

MAB8: TEHTÄVÄT

1. KOMBINATORIIKKAA

Tehtävä 1. Laske kynällä ja paperilla a) $4!$ b) $5!$ c) $6!$.

Tehtävä 2. Laske laskimella tai LibreOfficella a) $10!$ b) $20!$.

Tehtävä 3. Kuinka monella eri tavalla kirjaimet F,G,...,S,T voidaan järjestää? Vinkki: laske kirjainten lukumäärä sormilla.

Tehtävä 4. Kuinka monella tavalla kirjaimet E,F,G,...,N,O voidaan laittaa järjestykseen niin, että a) vokaalit ovat ennen konsonantteja b) konsonantit ovat ennen vokaaleja?

Tehtävä 5. Montako viisikirjaimista sanaa voidaan muodostaa kirjaimista A,B,C,D,E? Sanojen ei tarvitse tarkoittaa mitään, eli esimerkiksi DCCDC kelpaa sanaksi.

Tehtävä 6. Montako nelinumeroista pin-koodia on olemassa?

Tehtävä 7. Kuinka monta anagrammia sanasta SAAPAS voidaan muodostaa, jos sanojen ei tarvitse tarkoittaa mitään?

Tehtävä 8. Pussissa on 29 palloa, joissa jokaisessa on eri kirjain. Niistä muodostetaan satunnainen sana nostamalla kuusi palloa yksi kerrallaan. Kuinka monta erilaista sanaa voidaan saada, jos a) pallot laitetaan noston jälkeen takaisin pussiin, b) palloja ei laiteta noston jälkeen takaisin pussiin?

Tehtävä 9. Laske kynällä ja paperilla a) $\binom{5}{2}$ b) $\binom{5}{3}$. Mitä nämä luvut merkitsevät?

Tehtävä 10. Laske koneella a) $\binom{10}{4}$ b) $\binom{8}{3}$.

Tehtävä 11. Montako neljän kortin kättä voidaan nostaa korttipakan hertoista?

Tehtävä 12. Kuinka monessa viiden kortin kädessä kaikki kortit ovat samaa maata?

Tehtävä 13. Heitetään kahta noppaa (kuten esim. Monopolissa tai backgammonissa). Jos tulos on vaikkapa 2 ja 6, on samantekevää, kumpi noppa on kakkonen ja kumpi kutonen. Montako erilaista tulosta voidaan saada? (Tätä varten kannattaa piirtää jonkinlainen taulukko silmäluvusta).

Tehtävä 14. Lotossa arvotaan 39:stä numerosta 7 voitonumeroa. Kuinka monta erilaista lottoriviä on olemassa? (Unohdetaan lisänumerot toistaiseksi)

Tehtävä 15. Pakasta nostetaan satunnainen kortti. Millä todennäköisyydellä se on ässä?

Tehtävä 16. Millä todennäköisyydellä yksi rivi voittaa lotossa? (Käytä tehtävää 14 apuna). b) Matti on pelannut kymmenen eri riviä lottoa. Millä todennäköisyydellä hän saa täysosuman?

Tehtävä 17. Annelilla on pussissa 29 palloa, joissa jokaisessa on eri kirjain. Hän arpoo kaksikirjaimisen sanan. Millä todennäköisyydellä sana on "EU", jos a) hän palauttaa ensimmäisen pallon pussiin noston jälkeen b) ei palauta sitä?

1.1. Sanastoa ja merkintöjä.

Tehtävä 18. Sovitaan, että

A = kortti on pata, ja

B = kortti on nelonen.

Laske todennäköisyydet

- a) $P(A)$
- b) $P(A \text{ tai } B)$
- c) $P(A \text{ ja } B)$?

1.2. Jotkut vaihtoehdot ovat todennäköisempiä kuin toiset.

Tehtävä 19. Jos kolikonheitossa kruunan todennäköisyys on 0.54, mikä on klaavan todennäköisyys?

Tehtävä 20. Pelurin nopan todennäköisyydet silmäluvuille 1-5 ovat seuraavan taulukon mukaisia:

Silmäluku	P
1	0.15
2	0.03
3	0.11
4	0.21
5	0.09

Millä todennäköisyydellä hän heittää kutosen? Millä todennäköisyydellä heiton tulos on parillinen?

Tehtävä 21. Heitetään viittä noppaa. Millä todennäköisyydellä ei saada vitosta pienempiä silmälukuja?

Tehtävä 22. Korttipakasta nostetaan kuusi korttia. Millä todennäköisyydellä kaikissa on eri numero/kirjain?

Tehtävä 23. Uhkapeluri seuraa lottoarvontaa, jossa nostetaan 39:stä numerosta 7 voitonnumeroa. Hän on saanut kuusi ensimmäistä numeroa oikein. a) Mikä on todennäköisyys, että seitsemäs numero on oikein? b) Mikä on todennäköisyys, että seitsemäs numero on väärin? c) Mikä on todennäköisyys ennen arvontaa, että kuusi ensimmäistä arvottua numeroa tulevat osumaan pelurin riviin, mutta seitsemäs ei?

