

Semesterabschlussprüfung

Vorname:

Name:

Erreichte Punktezahl:

Note:

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Wichtige Hinweise

- Bitte kontrollieren Sie, ob Sie 8 verschiedene Aufgaben erhalten haben.
- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, Formelsammlung zum Bodediagramm und eigene Notizen im Umfang von zehn A4 Seiten.
- Sämtliche Antworten und Berechnungen sind auf den Aufgabenblättern zu notieren.
- Nur klar dargestellte Lösungswege werden benotet. Resultate ohne Herleitung werden nicht bewertet.
- Resultate müssen in der gewünschten Form und gut sichtbar dargestellt werden. **Verwenden Sie keinen roten Stift.**
- Die Aufgabenblätter müssen während der Klausur zusammengeheftet bleiben.

Aufgabe 1. Cosinus-förmige Signale und komplexe Zeiger (8 P)

An der folgenden Serienschaltung wird der in Abb. 1 dargestellte Spannungsverlauf gemessen.

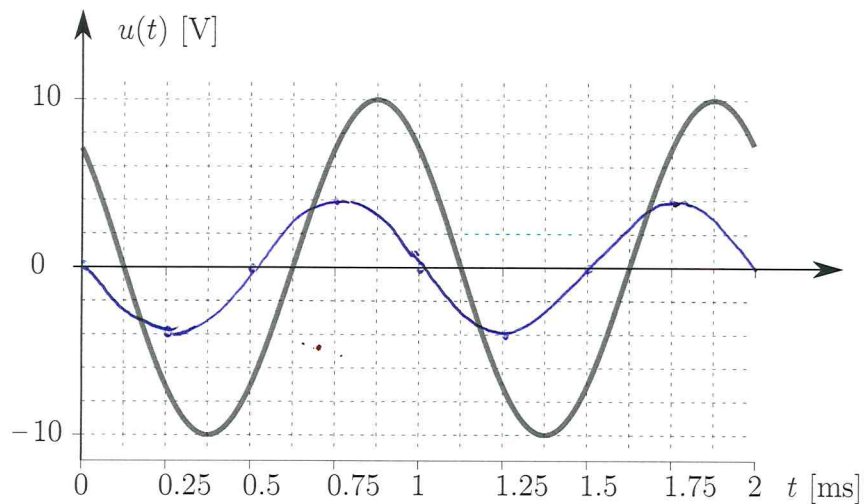
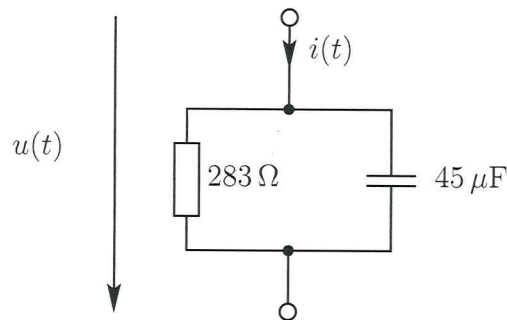


Abbildung 1

- a) Bestimmen Sie den Stromverlauf $i(t)$ und skizzieren Sie diesen in Abbildung 1. Wählen Sie eine geeignete Stromskala und beschriften Sie diese.

$$u(t) = 10V \cdot \cos(2\pi ft + \pi/4) \quad \left| \quad \pi/4 = 0,7854 \right.$$

$$\hat{u} = 10 \cdot e^{j\pi/4} \text{ V}$$

$$\underline{Z} = \frac{1}{\frac{1}{3,54\Omega} + j\omega C} = \frac{3,54}{1+j} = \frac{3,54}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j\pi/4} = 2,5 \cdot e^{-j\pi/4}$$

$$\underline{\hat{i}} = \frac{\hat{u}}{\underline{Z}} = \frac{10 \cdot e^{j\pi/4}}{2,5 \cdot e^{-j\pi/4}} = 4 \cdot e^{j\pi/2} = \underline{\underline{j4 \text{ A}}}$$

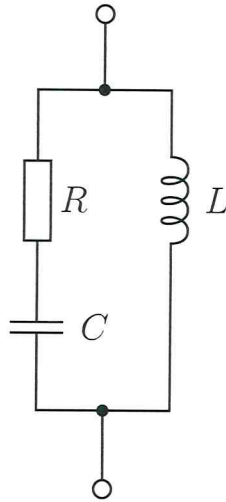
293 R:

$$i(t) = 2,82 \text{ A} \cdot \cos(2\pi ft + 73,42^\circ)$$

Aufgabe 2. Real- und Imaginärteil einer Impedanz

(4 P)

Gegeben ist der folgende Zweipol aus den Elementen R , L und C .



