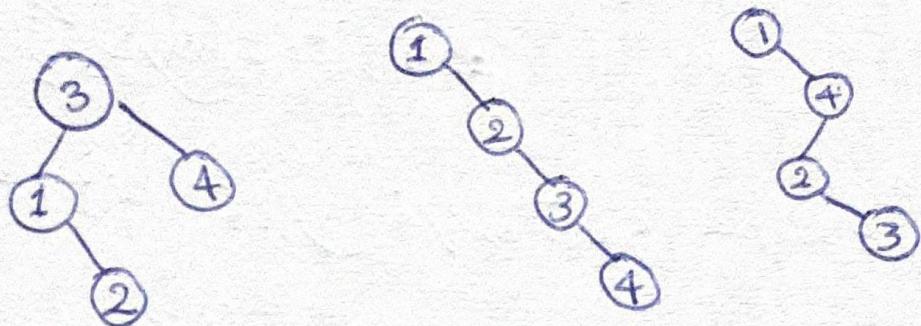


> رخت در دریی حسب و صبر (Binary Search tree)

یک رخت در دریی ریشه راست که نوادگان داشته اند دارای خصیصه زیر هستند:

① از تمام نوادگان زیر رخت صفت صد هم خود زیر قدر با صدای هستند.

② از تمام نوادگان زیر رخت صفت راست خود کوچکتر هستند.



مثال:

کار راهنمی BST: حسب ترتیب صفاتی در صحیح رفع ایجاد موجود.

آنلووین - حسب ترتیب صفاتی راه ساختاری به صورت زیری است:

BST-Search( $x$ , key)

1. if ( $T = \text{Null}$  or  $x.\text{key} = \text{key}$ ) then
2.      return  $x$ ;
3. if ( $\text{key} < x.\text{key}$ ) then
4.      return  $\text{BST}(x.\text{left}, \text{key})$
5. else
6.      return  $\text{BST}(x.\text{right}, \text{key})$

نکته: یک لامپ ساره برای حسابور یک عقدار درست بوده، پس مجموع کل مجموعه است جایز  $O(n)$  است که درین حالت برای مجموع  $n$  عقداری، پیچیدگی زمانی خطی  $O(n)$  رخواهیم داشت. این در اینجا از راه ساختار BST دستال آن هستیم که تا حد امکانی پیچیدگی زمانی کمتری داشت باشیم.

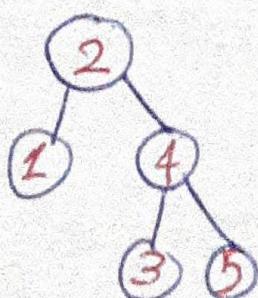
بررسی برای دیرگرها در مساحت استار BST:

۱) حداقل ارتفاع درخت برای عنصر در  $\overline{BST}$ ،  $-n$  است که نویز از حسابویی با پیچیدگی خطی  $O(n)$  دارد.

۲) حداقل ارتفاع درخت برای عنصر در  $\overline{BST}$  از عربت  $O(\log n)$  است که نویز از حساب و صویی گفته با پیچیدگی  $O(\log n)$  دارد.

۳) آن اسلکت یک درخت دودویی داده شده باشد و نکره از این از ایجاد مقایسه در اختیار داشت باشیم، هر اینم بجهود یک تایی این توانی را در درخت قرار داده ایم به نحویکه درخت  $BST$  حاصل شود.

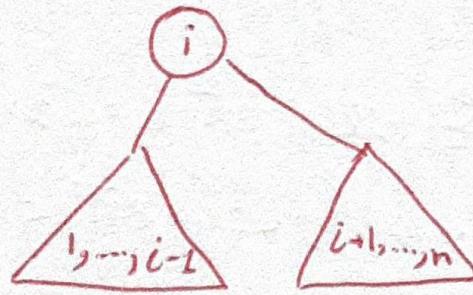
مثال: متوالی  $5, 2, 3, 4, 1$  را در اسلکت درخت زیر جای دهی کنید به نحویکه درخت  $BST$  حاصل شود.