Tehtävä 24. Opettaja lyö vetoa siitä, onko luokassa oppilaita, joilla on sama syntymäpäivä (syntymävuosi voi olla eri). Oleta, että jokaisessa vuodessa on 365 päivää. Onko veto opettajan kannalta järkevä, jos oppilaita on a) 12 b) 24? c) Jos karkausvuodet huomioidaan, pieneneekö vai suureneeko opettajan voitonmahdollisuudet?

Tehtävä 25. Helsingissä oli 628 208 asukasta 1.1.2017. Heistä 105 240 oli alaikäisiä ja 36 197:n äidinkieli oli ruotsi. Oleta, että äidinkielellä ja henkilön iällä ei ole riippuvuutta (ts. ruotsinkielisten osuus kaikissa ikäluokissa on yhtä suuri). Millä todennäköisyydellä sattumanvaraisesti valittu helsinkiläinen on a) ruotsinkielinen ja alaikäinen b) ruotsinkielinen ja täysikäinen?¹

Tehtävä 26. Peluri heittää kolikko kymmenen kertaa. Mikä on todennäköisyys, että hän saa ainakin yhden kruunan?

Tehtävä 27. Pelurin kolikko laskeutuu klaava ylöspäin todennäköisyydellä 0.53. Millä todennäköisyydellä hän saa kuudella heitolla ainakin yhden klaavan?

Tehtävä 28. Lotossa arvotaan 39:stä numerosta 7, ja sitä pelataan 7 numeron rivillä. Mikä on todennäköisyys, että rivissä on ainakin yksi numero oikein?

Tehtävä 29. Korttipakasta nostetaan viiden kortin käsi. Millä todennäköisyydellä ainakin kahdessa kortissa on sama numero/kirjain?

Tehtävä 30. Korttipakasta nostetaan kolme korttia. Millä todennäköisyydellä ainakin kaksi niistä on samaa maata?

Tehtävä 31. Mikä on todennäköisyys sille, että toinen pakasta nostettu kortti on pata ehdolla, että ensimmäinen oli hertta?

Tehtävä 32. Laske todennäköisyys sille, että kahden nopan heitolla saadaan ainakin yksi kutonen ehdolla, että molemmat silmäluvut ovat parillisia.

¹https://www.hel.fi/hel2/tietokeskus/julkaisut/pdf/17_06_28_Tilastoja_1_Maki_Vuori.pdf

2. TOISTOKOE JA BINOMITODENNÄKÖISYYDET

Tehtävä 33. Heitetään viittä noppaa. Millä todennäköisyydellä saadaan a) tasan kolme kutosta b) Vähintään kolme kutosta?

Tehtävä 34. Henkilö A matkustaa pummilla saman reitin 40 kertaa kuussa. Sakkojen saamisen todennäköisyys jokaisella matkalla on 0.01. Millä todennäköisyydellä A saa useammat kuin kahdet sakot kuussa?

Tehtävä 35. Helsingissä on 628 208 asukasta, ja heistä 105 240 on alaikäisiä.

a) Jos valitaan satunnainen helsinkiläinen, millä todennäköisyydellä hän on alaikäinen?

b) Jos valitaan 20 satunnaista helsinkiläistä, millä todennäköisyydellä joukossa on enintään neljä alaikäistä? Oleta, että valinnan todennäköisyys on jokaisella valinnalla vakio (se, jonka laskit a-kohdassa). Nspirellä saat laskettua binomitodennäköisyyden suoraan komennolla `binomPdf(n,p,k)`, missä n on kokeiden lukumäärä, p onnistumisen todennäköisyys ja k onnistuneiden kokeiden todennäköisyys. LibreOfficen ohje on tiivistelmässä ja myöhemmin monisteessa, laatikossa ennen tehtävää 40.²

c) Tarkastellaan vielä b-kohdan oletuksen vakiotodennäköisyydestä järjestyttää. Jos 19 ensimmäistä ryhmään valittua helsinkiläistä oli alaikäisiä, mikä on *oikea* todennäköisyys sille, että myös kahdeskymmenes on? Kuinka paljon se eroaa a-kohdan todennäköisyydestä?

Tehtävä 36. Oletetaan, että Niinistöä kannattaa presidentiksi 62.6% äänioikeutetuista.³ Laiskassa vaaligallupissa valitaan satunnaisesti sata äänioikeutettua. Millä todennäköisyydellä Niinistön kannatus on gallupissa a) tasan 63% b) tasan 100% c) vähintään 97 % ?

