

Lernübung 2.1 – Skizzieren von Bodediagrammen

Aufgabe 1. Gegeben ist der Frequenzgang

$$\underline{H}(\omega) = \frac{j\omega 4L/R}{1 + j\omega L/R} \quad (1)$$

eines Zweitors, mit $R = 1.592 \text{ k}\Omega$ und $L = 253 \text{ mH}$. Der Frequenzgang kann durch die elementaren Frequenzgangfunktionen

$$\begin{array}{lll} \underline{H}_1(\Omega) = j\Omega & \text{bzw.} & \underline{H}_1(\omega) = \frac{j\omega}{\omega_0}, \\ \underline{H}_2(\Omega) = 1 + j\Omega & \text{bzw.} & \underline{H}_2(\omega) = 1 + \frac{j\omega}{\omega_0}, \\ \underline{H}_3(\Omega) = k & & \end{array}$$

dargestellt werden. Das Bodediagramm kann mit Hilfe der folgenden Schritte bestimmt werden:

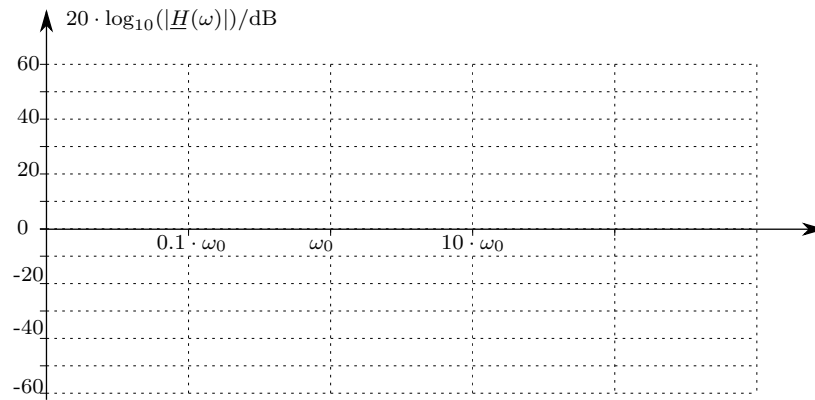
Normierung

- a) Die Übertragungsfunktion (1) soll durch die elementaren Frequenzgangfunktionen $\underline{H}_1(\omega)$, $\underline{H}_2(\omega)$ bis $\underline{H}_3(\omega)$ ausgedrückt werden. Die Zahlenwert für ω_0 und k sollen durch einen Koeffizientenvergleich bestimmt werden.

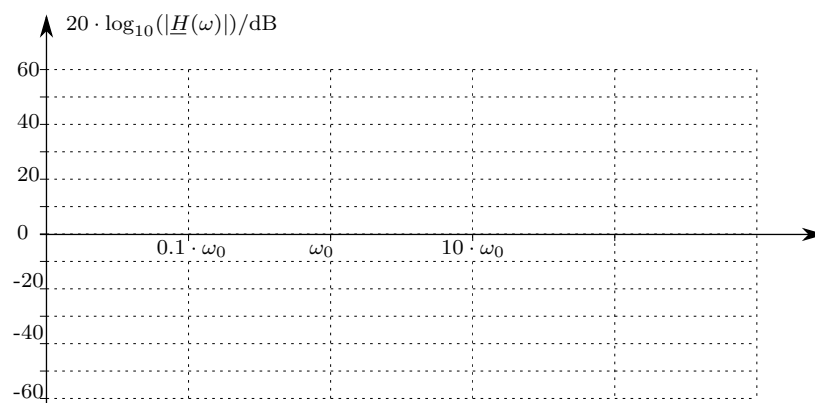
Skizzieren des Bodediagramms

- b) Skizzieren Sie separat die Amplitudengänge und die Phasengänge der Elementarfunktionen in den Hilfsskizzen.
- c) Addieren bzw. subtrahieren Sie die Amplitudengänge und Phasengänge zum Amplituden- und Phasengang des Gesamtfrequenzgangs $\underline{H}(\omega)$, siehe Tabelle C.1 und C.2 des Skripts.
- d) Vergleichen Sie Ihr Bodediagramm mit dem des Hochpassfilters.
- e) Welchen numerischen Werte haben der Amplitudengang $20 \log_{10} |\underline{H}(f)|$ und der Phasengang $\text{angle}(\underline{H}(f))$ bei der Kreisfrequenz $\omega = 0.01 \cdot \omega_0$?

