

EL2-Praktikum #01: Magnetfelder von Zylinderspulen

In diesem Praktikum werden mit einem Hall-Sensor¹ (siehe Abbildung 5) Magnetfelder von Luftspulen in verschiedenen Konfigurationen ausgemessen.

Es soll exemplarisch untersucht werden, wie homogen das Magnetfeld im Innern einer Spule bzw. zwischen zwei Spulen (sog. Helmholtz-Spule) tatsächlich ist. Dabei geht es auch um die Möglichkeiten (und Grenzen) des praktischen Einsatzes von Hall-Sensoren kennenzulernen. Als Erstes sollen die beiden Spulenkonfigurationen ausgemessen werden und danach in den theoretischen Kurven, die im zweiten Schritt in MATLAB zu Plotten sind, eingetragen werden.

1. Theoretische Flussdichte eines Solenoides

a) Ein Solenoid ist endliche lange Zylinderspule der Länge ℓ , Windungszahl N , Wicklungsradius R und einer verschwindend kleinen Wicklungsdicke Δr [4].

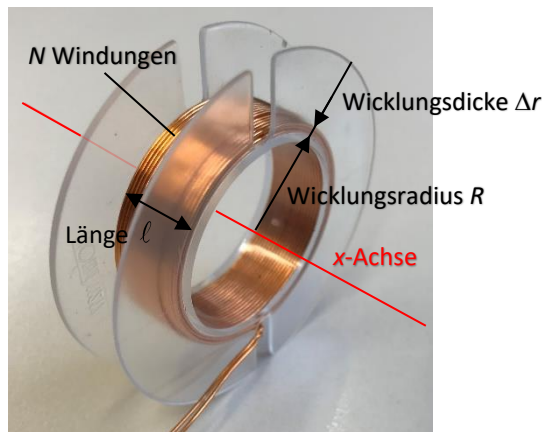


Abbildung 1: Im Praktikum verwendeter Solenoid.

Die **magnetische Flussdichte** B auf der Längsachse x eines Solenoides lässt sich wie folgt berechnen [3, 4]:

$$B(x) = \frac{\pm \mu_0 \cdot I \cdot N}{2 \cdot \ell} \cdot \left(\frac{\frac{\ell}{2} - x}{\sqrt{\left(\frac{\ell}{2} - x\right)^2 + R^2}} + \frac{\frac{\ell}{2} + x}{\sqrt{\left(\frac{\ell}{2} + x\right)^2 + R^2}} \right) \quad (1)$$

Es gilt:

- $B(x)$ ist magnetische Flussdichte in Telsa ($1 \text{ T} = 1 \text{ Vs/m}^2$)
- N ist die Anzahl Windungen der Spule
- I ist der Strom in Ampère
- ℓ ist die Länge der Spule in Meter
- x ist die Distanz von der **Spulenmitte** auf der Längsachse in Meter
- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ (Vs/Am) ist die Vakuumpermeabilität (magnetische Feldkonstante) [1]
- R ist der durchschnittliche Spulenradius in Meter

Bemerkung: Abhängig von der Richtung des Stromes I , von der Hall-Sondenausrichtung, vom Bezugssystem im Allgemeinen, ist die magnetische Flussdichte B positiv oder negativ.

¹ Beim Hall-Sensor wird ausgenutzt, dass ein Magnetfeld quer zu einem stromführenden Draht den Strom an eine Drahtseite drängt, wodurch ein scheinbar höherer Widerstand des Drahtes und eine höhere Spannung über dem Draht resultiert. Der Hall-Effekt ist benannt nach der Entdeckung im Jahre 1879 durch Edwin Herbert Hall 1880 [2, 3].

