

練習問題 (数と式①)

1. 次の単項式の [] 内の文字についての次数とその係数を答えよ。

(1) $4a^2b$ [a]

(2) $-2x^2y^3$ [y]

(3) $-a^3xy^2$ [x]

(4) $3a^2b^3c^2$ [c]

2. 次の整式は [] 内の文字について何次式か答えよ。また、各項の係数と定数項を答えよ。

(1) $4x^3 + 2x^2 - 5x - 1$ [x]

(2) $\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x$ [x]

(3) $2a^2b - 3ab^3 + 4b$ [a], [a と b]

(4) $ax^3 - abx^2y + 2a^2b^2xy - y^2$ [x], [x と y]

3. 次の整式を x について降べきの順に整理せよ。

(1) $2x^2 - 5xy + y^2 - 3x + y - 2$

(2) $(x - 3)y^2 - (2x^2 + 1)y - x^2 + x - 3$

(3) $a(x^3 - x + 1) + b(-x^2 + 2x - 2) - c(2x^3 + 3x^2 + x - 1)$

4. 整式 A, B を $A = 2x^2 - x + 3$, $B = 3x^2 + 2x - 5$ とするとき、次の計算をせよ。

(1) $A + B$

(2) $2A - B$

(3) $A + 3B$

5. 次の式を展開せよ。

(1) $2x(-x^2 + 3x - 4)$

(2) $(x^2 - 3xy - y^2)(x - 2y)$

(3) $(2a + b - c)(3a - 2b + 4c)$

(4) $(x - 3a)(2y + b)$

6. 次の式を展開せよ。

(1) $(2x - 1)(x + 3)$

(2) $(4x - 3)(3x + 2)$

(3) $(x + 2y)(3x - y)$

(4) $(5a + 3b)(-2a - b)$

7. 次の式を展開せよ。

(1) $(x - 2)^2$

(2) $(2x + 1)^2$

(3) $\left(x - \frac{1}{2}a\right)^2$

(4) $\left(\frac{1}{2}y + \frac{1}{4}\right)^2$

8. 次の式を展開せよ。

(1) $(x + 4)(x - 4)$

(2) $(3y - 1)(3y + 1)$

(3) $(2a + 3b)(2a - 3b)$

(4) $(x^2 + 3)(x^2 - 3)$

9. 次の式を展開せよ。

(1) $(x-2)(x+7)$

(2) $(2a-3)(2a+1)$

(3) $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$

(4) $(x-3y)(x+y)$

10. 次の式を展開せよ。

(1) $(x+y+z)^2$

(2) $(x+y-z)^2$

(3) $(x+2y-3z)^2$

(4) $(x^2+x-1)^2$

11. 次の式を展開せよ。

(1) $(x+y+1)(x+y-3)$

(2) $(x-2y+3)(x+y+3)$

(3) $(2x+y-1)(2x-y+1)$

(4) $(x^2-2x+1)(x^2+x+1)$

12. 次の式を展開せよ。

(1) $(x+y-z+1)(x+y+z-1)$

(2) $(a-b+2c+2)(a+b-2c+2)$

$$(3) \quad (x-y)(x+3y)(x^2+2xy-y^2)$$

$$(4) \quad (a-b)(a-2b)(a^2-3ab-3b^2)$$

$$(5) \quad (x-1)(x+2)(x+1)(x-2)$$

$$(6) \quad (x-2)(x+1)(x+3)(x+6)$$

13. 次の式を展開せよ。

$$(1) \quad (x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$$

$$(2) \quad (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$$

$$(3) \quad (x+2y)^2(x-2y)^2$$

$$(4) \quad (2a-3b)^2(2a+3b)^2$$

14. 次の式を展開せよ。

$$(1) \quad (x+1)^3$$

$$(2) \quad (2a-1)^3$$

$$(3) \quad (x+2y)^3$$

$$(4) \quad (-x+3y)^3$$

15. 次の式を展開せよ。

$$(1) \quad (x-1)(x^2+x+1)$$

$$(2) \quad (x+2)(x^2-2x+4)$$

$$(3) \quad (2a-1)(4a^2+2a+1)$$

$$(4) \quad (a-2b)(a^2-2ab+4b^2)$$

解答・解説(数と式①)

