

## Ubungsserie 2.1

### Aufgabe 1. Normierung

Bringen Sie die folgenden Frequenzgangfunktionen in die passende aus dem Unterricht bekannte normierte Form. Bestimmen Sie dazu die nötigen Normierungskonstanten  $\omega_g$  und  $k$  für Polynome ersten Grades und  $\omega_0$ ,  $Q = \frac{1}{2\xi}$  und  $k$  für nicht faktorisiere Polynome 2. Grades.

a)  $H(\omega) = \frac{b_0}{a_1 j\omega + a_0}$

b)  $H(\omega) = \frac{b_1 j\omega + b_0}{a_1 j\omega + a_0}$

c)  $H(\omega) = \frac{1}{a_2 (j\omega)^2 + a_1 j\omega + 1}$  für die Fälle

c.1)  $Q \leq \frac{1}{2}$

c.2)  $Q \geq \frac{1}{2}$

d)  $H(\omega) = \frac{b_1 j\omega}{a_2 (j\omega)^2 + a_1 j\omega + a_0}$  für  $a_1^2 < 4a_2a_0$

### Aufgabe 2. Ausgewählte Frequenzgangfunktionen

Zeichnen Sie die Bodediagramme (Amplituden- und Phasengang) der folgenden Frequenzgangfunktionen:

a)  $H(\omega) = \frac{1}{j\omega/\omega_g}$

b)  $H(\omega) = \frac{1 - j\omega/\omega_g}{1 + j\omega/\omega_g}$

c)  $H(\omega) = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2 + j\omega}{\omega_1 + j\omega}$  mit  $\omega_2 = 10\omega_1$

d)  $H(\omega) = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2 + j\omega}{\omega_1 + j\omega}$  mit  $\omega_1 = 10\omega_2$

### Aufgabe 3. Verhältnisse und Pegel in Decibel

Diese Übung ist empfohlen wenn Sie unsicher im Umgang mit logarithmischen Massen sind. Bestimmen Sie die Spannungen oder Leistungen aus den folgenden Aufgaben:

a)  $\frac{P_2}{P_1} \equiv -20 \text{ dB}$ , mit  $P_1 = 100 \text{ mW}$   
gesucht:  $P_2 =$  in mW und dB<sub>mW</sub>

b)  $\frac{P_2}{P_1} \equiv -17.8 \text{ dB}$ , mit  $P_1 = 10 \text{ mW}$  und  $P_2 = U_2^2/600 \Omega$   
gesucht:  $U_2 =$  in V und dB<sub>Volt</sub>

- c)  $P_2 = G_1 \cdot G_2 \cdot P_1$  mit  $G_1 \equiv 8 \text{ dB}$ ,  $G_2 \equiv 19 \text{ dB}$  und  $P_1 \equiv -10 \text{ dB}_{\text{mW}}$   
gesucht:  $P_2 =$  in W und  $\text{dB}_{\text{mW}}$
- d) Dämpfung:  $A = 2.2 \text{ dB}$ , Eingangsspannung:  $U_1 \equiv 54 \text{ dB}_{\mu\text{V}}$  an  $50 \Omega$   
gesucht: Ausgangsspannung  $U_2$  an  $75 \Omega$  in mV und  $\text{dB}_{\mu\text{V}}$

**Lösung 1.****Normierung**

Bringen Sie die folgenden Frequenzgangfunktionen in ihre normierte Produktform. Bestimmen Sie dazu die nötigen Normierungskonstanten  $\omega_g$  und  $k$  für Polynome ersten Grades und  $\omega_0$ ,  $Q = \frac{1}{2\xi}$  und  $k$  für nicht faktorisierte Polynome 2. Grades.

$$\text{a)} \quad H(\omega) = \frac{b_0}{a_1 j\omega + a_0} \leftrightarrow H(\omega) = \frac{b_0}{a_0} \frac{1}{1 + j\omega \frac{a_1}{a_0}} = k \frac{1}{1 + j\omega/\omega_g} \quad \text{mit } k = \frac{b_0}{a_0} \quad \text{und } \omega_g = \frac{a_0}{a_1}$$

$$\text{b)} \quad H(\omega) = \frac{b_1 j\omega + b_0}{a_1 j\omega + a_0} \leftrightarrow H(\omega) = \frac{b_0}{a_0} \frac{1 + j\omega \frac{b_1}{b_0}}{1 + j\omega \frac{a_1}{a_0}} = k \frac{1 + j\omega/\omega_{g2}}{1 + j\omega/\omega_{g1}} \quad \text{mit } k = \frac{b_0}{a_0}, \quad \omega_{g1} = \frac{a_0}{a_1} \quad \text{und } \omega_{g2} = \frac{b_0}{b_1}$$

