



نیمسال اول ۱۴۰۰-۱۴۰۱

مدرس: دکتر مجتبی رفیعی

## مبانی کامپیوتر و برنامه‌سازی

### جلسه ۱۰: سیستم اعداد

نگارنده: مهدی روشن‌زاده

۱۳ آبان ۱۴۰۰

## فهرست مطالب

- |   |  |
|---|--|
| ۱ | سیستم اعداد                              |
| ۲ | تبدیل اعداد از مبناهای مختلف به مبنای ۱۰ |
| ۳ | تبدیل اعداد از مبنای ۱۰ به مبناهای مختلف |

## ۱ سیستم اعداد

روشی است برای نمایش اعداد به کمک نمادها و قوانین. می‌توان از نماد به اعداد مورد استفاده و از قوانین به جمع اشاره کرد. اعداد را در مبناهای مختلفی می‌توان نشان داد که در ادامه برخی از پرکاربردترین آن‌ها آورده شده است:

- مبنای ۱۰ (Decimal): در ریاضیات متداول مورد استفاده قرار می‌گیرد و می‌توان گفت اساس کار بشر است.
- مبنای ۲ (Binary): اساس سیستم‌های کامپیوتری است.
- مبنای ۸ (Octal): برای نمایش ساده‌تر (کوتاه‌تر) اعداد باینری استفاده می‌شود.
- مبنای ۱۶ (Hexadecimal): مانند مبنای ۸ برای نمایش ساده‌تر (کوتاه‌تر) اعداد باینری استفاده می‌شود.

### نکته

می‌توان برای اعداد طبیعی دیگر نیز مبنای خاص آن عدد را تعریف کرد.

### قرارداد

فرض کنید  $N$  یک عدد باشد و  $b$  یک مبنا باشد. برای عدم وجود ابهام در نمایش اعداد در مبناهای مختلف از نماد  $(N)_b$  استفاده می‌کنیم و اگر مبنا ذکر نشده بود، به صورت پیش‌فرض آن را ۱۰ در نظر می‌گیریم. در مبنای  $b$  ارقام مورد استفاده ما از ۰ تا  $b - 1$  هستند.

- عدد 201 در مبنای 2 نامعتبر است چون نمی‌توانیم از عدد 2 در این مبنا استفاده کنیم.

- عدد 256 در مبنای 8 معتبر است چرا که تمامی ارقام آن در بازه 0 تا 7 می‌باشد.

### نکته

طبق قرارداد بالا، ارقام معتبر برای یک عدد در مبنای ۱۶ از مجموعه  $\{0, 1, \dots, 15\}$  انتخاب می‌شوند. به منظور راحتی و عدم ایجاد ابهام برای مقادیر ۱۰ تا ۱۵ از کاراکترهای زیر استفاده می‌کنیم:

- از کاراکتر A برای نمایش عدد ۱۰ استفاده می‌کنیم،

- از کاراکتر B برای نمایش عدد ۱۱ استفاده می‌کنیم،

- از کاراکتر C برای نمایش عدد ۱۲ استفاده می‌کنیم،

- از کاراکتر D برای نمایش عدد ۱۳ استفاده می‌کنیم،

- از کاراکتر E برای نمایش عدد ۱۴ استفاده می‌کنیم،

- از کاراکتر F برای نمایش عدد ۱۵ استفاده می‌کنیم.

## ۲ تبدیل اعداد از مبناهای مختلف به مبنای ۱۰

هر عدد مانند  $N$  در هر مبنایی مانند  $b$  را می‌توان به صورت زیر به مبنای 10 تبدیل کرد.

$$(N)_2 = (a_n a_{n-2} \dots a_1 a_0)_2 = \sum_{i=0}^n a_i * b^i$$

مثال‌هایی برای نحوه تبدیل از مبنای ۲، ۸ و ۱۶ در ادامه مشخص شده است.

$$(1989)_{10} = 9 * 10^0 + 8 * 10^1 + 9 * 10^2 + 1 * 10^3 = 1989$$

$$(765)_8 = 5 * 8^0 + 6 * 8^1 + 7 * 8^2 = 501$$

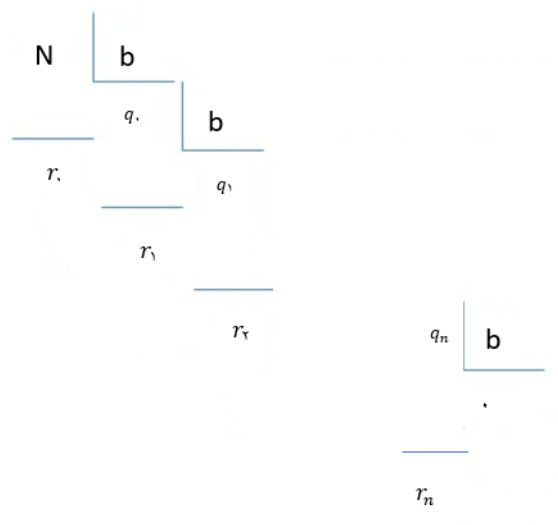
$$(1011)_2 = 1 * 2^0 + 1 * 2^1 + 0 * 2^2 + 1 * 2^3 = 11$$

$$(41)_{16} = 1 * 16^0 + 4 * 16^1 = 65$$

$$(1F)_{16} = 15 * 16^0 + 1 * 16^1 = 31$$

### ۳ تبدیل اعداد از مبنای ۱۰ به مبناهای مختلف

برای تبدیل یک عدد صحیح مثل  $N$  در مبنای ۱۰ به مبنای  $b$  از تقسیم متوالی عدد بر  $b$  به صورت زیر بهره می‌گیریم.



شکل ۱: روش تقسیم متوالی

در نهایت عدد  $N$  در مبنای  $b$  به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$(N)_{10} = (r_n r_{n-1} \dots r_1 r_0)_b$$