

学习资料

因果推断相关：

<https://zhuanlan.zhihu.com/p/258562953>

<https://zhuanlan.zhihu.com/p/366702128>

<https://tech.meituan.com/2022/03/17/causal-inference.html>

美团智能配送系统的OR相关工作：

<https://tech.meituan.com/2020/02/20/meituan-delivery-operations-research.html>

Incentive allocation (激励分配):

<https://eng.lyft.com/how-to-solve-a-linear-optimization-problem-on-incentive-allocation-5a8fb5d04db1>



Adversarial Learning for Incentive Optimization in Mobile Payment Marketing.pdf

附件大小： 950.1KB



Analytics for an Online Retailer - Demand Price Optimization at Rue La La.pdf

附件大小： 2.0MB



Budget Allocation using Weakly Coupled, Constrained Markov Decision Processes*.pdf

附件大小： 847.6KB



Optimal use of incentive and price base...e to reduce costs and price volatility.pdf

附件大小： 1.5MB

2023年6月28日新增papers：



Price Optimization for a Multi-Stage Choice Model.pdf

附件大小： 1.8MB

max函数的平滑：LogSumExp(LSE)

LSE is a smooth approximation to the maximum function, mainly used by machine learning algorithms.

$$\text{LSE}(x_1, \dots, x_n) = \log(\exp(x_1) + \dots + \exp(x_n)).$$



Optimal Coordination and Scheduling of Demand Response via Monetary Incentives.pdf

附件大小：708.6KB



Designing Price Incentives in a Network with Social Interactions.pdf

附件大小：925.7KB



Dynamic Incentive-aware Learning- Robust Pricing in Contextual Auctions.pdf

附件大小：552.9KB



A hybrid demand response mechanism base...l-time incentive and real-time pricing.pdf

附件大小：1.7MB

2023年6月29日：

效用函数（utility function）和 随机决策（stochastic choice）相关：

<https://zhuanlan.zhihu.com/p/28740536>

离散选择模型（Discrete Choice Model）：

<https://zhuanlan.zhihu.com/p/112887273>

[https://mp.weixin.qq.com/s?](https://mp.weixin.qq.com/s?__biz=MzU5ODA0OTU1NQ==&mid=2247483965&idx=1&sn=07a2d7ef375559312a1c4054ef1098e4&chksm=fe4b5441c93cdd57e5df25a2e940ed2a1a5f4813fba3031c8f3f76f5c2edfd7dc2c12d9de699&token=1787544500&lang=zh_CN#rd)

[__biz=MzU5ODA0OTU1NQ==&mid=2247483965&idx=1&sn=07a2d7ef375559312a1c4054ef1098e4&chksm=fe4b5441c93cdd57e5df25a2e940ed2a1a5f4813fba3031c8f3f76f5c2edfd7dc2c12d9de699&token=1787544500&lang=zh_CN#rd](https://mp.weixin.qq.com/s?__biz=MzU5ODA0OTU1NQ==&mid=2247483965&idx=1&sn=07a2d7ef375559312a1c4054ef1098e4&chksm=fe4b5441c93cdd57e5df25a2e940ed2a1a5f4813fba3031c8f3f76f5c2edfd7dc2c12d9de699&token=1787544500&lang=zh_CN#rd)

巢式Logit模型（Nested Logit Model）：

<https://zhuanlan.zhihu.com/p/137665441>

2023年6月30日：



Markdowns in E-Commerce Fresh Retail_ A...and Multi-Period Optimization Approach....

附件大小: 2.3MB

descriptive model & prescriptive model:

Prescriptive models aim to find **the best outcome or course of action for any given situation**; in contrast to **descriptive analytics** that provides insight into **what has happened in the past** and **predictive analytics** that **forecasts what might happen in the future**

<https://zhuanlan.zhihu.com/p/88537285>

2023年7月4日 星期二

- Stackelberg Game (斯塔克尔伯格博弈) :

<https://zhuanlan.zhihu.com/p/380135679>

- Price Discrimination (价格歧视):

<https://zhuanlan.zhihu.com/p/560672171>

- Uplift Models:

用于预测一个treatment的增量反馈价值 (知乎介绍) <https://zhuanlan.zhihu.com/p/100821498>

阿里文娱智能营销增益模型 (Uplift Model) 技术实践 <https://www.6aiq.com/article/1585121131929>

- Tweedie Loss Function:

Tweedie损失函数介绍 <https://zhuanlan.zhihu.com/p/438439576>

2023年7月5日 星期三

- Nested Model (巢式模型/嵌套模型) https://en.wikipedia.org/wiki/Nested_set_model

- 拟凸性/凹性: <https://zhuanlan.zhihu.com/p/213911258>

Quasi-Convexity:

$$\forall x, y \in \Omega, \forall \lambda \in [0, 1], f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \leq \max\{f(x), f(y)\}$$

Quasi-Concavity:

$$\forall x, y \in \Omega, \forall \lambda \in [0, 1], f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \geq \min\{f(x), f(y)\}$$

Remark: 严格情况即是对 $\lambda \in (0, 1)$ 且将弱不等号换成严格不等号.

- constraint generation: 似乎没有专门的词条介绍这种方法, 有些papers提及用到它
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2211692314200488>
- Ordered Logit Model (适用于分级场景, like: 中杯, 大杯, 超大杯):
<https://www.jianshu.com/p/9f38586290de>; <https://zhuanlan.zhihu.com/p/149677082>;
<https://pages.stern.nyu.edu/~wgreene/DiscreteChoice/Readings/OrderedChoiceSurvey.pdf>

2023年7月6日 星期四

- 介绍前沿因果推断相关的github项目 (awesome causality algorithms) :
<https://github.com/rguo12/awesome-causality-algorithms>
- 通俗解释因果推断 (causal inference) : <https://zhuanlan.zhihu.com/p/109996301>
- Hazard regression (文章: <https://ojs.aaai.org/index.php/AAAI/article/view/17760>)中用到的一种回归方法 (解决无法观测顾客对任意数额的激励金反应的问题) :
<https://zhuanlan.zhihu.com/p/97776806>;
<https://blog.csdn.net/hanwanbing/article/details/124656609>
- 逆向倾向评分 (Inverse Propensity Scoring, IPS) : <https://developer.aliyun.com/article/1220535>;
<https://bigdataarepublic.nl/articles/understanding-inverse-propensity-weighting/>

2023年7月7日 星期五

- 保序回归 (isotonic regression) : https://en.wikipedia.org/wiki/Isotonic_regression ;
https://blog.csdn.net/weixin_42468475/article/details/115319437
- 对偶上升 (Dual Ascent) : <https://zhuanlan.zhihu.com/p/616414313>;
<https://cloud.tencent.com/developer/article/1858535>

2023年7月10日 星期一

- Conditional Average Treatment Effect (CATE): 因果推断中的一个指标, 可参考
<https://blog.csdn.net/xwd18280820053/article/details/127260828>
- Unimodular matrix (幺模矩阵): https://en.wikipedia.org/wiki/Unimodular_matrix

- Minimum cost flow problem:

在由 m 个节点的点集合 V 和 n 个边的边集合 A 组成的图 $G = (V, A)$ 中, 当边 (i, j) 上的最大容量 u_{ij} 和费用 c_{ij} 给定时, 最小费用流问题的数学模型可以描述为:

$$\begin{aligned} \min z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij} \\ \text{s. t. } \sum_{j \in \text{Suc}(i)} x_{ij} - \sum_{k \in \text{Pre}(i)} x_{ki} &= \begin{cases} q, & i = 1 \\ 0, & i = 2, 3, \dots, m-1 \\ -q, & i = m \end{cases} \\ 0 \leq x_{ij} &\leq u_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, m \end{aligned}$$

其中 x_{ij} 代表从节点 i 到节点 j 的流量, $\text{Suc}(i)$ 和 $\text{Pre}(i)$ 分别为节点 i 的后续节点集和前续节点集, $\sum_{k \in \text{Pre}(i)} x_{ki}$ 表示从其他节点进入到节点 i 的总流量, 而 $\sum_{k \in \text{Suc}(i)} x_{ik}$ 表示从节点 i 流出的流量。

2023年7月17日 星期一

- channel coordination:

Channel coordination refers to the process by which different entities involved in the production and distribution of goods and services work together to achieve mutual goals and optimize the performance of the entire supply chain. In economic models, channel coordination is often studied in the context of game theory, where firms must make strategic decisions about pricing, production, and distribution, taking into account the actions of other firms in the supply chain. Effective channel coordination can increase efficiency, reduce costs, and improve customer satisfaction, while poor coordination can lead to inefficiencies, waste, and lost opportunities.