-
1. (1) 次数: 2, 係数: $4b$ (2) 次数: 3, 係数: $-2x^2$ (3) 次数: 1, 係数: $-a^3y^2$
 (4) 次数: 2, 係数: $3a^2b^3$
2. (1) 3 次式, 係数: 4, 2, -5 , 定数項: 1 (2) 3 次式, 係数: $\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$, 定数項: 0
 (3) $[a]$ 2 次式, 係数: $2b, -3b^2$, 定数項: $4b$ (4) $[x]$ 3 次式, 係数: $a, -aby, 2a^2b^2y$, 定数項: $-y^2$
 $[a \text{ と } b]$ 4 次式, 係数: $-3, 2, 4$, 定数項: 0 $[x \text{ と } y]$ 3 次式, 係数: $a, -ab, 2a^2b^2, -1$, 定数項: 0
3. (1) $2x^2 - (5y + 3)x + y^2 + y - 2$
 (2) $-(2y^2 + 1)x^2 + (y^2 + 1)x - 3y^2 - y - 3$
 (3) $(a - 2c)x^3 - (b + 3c)x^2 - (a + c)x + a - 2b + c$
4. (1) $5x^2 + x - 2$ (2) $x^2 - 4x + 11$ (3) $11x^2 + 5x - 12$
5. (1) $-2x^3 + 6x^2 - 8x$ (2) $x^3 - 5x^2y + 5xy^2 + 2y^2$
 (3) $6a^2 - 2xb^2 - 4c^2 - ab + 6bc + 5ca$ (4) $2xy - bx - 6ay - 3ab$
6. (1) $2x^2 + 5x - 3$ (2) $12x^2 - x - 6$ (3) $3x^2 + 5xy - 2y^2$ (4) $-10a^2 - 11ab - 3b^2$
7. (1) $x^2 - 4x + 4$ (2) $4x^2 + 4x + 1$ (3) $x^2 - ax + \frac{1}{4}a^2$ (4) $\frac{1}{4}u^2 + \frac{1}{4}y + \frac{1}{16}$
8. (1) $x^2 - 16$ (2) $9y^2 - 1$ (3) $4a^2 - 9b^2$ (4) $x^4 - 9$
9. (1) $x^2 + 5x - 14$ (2) $4a^2 - 4a - 3$ (3) $x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}$ (4) $x^2 - 2xy - 3y^2$
10. (1) $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$ (2) $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2yz - 2zx$
 (3) $x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 4xy - 12yz - 6zx$ (4) $x^4 + 2x^3 - 2x + 1$
11. (1) $x^2 + 2xy + y^2 - 2x - 2y - 3$ (2) $x^2 - xy - 2y^2 + 6x - 3y + 9$
 (3) $4x^2 - y^2 + 2y - 1$ (4) $x^4 - x^3 - x + 1$
12. (1) $x^2 + y^2 - z^2 + 2xy + 2z - 1$ (2) $a^2 - b^2 - 4c^2 + 4a + 4bc + 4$
 (3) $x^4 + 4x^3y + 8x^2y^2 - 8xy^3 + 3y^4$ (4) $a^4 - 6a^3b + 8a^2b^2 + 3ab^3 - 6b^4$
 (5) $x^4 - 5x^2 + 4$ (6) $x^4 + 8x^3 + 7x^2 - 36x - 36$
13. (1) $x^5 - 1$ (2) $a^2 + b^2 + c^2 - 3abc$
 (3) $x^4 - 8x^2y^2 + 16y^4$ (4) $16a^4 - 72a^2b^2 + 81b^4$
14. (1) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ (2) $8a^3 - 12a^2 + 6a - 1$
 (3) $x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$ (4) $-x^3 + 9x^2y - 27xy^2 + 27y^3$
15. (1) $x^3 - 1$ (2) $x^3 + 8$ (3) $8a^3 - 1$ (4) $a^3 - 8b^3$
-