Plottet man nun $B(x)$ für $x = -7\text{cm} \dots +7\text{cm}$, $N = 32$, $R = 1.5\text{ cm}$, $I = 400\text{ mA}$ und $\ell = 1\text{cm}$ so erhält man (z.B. mit MATLAB) folgende Abbildung:

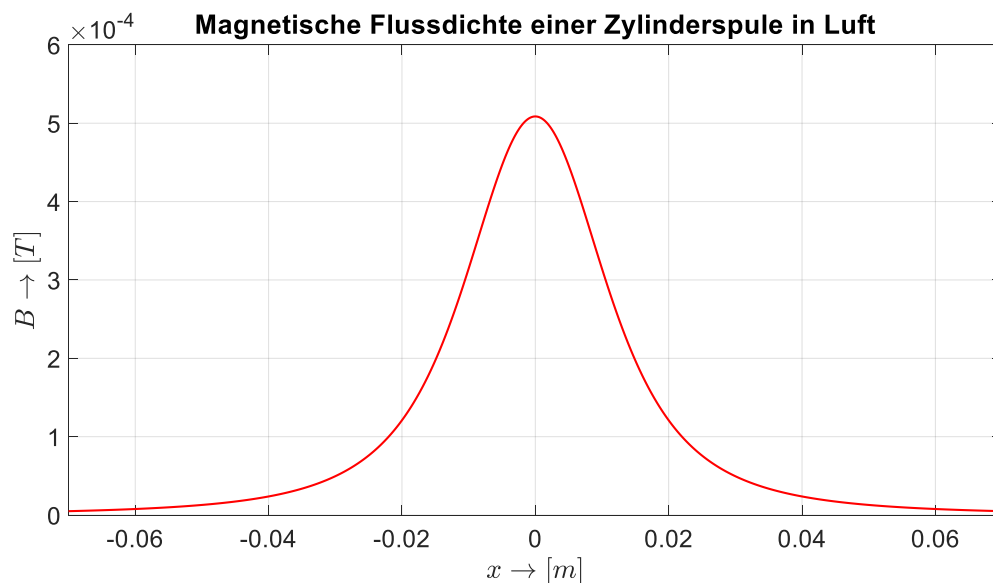


Abbildung 2: Magnetische Flussdichte B auf der Längsachse in Funktion vom Abstand x von der Spulenmitte.
Bemerkung: Das Erdmagnetfeld hat eine Flussdichte von ca. $50\text{ }\mu\text{T}$ mit ca. 65° Inklination [4].

b) Die **magnetische Flussdichte B** auf der **Längsachse x** **zweier** identischer Zylinder-Luftspulen mit dem Abstand von R auf der **x -Achse**, lässt sich als **Superposition** von zwei einzelnen magnetischen Flussdichten der entsprechenden Luftspulen bestimmen.

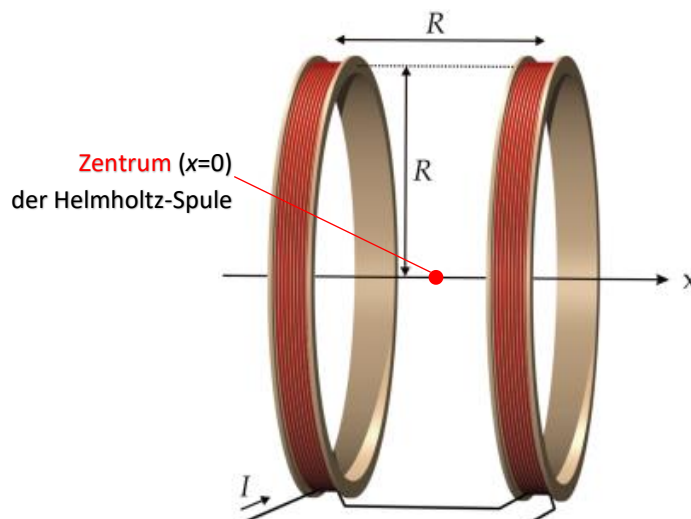


Abbildung 3: Helmholtz-Spule (Bild: Wikipedia) ist benannt nach Hermann von Helmholtz (1821-1894), der auf der Suche nach möglichst homogenen Flussdichten B diese Spule "entwickelte" [4]. Die beiden Spulen sind hier (konstruktiv) in Serie geschaltet. D.h., der Stromfluss I ist so gerichtet, dass sich die Magnetfelder der einzelnen Spulen in die gleiche Richtung zeigen. Anordnungen mit noch homogenerer Flussdichte sind z.B. die Braunbek-, Maxwell- oder Barker-Spule [5].

