دانشکده علوم ریاضی و آمار

مدرس: دکتر مجتبی رفیعی
نیمسال اول ۱۴۰۰-۱۴۰۱

ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

جلسه ۲۳: ساختمان داده و الگوریتم‌ها

نگارنده: مریم دهقان

۳ آذر ۱۴۰۰

فهرست مطالب

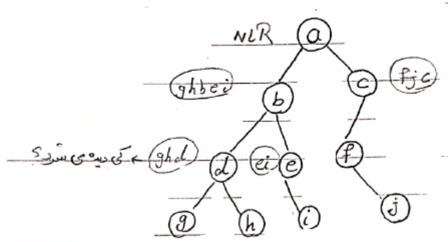
* با داشتن پیمایش‌های $Inorder$ و $Preorder$ با یک درخت دودویی می‌توان درخت یکتا را رسم کرد.
* با داشتن پیمایش‌های $Inorder$ و $Postorder$ برای یک درخت دودویی می‌توان درخت یکتا را رسم کرد.

علت داشتن درخت یکتا با پیمایش اخیر آن است که پیمایش $Inorder$ باعث می‌شود تفکیک بین گره‌های فرزند نیز لحاظ شود در حالیکه دیگر پیمایش‌ها تنها بر مکان ملاقات ریشه نسبت به سایر فرزندان تاکید داشت.

مثال ۱: برای درخت دودویی

$Inorder(T) = g\ d\ h\ b\ e\ i\ a\ f\ j\ c \qquad LNR$

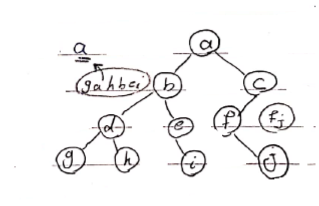
$Preorder(T) = a\ b\ d\ g\ h\ e\ i\ c\ f\ j \qquad NLR$ ریشه a است.



مثال ۲: برای درخت دودویی

$$Inorder(T) = g\ d\ h\ b\ e\ i\ a\ f\ j\ c \qquad LNR$$

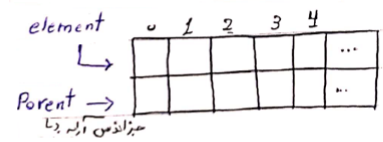
$$Postorder(T) = g\ h\ d\ i\ e\ b\ j\ f\ c\ a \qquad NLR$$ ریشه a است.



جمع‌بندی: درخت حاصل از مثال ۱ و ۲ به صورت یکسانی ترسیم شده.

پیاده‌سازی درخت K تایی:

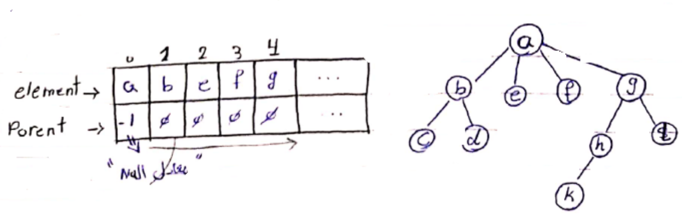
راه‌حل ۱: می‌توان از یک آرایه دوبعدی به صورت زیر استفاده کرد.



به تعداد k تا عنصر در نظر بگیریم عنصر با اندیس صفر ریشه قرارگرفته است.

درخت ما برچسب‌دار مرتب

مثال:



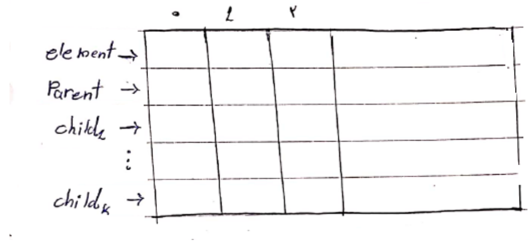
نکته: ترتیب فرزندان از اندیس کوچکتر به بزرگتر لحاظ شده است. بنابراین از روی نمایش بالا می‌توان یک درخت ترسیم کرد.

مشکلات راه‌حل ۱: ۱- دسترسی به فرزندان به سادگی امکان‌پذیر نیست و علنا باید عنصرهای آرایه را پیدایش کنیم.