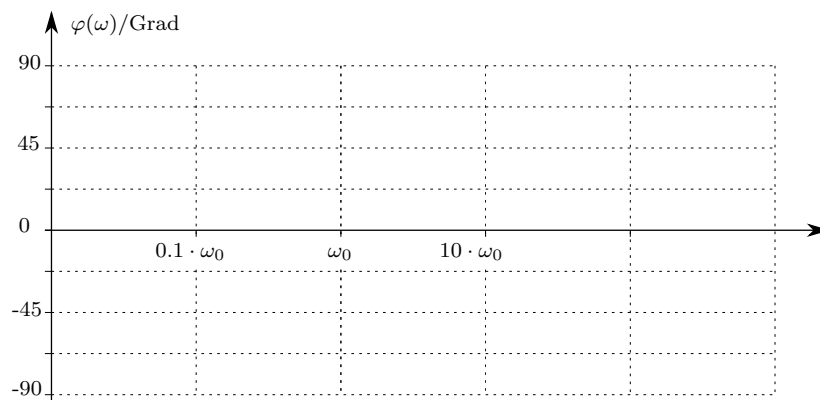
Hilfsskizze Amplitudengang



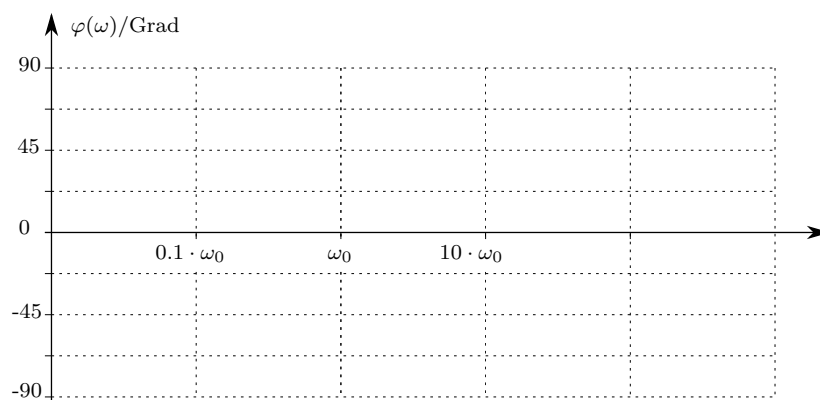
Amplitudengang



Hilfsskizze Phasengang



Phasengang



Lösung 1.

Normierung

- a) Die Übertragungsfunktion $\underline{H}(\omega)$ kann auf zwei verschiedene Weisen normiert werden:

Variante 1

$$\underline{H}(\omega) = \frac{j\omega/\omega_1}{1 + j\omega/\omega_0},$$

wobei $\omega_0 = R/L$ und $\omega_1 = R/(4L)$. Der Faktor k erhält den Wert $k = 1$ und kann deshalb ignoriert werden. Einsetzen der numerischen Werte für R und L liefert die beiden Kreisfrequenzen $\omega_0 = 6.292 \text{ MHz}$ und $\omega_1 = 1.573 \text{ MHz}$.

Variante 2

$$\begin{aligned}\underline{H}(\omega) &= 4 \frac{j\omega L/R}{1 + j\omega L/R} \\ &= k \frac{j\omega/\omega_0}{1 + j\omega/\omega_0}\end{aligned}$$