- a) Geben Sie eine Formel zur Berechnung der Impedanz Z in Abhängigkeit von R , L , C und ω an. Stellen Sie das Ergebnis als Real- und Imaginärteil dar.

$$Y = \frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$= \frac{1}{j\omega L} + \frac{j\omega C}{1 + j\omega RC} = \frac{1 + j\omega RC - \omega^2 LC}{j\omega L - \omega^2 RLC}$$

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{j\omega L - \omega^2 RLC}{1 + j\omega RC - \omega^2 LC}$$

$$= \frac{(1 - j\omega RC - \omega^2 LC)(j\omega L - \omega^2 RLC)}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2}$$

$$= \frac{j\omega L + \omega^2 RLC - j\omega^3 L^2 C - \omega^2 RLC + j\omega^3 R^2 LC^2 + \omega^4 L^2 RC^2}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2}$$

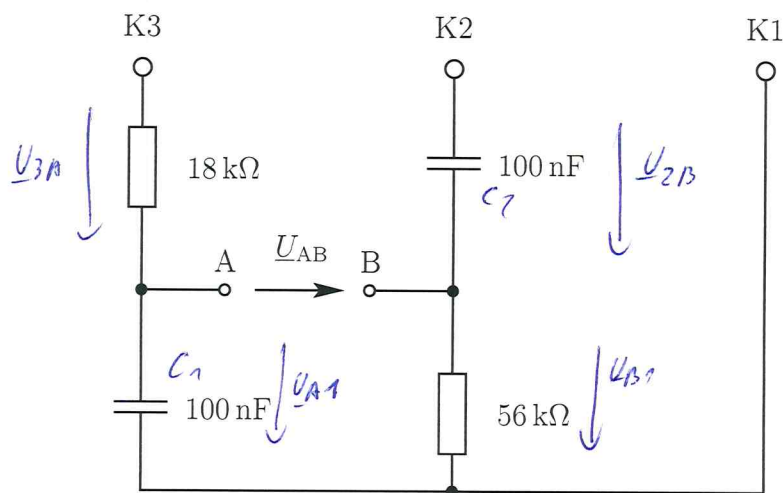
$$= j \left(\frac{\omega L - \omega^3 L^2 C + \omega^3 R^2 LC^2}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2} \right) + \frac{\omega^2 RLC - \omega^2 RLC + \omega^4 L^2 RC^2}{1 - \omega^2 LC + \omega^2 R^2 C^2}$$

1

Aufgabe 3. Drehstrom Phasenprüfer

(8 P)

Die folgende Abbildung zeigt das Schaltbild eines Phasenprüfers für Drehstrom mit 50 Hz. Sind die Kontakte des Phasenprüfers entsprechend $K1=L1$, $K2=L2$ und $K3=L3$ das Drehstromnetz angeschlossen, so ist die Spannung $|\underline{U}_{AB}|$ ausreichend gross, sodass eine Glühlampe betrieben werden kann.



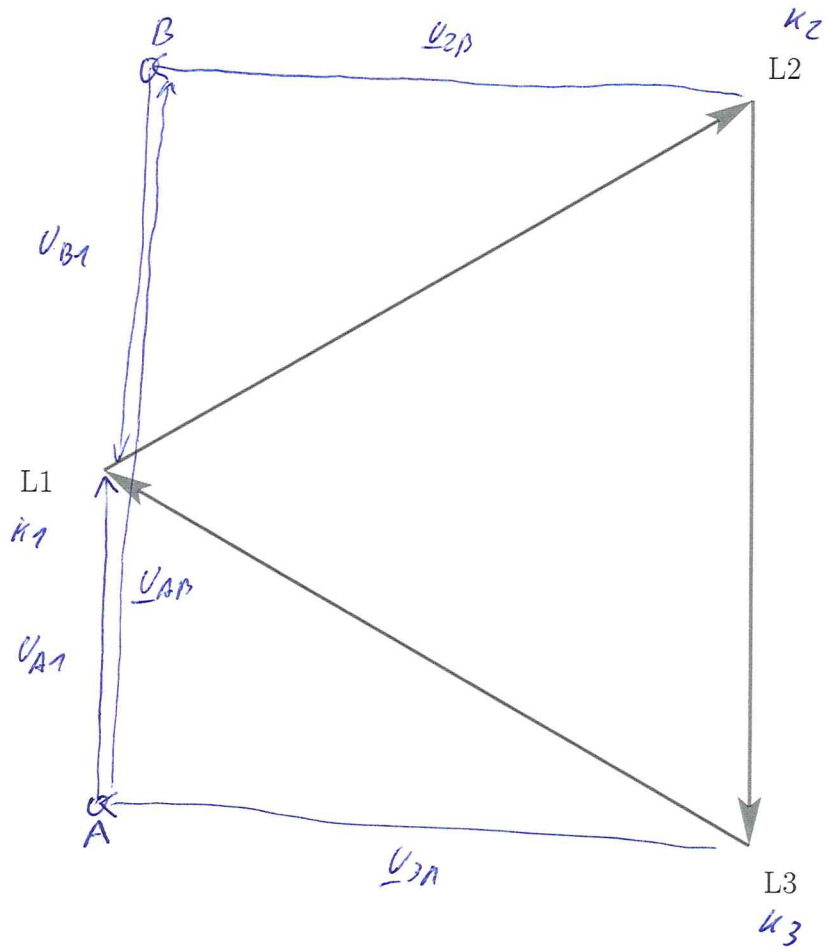
- a) Es gelte $K1=L1$, $K2=L2$, $K3=L3$. Die Netzfrequenz sei gleich 50 Hz. Ergänzen Sie das Zeigerdiagramm in der folgenden Abbildung durch eine Skizze, sodass die Spannung \underline{U}_{AB} abgelesen werden kann. **Hinweis:** Es ist keine Masstabszeichnung nötig. **Beschriften Sie die Knoten!**

