

Lernübung – Serienschaltung

Aufgabe 1. (Kapazität und Widerstand in Serienschaltung) Gegeben ist das Schaltbild in Abb. 1, es besteht aus einer Spannungsquelle, einem Widerstand und einer idealen Kapazität.

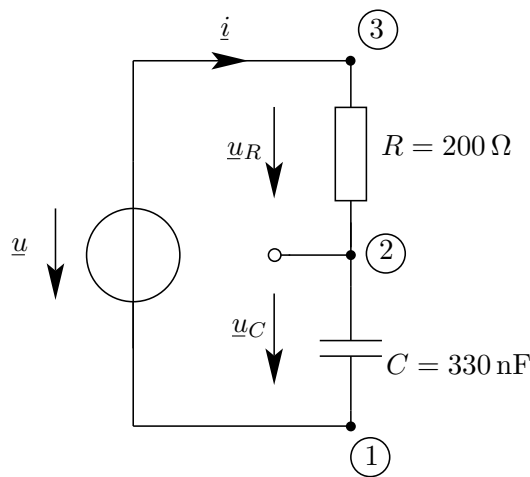


Abbildung 1: Schaltbild

- a) Geben Sie eine Formel für die Berechnung des komplexen Widerstand $\underline{Z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}}$ an.
- b) Geben Sie eine Formel für die Berechnung des Stromes \underline{i} an.
- c) Geben Sie eine Formel zur Berechnung der Spannungen \underline{u}_R und \underline{u}_C an.
- d) Für die sinusförmige Spannung $\underline{u} = 5 \text{ V} \cdot e^{j0}$ mit der Frequenz von $f = 1000 \text{ Hz}$ sollen die numerischen Werte der komplexen Spannungen \underline{u}_R und \underline{u}_C bestimmt werden.
- e) Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm der komplexen Spannungen qualitativ, d.h. nicht in einem bestimmten Massstab und nicht mit exakten Winkeln. Tragen Sie die Netzwerkknoten in das Zeigerdiagramm ein.
- f) Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm des komplexen Widerstandes \underline{Z} qualitativ.

Lösung 1.

a)

$$\underline{Z} = R + j X_C$$
$$X_C = -\frac{1}{\omega C}$$

$$\underline{Z} = R + \frac{1}{j \omega C}$$

- b) Nach dem Ohmschen Gesetz gilt

$$\underline{i} = \frac{\underline{u}}{\underline{Z}}.$$

- c) Das Ohmsche Gesetz liefert die Gleichungen

$$\underline{u}_R = \underline{i} R = \underline{u} \frac{j \omega R C}{1 + j \omega R C}$$

und

$$\underline{u}_C = \underline{i} \frac{1}{j \omega C} = \underline{u} \frac{1}{1 + j \omega R C}$$

- d)

$$\begin{aligned} \underline{u}_R &= 5 \text{ V} \frac{j 2 \pi 1000 \text{ s}^{-1} \cdot 200 \Omega \cdot 330 \cdot 10^{-9} \text{ F}}{1 + j 2 \pi 1000 \text{ s}^{-1} \cdot 200 \Omega \cdot 330 \cdot 10^{-9} \text{ F}} \\ &= 5 \text{ V} \frac{j 2 \pi 1000 \text{ s}^{-1} \cdot 200 \frac{\text{V}}{\text{A}} \cdot 330 \cdot 10^{-9} \frac{\text{As}}{\text{V}}}{1 + j 2 \pi 1000 \text{ s}^{-1} \cdot 200 \frac{\text{V}}{\text{A}} \cdot 330 \cdot 10^{-9} \frac{\text{As}}{\text{V}}} \\ &= \frac{2.073 \cdot e^{j 90^\circ}}{1.083 \cdot e^{j 22.52^\circ}} \\ &= 1.914 \text{ V} \cdot e^{j 67.48^\circ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{u}_C &= 5 \text{ V} \frac{1}{1 + j 2 \pi 1000 \text{ s}^{-1} \cdot 200 \Omega \cdot 330 \cdot 10^{-9} \text{ F}} \\ &= 5 \text{ V} \frac{1}{1 + j 2 \pi 1000 \text{ s}^{-1} \cdot 200 \frac{\text{V}}{\text{A}} \cdot 330 \cdot 10^{-9} \frac{\text{As}}{\text{V}}} \\ &= \frac{5 \text{ V}}{1.083 \cdot e^{j 22.52^\circ}} \\ &= 4.617 \text{ V} \cdot e^{j -22.52^\circ} \end{aligned}$$

- e) Zum Zeichnen sind kartesische Koordinaten oft gut geeignet.

$$\underline{u}_R = 1.914 \text{ V} \cdot e^{j 67.48^\circ} = 0.7331 \text{ V} + j 1.768 \text{ V}$$

$$\underline{u}_C = 4.617 \text{ V} \cdot e^{j -22.52^\circ} = 4.265 \text{ V} - j 1.768 \text{ V}$$

Das Zeigerdiagramm ist in Abb. 2 dargestellt.