Plottet man nun $B(x)$ der Helmholtz-Spule für $x = -7\text{cm} \dots +7\text{cm}$, $N = 32$, $R = 1.5\text{ cm}$, $I = 400\text{ mA}$ und $\ell = 1\text{cm}$ so erhält man (in MATLAB) folgende Abbildung:

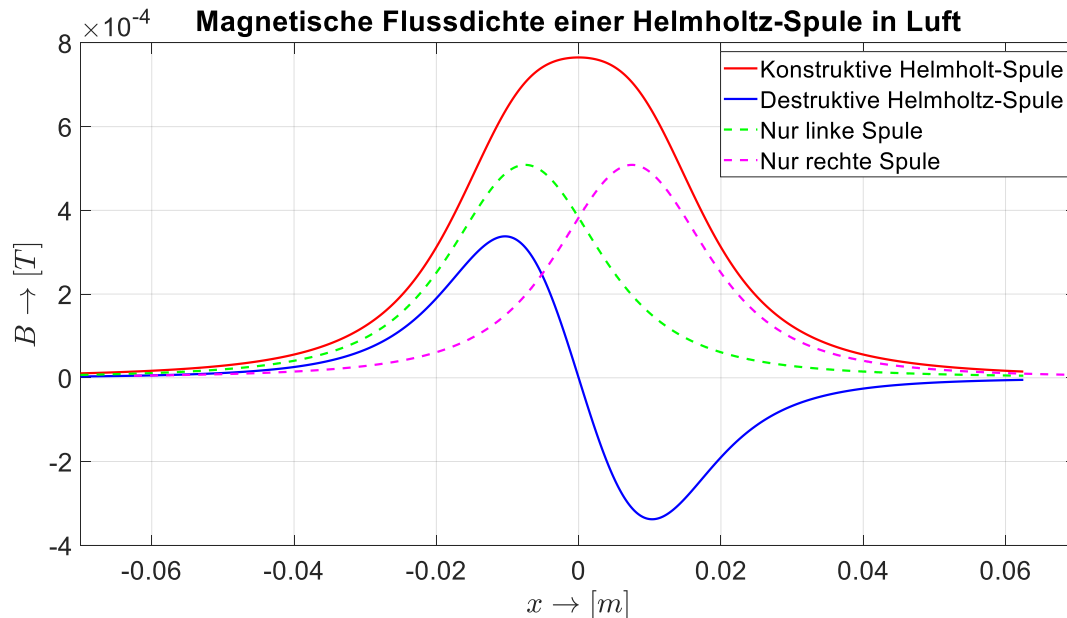


Abbildung 4: Magnetische Flussdichte von linker und rechter Luftspule der Helmholtz-Spule, mit konstruktivem Stromfluss (wie in Abbildung 3) und destruktiven (umgekehrten) Stromfluss der rechten Spule im Verhältnis zur linken Spule. Die Anordnung mit destruktivem Stromfluss wird auch Anti-Helmholtz-Spule genannt.

2. Hall-Sensor

Die **Flussdichte** B und die Hall-Spannung unseres Hall-Sensors (siehe Abbildung 5) haben folgenden Zusammenhang:

$$B(x) = \frac{U_{\text{Hall}}(x) - U_{\text{Hall, feldlos}}}{\text{Empfindlichkeit}} \quad (2)$$

Bei Ihren Messungen sollte ohne Feld (feldlos) die **Hall-Spannung** $U_{\text{Hall, feldlos}}$ im Bereich von einigen wenigen mV sein (z.B. +6.1 mV). Die Empfindlichkeit des Hall-Sensors (A1308KUA-2-T) beträgt nominell 2.5 mV/Gauss (kann streuen zwischen 2.4 bis 2.6 mV/Gauss)².



Abbildung 5: Für die Messungen zu verwendende Hall-Sensor-Anordnung. Am Hall-Sensor ist zur einfachen Abstandsablesung ein Massstab mit 5mm-Unterteilung aufgedruckt.