$$\underline{Z}_C = -j \frac{1}{2\pi f \cdot 100 \text{ nF}} = -j31,8 \text{ k}\Omega$$

Knoten korrekt. und Spannungen

Drei

Winkel 1



Aufgabe 4. Resonanz und Parallelersatzschaltung (12 P)

Für die folgenden Schaltung soll die Resonanzfrequenz f_s bestimmt werden.

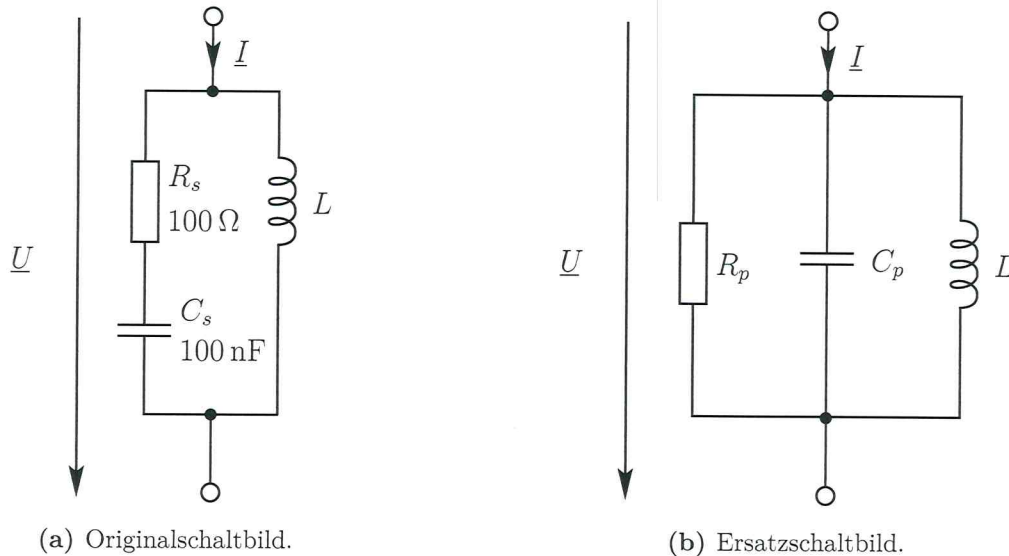


Abbildung 2: Resonanzschaltung.

- a) Zur Vereinfachung soll die in dem Originalschaltbild die Serienschaltung aus R_s und C_s durch eine Parallelschaltung R_p und C_p entsprechend dem Ersatzschaltbild ersetzt werden. Berechnen Sie die Bauteilwerte R_p und C_p , sodass die beiden Schaltungen in Abb. 2 für die Frequenz $f = 10 \text{ kHz}$ dieselbe Impedanz besitzen. (4 P)

$$Y_s = \frac{j\omega C_s}{1 + \omega^2 C_s^2 R_s^2} + \frac{\omega^2 C_s^2 R_s}{1 + \omega^2 C_s^2 R_s^2}$$

$$\Rightarrow C_p = \frac{C_s}{1 + \omega^2 C_s^2 R_s^2}$$

$$R_p = \frac{1 + \omega^2 C_s^2 R_s^2}{\omega^2 C_s R_s}$$

für $\omega = 2\pi \cdot 10 \text{ kHz}$ gilt

$$C_p = 71,7 \text{ nF} \quad R_p = 353,3 \Omega$$

$$Z = R_s + \frac{1}{j\omega C_s} = \frac{j\omega C_s R_s + 1}{j\omega C_s}$$

$$Y = \frac{j\omega C_s}{1 + j\omega C_s R_s} = \frac{j\omega C_s (1 - j\omega C_s R_s)}{1 + \omega^2 C_s^2 R_s^2}$$

- b) Angenommen, für das Ersatzschaltbild gelten die Bauteilwerte $R_p = 5 \Omega$, $L_p = 1 \text{ mH}$ und $C_p = 2 \mu\text{F}$, wie hoch ist dann die Resonanzfrequenz f_s ? (2 P) ✓

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} =$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = \underline{\underline{3,56 \text{ kHz}}}$$

- c) Handelt es sich bei der Schaltung in Abb. 2a um (2 P) ✓

- ☒ eine Parallelresonanzschaltung,
☐ eine Serienresonanzschaltung,
☐ eine Mischung aus Serien- und Parallelresonanzschaltung?