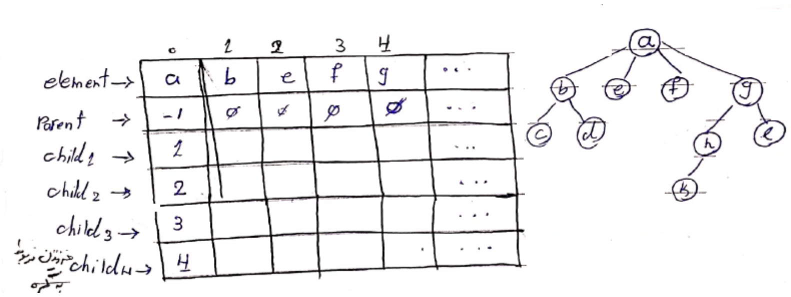
۲- در صورت حذف و اضافه عنصرها در آرایه، ترتیب زیر درخت‌ها باید مدیریت شود که کار ساده‌ای نیست.

مزیت راه‌حل ۱: به ازای تعداد گره‌های درخت فضا گرفته می‌شود و هم درختی از حافظه نداریم.

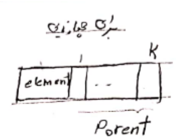
راه‌حل ۲: در نظر گرفتن k=۲ آرایه برای یک درخت :تاییk



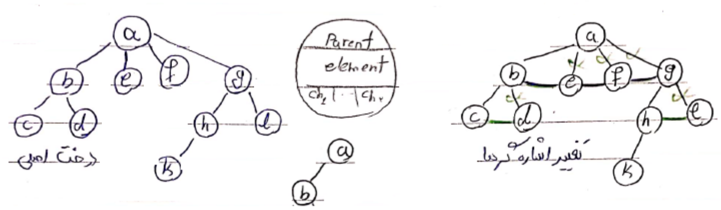
مثال:



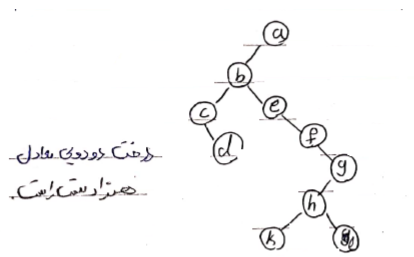
مزایای راه‌حل ۲: ۱- نگرانی در رابطه با ترتیب فرزندان نیست و در نتیجه مدیریت این ترتیب در مقایسه با راه‌حل ۱ به صورت خودکار انجام می‌شود. ۲- دسترسی به فرزندان هر گره به سادگی و در زمان o(۱) قابل انجام است.
مشکل راه‌حل ۲: پتانسیل هدر رفت حافظه در صورتی که نرده‌های یک درخت تایی‌k کمتر از k باشد بالا است. هدر رفت زیادی دارد.
نکته تکمیلی: پیاده‌سازی‌های فوق می‌تواند با استفاده از لیست پیوندی انجام شود که برتری آن نسبت به آرایه آن است که محدودیت هول آرایه را در صورت رشد درخت نداریم.



تبدیل یک درخت تایی‌k به درخت دودویی معادل:
راهکار استفاده از k=۲ آرایه برای یک درخت .تایی‌k همان‌طور که دیدیم پتانسیل اتلاف حافظه دارد. با این‌حال این اتلاف برای درخت دودویی به مراتب کمتر است یک راهکار برای جلوگیری ااز این اتلاف حافظه در درخت تایی‌k تبدیل آن به درخت دودویی معادل است.
در این تبدیل برای هر گره، اشاره‌گرهای پدر و چپ‌ترین فرزند ثابت باقی می‌ماند و اشاره‌گر سمت راست گره به نزدیکترین همزاد سمت راست (در صورت وجود) اشاره کرد.



میگه $Parent$و$element$را نگه‌دار. یکی تغییرهایی داخل $child$ ها بده $child_2$ را نکه‌دار اما بقیه k-۱ فرزند را یه جورایی فرزند سمت راست خودشان کن. لینکه رو قطع کنرو اینایی که پدر مشترک دارند با هم وصل میشن.