3. LIBREOFFICE CALCISTA

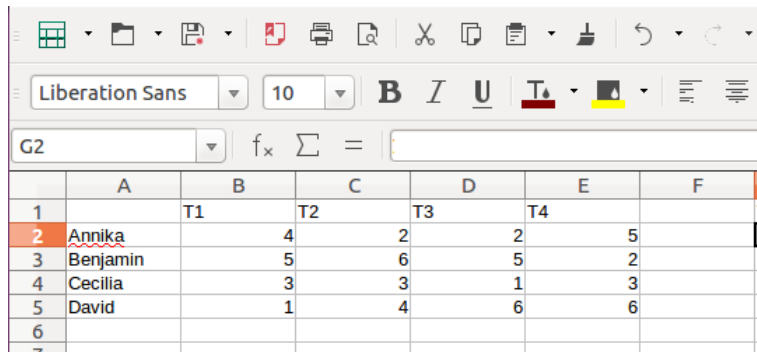
Tehtävä 37. Mitkä ovat hyviä hakusanoja LibreOffice Calcin käytön aloittamiseen? Kokeile niitä hakukoneeseen ja laita bookmarkkeihin parhaat.

Tehtävä 38. Katso tehtävän asiat läpi, jos ne ovat sinulle jo entuudestaan tuttuja, älä turhaan näe vaivaa, vaan hyppää seuraavaan tehtävään.

1) Tee seuraavanlainen tiedosto mielikuvitusoppilaiden pisteistä:

²Jos tehtävässä kysytään vain yhtä todennäköisyyttä, käytä mieluummin binomitodennäköisyyden kaavaa. Jos laskeminen olisi muuten vaivalloista, voit käyttää `binomPdf`:ää tai vastaavaa.

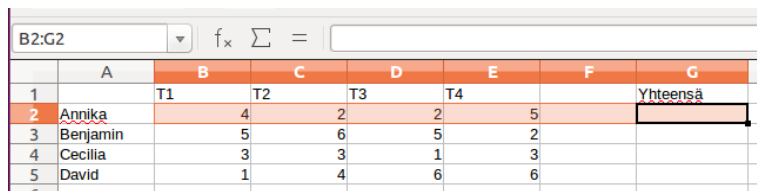
³Niinistö voitti tällä kannatuksella vaalit 2018, mutta äänestysprosentti oli vain 66,7%, joten tehtävän oletus on virheellinen. Se tekee laskemisesta kuitenkin paljon mukavampaa.



	A	B	C	D	E	F
1		T1	T2	T3	T4	
2	Annika	4	2	2	5	
3	Benjamin	5	6	5	2	
4	Cecilia	3	3	1	3	
5	David	1	4	6	6	
6						

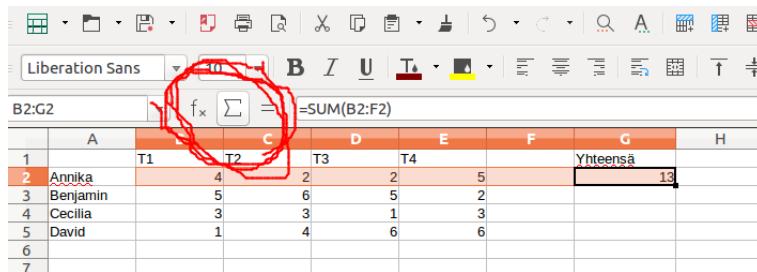
Syötettyäsi numeron pystyt siirtymään alaspäin enterillä ja oikealla sarkaimella (Caps Lockin yläpuolella).

2) Klikkaa ruutua G2 ja maalaa vasemmalle ruutuun B2 asti:



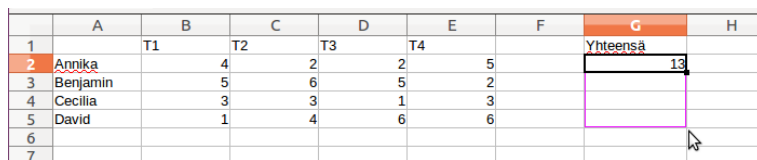
	A	B	C	D	E	F	G
1		T1	T2	T3	T4		Yhteensä
2	Annika	4	2	2	5		
3	Benjamin	5	6	5	2		
4	Cecilia	3	3	1	3		
5	David	1	4	6	6		

3) Klikkaa ruutujen yläpuolella olevaa isoa sigmaa: Σ . Mitä LibreOffice laski ruutuun G2?



	A	B	C	D	E	F	G	H
1		T1	T2	T3	T4		Yhteensä	
2	Annika	4	2	2	5		13	
3	Benjamin	5	6	5	2			
4	Cecilia	3	3	1	3			
5	David	1	4	6	6			

4) Klikkaa ruutua G2. Ruudun oikeassa alakulmassa on pieni musta neliö. Tartu siihen hiirellä ja vedä neljä riviä alaspäin:



	A	B	C	D	E	F	G	H
1		T1	T2	T3	T4		Yhteensä	
2	Annika	4	2	2	5		13	
3	Benjamin	5	6	5	2			
4	Cecilia	3	3	1	3			
5	David	1	4	6	6			
6								
7								

5. Tallenna tiedosto .ods- ja .csv-muodoissa: Kun olet klikannut “save as”, aukeaa ikkuna, jossa voit valita tallennuspaikan, tiedoston nimen ja muodon. Tiedoston muoto on todennäköisesti ikkunassa alhaalla save-napin yläpuolella, voit valita siitä “text csv”. Jos siinä kohdassa lukee “all formats”. Voit päättää tiedoston muodon myös kirjoittamalla nimen päätteeksi “.ods” tai “.csv”, esimerkiksi `mab8.tehtava37.csv`. Tätä tiedostoa tullaan käyttämään seuraavissa tehtävissä.