- d) Bei Resonanz wird der Betrag der Impedanz Z der Resonanzschaltung in Abb. 2a (2 P) ✓

- ☐ minimal,
☒ maximal,
☐ gleich 0.

- e) Bei Resonanz wird zumindest an einem der Bauteile der Schaltung der Betrag (2 P) ✓

- ☒ des Stromes grösser als der Betrag $|\underline{I}|$ des Gesamtstromes,
☐ der Spannung grösser als der Betrag $|\underline{U}|$ der Gesamtspannung,
☐ des Stromes grösser als der Betrag $|\underline{I}|$ des Gesamtstromes und der Betrag der Spannung grösser als der Betrag $|\underline{U}|$ der Gesamtspannung.

Aufgabe 5. Übertragungsfunktion und Güte

(10 P)

Gegeben ist das Tiefpassfilter in der folgenden Abbildung:

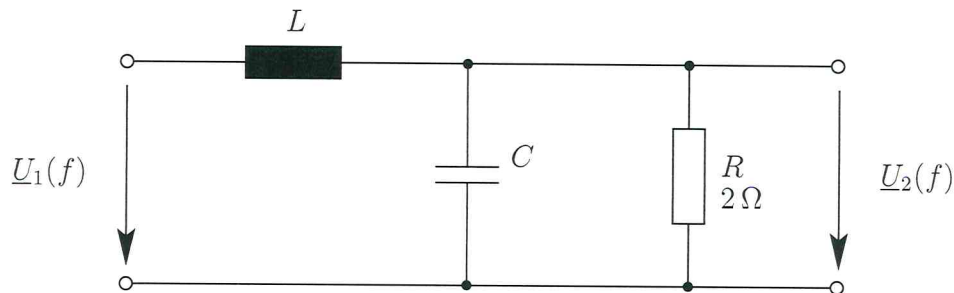


Abbildung 3

- a) Geben Sie die Übertragungsfunktion und deren normierte Form an, sowie die entsprechenden Parameter k , ω_0 und Q . (4 P)

$$\underline{H(\omega)} = \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}}} = \frac{1}{1 + j\omega \frac{L}{R} - \omega^2 LC}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q = R \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$$

b) Angenommen es gilt

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{und} \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Bestimmen sie die Werte für die Induktivität L und die Kapazität C , sodass gilt $\omega_0 = 2\pi f = 1 \text{ kHz}$ und $Q = 4$. **Hinweis:** $R = 2 \Omega$. (4 P)

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad Q^2 = \frac{1}{R^2} \cdot \frac{L}{C}$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{R^2 Q^2} = \frac{1}{2^2 \cdot 1000^2 \cdot 4} = \frac{1}{8000} \text{ F} = \underline{\underline{125 \mu\text{F}}}$$

$$L = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot C} = \frac{8000}{10^6} = \underline{\underline{8 \text{ mH}}}$$

c) Bei Resonanz kann eine sogenannte Spannungsüberhöhung auftreten. Um welchen Faktor ist die Ausgangsspannung gegenüber der Eingangsspannung bei Resonanz überhöht, wenn die Güte $Q = 4$ ist? (2 P)

Überhöhung entspricht dem Faktor $Q = 4$.

$$\text{bzw. } 20 \cdot \log_{10}(4) \text{ dB} = \underline{\underline{12 \text{ dB}}}$$

