解答・解説(数と式①)

1. (1) 次数: 2, 係数: 4b

(2) 次数: 3, 係数: $-2x^2$

(3) 次数: 1, 係数: $-a^3y^2$

(4) 次数: 2, 係数: $3a^2b^3$

(1) 3 次式, 係数: 4, 2, -5, 定数項: 1

(3) [a] 2 次式, 係数: 2b, -3b², 定数項: 4b [aとb] 4 次式, 係数: -3, 2, 4, 定数項: 0 (2) 3 次式, 係数: $\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, 定数項: 0

(4) [x] 3 次式, 係数: a, -aby, $2a^2b^2y$, 定数項: $-y^2$ $[x \ge y]$ 3 次式, 係数: $a, -ab, 2a^2b^2, -1$, 定数項: 0

3. (1) $2x^2 - (5y+3)x + y^2 + y - 2$

(2) $-(2y^2+1)x^2+(y^2+1)x-3y^2-y-3$

(3) $(a-2c)x^3 - (b+3c)x^2 - (a+c)x + a - 2b + c$

4. (1) $5x^2 + x - 2$

(2) $x^2 - 4x + 11$

(3) $11x^2 + 5x - 12$

5. $(1) -2x^3 + 6x^2 - 8x$

(3) $6a^2 - 2xb^2 - 4c^2 - ab + 6bc + 5ca$

(2) $x^3 - 5x^2y + 5xy^2 + 2y^2$

(4) 2xy - bx - 6ay - 3ab

6. (1) $2x^2 + 5x - 3$

(2) $12x^2 - x - 6$

(3) $3x^2 + 5xy - 2y^2$ (4) $-10a^2 - 11ab - 3b^2$

7. (1) $x^2 - 4x + 4$

(2) $4x^2 + 4x + 1$

(3) $x^2 - ax + \frac{1}{4}a^2$ (4) $\frac{1}{4}u^2 + \frac{1}{4}y + \frac{1}{16}$

8. (1) $x^2 - 16$

(2) $9y^2 - 1$

(3) $4a^2 - 9b^2$

(4) x4 - 9

9. (1) $x^2 + 5x - 14$ (2) $4a^2 - 4a - 3$

(3) $x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}$

 $(4) \ x^2 - 2xy - 3y^2$

10. (1) $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$

(3) $x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 4xy - 12yz - 6zx$

(2) $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2yz - 2zx$

(4) $x^4 + 2x^3 - 2x + 1$

11. (1) $x^2 + 2xy + y^2 - 2x - 2y - 3$

(3) $4x^2 - y^2 + 2y - 1$

(2) $x^2 - xy - 2y^2 + 6x - 3y + 9$

(4) $x^4 - x^3 - x + 1$

12. (1) $x^2 + y^2 - z^2 + 2xy + 2z - 1$

(3) $x^4 + 4x^3y + 8x^2y^2 - 8xy^3 + 3y^4$

(5) $x^4 - 5x^2 + 4$

(2) $a^2 - b^2 - 4c^2 + 4a + 4bc + 4$

(4) $a^4 - 6a^3b + 8a^2b^2 + 3ab^3 - 6b^4$

(6) $x^4 + 8x^3 + 7x^2 - 36x - 36$

13. (1) $x^5 - 1$

(3) $x^4 - 8x^2y^2 + 16y^4$

(2) $a^2 + b^2 + c^2 - 3abc$

(4) $16a^4 - 72a^2b^2 + 81b^4$

14. (1) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

(3) $x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$

(2) $8a^3 - 12a^2 + 6a - 1$

(4) $-x^3 + 9x^2y - 27xy^2 + 27y^3$

15. (1) $x^3 - 1$

(2) $x^3 + 8$

(3) $8a^3 - 1$

 $(4) a^3 - 8b^3$

解説

- 1. (1) a は 2 つあるから次数は 2 で、その係数は 4b である。
 - (2) y は 3 つあるから次数は 3 で、その係数は $-2x^2$ である。
 - (3) x は 1 つあるから次数は 1 で、その係数は $-a^3y^2$ である。
 - (4) c は 2 つあるから次数は 2 で、その係数は $3a^2b^3$ である。
- 2. (1) x の次数で最も大きいものは 3 より、3 次式である。
 - (2) x の次数で最も大きいものは 3 より、3 次式である。
 - (3) a の次数で最も大きいものは 2 より、2 次式である。また、a と b について考えると、次数で最も大きいものは 4より、4次式である。
 - (4) x の次数で最も大きいものは 3 より、3 次式である。また、x と y について考えると、次数で最も大きいものは 3より、3次式である。
- 3. (1) x の次数が等しいものは() に入れて整理する。
 - (2) 一度展開してから整理する。
 - (3) 一度展開してから整理する。