² Bemerkung: $10^4\text{ Gauss} = 1\text{ T}$

2.1 Anschluss Hall-Sensor

Die Hall-Sonde soll wie folgt angeschlossen werden: **schwarzer Stecker** an **Ground** vom Power-Supply, **roter Stecker** an **+9V** vom Power Supply. Die beiden **gelben Stecker** sollen an ein Multimeter im **DC-mV-Bereich** angeschlossen werden. Die Messung sollte einige wenige mV ergeben (siehe Abbildung 6).



Abbildung 6: Messungen ohne Feld. Rechts ist die Hall-Spannung $U_{\text{Hall, feldlos}}$ +5.8 mV. Links war die Hall-Spannung vor dem Umpolen -5.7 mV. Die Hall-Sonde sollte idealerweise in der gleichen Ausrichtung bei den Messungen der Spule auf der Plexiglasröhre verwendet werden, damit das Erdmagnetfeld einigermaßen kompensiert werden kann. Wenn Sie die Hall-Sonde im Raum "herumdrehen" sehen Sie den Einfluss des Erdmagnetfeldes gut, da sich die Hall-Spannung dabei um ca. ± 1.5 mV ändert.

3. Messaufbau und Messungen

Die im Praktikum zu verwendenden Spulen haben folgende Werte: $N = 32$, $R = 1.5$ cm, $\ell = 1$ cm. Der Strom soll $I = 400$ mA betragen.

3.1 Messung einer einzelnen Spule

Fixieren Sie **eine** der beiden (identischen) Spulen mit den O-Ringen auf das Plexiglasrohr und schliessen dann ein zweites Power Supply (mit Strombegrenzung) an, so dass nur ein kleiner Strom (max. wenige mA) fließen kann. Ändern Sie nun die Power Supply-Einstellung (am einfachsten mit der Strombegrenzung), bis ein Strom von 400 mA fliesst.

Finden Sie das Betrags-Maximum der Hall-Spannung (sollte ca. 18 bis 20 mV betragen) und messen Sie vom Maximum in beide Richtungen in 5 mm-Schritten bis ± 7 cm Abstand vom Maximum. Plotten Sie Werte des magnetischen Flusses gemäss Formel (2) mit MATLAB auf.

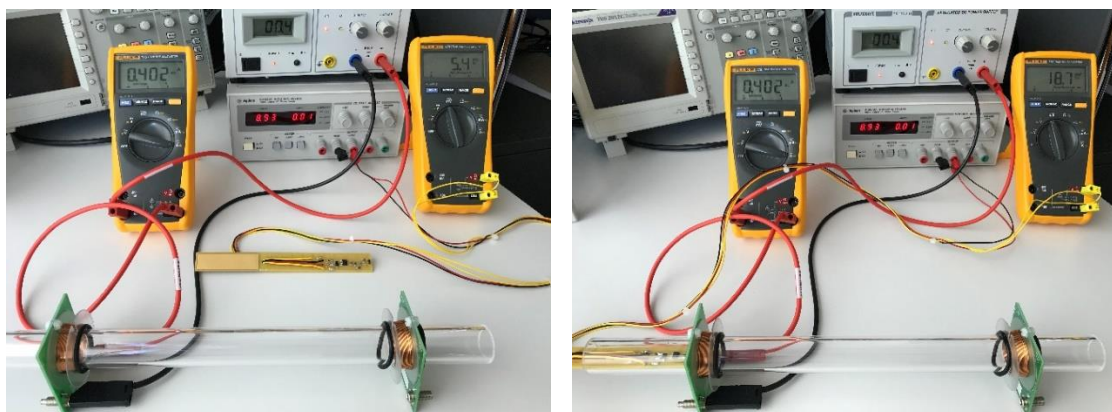


Abbildung 7: Messaufbau für einzelne Spule. Links: Nur flusslose Messung (+5.7 mV) in gleicher Richtung wie Plexiglasröhre. Rechts: Messung des Maximalflusses in der Mitte der Spule ($x=0$ mm). Die zweite, rechte Spule dient nur als Distanzhalter.