Tehtävä 39. Katso tehtävän asiat läpi, jos ne ovat sinulle jo entuudestaan tuttuja, älä turhaan näe vaivaa, vaan hyppää seuraavaan tehtävään.

Avaa tehtävässä 38 tehty .ods-muotoinen tiedosto.

- Laske ruutuun G6 oppilaiden saamien kokonaispisteiden summa.
- Laske ruutuun A6 oppilaiden määrä: `=COUNTA(A2:A5)`.
- Laske ruutuun H6 oppilaiden kokonaispistemäärän keskiarvo: `=[jokin ruutu]/[jokin ruutu]`.
- Laske ruutuun E6 kaikkien oppilaiden kaikkien tehtävien pistemäärä suoraan tehtäväruuduista: `=SUM(B2:E5)`.
- Klikkaa ruutua E6, ota pienestä neliöstä sen vasemmassa alakulmassa kiinni ja vedä alaspäin. Mitä alapuolella oleviin ruutuihin tulee, ja miksi?
- Poista e-kohdan laskut ja laske ruutuun B6 summa kaikkien oppilaiden tehtävästä 1 saamista pisteistä.
- Ota ruudusta B6 kiinni ja maalaa oikealle niin, että saat jokaiseen tehtävään yhteispistemäärän.
- Laske ruutuun B7 ykköstehtävästä saatujen pisteiden keskiarvo tällä tavalla `= [jokin ruutu] / [jokin ruutu]`.
- Ota ruudusta B7 kiinni ja maalaa oikealle, että saisit jokaisesta tehtävästä keskimääräiset pisteet. Miksi tämä ei toimi?
- Muuta ruudun B7 sisällöksi `=B6/A6`, ota ruudusta kiinni ja maalaa oikealle. Katso ruutujen C7-E7 sisältöä.

Tehtävä 40. Avaa uusi dokumentti LibreOffice Calcissa ja kopioi siihen vasemmanpuoleinen kuva. Maalaa sitten ruudut A2 ja A3, tartu A3:n oikeassa alakulmassa olevaan pieneen neliöön ja vedä alaspäin kunnes ruuduissa on numerot 0-10.

	A	B
1	kruunia	TN
2		0
3		1
4		
5		
6		
7		
8		
9		

- Ajatellaan koetta, jossa kolikkoa heitetään kymmenen kertaa. Kruunan todennäköisyys on 0.52. Laske ruutuun B2 binomitodennäköisyysnollalle kruunalle. Älä kuitenkaan käytä funktion ensimmäisenä argumenttina lukua 0, vaan viittaa ruutuun A2 ilman dollareita.

- Ota ruudusta kiinni ja raahaa binomitodennäköisyydet ruutuihin B3-B12.

- c) Montako kruunaa on todennäköisin tulos? Entä epätodennäköisin?
- d) Laske binomitodennäköisyyksien summa ruutuun B13. Mitä saatu luku kertoo tehtävän ratkaisusta?

Tehtävä 41. Oletetaan, että 62,6% kaikista äänioikeutetuista äänestäisi Sauli Niinistöä, jos vaalit järjestettäisiin nyt.

- a) Laiska gallupin tekijä kysyy sadalta satunnaiselta äänioikeutetulta, ketä he äänestäisivät. Millä todennäköisyydellä hän saa Niinistön kannatuksiksi 58% -68% (eli n. viiden prosenttiyksikön sisälle todellisesta kannatuksesta)?
- b) Vielä laiskempi gallupin tekijä haastattelee vain kahtakymmentä satunnaista äänioikeutettua. Millä todennäköisyydellä hän saa Niinistön kannatuksiksi 55% - 70%?
- c) Iltaapäivälehti kysyy nettisivuillaan lukijoilta, ketä he äänestäisivät presidentiksi. Tulosten mukaan Niinistö ei pääsisi edes toiselle kierrokselle. Onko tämä vain huonoa onnea, vai kenties salaliitto?

Tehtävä 42. Alla on painotetun nopan todennäköisyydet. Laske oikeanpuoleiseen sarakkeeseen kertymäfunktio, eli todennäköisyydet, että silmäluku on enintään n .

Tulos	TN	Kertymäfunktio
1	0.2	
2	0.1	
3	0.1	
4	0.3	
5	0.1	
5	0.2	

Tehtävä 43. Kolikko on reilu, eli kruuna ja klaava ovat yhtä todennäköiset. Sitä heitetään kymmenen kertaa. Laske todennäköisyys saada a) enintään 7 kruunaa b) vähintään 2 kruunaa.