بررسی رابطه بین پیمایش درخت تاییk و درخت دودویی معادل:
تمرین: رابطه‌های زیر را برای درخت تاییk (T) و درخت دودویی معادل آن (T’) بررسی کنید:
۱- آیا$Preorder(T) = Preorder(T')$ است؟
۲- آیا$Inorder(T) = Inorder(T')$ است؟
پاسخ: برای حالت کلی اگر بخواهیم نشان دهیم که در پیمایش یکسان نیستند فقط کافی است که یک مثال نقض پیدا کنیم، مثلا برای حالت ۲ و ۳ بالا مثال قبل یکسان نبودند پیدایش‌ها را به وضوح نشان می‌دهد.

$$\begin{cases} Postorder(T') = d\ c\ k\ l\ h\ g\ f\ e\ b\ a \\ Postorder(T) = c\ d\ b\ e\ f\ k\ h\ l\ g\ a \end{cases} \Longrightarrow Postorder(T) \neq Postorder(T')$$

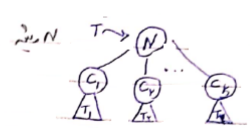
$$\begin{cases} Inorder(T') = c\ d\ b\ e\ f\ k\ h\ l\ g\ a \\ Inorder(T) = c\ d\ b\ a\ e\ f\ k\ h\ g\ l \end{cases} \Longrightarrow Inorder(T) \neq Inorder(T')$$

با این حال پیمایش پیش‌ترتیب مثال قبل برای درخت T و درخت معادل آن یعنی ’T برابر است با:

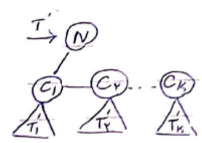
$$\begin{cases} Preorder(T') = a\ b\ c\ d\ e\ f\ g\ h\ k\ l \\ Pteorder(T) = a\ b\ c\ d\ e\ f\ y\ h\ k\ l \end{cases} \Longrightarrow Preorder(T) = Preorder(T')$$

آیا می‌توانیم ادعا کنیم برای هر درخت برقرار است؟ خیر
برای اثبات حالت کلی برای پیمایش پیش‌ترتیب می‌بایست از تعریف‌های بازگشتی به صورت زیر بهره گرفت.
پیش‌ترتیب آنگاه شهود اثبات

$$Preorder(T) = N\ C_1\ T_1\ C_2\ T_2\ ...\ C_k\ T_k \qquad (۱)$$

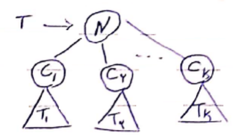


$$Preorder(T') = N\ C_1\ T'_1\ C_2\ T'_2\ ...\ C_k\ T'_k \qquad (۲)$$

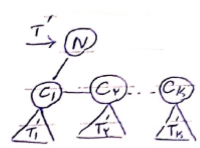


واضح است که جایگاه نودهای ملاقات شده در پیمایش پیش‌ترتیب T و’T یکسان است. می‌توان از ایده بالا برای رد یکسان بودن پیدایش میان‌ترتیب و پس‌ترتیب درخت T و’T نیز استفاده کرد.

$$Postorder(T) = T_1\ C_1\ T_2\ C_2\ ...\ T_k\ C_k\ N \tag{۳}$$

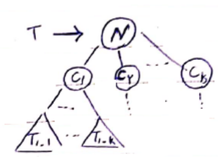


$$Postorder(T') = T'_1\ T'_2\ T'_3\ ...\ T'_k\ C_k\ ...\ C_2\ C_1\ N \tag{۴}$$



$$Inorder(T) = T_{l-1}\ C_1\ T_{l-2}\ ...\ T_{l-k}\ N \tag{۵}$$

$$T_{2-1}\ C_2\ T_{2-2}\ ...\ T_{2-k} ...\ T_{k-1}\ C_k\ T_{k-2} ...\ T_{k-k} \tag{۶}$$



$$Inorder(T') = [C_1]\ C_1\ [C_2]\ C_2\ ...\ [C_k]\ C_k\ N \tag{۷}$$