۱۴) با توجه به نتیجه ۳ اگر توکار از بین مسخن اسندهای تران درخت BST چشمکش (با این طبع) سه عمل را در همواره حسب ترتیب در آن (زیر نویش  $O(\log n)$ ) خواهد بود. اینها از آنجا که در عبارت  $\log$  دوستیم و عناصر حذف و اضافه می‌شوند، پیشنهاد مفاسدی نیست.

سوال ۱: تعداد اسلات های مرتبه درخت های حسب ترتیب دودویی با  $n$  گره حد مجاز است.

خرف لئید توالي  $1, \dots, n$  عضور مقیاسی درین هر کدام از این عناصری تواند رسم باشد، خرف لئید نیست ؟ ریشه است



$$T(n) = \sum_{i=1}^n T(i-1) + T(n-i)$$

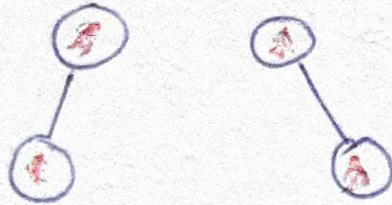
$$T(1) = 1$$

که همان رابطه با لمسه مرتبه عدد ۷۵۰ است و با سخن:

$$T(n) = \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}$$

مثال: پرایم،  $n=2$  داریم،

$$\frac{1}{n+1} \binom{n^n}{n} = \frac{1}{3} \binom{4}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{4 \times 3}{2} = 2$$

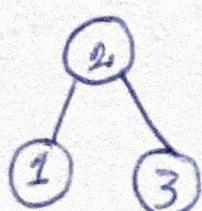


سوال ۲: اگر ما  $n$  عدیر مقایز  $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$  داشتم باشیم، سه درخت BST را با ارتفاع های مختلف خواهیم داشت؟

بله، حداکثر  $n$  جایگزین از توالی ممکن داشت را درج آنها بهتر نمی‌بریم. بلطف ساخت درخت BST، سه درخت برصب داره مقایز حاصل می‌شود.

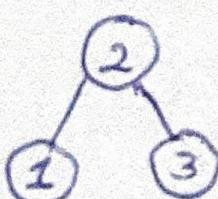
جمع نظری: تعداد درخت‌های BST حاصل از جایگزین توالی و منحصربه‌از تعداد احتمالات های درخت BST است. هر از برخی از درخت‌های حاصل از جایگزین در اسلکت کلیان هستند.

۲, ۱, ۳



مثال:

۲, ۳, ۱



تعتبر  $\pi$  ترتيباً من صيغة  $\pi = \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n!}$  حيث  $\pi_i$  هي العدد الذي يمثل العدد  $i$  في الترتيب  $\pi$ .  
 تبرير  $\pi$  به طور متعدد انتظار  $\pi$  ونهاية درجات BST حاصل دار ارتفاع  $O(\log n)$