Tehtävä 44. Kolikonheitosta saadaan kruuna todennäköisyydellä 0.46. Millä todennäköisyydellä tuhannella heitolla saadaan a) enintään 400 kruunaa b) vähintään 400 kruunaa?

Tehtävä 45. Tutkijat pudottavat voileivän kaksisataa kertaa pöydältä lattialle, ja se putoaa 112 kertaa voipuoli alaspäin (merkitään $n = 112$). Kokeen merkittävyyttä tarkastellaan vertaamalla sitä todennäköisyyteen saada tällainen tai äärimmäisempi tulos, jos eri päin putoaminen olisi yhtä todennäköistä. Käytännössä siis tutkijoiden pitää laskea todennäköisyys

$$P(n \leq 88) + P(112 \leq n).$$

- a) Laske tämä todennäköisyys
(Lisätietoa: tätä todennäköisyyttä sanotaan kokeen *p-arvoksi*, kun nolalahypoteesi on, että molemmiin päin putoaminen on yhtä todennäköistä.

Lukua $p = 0.05$ pidetään yleensä tilastollisen merkittävyyden rajana. Lukua käytetään siksi, että ennen tietokoneaikaa nämä asiat laskettiin käsin ja taulukoiden avulla, ja yleensä taulkoidut arvot olivat 0.05, 0.01 ja 0.001. Tämä luku siis on jokseenkin mielivaltaisesti valittu).

Tehtävä 46. Helsingin sanomien 22.-24. 1. 2018 teettämään galluppiin⁴ vastasi 500 äänioikeutettua. Niinistö kannatus oli 58% ja virhemarginaali 4,5 prosenttiyksikköä.

a) Kuinka montaa galluppiin vastannutta prosenttimäärät 53,5% ja 62,5% vastaavat? (Älä pyöristä vielä lukuja)

b) Oleta, että Niinistöä todellisuudessa kannatti 58% äänioikeutetuista. Millä todennäköisyydellä hänen kannatus on 500 henkilön gallupissa ilmoitettujen virherajojen sisälpuolella? (Että kannatus olisi virherajojen sisäpuolella, sen on oltava suurempi kuin alaraja ja pienempi kuin yläraja. Valitse a-kohdan pyöristykset tämän perusteella)

Tehtävä 47. Oppilaan matematiikan arvosanat kursseilta MAB1-MAB7 ovat

6, 7, 8, 6, 8, 9, 6.

a) Mikä on hänen matematiikan keskiarvo tällä hetkellä?

b) Mikä arvosana hänen on saatava kurssista MAB8, että keskiarvo olisi tasan 7?

c) Loppuarvosana on kurssien keskiarvo pyöristettynä lähimpään kokonaislukuun (tasan 0.5-loppuinen ylöspäin). Mitkä ovat oppilaan suurin ja pienin mahdollinen loppuarvosana MAB8:n jälkeen?

Tehtävä 48. Esimerkissä 5.1 oppilas B sai arvosanat 8, 8, 7, 9, 8, 8, 9, 7. Laske hänen arvosanojensa keskihajonta.

Tehtävä 49. Osoitteessa <https://www.cs.helsinki.fi/u/mokangas/mab8/data1.csv> on kolme sarjaa mittaustuloksia (A, B ja C). Lataa tiedosto ja laske jokaisesta sarjasta keskiarvo ja keskihajonta. (Mitaussarjat ovat eri esineiden terminaalinopeuksia putoamisen aikana).

Huomaa, että tiedosto ei välttämättä aukea koneellasi oikein. Siinä tapauksessa kannattaa kysyä apua. Tiedoston saa helposti näkymään oikein, mutta ohjeita lukemalla se on vaikeaa. Tämä on myös osa tehtävää, sillä tosimaailmassa väärin aukeavat tiedostot ovat yleinen hankaluus, jonka kanssa kannattaa opetella tulemaan toimeen.

Tehtävä 50. Osoitteessa <https://www.cs.helsinki.fi/u/mokangas/mab8/iris.csv> on Kurjenmiekkohenkilöiden lehtien pituuksia ja leveyksiä. Lataa tiedosto ja laske keskiarvo ja -hajonta a) setosa-lajin `sepal_widthille` b) `versicolorin` `petal.lengthille`. (Mitat ovat senttimetrejä)

Tehtävä 51. Kahvipaketeissa on keskimäärin 500 grammaa kahvia. Laitteiston epätarkkuuden vuoksi paketin massan keskihajonta on 3

⁴<https://www.hs.fi/politiikka/art-2000005538817.html>

grammaa. Millä todennäköisyydellä satunnaisessa kahvipaketissa on 500-506 grammaa kahvia?

Tehtävä 52. Ihmisten älykkyysosamäärän keskiarvo on 100 ja keskihajonta 15.⁵

- a) Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valitun henkilön ÄO on 85-130?
- b) Joskus ÄO:n keskihajonnaksi on valittu 24. Jos henkilön ÄO on 130 keskihajonnalla 15, mikä se olisi keskihajonnalla 24?

Tehtävä 53. Kahvipaketin massa on normaalijakautunut. Sen keskiarvo on 500 grammaa ja keskihajonta 3 grammaa.

