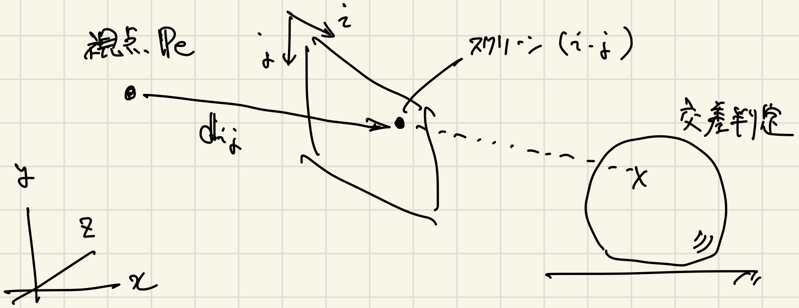
カメラ（スクリーン） （左手系）

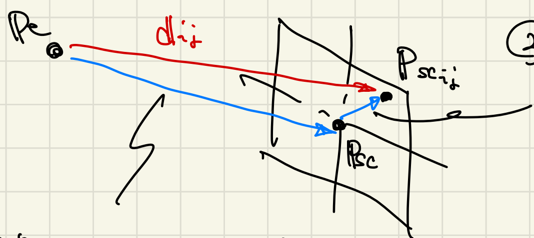
レイと物体の交差判定のため、スクリーン上の点 (i,j) に向かう視線ベクトル d_{ij} を求めたい。

given：視点 P_e，視線の方向 d_e，視野角 FOV，スクリーンの大きさ $(H \times W)$



---

d_{ij} を求めるには、以下2つのベクトルがわかればよい。



② スクリーン中心から
スクリーン上の点 (i,j) に向かうベクトル

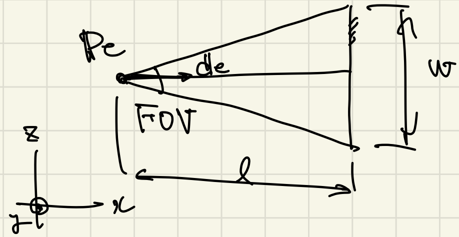
① 視点からスクリーン中心に向かうベクトル

① 視点からスクリーン中心に向かうベクトル

視野角FOV、視線の方向 d_e、スクリーンの幅 W より求めることができる.

