

モデル化_流体エンジンマウント

https://www.jstage.jst.go.jp/article/souonseigyo1977/18/3/18_3_140/_pdf/-char/ja

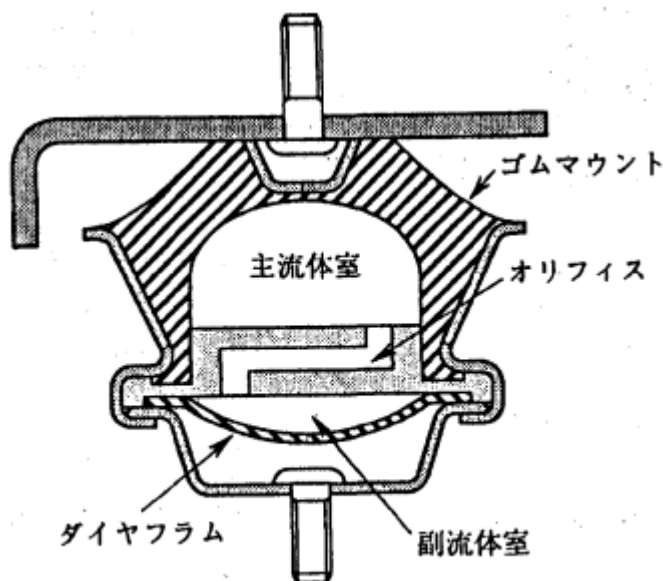


図-1 液体封入マウントの構造

図-2 において、オリフィス内の流体マスについての運動方程式は式(1)のように表わされる。

$$m_0 \ddot{X}_0 + C_0 \dot{X}_0 = F_0 - F'_0 \quad (1)$$

各部の変位、断面積、力の関係は、

$$F_e = K_e (X - X_e) \quad (2)$$

$$\frac{F_e}{A_e} = \frac{F_0}{A_0} \quad (3)$$

$$\frac{F_b}{A_b} = \frac{F'_0}{A_0} \quad (4)$$

$$A_e X_e = A_b X_b = A_0 X_0 \quad (5)$$

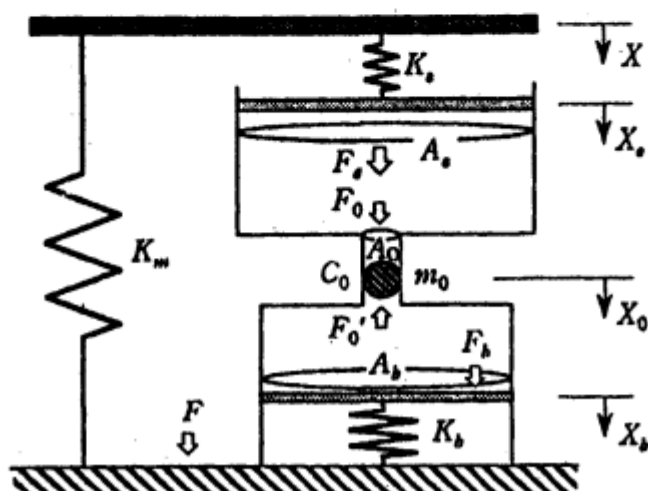


図-2 液体封入マウントの形状モデル

であるので、これらを用いると運動方程式は式(6)のよう
に書き直せる。

$$m_0 \ddot{X}_0 + C_0 \dot{X}_0 + \left(\frac{A_0}{A_b} \right)^2 K_b X_0 = \frac{A_0}{A_e} K_e (X - X_e) \quad (6)$$

式(1)から式(6)への変形

1. 式(1)の変形:

$$m_0 \ddot{X}_0 + C_0 \dot{X}_0 = F_0 - F'_0$$

より、

$$m_0 \ddot{X}_0 + C_0 \dot{X}_0 + F'_0 = F_0$$

2. F'_0 の導出:

$$F'_0 = \left(\frac{A_0}{A_b} \right)^2 K_b X_0$$

3. F_0 の導出:

$$F_0 = \frac{A_0}{A_e} K_e \left(X - \frac{A_0}{A_e} X_0 \right)$$

4. 式(1)への代入:

$$m_0 \ddot{X}_0 + C_0 \dot{X}_0 + \left(\frac{A_0}{A_b} \right)^2 K_b X_0 = \frac{A_0}{A_e} K_e \left(X - \frac{A_0}{A_e} X_0 \right)$$

5. 式(6)の形:

$$m_0 \ddot{X}_0 + C_0 \dot{X}_0 + \left(\frac{A_0}{A_b} \right)^2 K_b X_0 = \frac{A_0}{A_e} K_e (X - X_e)$$

