2, M = 5 e M = 10 e esboce como fica o espectro do sinal após a decimação.

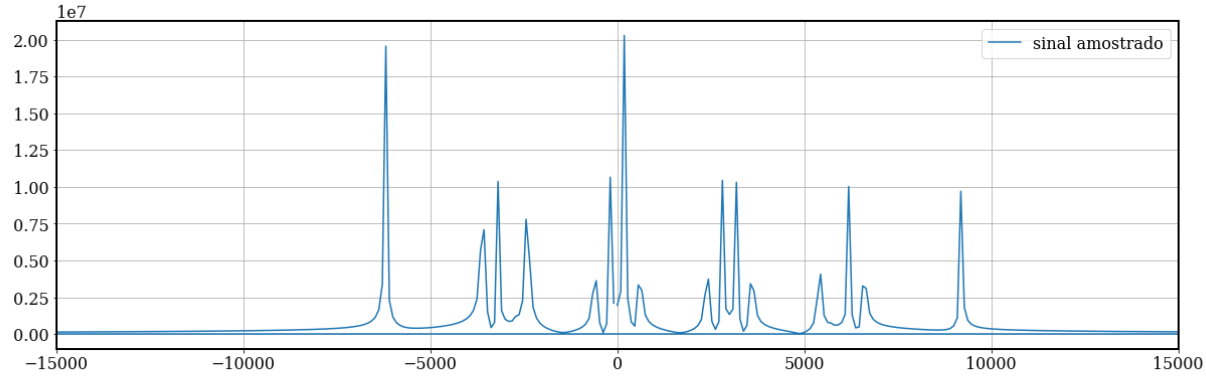
Para M = 2, temos:



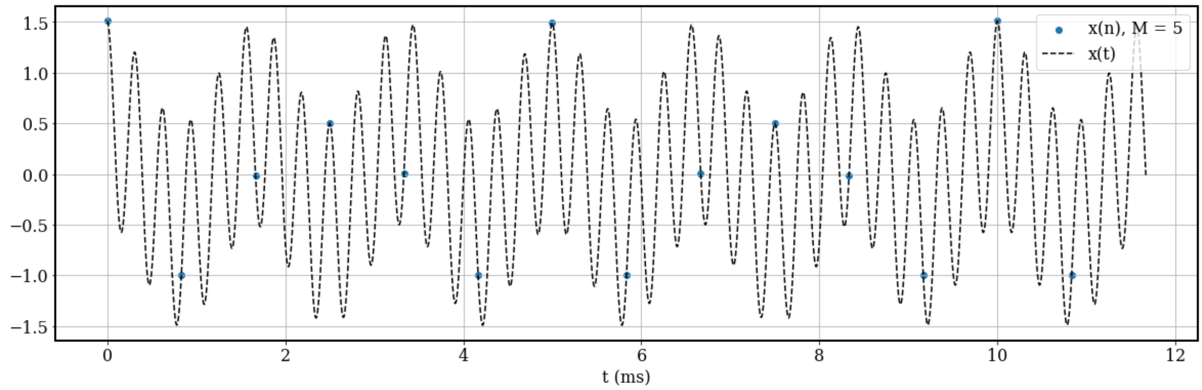


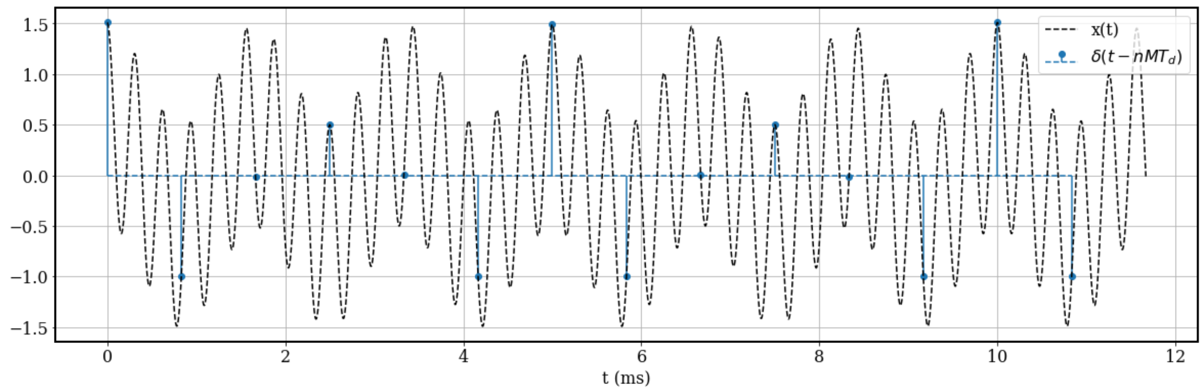
Para amostrar o sinal x(t), devemos convoluir com o trem de impulsos mostrado acima, de período MTd.