- channel profit:

Channel profit refers to the total profits earned by all the entities involved in the supply chain, such as suppliers, manufacturers, distributors, and retailers. channel coordination is a process that helps to maximize channel profit by aligning the activities and decisions of the players in the supply chain. Channel profit is the total profit earned by all the players in the supply chain.

2023年7月18日 星期二

- 关于multi choice/multidimensional knapsack problem的一篇介绍文章,
<https://www.scirp.org/journal/paperinformation.aspx?paperid=87646>

2023年7月19日 星期三

- second order cone program 二阶锥规划 <https://zhuanlan.zhihu.com/p/110250728>

- Matheuristic:

Matheuristic 算法是一类结合了数学优化和启发式算法的求解方法。它将数学优化和启发式算法相结合，利用数学优化方法的可靠性和精度，同时通过启发式算法的随机化搜索策略来提高求解效率和求解质量。

具体来说，Matheuristic 算法通常是通过以下步骤实现的：

1. 建立数学模型：首先，需要将待解决的问题建立数学模型，通常为优化问题。
2. 选择优化算法：选择一种适合该模型的优化算法，例如整数规划、线性规划、非线性规划等。
3. 引入启发式算法：在优化算法中引入启发式算法的随机化搜索策略，例如模拟退火、遗传算法等。这些启发式算法在搜索空间中进行随机化搜索，从而增加了求解的多样性和搜索能力。
4. 求解并优化：将优化算法和启发式算法结合起来，对模型进行求解，并对求解结果进行优化。
5. 改进并迭代：根据求解结果，不断改进算法，通过迭代来提高求解质量和效率。

总之，Matheuristic 算法是一种结合了数学优化和启发式算法的求解方法，可以通过随机化搜索策略来提高求解效率和求解质量。它通常适用于求解具有复杂约束条件和大规模规划问题的应用。

- Reliability redundancy allocation problem (RRAP, 可靠性冗余分配问题)：是一种优化问题，通常用于在系统设计和运行中选择最优的可靠性冗余策略。其目标是在给定的可靠性水平要求下，最小化系统的总成本或最大化系统的总可用性，在RRAP中，通常考虑：

1、系统的可靠性水平要求：这是系统设计和运行中的关键参数，通常需要在安全性、可靠性和可用性之间进行权衡和取舍；

2、可靠性冗余策略：可靠性冗余策略是指在系统设计和运行中采用的冗余技术和方案，如备用设备、备份系统等；

3、系统的成本和效益：系统的成本和效益是优化可靠性冗余分配问题的主要目标。通常需要在成本和效益之间进行权衡和取舍，选择最符合实际应用需求的方案。

在优化可靠性冗余分配问题时，通常会考虑类似于整数规划、约束优化等数学优化模型和算法，以求解最优的可靠性冗余分配方案。相关领域论文，

<https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/00949655.2021.1879080>

2023年7月20日 星期四

- 拉格朗日对偶

Primal Problem

$$\begin{aligned} \min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x) \\ \text{s.t. } c_i(x) \leq 0, i \in [1, k] \\ h_j(x) = 0, j \in [1, l] \end{aligned} \quad (1)$$

然后隆重介绍对偶问题的形式。

Lagrange Dual Problem

$$\begin{aligned} \max_{\lambda, \mu} g(\lambda, \mu) = \max_{\lambda, \mu} \inf_{x \in D} \mathcal{L}(x, \lambda, \mu) \\ \text{s.t. } \lambda_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, k \end{aligned} \quad (5)$$

<http://t.csdn.cn/sLaJL> 讲的很清楚

- 次梯度方法（subgradient method）：是传统的梯度下降方法的拓展，用来处理不可导的凸函数。它的优势是比传统方法处理问题范围大，劣势是算法收敛速度慢，但它是对不可导函数有很好的处理方法。https://blog.csdn.net/qg_32742009/article/details/81704139