4. (1)
$$A + B = (2x^2 - x + 3) + (3x^2 + 2x - 5) = 5x^2 + x - 2$$

(2)
$$2A - B = 2(2x^2 - x + 3) - (3x^2 + 2x - 5) = x^2 - 4x + 11$$

(3)
$$A + 3B = (2x^2 - x + 3) + 3(3x^2 + 2x - 5) = 11x^2 + 5x - 12$$

5. (1)
$$2x(-x^2+3x-4) = -2x^3+6x^2-8x$$

(2)
$$(x^2 - 3xy - y^2)(x - 2y) = x^3 - 2x^2y - 3xy^2 + 6xy^2 - xy^2 + 2y^3$$

$$= x^3 - 5x^2y + 5xy^2 + 2y^3$$

(3)
$$(2a+b-c)(3a-2b+4c) = 6a^2 - 4ab + 8ca + 3ab - 2b^2 + 4bc - 3ca + 2bc - 4c^2$$

= $6a^2 - 2b^2 - 4c^2 - ab + 6bc + 5ca$

6. (1)
$$(2x-1)(x+3) = 2x^2 + 6x - x - 3$$

$$=2x^2+5x-3$$

$$(2) (4x-3)(3x+2) = 12x^2 + 8x - 9x - 6$$

$$=12x^2-x-6$$

(3)
$$(x+2y)(3x-y) = 3x^2 - xy + 6xy - 2y^2$$

$$= 3x^2 + 5xy - 2y^2$$

(4)
$$(5a+3b)(-2a-b) = -10a^2 - 5ab - 6ab - 3b^2$$

$$= -10a^2 - 11ab - 3b^2$$

7.
$$(1) (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

$$(2) (2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$$

(2)
$$(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$$

(3) $\left(x - \frac{1}{2}a\right)^2 = x^2 - ax + \frac{1}{4}a^2$

(4)
$$\left(\frac{1}{2}y + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{4}y^2 + \frac{1}{4}y + \frac{1}{16}$$

8. (1)
$$(x+4)(x-4) = x^2 - 16$$

(2)
$$(3y-1)(3y+1) = 9y^2 - 1$$

(3)
$$(2a+3b)(2a-3b) = 4a^2 - 9b^2$$

(4)
$$(x^2+3)(x^2-3) = x^4-9$$

9. (1)
$$(x-2)(x+7) = x^2 + 5x - 14$$

$$(2) (2a-3)(2a+1) = 4a^2 - 4a - 3$$

(3)
$$\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}$$

(4)
$$(x-3y)(x+y) = x^2 - 2xy - 3y^2$$

10. (1)
$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$$

(2)
$$(x+y-z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2yz - 2zx$$

(3)
$$(x+2y-3z)^2 = x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 4xy - 12yz - 6zx$$

(4)
$$(x^2 + x - 1)^2 = x^4 + x^2 + 1 + 2x^3 - 2x - 2x^2$$

= $x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x + 1$

11. (1)
$$x + y = M \ \text{cf3c}$$
,

$$(x+y+1)(x+y-3) = (M+1)(M-3)$$

$$= M^2 - 2M - 3$$

$$= (x+y)^2 - 2(x+y) - 3$$

$$= x^2 + 2xy + y^2 - 2x - 2y - 3$$

$$(x-2y+3)(x+y+3) = (M-2y)(M+y)$$

$$= M^2 - My - 2y^2$$

$$= (x+3)^2 - (x+3)y - 2y^2$$

$$= x^2 + 6x + 9 - xy - 3y - 2y^2$$

$$= x^2 - xy - 2y^2 + 6x - 3y + 9$$

$$(2x + y - 1)(2x - y + 1) = {2x + (y - 1)}{2x - (y - 1)}$$

$$= (2x + M)(2x - M)$$

$$= 4x^{2} - M^{2}$$

$$= 4x^{2} - (y - 1)^{2}$$

$$= 4x^{2} - (y^{2} - 2y + 1)$$

$$= 4x^{2} - y^{2} + 2y - 1$$

$$(x^{2} - 2x + 1)(x^{2} + x + 1) = (M - 2x)(M + x)$$

$$= M^{2} - Mx - 2x^{2}$$

$$= (x^{2} + 1)^{2} - (x^{2} + 1)x - 2x^{2}$$

$$= x^{4} + 2x^{2} + 1 - x^{3} - x - 2x^{2}$$

$$= x^{4} - x^{3} - x + 1$$

$$(x+y-z+1)(x+y+z-1) = \{(x+y) - (z-1)\}\{(x+y) + (z-1)\}$$

$$= (M-N)(M+N)$$

$$= M^2 - N^2$$

$$= (x+y)^2 - (z-1)^2$$

$$= (x^2 + 2xy + y^2) - (z^2 - 2z + 1)$$

$$= x^2 + y^2 - z^2 + 2xy + 2z - 1$$

(2)
$$a+2=M, b-2c=N$$
 とすると、
$$(a-b+2c+2)(a+b-2c+2) = \{(a+2)-(b-2c)\}\{(a+2)+(b-2c)\}$$