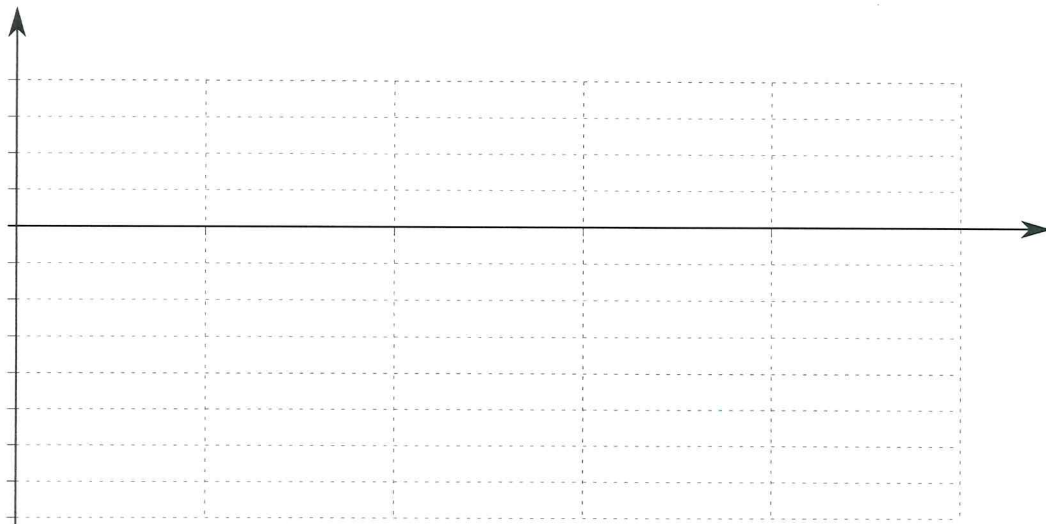
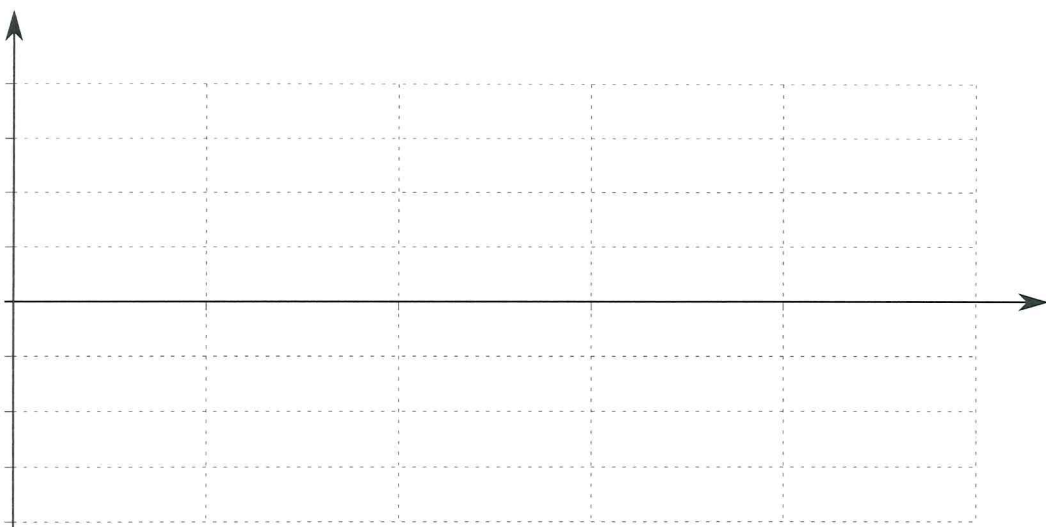
Aufgabe 6. Frequenzgang**(8 P)**

- a) Skizzieren Sie Amplituden- und Phasengang für die normierte Übertragungsfunktion

$$\underline{H}(\omega) = -k \cdot \frac{1 - j\omega/\omega_1}{1 + j\omega/\omega_2},$$

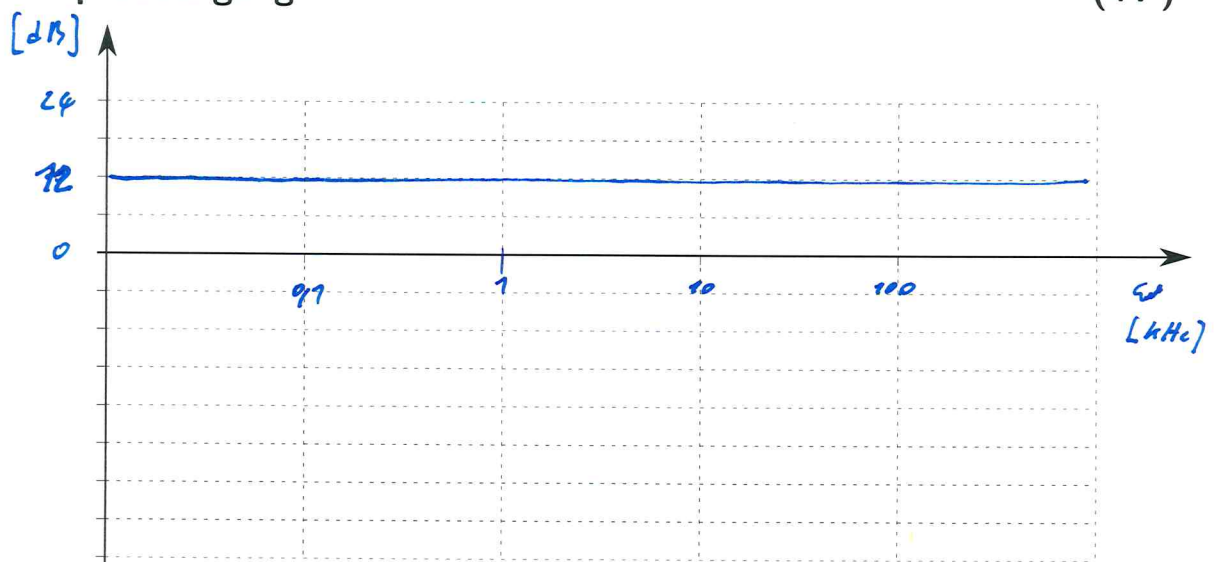
mit $k = 4$, $\omega_1 = \omega_2 = 1$ kHz.