Amostrando, obtemos:

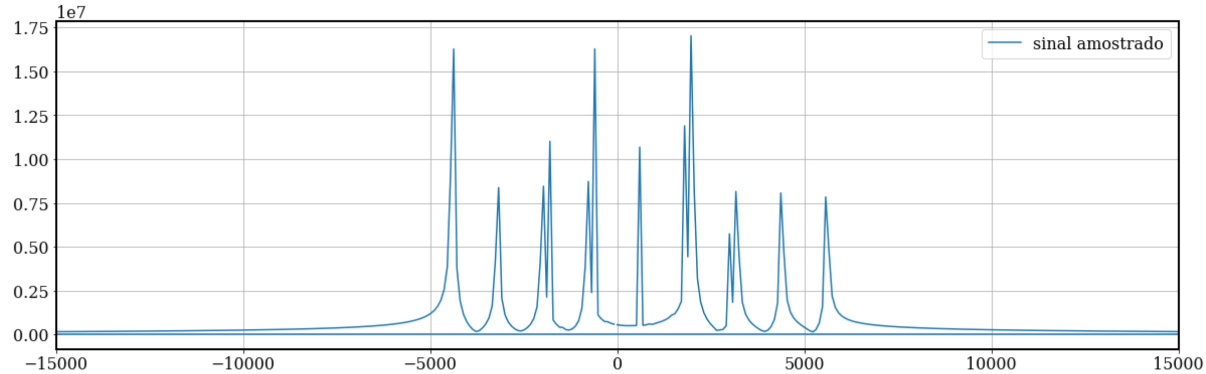


Para M = 5, temos:

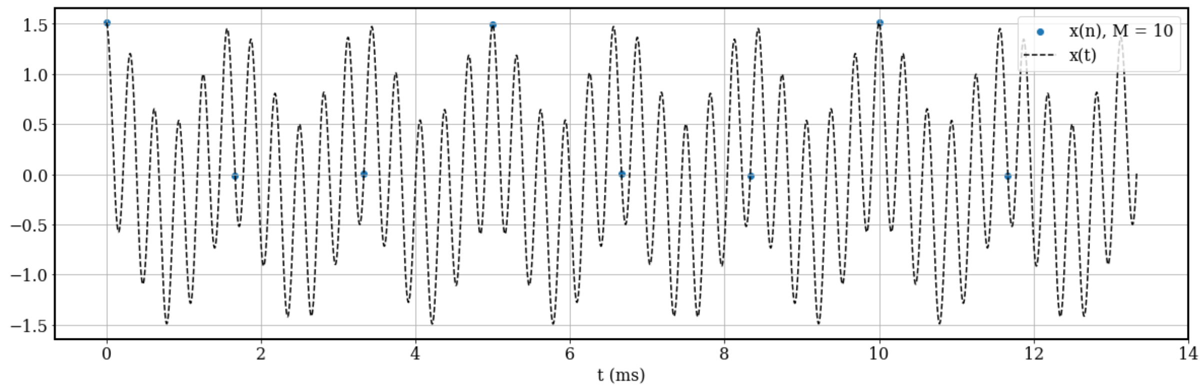


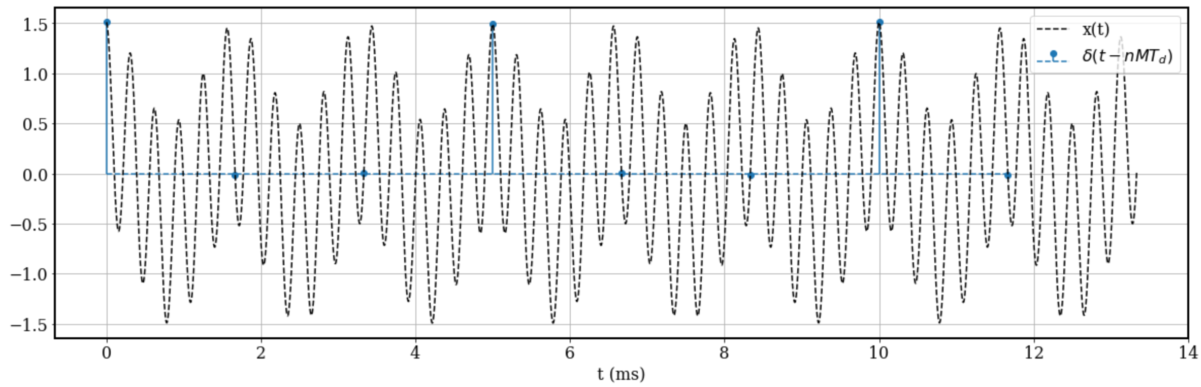


Amostrando, obtemos:

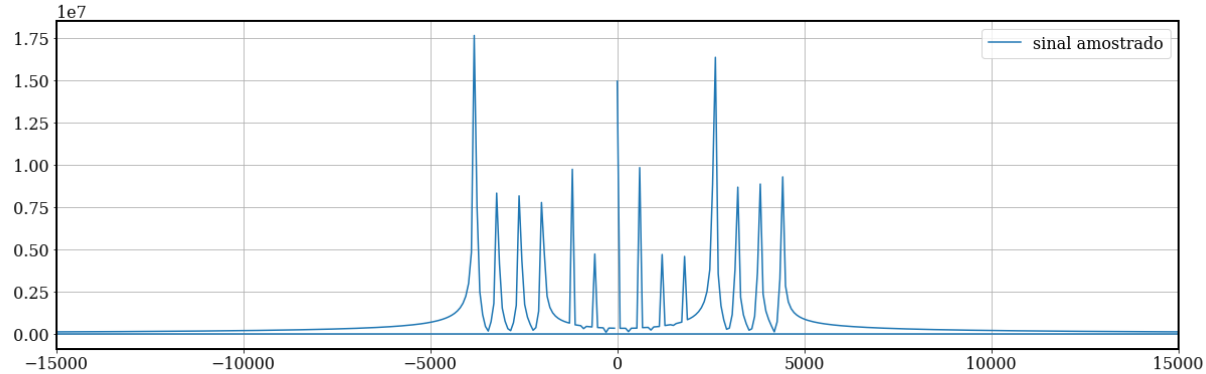


Para M = 10, temos:





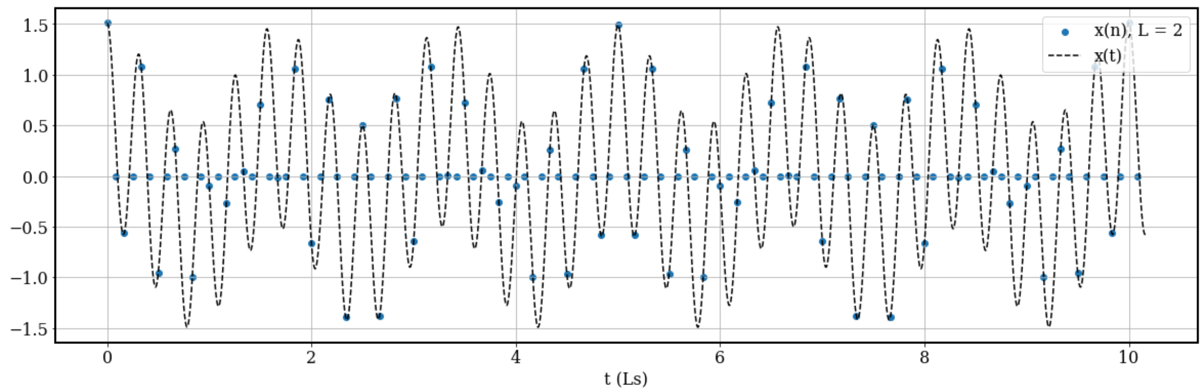
Amostrando, obtemos:

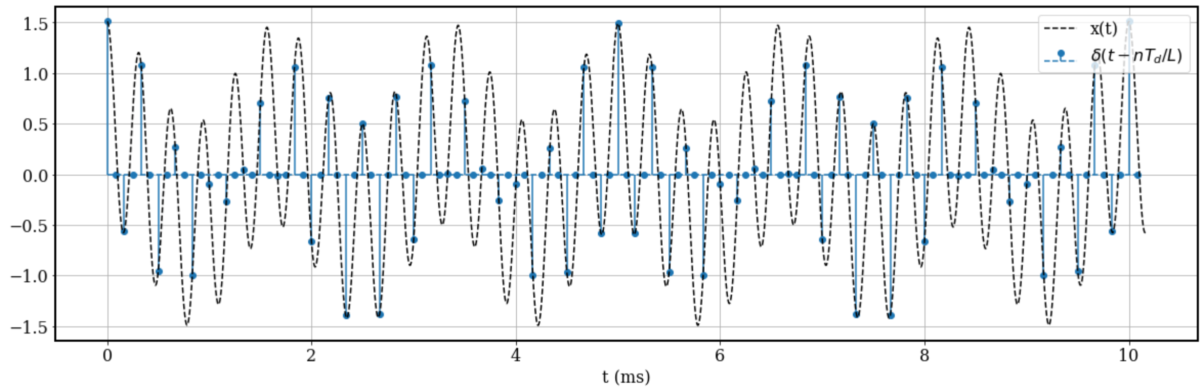


Observando os espectros do sinal amostrado, percebemos que há distorção. Isso se deve ao fato de que foi utilizado uma frequência de amostragem menor do que a frequência de Nyquist.

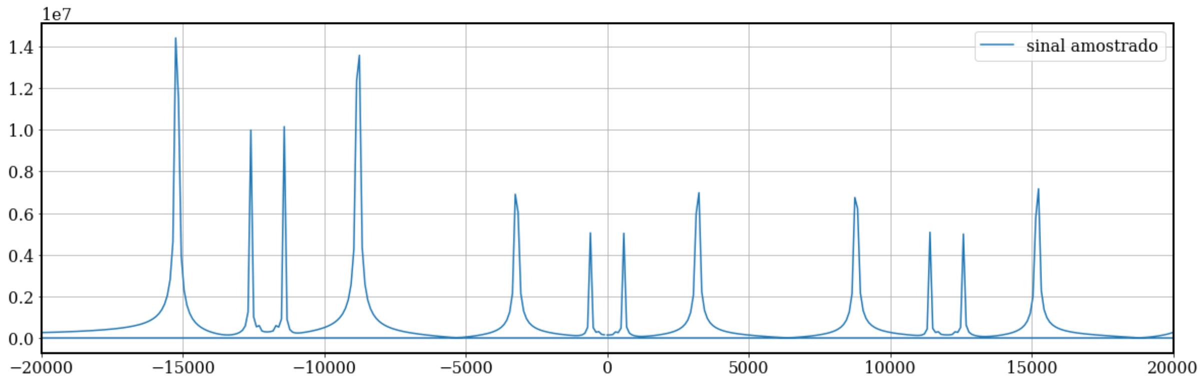
04. Considere que a frequência de amostragem foi de Fs = 6ksps. Aplique a interpolação no sinal amostrado pelos fatores L = 2, L = 5 e L = 10 e esboce como fica o espectro do sinal após a decimação.

Para L = 2, temos:

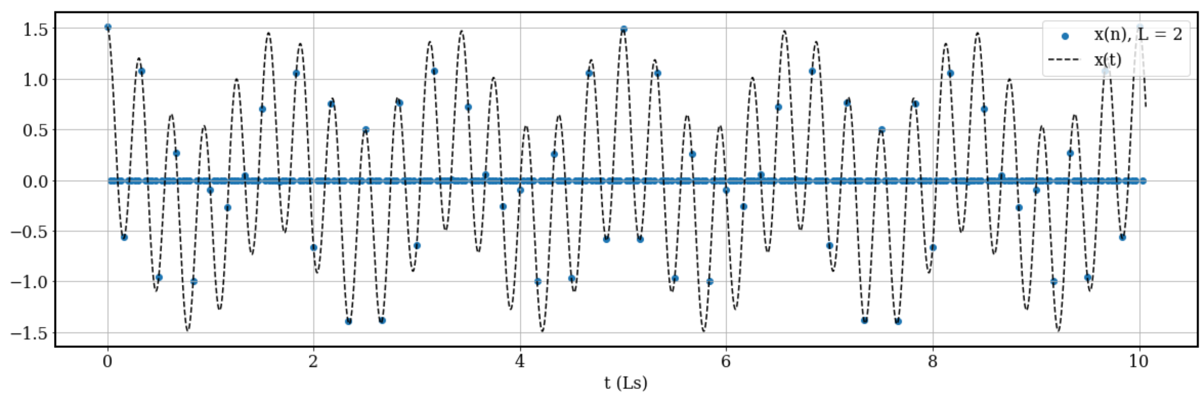


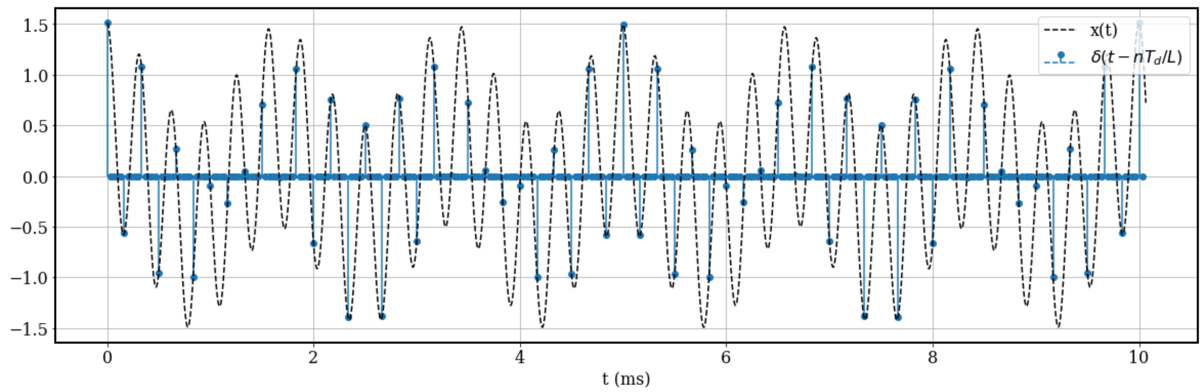


Amostrando o sinal, obtemos:

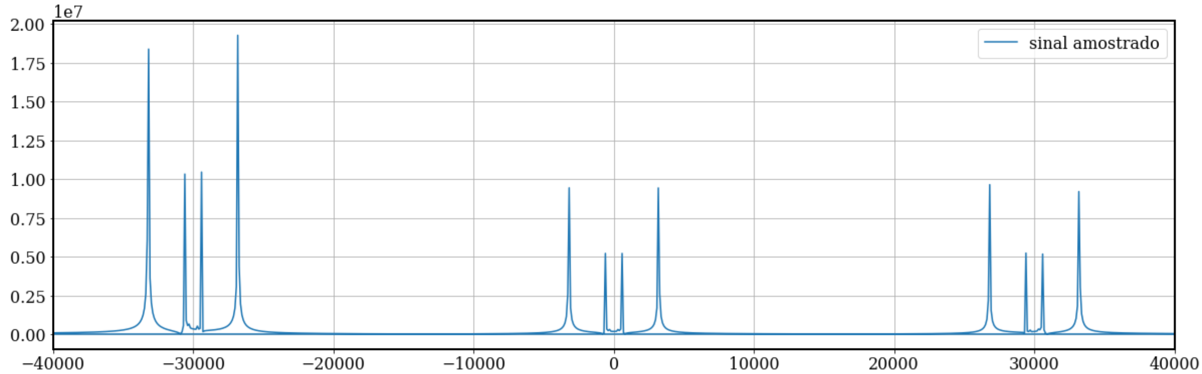


Para L = 5, temos:

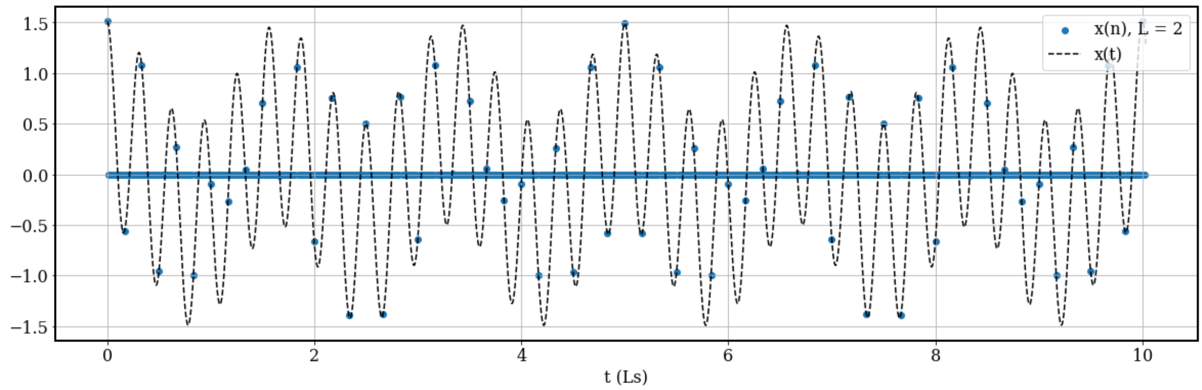


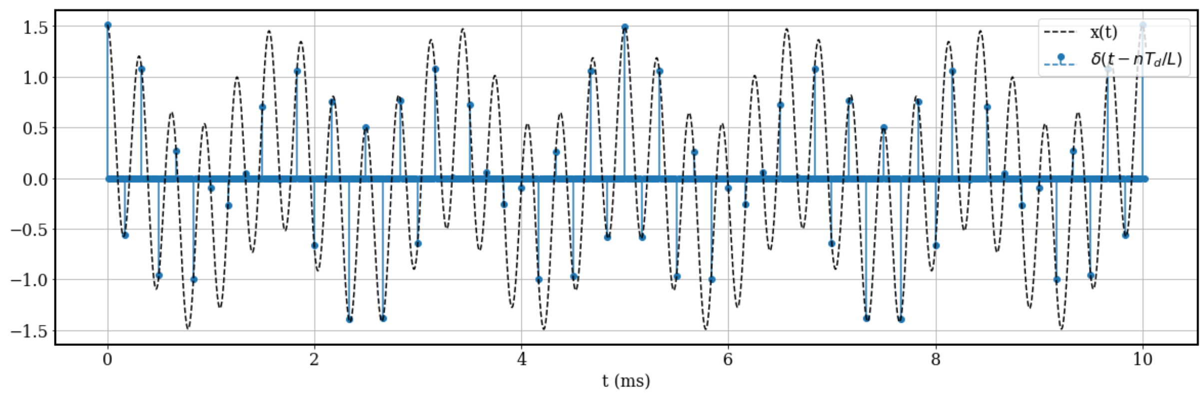


Amostrando, obtemos:

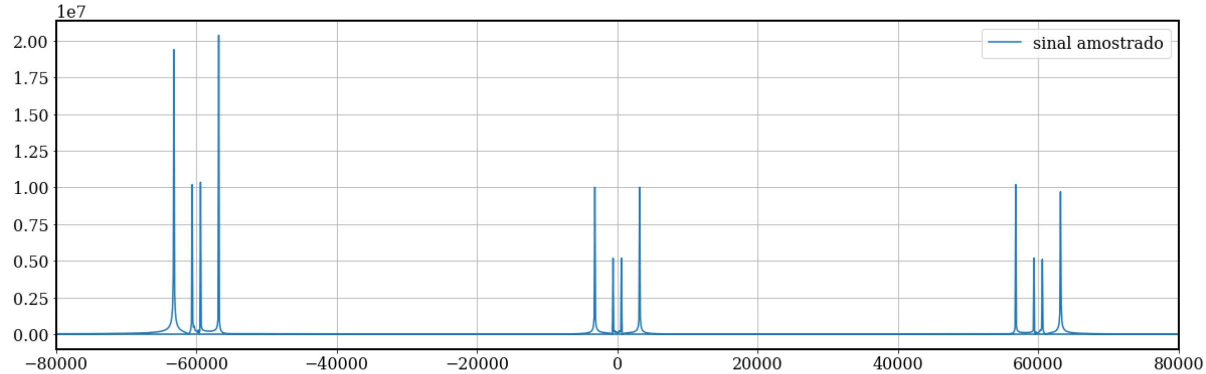


Para L = 10, temos:





Amostrando, temos:



A diferença de amplitude dos impulsos entre o lado positivo e negativo do espectro é devido ao algoritmo que é utilizado na biblioteca numpy para fazer a FFT (Fast fourier Transform).