2023年7月24日 星期一

- 鲁棒优化问题，当目标函数中的参数存在uncertainty set时如何处理：
 - Notice that with no loss of generality we are assuming that there is no uncertainty in the objective function. This is because of the following equations

$$\begin{aligned} \min_x \max_{c \in U_c} c^T x \\ \text{s.t. } a_i^T x \leq b_i, \forall a_i \in U_{a_i}, \forall b_i \in U_{b_i}, i = 1, \dots, m. \\ \Downarrow \\ \min_{x, \alpha} \alpha \\ c^T x \leq \alpha, \forall c \in U_c \\ a_i^T x \leq b_i, \forall a_i \in U_{a_i}, \forall b_i \in U_{b_i}, i = 1, \dots, m. \end{aligned}$$

- 为什么ellipsoidal uncertainty set下的鲁棒优化问题可以转化为SOCP:

Once again, we can formulate our problem as

$$\begin{aligned} \min_x \quad & c^T x \\ \text{s.t.} \quad & \begin{bmatrix} \max_{a_i} a_i^T x \\ a_i \in U_{a_i} \end{bmatrix} \leq b_i, i = 1, \dots, m. \end{aligned} \quad (6)$$

This time, the interior maximization problem has an explicit solution, which makes the problem easier. Indeed,

$$\begin{aligned} \max\{a_i^T x \mid a_i \in U_{a_i}\} &= \bar{a}_i^T x + \max\{u^T P_i^T x \mid \|u\|_2 \leq 1\} \\ &= \bar{a}_i^T x + \|P_i^T x\|_2, \end{aligned}$$

where the last equality is due to Cauchy-Schwarz applied to u and $P_i^T x$. Then, problem (6) can be rewritten as

$$\begin{aligned} \min_x \quad & c^T x \\ \text{s.t.} \quad & \bar{a}_i^T x + \|P_i^T x\|_2 \leq b_i \end{aligned}$$

which is an SOCP! Hence, a robust LP with ellipsoidal uncertainty can be solved efficiently by solving a single SOCP.

2023年7月25日 星期二

- 鲁棒优化模型求解的两大类方法：
 - 将鲁棒优化模型重构（reformulate）为一阶段线性规划/二阶锥规划等简化形式，然后直接调用求解器求解；
 - 直接使用鲁棒优化求解器（ROME, RSOME等）建模求解
 - 细节可参考：<https://zhuanlan.zhihu.com/p/490443699> ；
https://mp.weixin.qq.com/s/CUdjoh3vEn_-lAzdYvXN6g

2023年7月26日 星期三

- 对偶理论介绍 <https://mp.weixin.qq.com/s/282i73U5sQeA0RWCftyxSQ>

2023年7月31日 星期一

- Benders分解 <https://zhuanlan.zhihu.com/p/324556293>

关于极射线的定义不太准确（据评论区）：

线性规划的可行域为凸集 (convex set)，即可行域内任意两点的连线都在可行域内，有限个线性约束所构成的可行域可以定义为一个多面体 (polyhedron)，这个多面体是由有限个封闭半空间的交集所形成的。如果这个多面体是非空且有界的则可被称为一个多胞形 (polytope)。

一个线性规划模型可能是不可行的（没有可行解）、无界的（有可行解却没有有限最优解），或是有有限最优解，对应的多面体分别为空、非空且无界和非空且有界。

我们可以用**极点 (extreme point) 和极方向 (extreme direction or extreme ray, 也叫极射线)**来描述多面体的特征，下面简单介绍一下极点和极方向。

- 极点对于求解优化问题是非常重要的，本科学习运筹学的时候，我们了解到如果线性规划问题是有最优解的，那么最优解肯定是在至少一个几何顶点（也是极点）中产生，而常用的单纯形法就是在极点上搜索最优解，极点对应基本可行解 (basic feasible solution)，其实基本可行解就是极点的代数表达形式。
- 极方向的定义是如果一个向量 $\mathbf{d} (\neq \mathbf{0}) \in \mathbf{R}^n$ ，满足

$$\{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n \mid \mathbf{x} = \mathbf{x}^0 + \theta \mathbf{d}, \theta \geq 0\} \subset P, \text{ 对于所有 } \mathbf{x}^0 \in P$$