- a) Millä todennäköisyydellä satunnaisessa kahvipaketissa on alle 495 g kahvia?
- b) Millä todennäköisyydellä satunnaisessa kahvipaketissa on yli 510 g kahvia?
- c) Kuluttajan vaaka näyttää arvoa 500 g, jos paketin todellinen massa on 499.5-500.5 grammaa. Millä todennäköisyydellä näin käy?

Tehtävä 54. Kurjenmiekan terälehden pituus on normaalijakautunut. Sen keskiarvo on 3.8 cm ja keskihajonta 0.5 cm.

- a) Millä todennäköisyydellä satunnaisen terälehden pituus on alle 2 cm?
- b) Millä todennäköisyydellä satunnaisen terälehden pituus on 4-5 cm?

Tehtävä 55. Kurjenmiekan terälehden pituus on normaalijakautunut. Sen keskiarvo on 3.8 cm ja keskihajonta 0.5 cm.

- a) Anni kertää kymmenen satunnaista kurjenmiekan terälehteä. Millä todennäköisyydellä ne ovat kaikki alle 4.5 cm pitkiä?
- b) Benjamin kerää kaksikymmentä satunnaista terälehteä. Millä todennäköisyydellä hän saa ainakin yhden kuusisenttisen?

Tehtävä 56. Maitotölkin massa on normaalijakautunut keskiarvolla 1000 grammaa ja keskihajonnalla 4 grammaa.

- a) Kuinka painava tölkin on oltava ollakseen painavimmassa promillessa kaikista tölkeistä?
- b) Millä todennäköisyydellä tällainen tölkki on tuhannen satunnaisen tölkin joukossa?
- c) Minkä painon tölkitäjä voi ilmoittaa vähimmäispainoksi, jos halutaan, että alle prosentti tölkeistä on sitä kevyempiä?

Tehtävä 57. Ovien valmistaja haluaa, että alle miljoonasosa ihmisistä joutuu kumartumaan kulkiessaan heidän ovistaan. Jos ihmisten keskipituus on 175 cm ja keskihajonta 8.5 cm, kuinka korkeita ovien pitää olla?

⁵ÄO on periaatteessa määritelty näin.

4. TILASTOTIEDETTÄ

Tehtävä 58. Kuuluuko Antti Tuisku populaatioon, kun tutkitaan

- a) puoluekannatusta eduskuntavaaleissa 2019
- b) ruotsalaisten keskipituutta
- c) Euroopan nisäkkäiden elinikää
- d) tilastotieteilijöiden työllisyysastetta.

Tehtävä 59. Osoitteessa <https://www.cs.helsinki.fi/u/mokangas/mab8/vpjapituus.csv> on tiedosto, jossa on yläverenpaine ja pituus pieneltä otokselta aikuisia suomalaisia.

- a) Määritä tiedostosta uskottavin arvo suomalaisten aikuisten yläverenpaineelle ja pituudelle.
- b) Miksi nämä eivät ole uskottavimpia arvoja kaikkien suomalaisten yläverenpaineelle ja pituudelle?

Tehtävä 60. Osoitteessa <https://www.cs.helsinki.fi/u/mokangas/mab8/gallup.csv> on satunnaisesti generoitu gallup tutkimus presidentinvaaleihin 2019.⁶ Listassa 0 tarkoittaa, että vastaaja ei äänestäisi, ja muulloin numero on sen ehdokkaan numero, jota hän äänestäisi.

- a) Laske uskottavin arvo äänestysprosentille. Nollat on helppo laskea näin: `=COUNTIF(A1:A45, ‘=0’)`
- b) Laske uskottavin arvo Niinistön (8) kannatukselle. Huomaa, että kannatus lasketaan prosenttina äänestäneistä, ei äänioikeutetuista.
- c) Laske uskottavin arvo Haaviston (3) kannatukselle.

Tehtävä 61. Tutkija yrittää selvittää norjalaisten aikuisten keskipituutta. Hän valitsee satunnaisen otoksen ja saa mitat

179, 174, 171, 169, 172, 148 ja 171 cm.

Mikä on hänen ennusteensa norjalaisten aikuisten pituudelle ja sen keskihajonnalle?

Tehtävä 62. Osoitteessa <https://www.cs.helsinki.fi/u/mokangas/mab8/iris.csv> on Kurjenmiekkojen mittoja. Laske uskottavin arvo versicolor-lajikkeen terälehdien leveydelle (petal_width) ja sen otoskeskihajonta.

Tehtävä 63. Suomalaisten aikuisten yläverenpainetta tutkitaan 50 henkilön otoksella, jossa keskiarvo yläpaineelle on 143.84 mmHg ja keskihajonta 25.77 mmHg. Mikä on 95%:n luottamusväli tutkimuksen mukaan?

Tehtävä 64. Etsi MAOLin taulukoista luottamusvälit ja laske edelliseen tehtävään 99.9%:n luottamusväli.