باسن به عبارت دیگر

$$\pi_1 \rightarrow h_1$$

$$\pi_2 \rightarrow h_2$$

$\vdots$

$$\pi_{n!} \rightarrow h_{n!}$$

$$g_n = \frac{1}{n!} \sum_{i=1}^{n!} h_i = O(\log n)$$

$$\pi_1 = 1, 2, 3$$

$$\pi_2 = 1, 3, 2$$

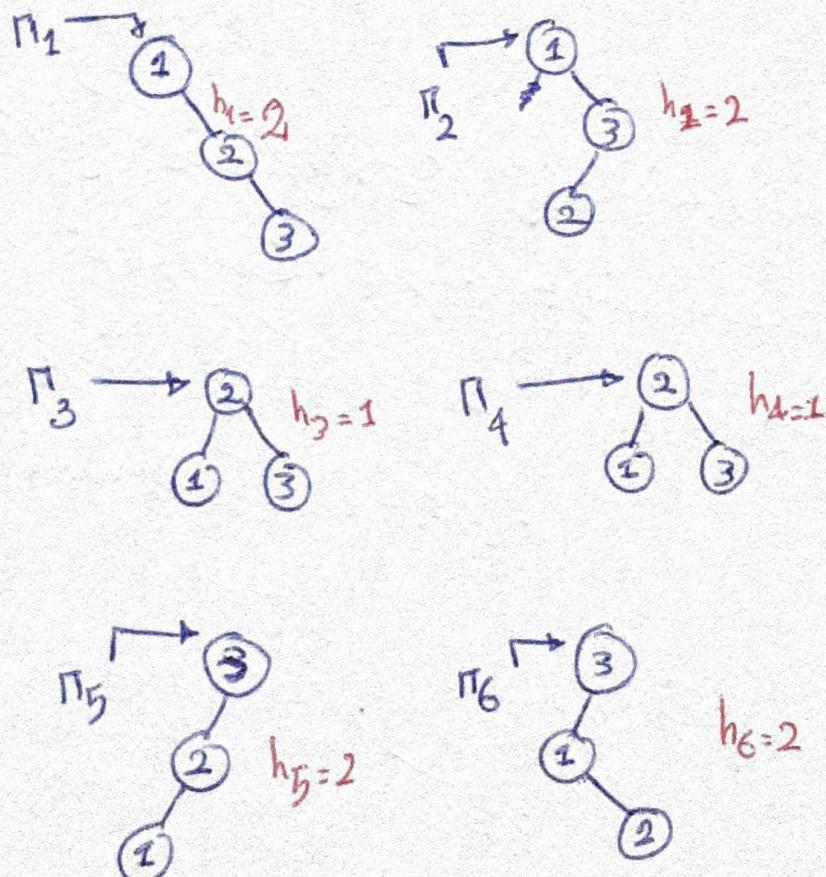
$$\pi_3 = 2, 1, 3$$

$$\pi_4 = 2, 3, 1$$

$$\pi_5 = 3, 2, 1$$

$$\pi_6 = 3, 1, 2$$

مثال: بگوییم  $\pi = 1, 3, 2, 2, 1, 3$  دارد:



$$x_3 = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^3 h_i = \frac{10}{6}$$

نکته: اگر هر تولار از میل داستربا سیم و بخواهیم درخت BST را بازیم، میتوان از اینها زیر استفاده کرد

① عنصر را مرتب کنیم و سپه برآسیم آن پس درخت BST بسازیم

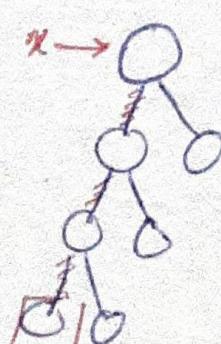
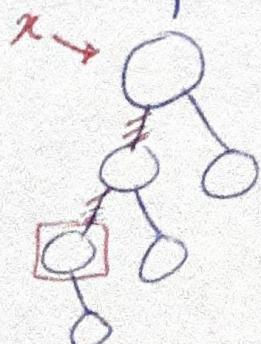
(درخت مقایل صافی میگوید در این حالت پیچیدگر زمانی (O(nlogn)) خواهد بود (نسبت فریب سازی))

② نیز جاگلیست مقادیر روی تولار اعمال کنیم و سپه درخت را بازیم

طبع قفسیه قبل با اعمال خوبی مقایل است و آنینود محور آن  
تکرار کنیم. که واضح است پیچیدگر خطا است (O(n^2))