$$\text{c)} \quad H(\omega) = \frac{1}{a_2 (j\omega)^2 + a_1 j\omega + 1} = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_0 \frac{1}{Q} + (j\omega/\omega_0)^2}, \quad \text{mit } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{a_2}} \quad \text{und } Q = \sqrt{a_2}/a_1 \quad \text{für die Fälle}$$

$$\text{c.1)} \quad a_1^2 \geq 4a_2 \quad \leftrightarrow \quad Q \leq \frac{1}{2} \quad \leftrightarrow \quad H(\omega) = \frac{1}{(1 + j\omega/\omega_{g1})(1 + j\omega/\omega_{g2})} \quad \text{mit } \omega_{g1,2} = \frac{1}{2a_2} (a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_2}) = \frac{\omega_0}{2Q} \pm \sqrt{\frac{\omega_0^2}{4Q^2} - \omega_0^2}$$

$$\text{c.2)} \quad a_1^2 < 4a_2 \quad \leftrightarrow \quad Q > \frac{1}{2}: \text{ D.h. die oben angegebene Form mit einem Nennerpolynom 2. Grades kann verwendet werden, um das Bodediagramm für ein System 2. Ordnung zu skizzieren.}$$

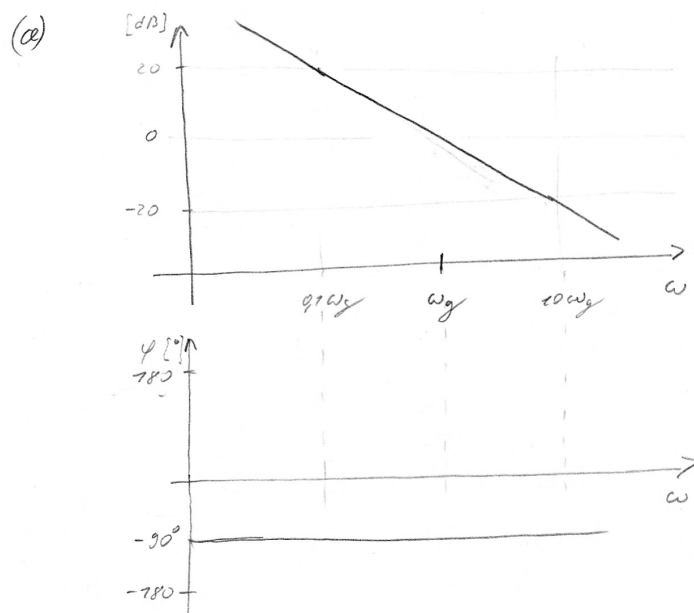
$$\text{d)} \quad H(\omega) = \frac{b_1 j\omega}{a_2 (j\omega)^2 + a_1 j\omega + a_0} \quad \text{für } a_1^2 < 4a_2 a_0 \quad \leftrightarrow \quad H(\omega) = k \frac{j\omega \frac{1}{\omega_0} \frac{Q}{Q}}{(j\omega/\omega_0)^2 + j\omega/\omega_0 \frac{1}{Q} + 1} \quad \text{mit}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}}, \quad Q = \frac{\sqrt{a_0 a_2}}{a_1} > \frac{1}{2} \quad \text{und } k = \frac{b_1}{a_1}$$

**Lösung 2.****Ausgewählte Frequenzgangfunktionen**

Zeichnen Sie die Bodediagramme (Amplituden- und Phasengang) der folgenden Frequenzgangfunktionen:

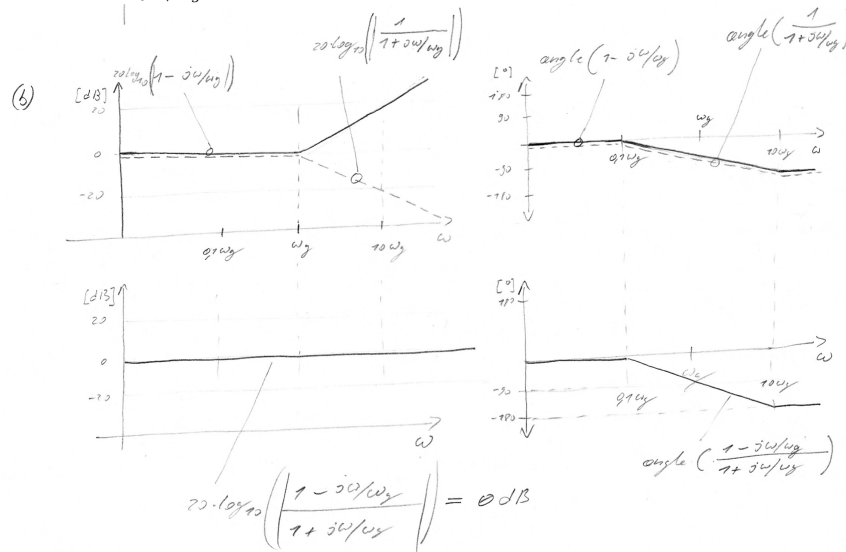
$$\text{a)} \quad H(\omega) = \frac{1}{j\omega/\omega_g}$$



Diese Übertragungsfunktion überträgt sinusförmige Signale unabhängig von der Frequenz immer mit derselben Verstärkung. Die Phase ist jedoch nicht für alle Frequenzen gleich.

Übertragungsfunktionen mit dieser Eigenschaft werden als Allpässe bezeichnet, sie finden z.B. in der Regelungstechnik Verwendung wenn nur der Phasengang, nicht aber der Frequenzgang beeinflusst werden soll.

b)  $H(\omega) = \frac{1-j\omega/\omega_g}{1+j\omega/\omega_g}$



c)  $H(\omega) = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2 + j\omega}{\omega_1 + j\omega}$  mit  $\omega_2 = 10\omega_1$

normierte Form herstellen

$$H(\omega) = \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_2 + j\omega}{\omega_1 + j\omega} = \frac{1 + j\omega/\omega_2}{1 + j\omega/\omega_1}, \quad \boxed{\omega_2 = 10\omega_1}$$