Tehtävä 65. Osoitteessa <https://www.cs.helsinki.fi/u/mokangas/mab8/pituuksia.csv> on otos amerikkalaisten aikuisten pituuksia. Laske

⁶Vastaukset on arvottu vaalien todellisen äänen perusteella koneellisesti.

sen perusteella

- a) 95 %:n luottamusväli amerikkalaisten aikuisten keskipituudelle
- b) 99%:n luottamusväli amerikkalaisten aikuisten keskipituudelle.

Tehtävä 66. Vaaligallupissa haastateltiin tuhatta satunnaisesti valittua äänioikeutettua. Heistä 712 sanoi aikovansa äänestää. Mikä on gallupin perusteella 95% luottamusväli vaalien äänestysprosentille?

Tehtävä 67. Osoitteessa <https://www.cs.helsinki.fi/u/mokangas/mab8/gallup2.csv> on koneellisesti arvottu vaaligallup presidentinvaaleista 2018. Luku 0 tarkoittaa hylättyä ääntä ja muut numerot ehdokkaiden numeroita. Laske 95%:n luottamusväli Haataisen (6) ja Vanhasen (4) kannatuksille. Oliko heidän todellinen kannatus luottamusvälillä? Käytä apuna sivua https://fi.wikipedia.org/wiki/Suomen_presidentinvaali_2018 Laske hylätty ääni mukaan kokonaisäänimäärään.

Tehtävä 68. Osoitteessa <https://www.vauva.fi/keskustelu/3080040/eduskuntavaali-2019-gallup> kysytään, mitä puoluetta korkeatasoisesta keskustelusta tunnetun Vauva-lehden lukijat aikovat äänestää eduskuntavaaleissa 2019. Klikkaa “näytä vastaukset” vaihtoehtojen alapuolella nähdäksesi tulokset.

- a) Mikä puolue olisi kyselyn perusteella vaalien jälkeen eduskunnan suurin?
- b) Mikä on 95%:n luottamusväli puolueen kannatukselle?
- c) Onko a- ja b-kohdan ennusteet päteviä? Miksi/miksi ei?

5. LISÄTEHTÄVIÄ

Kaikki nämä ovat vanhoja matematiikan yo-tehtäviä. Tehtävät eivät ole missään erityisessä järjestyksessä.

Tehtävä 69. (Syksy 17, lyhyt)

Pienestä lukiosta valmistui 22 ylioppilasta vuonna 2007. Kymmenen vuoden kuluttua valmistumisesta kaksi heistä päättää järjestää luokkakokouksen ja valitsee itselleen sopivan päivämäärän. Oletetaan, että jokaiselle muulle luokkakaverille tämä päivä sopii kuitenkin vain 85 % todennäköisyydellä.

- a) Kuinka suurella todennäköisyydellä kaikki pääsevät paikalle?
- b) Kuinka suurella todennäköisyydellä täsmälleen yksi ei pääse paikalle?

Tehtävä 70. (Kevät 16, lyhyt)

Hajamielinen professori muistaa ystäviensä ovikoodista vain, että se koostuu neljästä erisuuresta parittomasta numerosta.

- a) Kuinka monta koodia hän joutuu huonoimmassa tapauksessa (enintään) kokeilemaan, jos hän käy systemaattisesti läpi kaikki vaihtoehdot?
- b) Parin vuoden käyntien jälkeen professori huomaa koodissa seuraavan ominaisuuden: siinä ei ole numeroa 9 eikä peräkkäin “vierekkäisiä” parittomien numeroiden (1 ja 3, 3 ja 1, 3 ja 5, 5 ja 3, 5 ja 7, 7 ja 5, 7 ja 9 tai 9 ja 7) yhdistelmiä. Kuinka monta koodia pitää huonoimmassa tapauksessa kokeilla, kun otetaan huomioon myös nämä lisätiedot?

Tehtävä 71. (Kevät 16, lyhyt)

Uuteen 20-kerroksiseen tornitaloon asennettiin kolme hissiä. Todennäköisyys, että hissi tilataan johonkin kerroksista 2–20, on 0,025 kullekin. Todennäköisyys, että hissi tilataan kerrokseen 1, on 0,4 ja kellarikerroksessa sijaitsevaan parkkihalliin 0,125. Ruuhkattomina aikoina hissit palaavat seuraavanlaisille odotuspaikoilleen: yksi hissi on kerroksessa 1, yksi hissi on kerroksessa 8 ja yksi hissi on kerroksessa 16. Näistä hissiin haluava voi astua siihen suoraan. Jos tilaa hissien muualta, odotteluun kuluu 10 sekuntia ja lisäksi 5 sekuntia jokaista kerrosta kohden, jonka hissi joutuu kulkemaan. Kuinka suurella todennäköisyydellä tilattua hissiä joutuu odottamaan ruuhkattomana aikana yli 22 sekuntia?

