



Tarea 6

03 de Noviembre de 2025

2º semestre 2025 - Profesores M. Arenas - A. Kozachinskiy - M. Romero

Requisitos

- La tarea es **individual**. Los casos de copia serán sancionados con la reprobación del curso con nota 1,1.
- Cada pregunta tiene una nota de 1 a 7 (hay 1 punto base). La nota final es el promedio de ambas preguntas.
- **Entrega:** Hasta las 23:59 del jueves 13 de noviembre a través del buzón habilitado en el sitio del curso (Canvas).
 - Esta tarea debe ser hecha completamente en L^AT_EX. Tareas hechas a mano o en otro procesador de texto **no serán corregidas**.
 - Debe usar el template L^AT_EX publicado en la página del curso.
 - Cada solución de cada problema debe comenzar en una nueva hoja. **Hint:** Utilice `\newpage`
 - Los archivos que debe entregar son el archivo PDF correspondiente a su solución y un zip conteniendo el archivo .tex que compila su tarea. Si su .tex hace referencia a otros archivos, debe incluirlos también.
- El no cumplimiento de alguna de las reglas se penalizará con un descuento de 0.5 en la nota final (acumulables).
- No se aceptarán tareas atrasadas (salvo que utilice algún cupón #problemaexcepcional).
- Si tiene alguna duda, el foro de Github (issues) es el lugar oficial para realizarla.

Pregunta 1

Sea A un conjunto y $f : A \rightarrow A$ una función. Demuestre lo siguiente:

- (a) (1.0 pts) Si $f \circ f$ es inyectiva, entonces f es inyectiva.
- (b) (1.0 pts) Si $f \circ f$ es sobreyectiva, entonces f es sobreyectiva.

Sean A y B conjuntos y sea $f : A \rightarrow B$ una función. Para cada $X \subseteq A$ definimos su *imagen* $f(X)$ como:

$$f(X) = \{f(a) \in B \mid a \in X\}.$$

Similarmente, para cada $Y \subseteq B$ definimos su *preimagen* $f^{-1}(Y)$ como:

$$f^{-1}(Y) = \{a \in A \mid f(a) \in Y\}.$$

Demuestre lo siguiente:

- (c) (2.0 pts) f es inyectiva si y sólo si para cada $X_1, X_2 \subseteq A$ se tiene que $f(X_1 \cap X_2) = f(X_1) \cap f(X_2)$.
- (d) (2.0 pts) f es sobreyectiva si y sólo si para cada $Y \subseteq B$ se tiene que $f(f^{-1}(Y)) = Y$.

Pregunta 2

Sea \preceq un orden total sobre un conjunto infinito A tal que para todo $a \in A$, el conjunto $\{x \in A \mid x \preceq a\}$ es finito. Demuestre que A es enumerable.