



Sécurité Informatique
Interrogation 2

Exercice

Alice construit un cryptosystème RSA à partir des deux nombres $p = 7$ et $q = 11$.

1. Quel exposant e faut-elle choisir entre ces valeurs : 6, 7, 71 ? Justifiez pour chaque valeur.

$$n = p * q = 77, \varphi(n) = 60.$$

$$e \neq 6 - \text{PGCD}(6, 60) \neq 1.$$

(0.5 pts)

$$e = 7 - \text{PGCD}(7, 60) = 1 \text{ et } 1 < 7 < 60.$$

(0.5 pts)

$$e \neq 71 - 1 < 71 < 60.$$

(0.5 pts)

2. Quelle est la clé publique ?

$$\text{Clé publique} = (7, 77).$$

(0.5 pts)

3. Trouvez les coefficients de Bézout (u et v).

$$e * u + \varphi(n) * v = 1$$

(0.5 pts)

$$60 = 7 * 8 + 4 \dots\dots (1)$$

$$7 = 4 * 1 + 3 \dots\dots\dots (2)$$

$$4 = 3 * 1 + 1 \dots\dots\dots (3)$$

$$1 = 4 - 3 * 1$$

$$1 = 4 - 7 + 4$$

$$1 = -7 + 2 * 4$$

$$1 = -7 + 2 * (60 - 7 * 8)$$

$$1 = -7 + 2 * 60 - 7 * 16$$

$$1 = 2 * 60 - 7 * 17$$

$$u = -17, v = 2 \quad \text{ou bien} \quad u = -17 \bmod 60 = 43, v = 2$$

(1 pts)

4. Donnez la clé privée.

$$\text{Clé privée} = (43, 77).$$

(0.5 pts)

5. Donnez la fonction de chiffrement, puis chiffrez le message $M = 3$.

$$C = M^e \bmod n$$

(0.5 pts)

$$C = 3^7 \bmod 77 = 31$$

(0.5 pts)

6. Donnez la fonction de déchiffrement, puis déchiffrez le message $C = 2$.

$$M = C^d \bmod n$$

(0.5 pts)

$$M = 2^{43} \bmod 77 = 30$$

(0.5 pts)