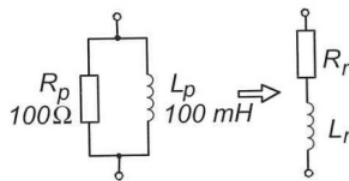


Übungsserie 1.4 – Ersatzzweipole, Resonanz und Blindleistungskompensation

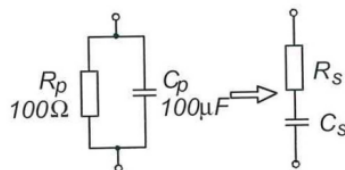
Aufgabe 1. Ersatzzweipole



- a) Berechnen Sie die Bauteilwerte für R_r und L_r mit Hilfe der Formeln die im Unterricht hergeleitet wurden für eine Frequenz von $f = 440 \text{ Hz}$.
- b) Wiederholen Sie die Berechnung für $f = 880 \text{ Hz}$ und betrachten Sie das Resultat. Warum ändern sich die Ergebnisse für R_r und L_r ?

Aufgabe 2. Ersatzzweipole direkt numerisch rechnen

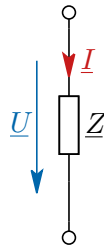
Häufig hat man die geeignete Formel nicht gerade vor sich liegen. Auch dann lässt sich ein Parallelersatzschaltbild schnell in ein Serienersatzschaltbild umrechnen oder umgekehrt.



Berechnen Sie die Bauteilwerte für R_s und C_s bei $f = 440 \text{ Hz}$ direkt ohne die Formeln aus dem Unterricht mit Hilfe von MATLAB. *Hinweis* Berechnen Sie Real- und Imaginärteil der Gesamtimpedanz und dann daraus R_s und C_s .

Aufgabe 3. Leistung

An den Klemmen eines linearen Zweipols (Verbraucherbezugspfeilsystem vorausgesetzt) sind die (komplexe) Spannung $\underline{U} = 50 \text{ V} + j20 \text{ V}$ sowie die Stromstärke $\underline{I} = 20 \text{ A} - j70 \text{ A}$ gegeben.

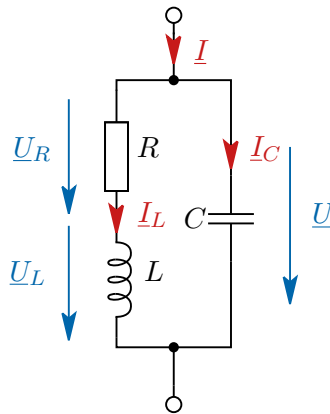


Bestimmen Sie

- a) den komplexen Widerstand des Zweipols in polarer und kartesischer Form,
- b) die Admittanz,
- c) die komplexe Scheinleistung in polarer und kartesischer Form mit jeweils korrekten Einheiten),
- d) ob der Zweipol kapazitiv oder induktiv ist,
- e) ob der Zweipol passiv oder aktiv wirkt.

Aufgabe 4. Resonanz

Die folgende Schaltung wird betrachtet:



- Bei welcher Frequenz zeigt der oben dargestellte Zweipol Resonanz? **Hinweis:** Sie können die Impedanz \underline{Z} oder die Admittanz \underline{Y} betrachten um diese Frage zu beantworten. Einer der beiden Ausdrücke eignet sich wesentlich besser dafür als der andere.
- Welchen Wert hat die Impedanz des Zweipols bei Resonanz?
- Für welche Signalfrequenzen verhält sich der Zweipol induktiv?
- Skizzieren Sie das Zeigerdiagramm der Spannungen und Ströme bei Resonanz, es ist keine massstäbliche Zeichnung nötig. Woran erkennt man an dem Zeigerdiagramm die Resonanz?
- Vergleichen Sie den Wert der Impedanz bei Resonanz mit R . Welcher der beiden ist grösser? Was bedeutet dieses Ergebnis?

Aufgabe 5. Blindleistungskompensation

Eine Leuchtstofflampe nimmt mit Vorschalt-drossel (Spule) an 230 V / 50 Hz bei 0.41 A die Wirkleistung 48 W auf.