Tehtävä 72. (Kevät 11, pitkä. Voi olla vaikea)

Lasten Lotossa rastitaan alle kuvatusa ruudukosta kolme ruutua ja arvonnassa muodostetaan kolmen numeron oikea rivi. Laske todennäköisyydet saada nolla, yksi, kaksi tai kolme oikein. Mikä on näiden todennäköisyyksien summa?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Tehtävä 73. (Syksy 10, pitkä)

Monivalintatestissä on 25 väitettä ja kussakin kaksi vastausvaihtoehtoa. Opiskelija tietää oikean vastauksen 10 väitteeseen, mutta joutuu arvaamaan loput. Millä todennäköisyydellä hän läpäisee testin, kun läpikäymään vaaditaan 15 oikeaa vastausta?

Tehtävä 74. (Kevät 08, pitkä)

CD-levyllä on viisi kappaletta, ja henkilö kuuntelee levyn päivittäin yhden viikon aikana siten, että hän asettaa soittimen toistamaan kappaleet satunnaisessa järjestyksessä. Millä todennäköisyydellä kappaleet tulevat ainakin kerran kuunnelluiksi siinä järjestyksessä, jossa ne ovat levyllä?

- - - - -

Tehtävä 75. (Kevät 03, pitkä. Ekassa kysymyksessä pitää ajatella mahdollisia todennäköisyyksiä.)

Tilastojen mukaan eräässä pääsykuulustelussa 25 % pyrkijöistä epäonnistuu matematiikan ja 17 % fysiikan kokeessa. Pyrkijöistä 10 % epäonnistuu kummassakin kokeessa. Laske todennäköisyys, että fysiikan kokeessa epäonnistunut pyrkijä epäonnistuu myös matematiikan kokeessa. Millä todennäköisyydellä pyrkijä epäonnistuu ainakin toisessa kokeessa?

Tehtävä 76. (Syksy 01, pitkä)

Eräällä paikkakunnalla sataa 60 prosentin todennäköisyydellä, jos edellisenä päivänä on satanut; poutasään todennäköisyys on tällöin 40 prosenttia. Jos taas edellisenä päivänä on ollut pouta, sateen todennäköisyys on vain 20 prosenttia ja poudan todennäköisyys vastaavasti 80 prosenttia. Millä todennäköisyydellä ylihuomenna sataa, kun tänään on pouta?

Tehtävä 77. (Kevät 01, pitkä)

Tutkimuksessa todettiin, että 200 gramman keksipakkausten massan keskiarvo oli 204 g ja keskihajonta 6 g. Oletetaan, että massa on normaalisti jakautunut. Kuinka monella prosentilla pakkauksista massa oli alle 200 g? Kuinka monella prosentilla pakkauksista massa oli välillä 200 g – 210 g?

Tehtävä 78. (Syksy 99, pitkä)

a) Kukansiemeniä sisältävän säkin kyljessä kerrotaan, että siementen itämistodennäköisyys on 95 % ja että 5 % säkin sisällöstä on samannäköisiä rikkaruohon siemeniä. Säkin siemenet jaetaan kahdenkymmenen siemenen pusseihin. Millä todennäköisyydellä puutarhuri, joka kylvää tällaisen pussillisen siemeniä, saa vähintään 19 haluamaansa kukantainta? Millä todennäköisyydellä hän kylvää vähintään yhden rikkaruohonsiemenen?

Tehtävä 79. (Syksy 12, lyhyt)

Eräässä tutkimuksessa mitattiin tiettyä lisäainepitoisuutta sadassa pullollisessa virvoitusjuomaa. Pitoisuuden keskiarvoksi saatiin $\bar{x} = 0,215$ % ja keskihajonnaksi $s = 0,005$ %. Lisäainepitoisuus noudattaa normaalijakaumaa. Millä todennäköisyydellä lisäaineen pitoisuus pullossa ylittää sallitun rajan 0,225 %?

Tehtävä 80. (Kevät 12, lyhyt)

Vuorokauden keskilämpötila maaliskuussa on eräällä paikkakunnalla normaalijakautunut niin, että odotusarvo on $4,0$ °C ja 90 % vuorokautisista keskilämpötiloista on $2,0$ °C – $6,0$ °C. Laske keskilämpötilan keskihajonta.

ODOTUSARVOT

Tehtävä 81. Heität noppaa 600 kertaa. Mikä on kutosten lukumäärän odotusarvo?

Tehtävä 82. Pelaat peliä, jossa heitetään noppaa. Voitat parillisilla silmäluvuilla silmäluvun verran euroissa ja parittomilla häviät kolme euroa. Onko peli sinulle kannattava?

Tehtävä 83. Henkilö pelaa Monopolia. Hän heittää kahta noppaa. Silmäluvuilla 7 hän joutuu Mannerheimintielle ja joutuu maksamaan 24 000 pelirahaa. Silmäluvulla 9 hän joutuu Erottajalle ja maksaa 40 000 pelirahaa. Silmäluvulla 10 ja suuremmilla hän ylittää lähtöruudun ja saa 4000 pelirahaa. Muussa tapauksessa hän ei saa eikä menetä rahaa. Mikä on rahan saamisen odotusarvo?