解説

1. (1) a は 2 つあるから次数は 2 で、その係数は $4b$ である。
(2) y は 3 つあるから次数は 3 で、その係数は $-2x^2$ である。
(3) x は 1 つあるから次数は 1 で、その係数は $-a^3y^2$ である。
(4) c は 2 つあるから次数は 2 で、その係数は $3a^2b^3$ である。
2. (1) x の次数で最も大きいものは 3 より、3 次式である。
(2) x の次数で最も大きいものは 3 より、3 次式である。
(3) a の次数で最も大きいものは 2 より、2 次式である。また、 a と b について考えると、次数で最も大きいものは 4 より、4 次式である。
(4) x の次数で最も大きいものは 3 より、3 次式である。また、 x と y について考えると、次数で最も大きいものは 3 より、3 次式である。
3. (1) x の次数が等しいものは () に入れて整理する。
(2) 一度展開してから整理する。
(3) 一度展開してから整理する。
4. (1) $A + B = (2x^2 - x + 3) + (3x^2 + 2x - 5) = 5x^2 + x - 2$
(2) $2A - B = 2(2x^2 - x + 3) - (3x^2 + 2x - 5) = x^2 - 4x + 11$
(3) $A + 3B = (2x^2 - x + 3) + 3(3x^2 + 2x - 5) = 11x^2 + 5x - 12$
5. (1) $2x(-x^2 + 3x - 4) = -2x^3 + 6x^2 - 8x$
(2) $(x^2 - 3xy - y^2)(x - 2y) = x^3 - 2x^2y - 3xy^2 + 6xy^2 - xy^2 + 2y^3$
 $= x^3 - 5x^2y + 5xy^2 + 2y^3$
(3) $(2a + b - c)(3a - 2b + 4c) = 6a^2 - 4ab + 8ca + 3ab - 2b^2 + 4bc - 3ca + 2bc - 4c^2$
 $= 6a^2 - 2b^2 - 4c^2 - ab + 6bc + 5ca$
6. (1) $(2x - 1)(x + 3) = 2x^2 + 6x - x - 3$
 $= 2x^2 + 5x - 3$
(2) $(4x - 3)(3x + 2) = 12x^2 + 8x - 9x - 6$
 $= 12x^2 - x - 6$
(3) $(x + 2y)(3x - y) = 3x^2 - xy + 6xy - 2y^2$
 $= 3x^2 + 5xy - 2y^2$
(4) $(5a + 3b)(-2a - b) = -10a^2 - 5ab - 6ab - 3b^2$
 $= -10a^2 - 11ab - 3b^2$
7. (1) $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$
(2) $(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$
(3) $\left(x - \frac{1}{2}a\right)^2 = x^2 - ax + \frac{1}{4}a^2$
(4) $\left(\frac{1}{2}y + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{4}y^2 + \frac{1}{4}y + \frac{1}{16}$
8. (1) $(x + 4)(x - 4) = x^2 - 16$
(2) $(3y - 1)(3y + 1) = 9y^2 - 1$
(3) $(2a + 3b)(2a - 3b) = 4a^2 - 9b^2$
(4) $(x^2 + 3)(x^2 - 3) = x^4 - 9$

9. (1) $(x-2)(x+7) = x^2 + 5x - 14$
 (2) $(2a-3)(2a+1) = 4a^2 - 4a - 3$
 (3) $\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}$
 (4) $(x-3y)(x+y) = x^2 - 2xy - 3y^2$
10. (1) $(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$
 (2) $(x+y-z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2yz - 2zx$
 (3) $(x+2y-3z)^2 = x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 4xy - 12yz - 6zx$
 (4) $(x^2+x-1)^2 = x^4 + x^2 + 1 + 2x^3 - 2x - 2x^2$
 $= x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x + 1$
11. (1) $x+y=M$ とすると、
 $(x+y+1)(x+y-3) = (M+1)(M-3)$
 $= M^2 - 2M - 3$
 $= (x+y)^2 - 2(x+y) - 3$
 $= x^2 + 2xy + y^2 - 2x - 2y - 3$
- (2) $x+3=M$ とすると、
 $(x-2y+3)(x+y+3) = (M-2y)(M+y)$
 $= M^2 - My - 2y^2$
 $= (x+3)^2 - (x+3)y - 2y^2$
 $= x^2 + 6x + 9 - xy - 3y - 2y^2$
 $= x^2 - xy - 2y^2 + 6x - 3y + 9$
- (3) $y-1=M$ とすると、
 $(2x+y-1)(2x-y+1) = \{2x+(y-1)\}\{2x-(y-1)\}$
 $= (2x+M)(2x-M)$
 $= 4x^2 - M^2$
 $= 4x^2 - (y-1)^2$
 $= 4x^2 - (y^2 - 2y + 1)$
 $= 4x^2 - y^2 + 2y - 1$
- (4) $x^2+1=M$ とすると、
 $(x^2-2x+1)(x^2+x+1) = (M-2x)(M+x)$
 $= M^2 - Mx - 2x^2$
 $= (x^2+1)^2 - (x^2+1)x - 2x^2$
 $= x^4 + 2x^2 + 1 - x^3 - x - 2x^2$
 $= x^4 - x^3 - x + 1$
12. (1) $x+y=M, z-1=N$ とすると、
 $(x+y-z+1)(x+y+z-1) = \{(x+y)-(z-1)\}\{(x+y)+(z-1)\}$
 $= (M-N)(M+N)$
 $= M^2 - N^2$
 $= (x+y)^2 - (z-1)^2$
 $= (x^2 + 2xy + y^2) - (z^2 - 2z + 1)$
 $= x^2 + y^2 - z^2 + 2xy + 2z - 1$