$$= (M-N)(M+N)$$

$$= M^2-N^2$$

$$= (a+2)^2-(b-2c)^2$$

$$= (a^2+4a+4)-(b^2-4bc+4c^2)$$

$$= a^2-b^2-4c^2+4a+4bc+4$$
(3) $(x-y)(x+3y)(x^2+2xy-y^2) = (x^2+2xy-3y^2)(x^2+2xy-y^2)$

$$x^2+2xy=M$$
 とすると、
$$= (M-3y^2)(M-y^2)$$

$$= M^2-4My^2+3y^4$$

$$= (x^2+2xy)^2-4(x^2+2xy)y^2+3y^4$$

$$= x^4+4x^3y+4x^2y^2-4x^2y^2-8xy^3+3y^4$$

$$= x^4+4x^3y+8x^3y+3y^4$$

$$= x^4+4x^3y-8xy^3+3y^4$$
(4) $(a-b)(a-2b)(a^2-3ab-3b^2) = (a^2-3ab+2b^2)(a^2-3ab-3b^2)$

$$a^2-3ab=M$$
 とすると、
$$= (M+2b^2)(M-3b^2)$$

$$= M^2-Mb^2-6b^4$$

$$= (a^2-3ab)^2-(a^2-3ab)b^2-6b^4$$

$$= (a^2-3ab)^2-(a^2-3ab)b^2-6b^4$$

$$= a^4-6a^3b+9a^2b^2-a^2b^2+3ab^3-6b^4$$

$$= a^4-6a^3b+8a^2b^2+3ab^3-6b^4$$

$$= a^4-6a^3b+8a^2b^2+3ab^3-6b^4$$

$$= a^4-6a^3b+8a^2b^2+3ab^3-6b^4$$
(5) $(x-1)(x+2)(x+1)(x-2)=(x^2+x-2)(x^2-x-2)$

$$x^2-2=M$$
 とすると、
$$= (M+x)(M-x)$$

$$= M^2-x^2$$

$$= (x^2-2)^2-x^2$$

$$= x^4-4x^2+4-x^2$$

$$= x^4-5x^2+4$$
(6) $(x-2)(x+1)(x+3)(x+6)=(x^2+4x-12)(x^2+4x+3)$

$$x^2+4x=M$$
 とすると、
$$= (M-12)(M+3)$$

$$= M^2-9M-36$$

$$= (x^2+4x)^2-9(x^2+4x)-36$$

$$= x^4+8x^3+16x^2-9x^2-36x-36$$

13. (1)
$$(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1) = x^5+x^4+x^3+x^2+x-x^4-x^3-x^2-x-1$$

= x^5-1

 $=x^4+8x^3+7x^2-36x-36$

(2)
$$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = a^3+ab^2+ac^2-a^2b-abc-ca^2$$

 $+a^2b+b^3+bc^3-ab^2-b^2c-abc$
 $+a^2c+b^2c+c^3-abc-bc^2-c^2a$
 $=a^3+b^3+c^3-3abc$

(3)
$$(x+2y)^2(x-2y)^2 = (x^2-4y^2)^2$$

= $(x^4-8x^2y^2+16y^4)$

(4)
$$(2a - 3b)^2 (2a + 3b)^2 = (4a^2 - 9b^2)^2$$

= $(16a^4 - 72a^2b^2 + 81b^4)$

14. (1)
$$(x+1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$(2) (2a-1)^3 = 8a^3 - 12a^2 + 6a - 1$$

(3)
$$(x+2y)^3 = x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$$

(4)
$$(-x+3y)^3 = -x^3 + 9xy^2 - 27xy^2 + 27y^3$$

15. (1)
$$(x-1)(x^2+x+1) = x^3+x^2+x-x^2-x-1$$

= x^3-1

(2)
$$(x+2)(x^2-2x+4) = x^3 - 2x^2 + 4x + 2x^2 - 4x + 8$$

= $x^3 + 8$

(3)
$$(2a-1)(4a^2+2a+1) = 8a^3+4a^2+2a-4a^2-2a-1$$

= $8a^3-1$

(4)
$$(a-2b)(a^2-2ab+4b^2) = a^3-2a^2b+4ab^2-2a^2b+4ab^2-8b^3$$

= a^3-8b^3