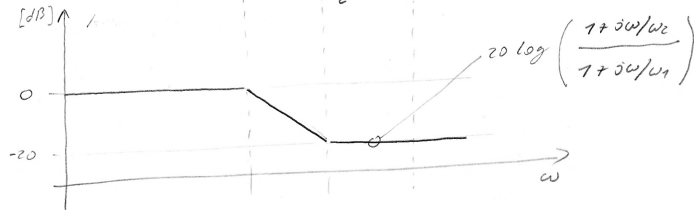
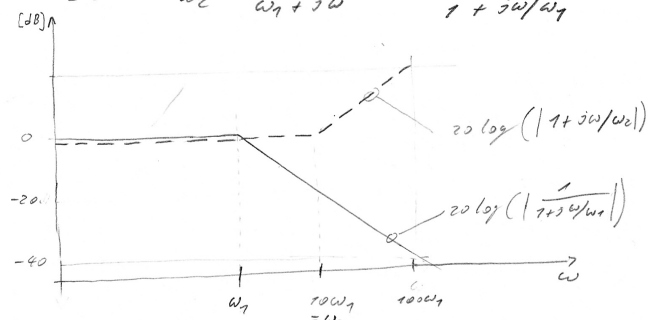
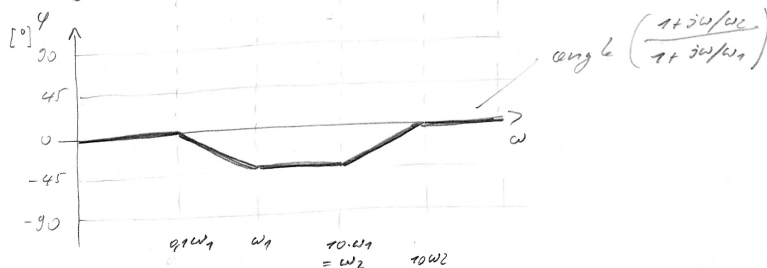
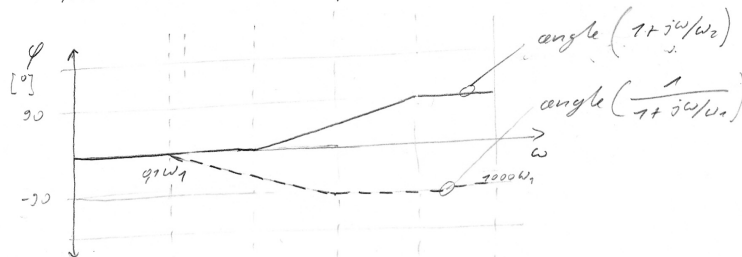
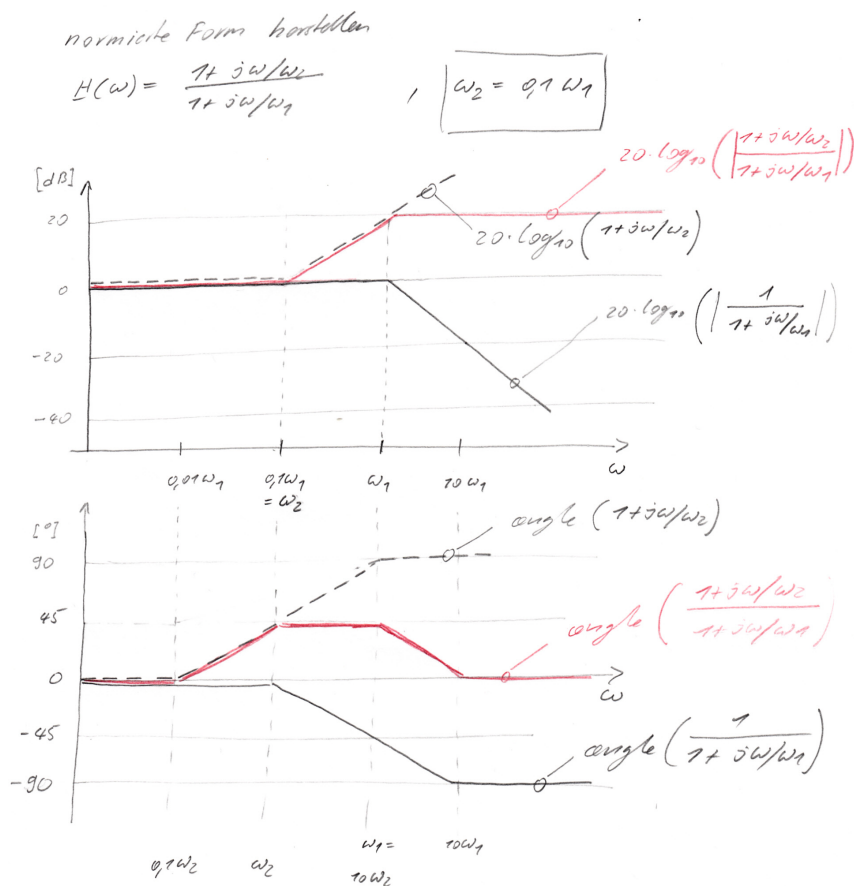


Abb. Konstruktion des Amplitudengangs



d)  $H(\omega) = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2 + j\omega}{\omega_1 + j\omega}$  mit  $\omega_1 = 10\omega_2$



### Lösung 3.

#### Verhältnisse und Pegel in Decibel

Bestimmen Sie die Spannungen oder Leistungen aus den folgenden Aufgaben:

- $\frac{P_2}{P_1} \equiv -20 \text{ dB}$ , mit  $P_1 = 100 \text{ mW} \rightarrow P_2 = 1 \text{ mW} \equiv 0 \text{ dB}_{\text{mW}}$
- $\frac{P_2}{P_1} \equiv -17.8 \text{ dB}$ , mit  $P_1 = 10 \text{ mW}$  und  $P_2 = U_2^2/600 \Omega \rightarrow U_2 = 0.3156 \text{ V} \equiv -10.0 \text{ dB}_V$
- $P_2 = G_1 \cdot G_2 \cdot P_1$  mit  $G_1 \equiv 8 \text{ dB}$ ,  $G_2 \equiv 19 \text{ dB}$  und  $P_1 \equiv -10 \text{ dB}_{\text{mW}} \rightarrow P_2 = 0.05 \text{ W} \equiv 17 \text{ dB}_{\text{mW}}$
- Dämpfung:  $A = 2.2 \text{ dB}$ , Eingangsspannung:  $U_1 \equiv 54 \text{ dB}_{\mu\text{V}}$  an  $50 \Omega \rightarrow U_2^2/R_2 = \frac{1}{A} U_1^2/R_1 \rightarrow 20 \log U_2 = 10 \log R_2 - A + 54 \text{ dB}_{\mu\text{V}} - 10 \log R_1 = 53.56 \text{ dB}_{\mu\text{V}} \equiv 0.48 \text{ mV}$