Beschriften Sie die Achsen!

Hilfsskizze Amplitudengang**Hilfsskizze Phasengang**

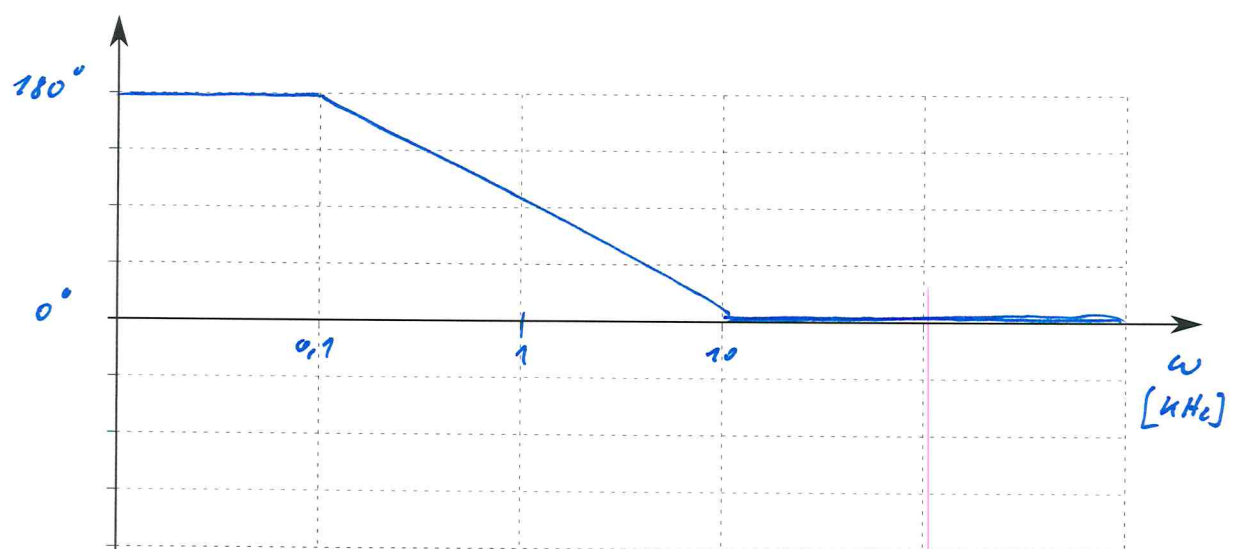
Amplitudengang

(4 P)



Phasengang

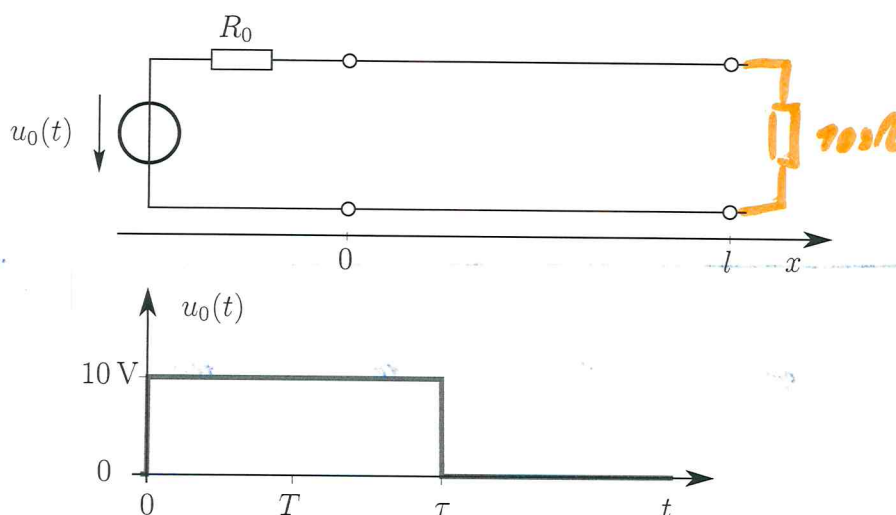
(4 P)



Aufgabe 7. Wellen auf Leitungen

(12 P)

Eine Quelle mit dem Innenwiderstand $R_0 = 100 \Omega$ wird an eine Leitung mit dem Wellenwiderstand $R_W = 50 \Omega$ angeschlossen. Die Quelle liefert einen Impuls der Dauer $\tau = 10 \mu\text{s}$, siehe Bild unten. Die Leitung ist mit einem Widerstand $R_l = 100 \Omega$ abgeschlossen. Die Signallaufzeit T vom Anfang zum Ende der Leitung beträgt $5 \mu\text{s}$.