- f) Zum Zeichnen sind die kartischen Koordinaten von \underline{Z} günstig:

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= R + j X_C \\ &= R - j \frac{1}{2 \pi f C} \\ &= 200 \Omega - j \frac{1}{2 \pi 1000 \text{ s}^{-1} \cdot 330 \cdot 10^{-9} \text{ F}} \\ &= 200 \Omega - j 482.3 \Omega \end{aligned}$$

Das Zeigerdiagramm der komplexen Widerstände ist in Abb. 3 dargestellt.

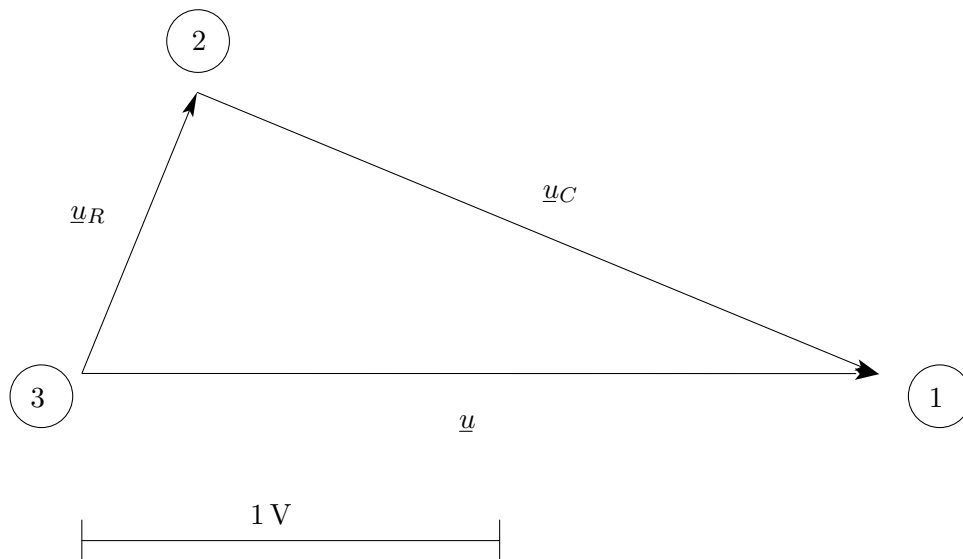


Abbildung 2: Zeigerdiagramm der komplexen Spannungen mit Kennzeichnung der Netzwerkknoten 1 bis 3.

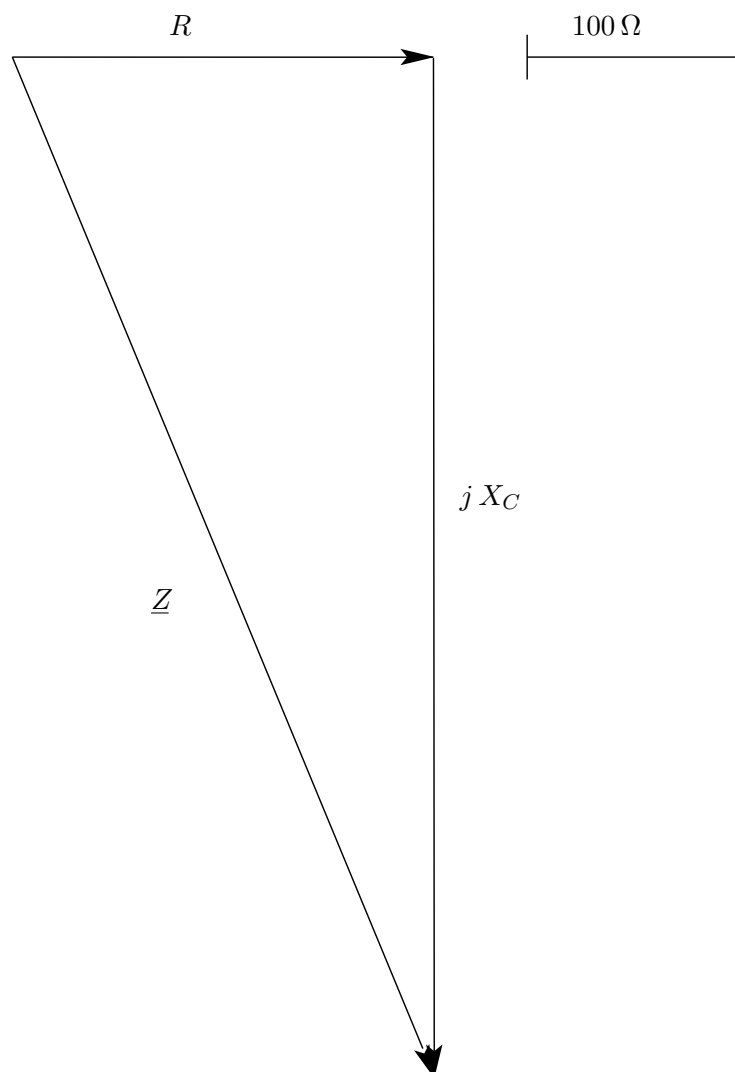


Abbildung 3: Zeigerdiagramm der komplexen Widerstände.