また、液体封入マウントからの伝達力は、式(7)となる。

$$F = K_m X + K_e (X - X_e) - m_0 \ddot{X}_0 \quad (7)$$

これらの式を満足する等価力学モデルを作ると、このモデルと呼ばれる図-3のモデルが得られる。このモデルはてこによる拡大機構を有している。すなわち、拡張ばね面積とオリフィス面積の比が拡大機構の役目をして、オリフィス内の流体質量と減衰が大きく拡大される。また、液体封入マウント自体に質量体を有するため、振動系に組み込んだ場合、ダイナミックダンパとして作用することが理解される。拡大機構を有するために、小型、軽量でごく低周波数領域にも共振現象を発生させることが可能になり、振動減衰効果も十分に得ることができる。

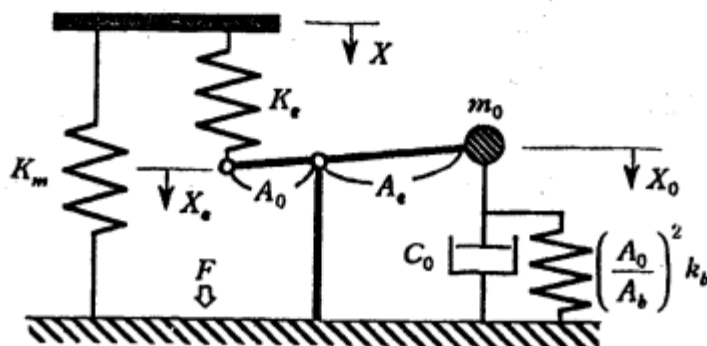


図-3 液体封入マウントの等価力学モデル

エンジ

ンマウント単体の伝達特性 (変位入力に対する力出力)

エンジンマウント単体の伝達特性の導出

1. 入力と出力の定義:

- 入力 (エンジン側変位): $X(\omega) = X_0 e^{j\omega t}$
- 出力 (車体側伝達力): $F(\omega) = F_0 e^{j\omega t}$

2. 使用する方程式:

- 式(7) (伝達力):

$$F = K_m X + K_e (X - X_e) - m_0 \ddot{X}_0$$

- 式(6) (オリフィス流体マスの運動方程式):

$$m_0 \ddot{X}_0 + C_0 \dot{X}_0 + \left(\frac{A_0}{A_b} \right)^2 K_b X_0 = \frac{A_0}{A_e} K_e (X - X_e)$$

- 式(5) の関係:

$$X_e = \frac{A_0}{A_e} X_0$$

3. 周波数領域への変換:

調和振動を仮定し、 $\frac{d}{dt} \rightarrow j\omega$ 、 $\frac{d^2}{dt^2} \rightarrow -\omega^2$ を適用します。

- 式(7) の周波数領域表現:

$$F_0 = K_m X_0 + K_e (X_0 - X_{e0}) - m_0 (-\omega^2 X_{00})$$

$$F_0 = K_m X_0 + K_e X_0 - K_e X_{e0} + \omega^2 m_0 X_{00}$$

- 式(6) の周波数領域表現:

$$-\omega^2 m_0 X_{00} + j\omega C_0 X_{00} + \left(\frac{A_0}{A_b} \right)^2 K_b X_{00} = \frac{A_0}{A_e} K_e (X_0 - X_{e0})$$

- 式(5) の周波数領域表現:

$$X_{e0} = \frac{A_0}{A_e} X_{00}$$

4. X_{00} を X_0 で表す:

式(6)の周波数領域表現に $X_{e0} = \frac{A_0}{A_e} X_{00}$ を代入します。

$$-\omega^2 m_0 X_{00} + j\omega C_0 X_{00} + \left(\frac{A_0}{A_b} \right)^2 K_b X_{00} = \frac{A_0}{A_e} K_e (X_0 - \frac{A_0}{A_e} X_{00})$$

$$X_{00} \left(-\omega^2 m_0 + j\omega C_0 + \left(\frac{A_0}{A_b} \right)^2 K_b + \left(\frac{A_0}{A_e} \right)^2 K_e \right) = \frac{A_0}{A_e} K_e X_0$$

$$X_{00} = \frac{\frac{A_0}{A_e} K_e}{-\omega^2 m_0 + j\omega C_0 + \left(\frac{A_0}{A_b} \right)^2 K_b + \left(\frac{A_0}{A_e} \right)^2 K_e} X_0$$