3.2 Messung an der Helmholtz-Spule (mit zwei Solenoiden)

Fixieren Sie nun **zusätzlich** die **zweite** Spule auf das Plexiglasrohr mit nur einem O-Ring als Abstand zwischen den beiden Spulenkörper. Der Abstand (Mitte zu Mitte der beiden Spulen) sollte dann ziemlich genau R betragen. Lassen Sie den selben Strom durch die zweite Spule fließen (siehe auch Abbildung 3).

Positionieren Sie den Hall-Sensor genau in der Mitte der Helmholtz-Spule und messen Sie die Hall-Spannung im Bereich von $\pm 7\text{cm}$ in 5mm-Schritten. Plotten Sie Werte des magnetischen Flusses gemäss Formel (2) mit MATLAB auf.

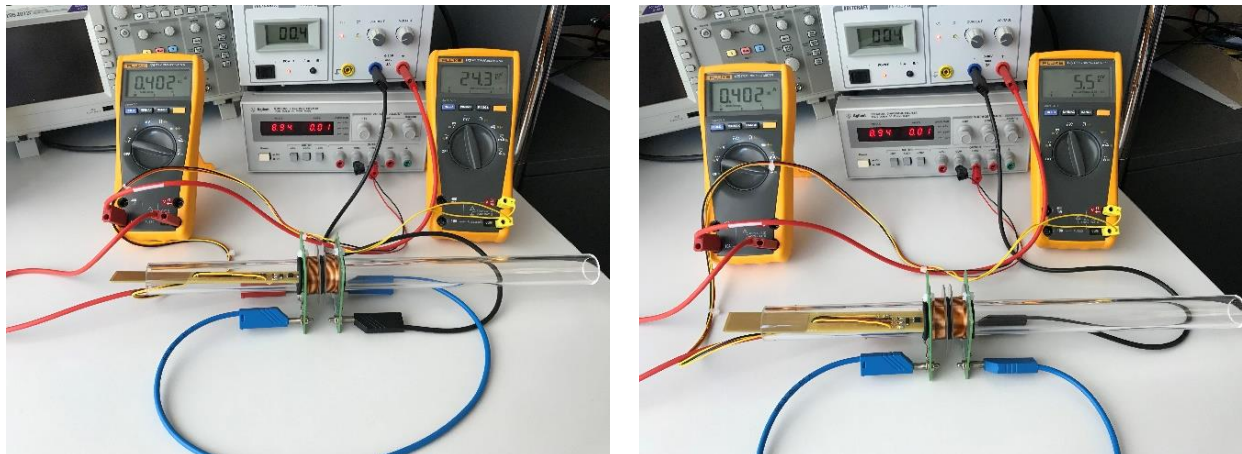


Abbildung 8: Messaufbau für Helmholtz-Spulen.
Links: konstruktive Anordnung ("normale" Helmholtz-Spule);
Rechts: destruktive Anordnung (Anti-Helmholtz-Spule)

3.3 Theoretische Kurven

Ergänzen Sie Ihre MATLAB-Plots der Messwerte mit den entsprechenden theoretischen Kurven der magnetischen Flussdichten B . Verwenden Sie für den einzelnen Solenoiden (Abbildung 2) die Formel (1). Die theoretischen Kurven der Helmholtz-Konfigurationen lassen sich durch Superposition zweier magnetischer Flussdichten bestimmen (siehe auch Abbildung 4).

4. Literaturverzeichnis

- [1] Karl Kupfmüller und Gerhard Kohn, „Theoretische Elektrotechnik und Elektronik“, Springer, 15. Auflage, 2000
- [2] Arnold Führer, Klaus Heidemann und Wolfgang Nerreter, „Grundgebiete der Elektrotechnik 1: Stationäre Vorgänge“, Carl Hanser Verlag, 10. Auflage, 2019.
- [3] Stefan Roth und Achim Stahl, „Elektrizität und Magnetismus“, Springer, 2018.
- [4] Ludwig Bergmann und Clemens Schaefer, „Lehrbuch der Experimentalphysik 2. Elektromagnetismus“, de Gruyter, 9. Auflage, 2006.
- [5] Werner Braunbek, „Die Erzeugung weitgehend homogener Magnetfelder durch Kreisströme“, Zeitschrift für Physik, 88, 1934.