

Ejercicios Topología

Hugo Del Castillo Mola

5 de octubre de 2022

Índice general

0.1. Espacios Topológicos	1
-------------------------------------	---

0.1. Espacios Topológicos

Ejercicio (27). Sea $(X, \mathcal{T}), (X', \mathcal{T}')$ e.t., $f : (X, \mathcal{T}) \rightarrow (X', \mathcal{T}')$ aplicación. Entonces, $\mathcal{T} = \mathcal{T}_d \Leftrightarrow f$ es continua.

Solución.

(\Rightarrow) $\mathcal{T} = \mathcal{T}_d \Rightarrow \forall A \subset X, A \in \mathcal{T}_d \Rightarrow \forall A' \in \mathcal{T}', f^{-1}(A') \in \mathcal{T} = \mathcal{T}_d$.

(\Leftarrow) ejercicio 26

Ejercicio (28). Probar que existen aplicaciones abiertas y cerradas simultáneamente, pero que no son continuas.

Solución (28). Sea $(X, \mathcal{T}), (X, \mathcal{T}')$, e.t. tal que $\mathcal{T} = \{\emptyset, X\}$ topología trivial, $\mathcal{T}' = \mathcal{P}(X)$, $\mathbb{1} : (X, \mathcal{T}) \rightarrow (X, \mathcal{T}')$ aplicación identidad. Entonces, $\forall A \in \mathcal{T}, \mathbb{1}(A) \in \mathcal{T}'$ y $\forall C$ cerrado de $(X, \mathcal{T}), \mathbb{1}(C)$ cerrado de (X, \mathcal{T}') . Pero, $\forall A' \in \mathcal{T}' : A' \subset X, f^{-1}(A') \notin \mathcal{T}$.