5. F_0 を X_0 で表す:

$X_{e0} = \frac{A_0}{A_e} X_{00}$ を F_0 の式に代入します。

$$F_0 = K_m X_0 + K_e X_0 - K_e \left(\frac{A_0}{A_e} X_{00} \right) + \omega^2 m_0 X_{00}$$

$$F_0 = (K_m + K_e)X_0 + (\omega^2 m_0 - \frac{A_0}{A_e} K_e)X_{00}$$

さらに、 X_{00} を X_0 で表した式を代入します。

$$F_0 = (K_m + K_e)X_0 + (\omega^2 m_0 - \frac{A_0}{A_e} K_e) \frac{\frac{A_0}{A_e} K_e}{-\omega^2 m_0 + j\omega C_0 + \left(\frac{A_0}{A_b}\right)^2 K_b + \left(\frac{A_0}{A_e}\right)^2 K_e} X_0$$

6. 伝達特性 (変位入力に対する力出力):

伝達率 $\frac{F_0(\omega)}{X_0(\omega)}$ は、

$$\frac{F_0(\omega)}{X_0(\omega)} = (K_m + K_e) + (\omega^2 m_0 - \frac{A_0}{A_e} K_e) \frac{\frac{A_0}{A_e} K_e}{-\omega^2 m_0 + j\omega C_0 + \left(\frac{A_0}{A_b}\right)^2 K_b + \left(\frac{A_0}{A_e}\right)^2 K_e}$$

この複素数の周波数応答関数の絶対値 $|\frac{F_0(\omega)}{X_0(\omega)}|$ が、エンジンマウントの変位入力に対する力出力の伝達率の大きさを示します。

貯蔵ばね、損失ばね、ロスファクターの考え方

エンジンマウントを、周波数依存性を持つ複素ばねとして捉えます。伝達関数 $\frac{F_0(\omega)}{X_0(\omega)}$ は、入力変位と出力力の関係を表しており、これは複素インピーダンス (Impedance) の概念と関連付けられます。複素インピーダンス $Z(\omega)$ は、複素剛性 $K^*(\omega)$ と関連付けられます ($Z(\omega) = j\omega K^*(\omega)$ のような関係になりますが、ここでは変位入力-力出力の伝達関数を直接扱います)。

複素剛性 $K^*(\omega)$ は、貯蔵剛性 $K'(\omega)$ と損失剛性 $K''(\omega)$ を用いて以下のように表されます。

$$K^*(\omega) = K'(\omega) + jK''(\omega)$$

ここで、

- $K'(\omega)$: 貯蔵剛性 (Storage Stiffness)。振動エネルギーを貯蔵し、変位と同位相の応力を生み出す成分。
- $K''(\omega)$: 損失剛性 (Loss Stiffness)。振動エネルギーを熱として散逸させ、変位と90度位相がずれた応力を生み出す成分。

上記の伝達関数 $\frac{F_0(\omega)}{X_0(\omega)}$ は、複素剛性に直接対応するものではありませんが、その実部と虚部から貯蔵成分と損失成分を抽出することができます。