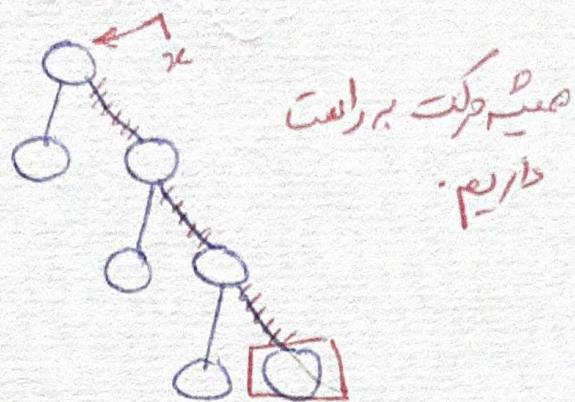
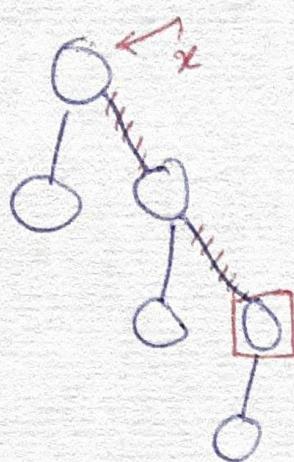
نکته: در عمل ورودی ها به مردیجی آشید و تولار را از میں فراهم و مخفی است بر تولار نیز قم  
داشتم فرم از ورودی خفن قوی است. بنابراین بیازندن راه ساختار هار  
پیچیده تر برای این منظور هستیم در حلبات آنی آنها را سرچ  
نماییم ( AVL tree ) Red-Black tree

تمرین ۱: مفرغ لغزید نزد خاص در درخت قفل آن داده شده است، کوچکترین  
عدد در نظر گرفته زیر درخت را میتوانه پیدا کنیم.

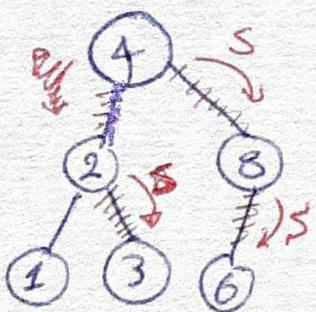


همین طبقه  
داریم.

تَمَنٌ ۲: مُرْضِنْ لَعِنْدَكِ نَزْدَ خَاصِّ صَلْحٌ دَوْرَ رَصْنَتْ BST رَادِه سَرْهَ اسَتْ، فَرَّارَ تَمَنْ  
عَدْ دَرْ زَيْرَ رَصْنَتْ هَارَجَ رَاهِنْوَزَ بَدِرَامِ لَعِنْدَ.



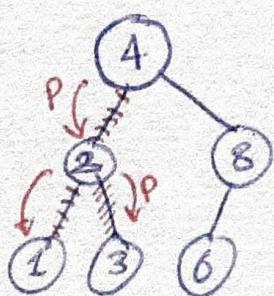
تَمَنٌ ۳: مُرْضِنْ لَعِنْدَكِ نَزْدَ خَاصِّ صَلْحٌ دَوْرَ رَصْنَتْ BST رَادِه سَرْهَ اسَتْ، عَضْنَرْ بَعْدَر  
عَضْنَرْ دَرْ كَلَمَرْ (Successor) رَاهِنْوَزَ بَرَاجِي لَعِنْدَ.  
كَلَمَرْ مَرْتَبَ



$$\text{Successor}(4) = 6$$

$$\text{Successor}(2) = 3$$

تَمَنٌ ۴: مُرْضِنْ لَعِنْدَكِ نَزْدَ خَاصِّ صَلْحٌ دَوْرَ رَصْنَتْ BST رَادِه سَرْهَ اسَتْ، عَضْنَرْ عَيْلَى  
عَضْنَرْ دَرْ كَلَمَرْ (Predecessor) رَاهِنْوَزَ بَرَاجِي لَعِنْدَ



$$\text{Predecessor}(4) = 3$$

$$\text{Predecessor}(2) = 1$$

تَمْرِنٌ ۖ نَحْوُهُ يُبَدِّلُونَ عَنْفَسَ كَمِينٍ وَسَبِيلٍ درخت BST بهمچو اس

تَمْرِنٌ ۖ دَبِيسَاسٌ مِعَا نَوْزَدَ درخت BST چیز توار را تولیدی کند؟

تَمْرِنٌ لَا، عَيَّاصٌ بَنَ حَسَنَ وَجْهَهُ درین اکارایه مرتب و می درخت BST انجام سود.

در عصیان شریعه مدد  
دستبر