(2) $a + 2 = M, b - 2c = N$ とすると、

$$\begin{aligned}
 (a - b + 2c + 2)(a + b - 2c + 2) &= \{(a + 2) - (b - 2c)\}\{(a + 2) + (b - 2c)\} \\
 &= (M - N)(M + N) \\
 &= M^2 - N^2 \\
 &= (a + 2)^2 - (b - 2c)^2 \\
 &= (a^2 + 4a + 4) - (b^2 - 4bc + 4c^2) \\
 &= a^2 - b^2 - 4c^2 + 4a + 4bc + 4
 \end{aligned}$$

(3) $(x - y)(x + 3y)(x^2 + 2xy - y^2) = (x^2 + 2xy - 3y^2)(x^2 + 2xy - y^2)$
 $x^2 + 2xy = M$ とすると、

$$\begin{aligned}
 &= (M - 3y^2)(M - y^2) \\
 &= M^2 - 4My^2 + 3y^4 \\
 &= (x^2 + 2xy)^2 - 4(x^2 + 2xy)y^2 + 3y^4 \\
 &= x^4 + 4x^3y + 4x^2y^2 - 4x^2y^2 - 8xy^3 + 3y^4 \\
 &= x^4 + 4x^3y - 8xy^3 + 3y^4
 \end{aligned}$$

(4) $(a - b)(a - 2b)(a^2 - 3ab - 3b^2) = (a^2 - 3ab + 2b^2)(a^2 - 3ab - 3b^2)$
 $a^2 - 3ab = M$ とすると、

$$\begin{aligned}
 &= (M + 2b^2)(M - 3b^2) \\
 &= M^2 - Mb^2 - 6b^4 \\
 &= (a^2 - 3ab)^2 - (a^2 - 3ab)b^2 - 6b^4 \\
 &= a^4 - 6a^3b + 9a^2b^2 - a^2b^2 + 3ab^3 - 6b^4 \\
 &= a^4 - 6a^3b + 8a^2b^2 + 3ab^3 - 6b^4
 \end{aligned}$$

(5) $(x - 1)(x + 2)(x + 1)(x - 2) = (x^2 + x - 2)(x^2 - x - 2)$
 $x^2 - 2 = M$ とすると、

$$\begin{aligned}
 &= (M + x)(M - x) \\
 &= M^2 - x^2 \\
 &= (x^2 - 2)^2 - x^2 \\
 &= x^4 - 4x^2 + 4 - x^2 \\
 &= x^4 - 5x^2 + 4
 \end{aligned}$$

(6) $(x - 2)(x + 1)(x + 3)(x + 6) = (x^2 + 4x - 12)(x^2 + 4x + 3)$
 $x^2 + 4x = M$ とすると、

$$\begin{aligned}
 &= (M - 12)(M + 3) \\
 &= M^2 - 9M - 36 \\
 &= (x^2 + 4x)^2 - 9(x^2 + 4x) - 36 \\
 &= x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 9x^2 - 36x - 36 \\
 &= x^4 + 8x^3 + 7x^2 - 36x - 36
 \end{aligned}$$

13. (1) $(x - 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x - x^4 - x^3 - x^2 - x - 1$
 $= x^5 - 1$

(2) $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) =$
 $a^3 + ab^2 + ac^2 - a^2b - abc - ca^2$
 $+ a^2b + b^3 + bc^3 - ab^2 - b^2c - abc$
 $+ a^2c + b^2c + c^3 - abc - bc^2 - c^2a$
 $= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

(3) $(x + 2y)^2(x - 2y)^2 = (x^2 - 4y^2)^2$
 $= (x^4 - 8x^2y^2 + 16y^4)$

(4) $(2a - 3b)^2(2a + 3b)^2 = (4a^2 - 9b^2)^2$
 $= (16a^4 - 72a^2b^2 + 81b^4)$

14. (1) $(x+1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$
 (2) $(2a-1)^3 = 8a^3 - 12a^2 + 6a - 1$
 (3) $(x+2y)^3 = x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$
 (4) $(-x+3y)^3 = -x^3 + 9xy^2 - 27xy^2 + 27y^3$
15. (1) $(x-1)(x^2+x+1) = x^3 + x^2 + x - x^2 - x - 1$
 $= x^3 - 1$
 (2) $(x+2)(x^2-2x+4) = x^3 - 2x^2 + 4x + 2x^2 - 4x + 8$
 $= x^3 + 8$
 (3) $(2a-1)(4a^2+2a+1) = 8a^3 + 4a^2 + 2a - 4a^2 - 2a - 1$
 $= 8a^3 - 1$
 (4) $(a-2b)(a^2-2ab+4b^2) = a^3 - 2a^2b + 4ab^2 - 2a^2b + 4ab^2 - 8b^3$
 $= a^3 - 8b^3$