$$\frac{F_0(\omega)}{X_0(\omega)} = K'(\omega) + jK''(\omega)_{eff}$$

ここで、 $K''(\omega)_{eff}$ は、損失項に周波数依存性などが含まれた有効的な損失成分です。

ロスファクター $\eta(\omega)$ は、材料や構造の減衰能を表す指標で、損失剛性と貯蔵剛性の比で定義されます。

$$\eta(\omega) = \frac{K''(\omega)}{K'(\omega)}$$

伝達関数の実部を貯蔵ばね、虚部を損失ばねとみなし、これらの関係を用いてロスファクターを計算することができます。

matlab code

```
% ベースラインパラメータ (実際の値に置き換えてください)
Km_base = 1e5;
Ke_base = 5e5;
m0_base = 5;
C0_base = 500;
A0_base = 1e-4;
Ab_base = 1e-3;
Ae_base = 5e-4;
Kb_base = 1e6;

% 各パラメータの変動率 (%) - プラスとマイナス
variations_percent = [
    10, -10; % Km
    20, -20; % Ke
    -10, 10; % m0
    5, -5; % C0
    -5, 5; % A0
    15, -15; % Ab
    -15, 15; % Ae
    20, -20 % Kb
];

% 周波数範囲の設定 (リニアスケール)
f = linspace(0, 30, 500);
omega = 2 * pi * f;

% パラメータの組み合わせ
params_base = [Km_base, Ke_base, m0_base, C0_base, A0_base, Ab_base, Ae_base, Kb_base];
param_names = ["Km", "Ke", "m0", "C0", "A0", "Ab", "Ae", "Kb"];

% Figureの作成
figure('Position', [100, 100, 1200, 800]); % Figureのサイズを調整

% 各パラメータごとにサブプロットを作成
for i = 1:length(params_base)
    subplot(2, 4, i); % 2行4列のサブプロット
```

```

yyaxis left;
hold on;

% ベースラインの計算とプロット (貯蔵ばね)
numerator_base = (omega.^2 * m0_base - (A0_base/Ae_base) * Ke_base) *
(A0_base/Ae_base) * Ke_base;
denominator_base = -omega.^2 * m0_base + j * omega * C0_base +
(A0_base/Ab_base)^2 * Kb_base + (A0_base/Ae_base)^2 * Ke_base;
TF_base = (Km_base + Ke_base) + numerator_base ./ denominator_base;
storage_stiffness_base_Nmm = real(TF_base) / 1000;
plot(f, storage_stiffness_base_Nmm, 'k-', 'LineWidth', 1.5, 'DisplayName',
'貯蔵ばね (base)');
ylabel('貯蔵ばね [N/mm]');
ylim([0 1000]);

% プラス変動の計算とプロット (貯蔵ばね)
variation_plus = variations_percent(i, 1) / 100;
params_plus = params_base;
params_plus(i) = params_base(i) * (1 + variation_plus);
numerator_plus = (omega.^2 * params_plus(3) -
(params_plus(5)/params_plus(7)) * params_plus(2)) *
(params_plus(5)/params_plus(7)) * params_plus(2);
denominator_plus = -omega.^2 * params_plus(3) + j * omega * params_plus(4) +
(params_plus(5)/params_plus(6))^2 * params_plus(8) +
(params_plus(5)/params_plus(7))^2 * params_plus(2);
TF_plus = (params_plus(1) + params_plus(2)) + numerator_plus ./
denominator_plus;
storage_stiffness_plus_Nmm = real(TF_plus) / 1000;
plot(f, storage_stiffness_plus_Nmm, 'r--', 'DisplayName', sprintf('貯蔵ばね
( +%d% )', variations_percent(i, 1)));

% マイナス変動の計算とプロット (貯蔵ばね)
variation_minus = variations_percent(i, 2) / 100;
params_minus = params_base;
params_minus(i) = params_base(i) * (1 + variation_minus);
numerator_minus = (omega.^2 * params_minus(3) -
(params_minus(5)/params_minus(7)) * params_minus(2)) *
(params_minus(5)/params_minus(7)) * params_minus(2);
denominator_minus = -omega.^2 * params_minus(3) + j * omega *
params_minus(4) + (params_minus(5)/params_minus(6))^2 * params_minus(8) +
(params_minus(5)/params_minus(7))^2 * params_minus(2);
TF_minus = (params_minus(1) + params_minus(2)) + numerator_minus ./
denominator_minus;

```



```

storage_stiffness_minus_Nmm = real(TF_minus) / 1000;
plot(f, storage_stiffness_minus_Nmm, 'g--', 'DisplayName', sprintf('貯蔵ばね
(%d%)', variations_percent(i, 2)));

yyaxis right;
% ベースラインの計算とプロット (ロスファクター)
loss_factor_base = abs(imag(TF_base) ./ real(TF_base));
plot(f, loss_factor_base, 'k-', 'LineWidth', 1.5, 'DisplayName', 'ロスファク
ター (base)');
ylabel('ロスファクター [-]');
ylim([0 1]);

% プラス変動の計算とプロット (ロスファクター)
loss_factor_plus = abs(imag(TF_plus) ./ real(TF_plus));
plot(f, loss_factor_plus, 'r--', 'DisplayName', sprintf('ロスファクター
(+%d%)', variations_percent(i, 1)));

% マイナス変動の計算とプロット (ロスファクター)
loss_factor_minus = abs(imag(TF_minus) ./ real(TF_minus));
plot(f, loss_factor_minus, 'g--', 'DisplayName', sprintf('ロスファクター
(%d%)', variations_percent(i, 2)));

hold off;
title(param_names(i));
xlabel('周波数 [Hz]');
xlim([0 30]);
grid on;
if i == 8 % 最後のサブプロットに凡例を表示
    legend('show', 'Location', 'best');
end

```

end

sgtitle('各パラメータ変動による貯蔵ばねとロスファクターの変化');

各パラメータ変動による貯蔵ばねとロスファクターの変化

