

Exercice 1: devoir libre

Mohammed Khatiri

March 13, 2024

1 Exercice 1:

Soit E un K -espace vectoriel de dimension finie n et soit B une base de E . Soient $V = (v_1, \dots, v_p)$ une famille de vecteurs de E et v un vecteur de E . Soient T une forme échelon obtenue par la méthode de Gauss appliquée à Row_B^V et T_v la matrice à $p + 1$ lignes, de p premières lignes, les lignes de T et de dernière ligne, la ligne des coordonnées de v dans B .

1.1 Question 1:

Montrer que la famille formée par les vecteurs de E dont les lignes des coordonnées correspondent aux lignes non nulles de T forme une base de $\text{Vect}(V)$.

Réponse:

prenons v un vecteur de la famille de $\text{Vect}(V)$, il s'écrit alors sous la forme : $\sum_{i=1}^n \alpha_i v_i$.
chaque vecteur des lignes non nulles de T , s'écrit sous la forme: $u_i = \sum_{j=i}^p \beta_j v_j$; puisque chaque ligne de la matrice en forme échelonnée est une combinaison linéaire des lignes initiale précédente de la matrice.
on peut montrer alors que les vecteurs v_i sont des combinaison linéaire des vecteur u_i :