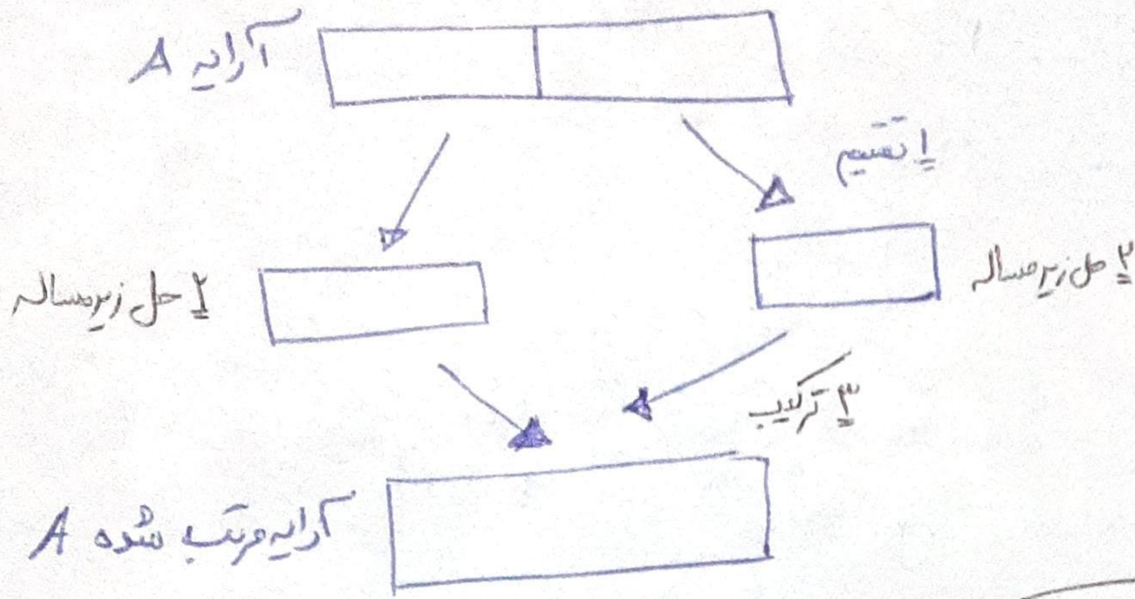
روال کلی در الگوریتم مرتب سازی ادغامی :



$n_1 \rightarrow A_1 : 2, 3, 4, 5, 7$
عنصر

$n_2 \rightarrow A_2 : 1, 6, 9, 10, 12$
عنصر

شهودی روی ادغام دو آرایه مرتب شده

مثال :

$A_{12} = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12$

تعداد مقایسه ها برای ادغام

← حداقل برابر n_1 زمانیکه تمام عناصر A_1 کوچکتر از A_2 باشد ($n_1 \leq n_2$ با توجه به کف کران)

← حداکثر $n_1 + n_2 - 1$ زمانیکه عناصر A_1 و A_2 یکی در میان از هم کوچکتر و بزرگتر باشند.

نکته ۱: دو آرایه مرتب، در زمان خطی مرتب می شوند، هزینه ادغام $O(n_1+n_2)$

نکته ۲: برای ادغام دو زیر آرایه A_1 و A_2 از آرایه A ← آیا نیاز به درنظرگرفتن آرایه اضافی داریم یا خیر؟

تمرین

← تلاش ها برای انجام این عمل (inPlace Merge-sort) عموماً منجر به افزایش پیچیدگی زمانی این الگوریتم می شود.

الگوریتم مرتب‌سازی ادغامی به صورت زیر است:

Merge_Sort$(A[1..n], p, r)$

1. if $p<r$ then
2. $\quad q \leftarrow \left\lfloor \frac{(p+r)}{2} \right\rfloor$
3. $\quad$ Merge_Sort$(A[1..n], p, q)$
4. $\quad$ Merge_Sort$(A[1..n], q+1, r)$
5. $\quad$ Merge(A, p, q, r)

Merge $(A[1..n], p, q, r)$

▷ Assume that $A[p..q]$ and $A[q+1..r]$ are sorted.

1. $n_1 \leftarrow q-p+1$
2. $n_2 \leftarrow r-(q+1)-1 = r-q$
3. Let $L[1..n_1+1]$ and $R[1..n_2+1]$ be two empty arrays
4. for $i=1$ to n_1 do
5. $\quad L[i] \leftarrow A[p+i-1]$
6. for $i=1$ to n_2 do
7. $\quad R[i] \leftarrow A[q+i]$
8. $L[n_1+1] \leftarrow \infty$, $R[n_2+1] \leftarrow \infty$

```
9.  i ← 1, j ← 1
10. for k = p to r do
11.     if (L[i] ≤ R[j]) then
12.         A[k] ← L[i]
13.         i ← i + 1
14.     else
15.         A[k] ← R[j]
16.         j ← j + 1
```

اثبات درستی الگوریتم Merge-Sort :

① ← اثبات درستی الگوریتم Merge ← حلقه مربوط به خطهای 10 تا 16

② ← برای کل الگوریتم هم از اثبات استقرایی استفاده می‌کنیم.

Proof by induction

① ← حقیقیه ناوردایی : زیرآرایه $A[p..k-1]$ شامل $k-p$ کوچکترین عنصر آرایه‌های $L[1..n_1+1]$ و $R[1..n_2+1]$ به صورت مرتب است و همچنین $L[i]$ و $R[j]$ کوچکترین عناصر آرایه‌های خودشان هستند که در A کپی نشده‌اند.

نشان داده گام‌های ناوردایی حلقه ← آغاز، نگهداری، پایان.

۲ ← اثبات استقرایی برای کل الگوریتم

← پایه استقراء: آرایه یک عنصری یک آرایه مرتب است.

← گذار استقراء: دو زیر آرایه با اندازه $n/2$ مرتب است و

الگوریتم Merge هم نشان دادیم صحیح است،

پس آرایه با اندازه n مرتب است.

تحلیل پیچیدگی الگوریتم مرتب سازی ادغامی - تشخیص بازگشتی

طبق فرم کلی بیان شده برای الگوریتم های تقسیم و غلبه:

$$T(n) = aT(n/b) + D(n) + C(n)$$

$$T(1) = c$$

داریم:

$$a = 2$$

$$b = 2$$

$$D(n) = O(1)$$

$$C(n) = O(n)$$

بنابراین:

$$T(n) = 2T(n/2) + O(n) + \underline{O(1)}$$

$$= 2T(n/2) + O(n)$$

جذب $O(n)$ می شود.