- Welchen Leistungsfaktor hat die Lampe mit Drossel?
- Welche Kapazität muss parallel geschaltet werden, damit der $\cos \varphi$ auf 0.95 verbessert wird?

Lösung 1.

a)

$$X_p = \omega L_p$$

$$R_r = \frac{R_p X_p^2}{R_p^2 + X_p^2}$$

$$L_r = \frac{R_p^2 X_p}{R_p^2 + X_p^2} \frac{1}{\omega}$$

Einsetzen der numerischen Werte und Auswertung der Gleichungen mit MATLAB:

```
Rp=100;      % Ohm
Lp=100e-3;  % Henry
f=440;      % Hz
omega=2*pi*f;
Xp=omega*Lp;
Rr=Rp*Xp^2/(Rp^2+Xp^2)
Xr=Rp^2*Xp/(Rp^2+Xp^2);
Lr=Xr/omega

display('Probe ob Impedanzen gleich sind');
Zp = Rp+1i*Xp / (Rp + 1i*Xp)
Rs= Rr+1i*omega*Lr

% Ergebnis
% Rr = 88.4300 % Ohm
% Lr = 0.0116 % Henry
```

- b) Je grösser f desto grösser ist X_{L_p} und desto kleiner wird der Induktive Blindstrom in der Parallelschaltung gegenüber dem Wirkstrom. Um denselben Effekt in der Serienschaltung zu erreichen, d.h. um den Anteil des Bindstroms zu reduzieren, muss die Impedanz einen kleineren Blindanteil aufweisen, d.h. L_r muss kleiner werden. Der Betrag des Stromes muss mit wachsendem f jedoch abnehmen. Daraus folgt, R_r muss zunehmen: Für $f = 880 \text{ Hz}$ ergibt sich

```
%Ergebnis
% Rr = 96.8326 %Ohm
% Lr = 0.0032 %Henry
```

Lösung 2. Einsetzen der numerischen Werte, Auswertung der Gesamtimpedanz, Zerlegung in Realteil und Imaginärteil und Berechnung von C_S und R_S mit MATLAB:

```
Rp=100;      %Ohm
Cp=100e-6;  %Farad
f=440;      %Hz
omega=2*pi*f;
ZCp=1/(1i*omega*Cp);
Zgesamt=ZCp*Rp/(ZCp+Rp);
Rs=real(Zgesamt)
ZCs=1i*imag(Zgesamt);
Cs=1/(ZCs*1i*omega)

display('Probe ob Impedanzen gleich sind');
Zgesamt
Zs = Rs+1/(1i*omega*Cs)
```

```
% Ergebnis
% Rs = 0.1307
% Cs = 1.0013e-04
```

Lösung 3.

a)

$$\underline{Z} = -0.07547 \, \Omega + j0.7358 \, \Omega = 0.7397 \, \Omega \angle 1.6730 \, (\equiv 95.87 \, \text{Grad})$$

b)

$$\underline{Y} = -0.1379 \, \Omega^{-1} - j1.3448 \, \Omega^{-1} = 1.3519 \, \Omega^{-1} \angle -1.6730 \, (\equiv -95.87 \, \text{Grad})$$

c)

$$\underline{S} = -400.0 \, \text{W} + j3900 \, \text{var} = 3920.5 \, \text{VA} \angle 1.6730 \, (\equiv 95.87 \, \text{Grad})$$

d) Der Zweipol ist induktiv, da $\varphi > 0$.e) Der Zweipol wirkt aktiv (gibt Energie ab), da $|\varphi| > \frac{\pi}{2}$, bzw. $\Re(\underline{Z}) < 0$, bzw. $P = \Re(\underline{S}) < 0$.**Lösung 4.**

a) Da keine Zahlenwerte angegeben sind muss analytisch gerechnet werden:

$$\underline{Y} = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} = \frac{1 - \omega^2 LC + j\omega RC}{R + j\omega L} = \frac{R + j\omega(R^2 C - L + \omega^2 L^2 C)}{R^2 + (\omega L)^2}$$