- a) Bestimmen Sie den Einkoppelfaktor a_0 der Quelle in die Leitung und die Reflexionsfaktoren r_0 und r_l sowie die Durchgangskoeffizienten d_0 und d_l für den Anfang ($x = 0$) und das Ende ($x = l$) der Leitung. (3 P)

$$a_0 = \frac{R_W}{R_0 + R_W} = \frac{50}{150} = \frac{1}{3}$$

$$r_l = \frac{\infty}{\infty} = 1 \quad \text{Handwritten: } \frac{50}{50} = 1$$

$$r_0 = \frac{R_0 - R_W}{R_0 + R_W} = \frac{50}{150} = \frac{1}{3}$$

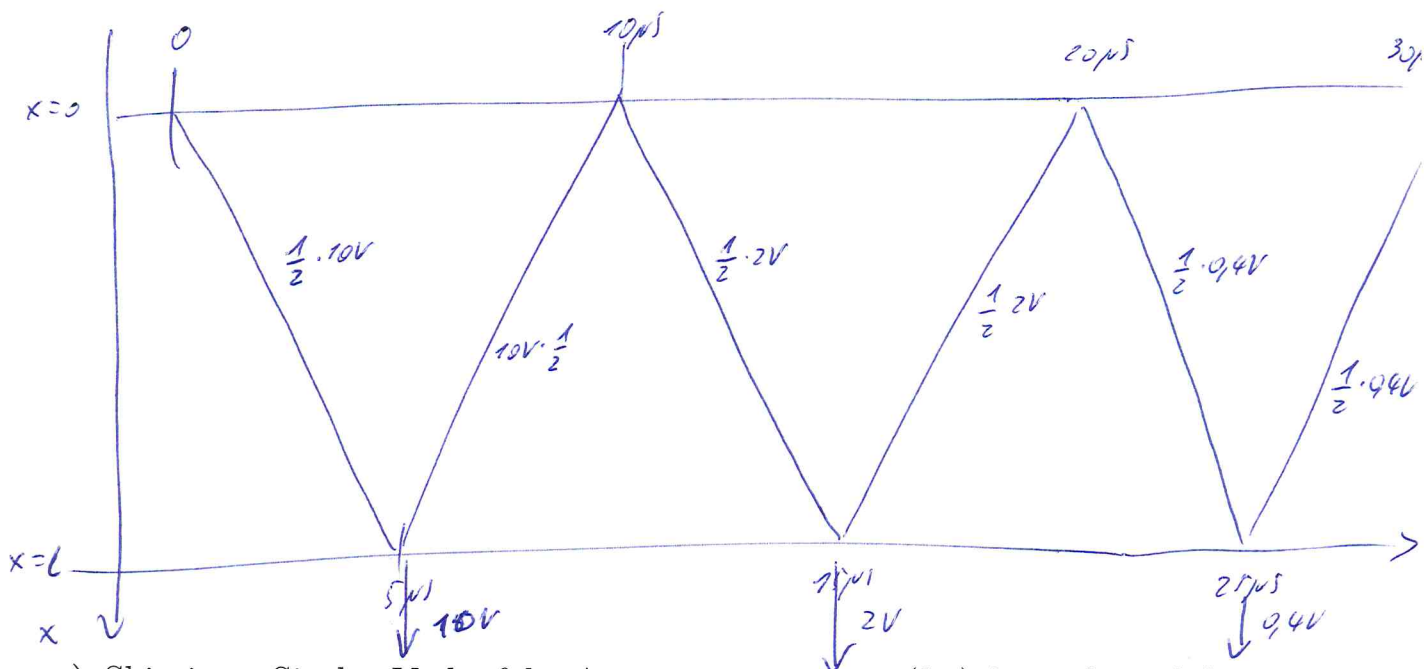
$$d_l = 1 + r_l = 2 \quad \text{Handwritten: } 1 + 1 = 2$$

$$d_0 = 1 + r_0 = 1 \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

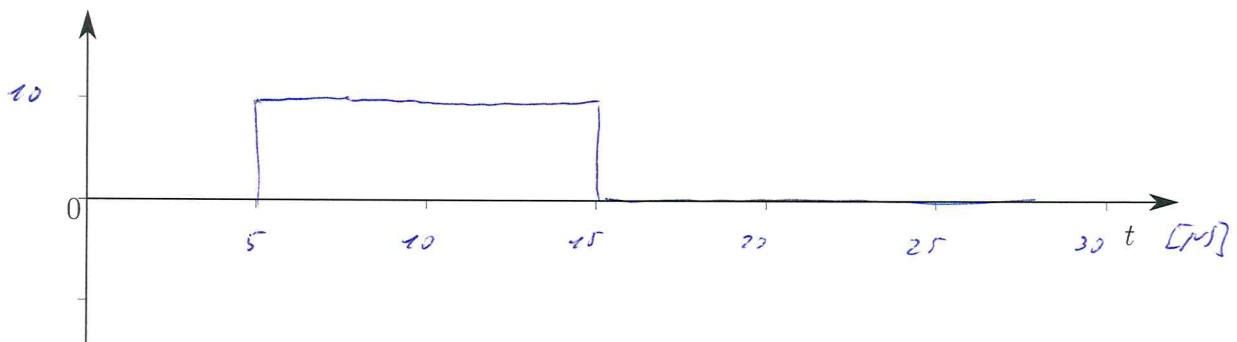
Verwenden Sie für die Bearbeitung der weiteren Teilaufgaben die folgenden Werte:

$$a_0 = \frac{1}{2}, \quad r_0 = \frac{1}{5}, \quad r_l = 1, \quad d_0 = \frac{6}{5}, \quad d_l = 2$$