P_e からスクリーン中心までの距離 l は、

$$l = \frac{\frac{W}{2}}{\tan\left(\frac{FOV}{2}\right)}$$



なので、求めるベクトルは、

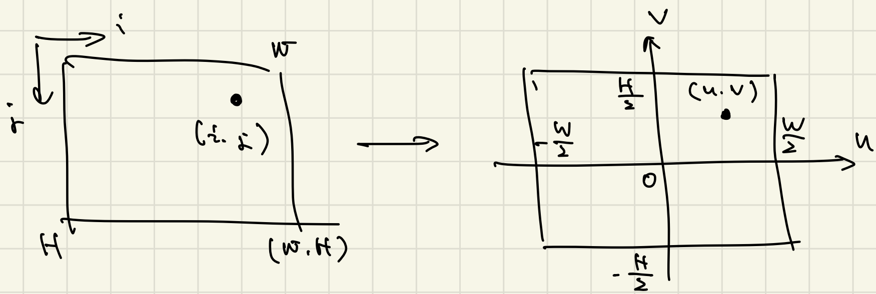
$l\,d_e$

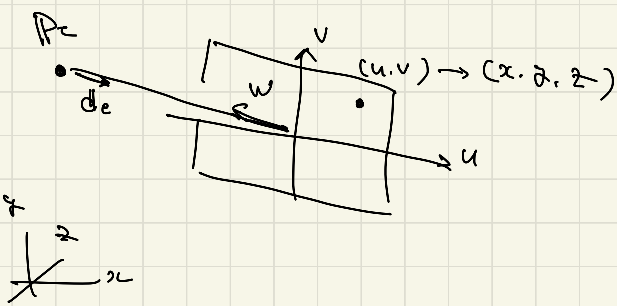
である //

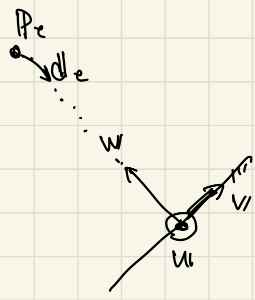
② スクリーン中心からスクリーン上の点 (i, j) に向かうベクトル

方向ベクトル d_e のスクリーン上の点 i, j $(0 \leq i < W,\ 0 \leq j < H)$ を

x, y, z 座標で表すため、スクリーン中心を原点とする (u, v, w) 座標系を考える.







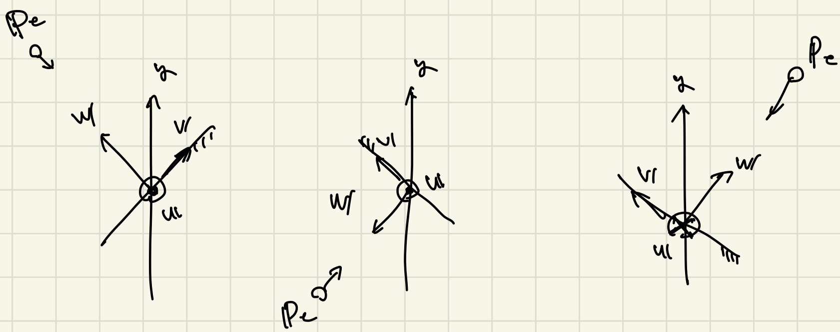
スクリーンの中心に (u, w, v) を考える。 u, v 空間の基底ベクトル $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ は、

$$
\begin{cases}
\mathbf{w} = -\bar{d}_e \\
\mathbf{u} = \mathbf{w} \times \mathbf{y} \\
\mathbf{v} = \mathbf{u} \times \mathbf{w}
\end{cases}
$$

ここで、 $\mathbf{w} = \pm \mathbf{y}$ のときには、 $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ になってしまうため、
以下のようにおきなおす必要がある。

$\mathbf{w} = \mathbf{y}$ のとき、 $\mathbf{u} = \mathbf{x}$, $\mathbf{v} = \mathbf{z}$.

$\mathbf{w} = -\mathbf{y}$ のとき、 $\mathbf{u} = \mathbf{x}$, $\mathbf{v} = -\mathbf{z}$



よって、ワールド (x, y, z) → スクリーン (u, w, v) への変換は、
$\mathbf{x}$ $\mathbf{x}'$

$$\mathbf{x}' = T_r \mathbf{x}$$

$$T_r = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{w} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix}$$

逆変換は、 $\mathbf{x} = T_r^{-1} \mathbf{x}'$

$= T_r^{T} \mathbf{x}'$ で求められる。 //

流れ

1) (i, j) を (u, v) に変換

i	$0 \rightarrow W$
u	$-\frac{W}{2} \rightarrow \frac{W}{2}$

j	$0 \rightarrow H$
v	$\frac{H}{2} \rightarrow -\frac{H}{2}$

2) $(u, v) \rightarrow (u, w, v)$ とおき、ベクトルに。($w = 0$)

$$x' = \begin{bmatrix} u \\ w \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ 0 \\ v \end{bmatrix}$$

3) Π_r を求めておき、x' をワールド座標 x に変換

$$x = \Pi_r x'$$

4) x' は uv 空間の原点基準なので、スクリーン中心からのベクトル。

すなわち求める d_{ij} は、

$$d_{ij} = l d_e + x' \quad \cdots (4-1)$$

である。//

* ベクトルを4次元に拡張すると、
(4-1)式は変換行列とベクトルの積のみで表現できる。

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} \Pi_r & l d_e \\ \hline 0 & 1 \end{array}\right] \begin{bmatrix} u \\ w \\ v \\ 1 \end{bmatrix}$$