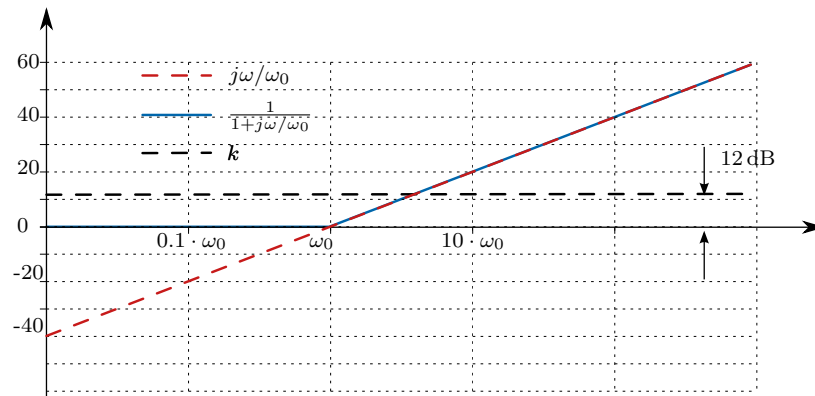
wobei $k = 4$, und $\omega_0 = R/L = 6.292 \text{ MHz}$.

Vergleich der beiden Varianten Beide Varianten sind zulässige Normierungen der Übertragungsfunktion $\underline{H}(\omega)$. Letztere hat die Eigenschaft, dass nur die eine Eckfrequenz ω_0 auftritt. Das ist ein Vorteil beim Zeichnen des Bodediagramms.

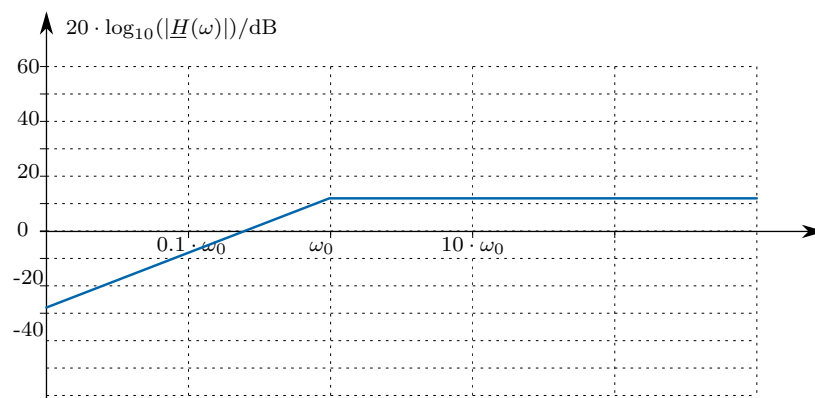
Skizzieren des Bodediagramms

- b) Zum skizzieren des Bodediagramms wird die Normierung aus Variante 2 verwendet, siehe nächste Seite.
- c) siehe nächste Seite.
- d) Das Bodediagramm entspricht dem eines Hochpassfilters. Der Faktor $k = 4$ resultiert in einer Verstärkung von 12 dB.
- e) Bei einer Kreisfrequenz $\omega = 0.01 \cdot \omega_0$ hat der Amplitudengang den Wert $12 \text{ dB} - 40 \text{ dB} = -28 \text{ dB}$. Der Phasengang besitzt die Phase $\varphi = 90^\circ$.

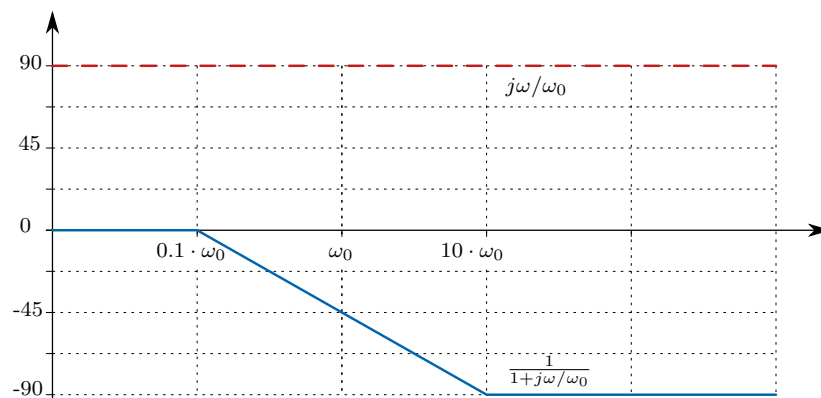
Hilfsskizze Amplitudengang



Amplitudengang



Hilfsskizze Phasengang



Phasengang