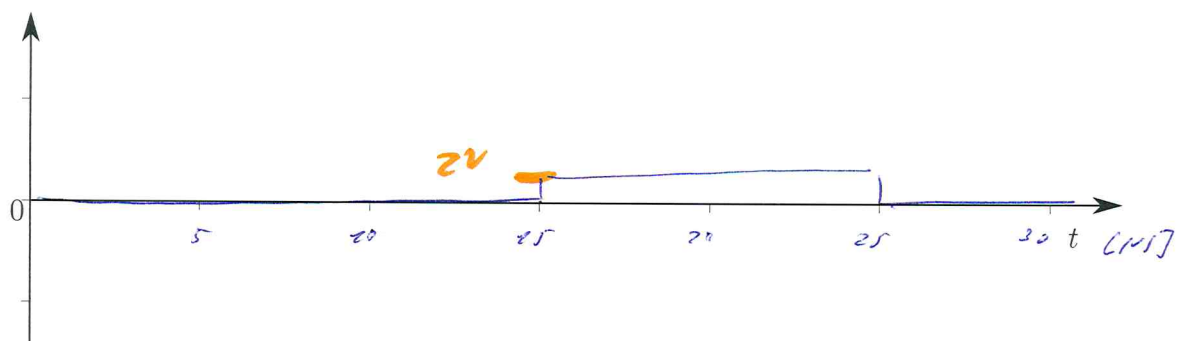
- b) Skizzieren Sie den Wellenfahrplan für eine Zeitdauer von $30 \mu\text{s}$. (3 P)



- c) Skizzieren Sie den Verlauf der Ausgangsspannung $u(l,t)$ der aufgrund der Welle verursacht wird, welche direkt von der Spannungsquelle kommt, für das Zeitintervall $0 \leq t \leq 30 \mu\text{s}$. **Beschriften Sie die Achsen!** (3 P)



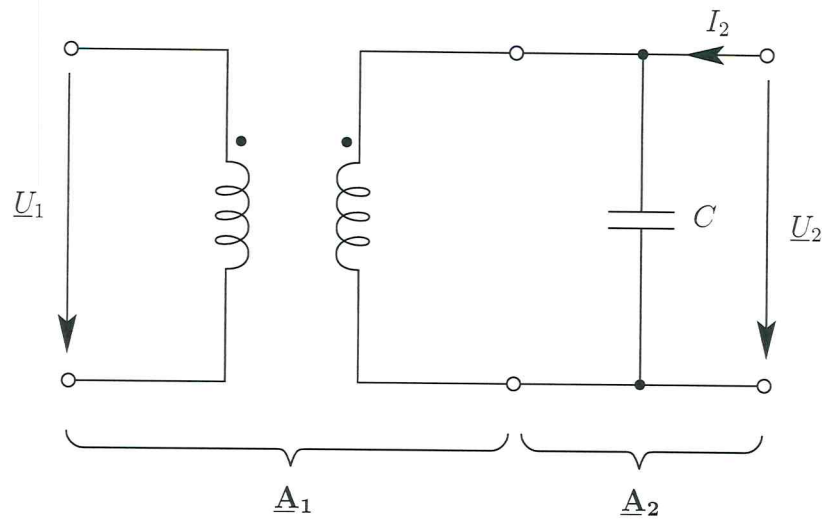
- d) Skizzieren Sie den Verlauf der Ausgangsspannung $u(l,t)$ der aufgrund der Welle verursacht wird, welche einmal am Funktionsgenerator also bei $x=0$ reflektiert wurde, für das Zeitintervall $0 \leq t \leq 30 \mu\text{s}$. **Beschriften Sie die Achsen!** (3 P)



Aufgabe 8. Transformator und Kettenmatrix

(8 P)

Gegeben die folgende Schaltung mit den angegebenen Kettenmatritzen für den Transformator und die Kapazität:



$$\underline{A}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{k} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} & j \omega \frac{(1-k^2)}{k} \sqrt{L_1 L_2} \\ \frac{1}{j \omega k \sqrt{L_1 L_2}} & \frac{1}{k} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \end{bmatrix}, \quad \underline{A}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j \omega C & 1 \end{bmatrix}$$

- a) Geben Sie die Übertragungsfunktion $\underline{H}(f) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$ an. **Hinweis:** Der Strom $\underline{I}_2 = 0$.