Bei Resonanz ist der Imaginärteil des Leitwertes gleich Null, d.h. $\text{Im}\{\underline{Y}\} = 0$. Diese Gleichung ist für $\omega = \omega_r = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{L}\right)^2}$ erfüllt, falls $\frac{L}{R} > RC$.

b) Aus der vorangegangenen Lösung folgt

$$\underline{Y}(\omega_r) = \frac{R}{R^2 + \omega_r^2 L^2}.$$

Mit

$$\omega_r^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}$$

gilt

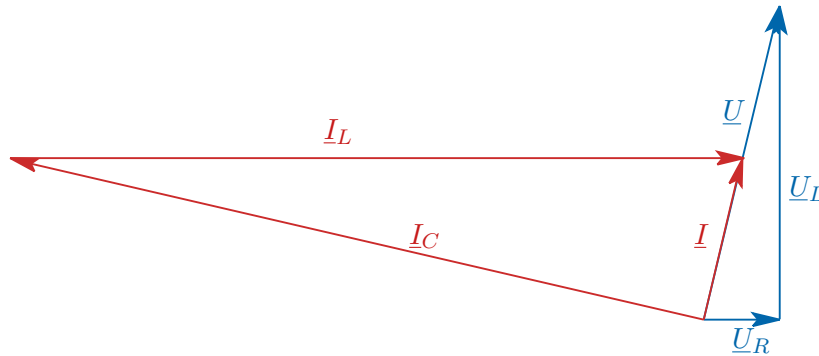
$$\begin{aligned} \underline{Y}(\omega_r) &= \frac{R}{R^2 + \frac{1}{C} - R^2} \\ &= \frac{RC}{L} \end{aligned} \tag{1}$$

und

$$\underline{Z}(\omega_r) = \frac{L}{RC}.$$

c) induktiv, falls $\text{Im}\{\underline{Y}\} < 0$, dies gilt dann wenn $\omega < \omega_r$

- d) Bei Resonanz ist der Leitwert reell, d.h. \underline{U} ist parallel zu \underline{I} . Dies ist ein wesentliches Kriterium für die Richtigkeit des Zeigerdiagramms bei Resonanz. Ausserdem werden Parallelresonanzkreise typischerweise bei Frequenzen betrieben, bei denen der Blindwiderstand viel grösser ist als der Wirkwiderstand. Es ist also $U_L \gg U_R$ wie in dem folgenden Zeigerdiagramm dargestellt. Der Resonanzeffekt zeigt sich beim Parallelschwingkreis daran, dass der Strom I viel kleiner ist als die Ströme I_C und I_L weil diese sich zu einem Grossteil gegenseitig aufheben.



- e) Die Schaltung transformiert den Widerstand R auf einen grösseren Widerstandswert. Ähnliche Schaltungen werden eingesetzt, um die hohe Impedanz einer Antenne an die tiefe Impedanz eines Verstärkerausgangs anzupassen. Warum eine Anpassung von Impedanzen nötig ist, erfahren Sie in der Leitungstheorie gegen Ende des Semesters.

Lösung 5.

- a) Welchen Leistungsfaktor hat die Lampe mit Drossel?

$$\lambda = \cos(\varphi) = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI} = 0.5090$$

- b) Welche Kapazität muss parallel geschaltet werden, damit $\lambda_k = \cos \varphi_k = 0.95$?

$$Q_{\text{Lampe}} = \sqrt{S^2 - P^2} = 81.17 \text{ var}$$

$$S = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{48 \text{ W}}{0.95} = 50.53 \text{ V A}$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 15.78 \text{ var}$$

$$\begin{aligned} Q_C &= P[\tan(\varphi_k) - \tan(\varphi)] \\ &= -(Q_{\text{Lampe}} - Q) = -65.39 \text{ var} \end{aligned}$$

$$C = \frac{-Q_C}{2\pi f U^2} = 3.935 \mu\text{F}$$