那么向量 \mathbf{d} 是多面体 P 的一个极方向，这里的 θ 为步长。代入标准型的约束条件，若 $\mathbf{d} (\neq \mathbf{0})$ 是多面体的一个极方向，则有 $A\mathbf{d} = \mathbf{0}$ 且 $\mathbf{d} \geq \mathbf{0}$ 。对于一个无界的线性规划问题，可行域中的点沿着极方向移动，不管移动的步长有多大，仍在可行域内。若多面体是有界的，那么该多面体肯定不存在极方向，向量 \mathbf{d} 为 $\mathbf{0}$ ；若多面体是无界的，那么该多面体存在极方向，向量 \mathbf{d} 不为 $\mathbf{0}$ 。

如果我们可以找到线性规划所有的极点，那么加上极方向便可表示可行域中的所有点。可行域中的每个点都可以用其极点和极方向的线性组合表示出来 (Resolution theorem)，其中所有系数均为非负，且极点的系数之和为1，即

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^k \lambda_i \mathbf{x}^i + \theta \mathbf{d} \text{ 其中 } \lambda_i \geq 0, \theta \geq 0, \sum_{i=1}^k \lambda_i = 1$$

对于一个有可行解的最小化线性规划问题，其可行域为一个非空的多面体，它要么是有界的要么是无界的，不管是否有界，该问题的最优目标函数值要么至少在一个极点处取得，要么为负无穷，也就是该线性规划求解结果只有两种情况：一是多面体的极点，二是多面体的极方向。

Benders feasibility cuts 为什么长那个样子（理论依据）：

根据Resolution theorem，将 \mathbf{x} 代入目标函数中，得到

$$\mathbf{c}^T \mathbf{x} = \sum_{i=1}^k \lambda_i \mathbf{c}^T \mathbf{x}^i + \theta \mathbf{c}^T \mathbf{d}$$

若多面体 P 存在极方向 \mathbf{d} ，且满足 $\mathbf{c}^T \mathbf{d} < 0$ （说明向量 $-\mathbf{c}$ 和向量 \mathbf{d} 之间的夹角小于 90° ），则 P 是无界的，且沿着 \mathbf{d} 有 $z \rightarrow -\infty$ ；反之也是正确的，若最小化线性规划问题的目标函数 $z \rightarrow -\infty$ ，那么多面体 P 一定存在满足 $\mathbf{c}^T \mathbf{d} < 0$ 的极方向 \mathbf{d} 。

总结：

多面体 P 是否为空	多面体 P 是否有界	Dual Subproblem (M3)	Subproblem (M1)	Master Problem (M2)
非空	有界	有可行解	有可行解	添加optimality cut
	无界	有可行解	无解	添加feasibility cut
空	—	无解	无界	无界
			无解	无解

2023年8月2日 星期三

● 谈一谈拉格朗日对偶和对偶定理的关系：

- 拉格朗日对偶是一种寻找LP（min）最优解下界的方法，它通过引入额外的拉格朗日乘子（或对偶变量）来构建一个被称为拉格朗日对偶的新问题；而对偶定理则是基于原问题建立了一个相应的对偶问题，并建立起两者之间的强联系；
- 拉格朗日对偶问题是通过引入对偶变量构建的，而对偶问题是通过把原始问题的约束分配对偶变量来定义的；
- 拉格朗日对偶问题的解可以提供原始问题（min）最优解的下界，而对偶问题则表明原始问题的最优解与对偶问题的最优解相等(意味着如果已知原始问题的最优解，可以使用它来确定对偶问题的最优解，反之亦然)；
- 个人理解，所谓对偶定理，对偶问题，都可以通过拉格朗日对偶的方法去推导出来的，所以拉格朗日对偶可能是一个层级更高的idea/technique。

- 对于任意问题，如果它是convex且满足slater条件，那么它一定是强对偶的；
- 对于任意问题，如果它是强对偶的，那么它就有最优解，也就一定满足KKT条件；
- 对于convex+可微的问题，如果满足KKT条件，那么它一定是强对偶，也就有最优解（convex问题，kkt条件和强对偶是充要条件）；

2023年8月3日 星期四

● 美团即时配送的订单分配策略：从建模到优化（2017）

<https://tech.meituan.com/2017/10/11/o2o-intelligent-distribution.html>

2023年8月28日 星期一

- multi- arm bandit algorithm (多臂老虎机算法) : 是一种用于解决探索与利用之间的权衡问题的算法。在很多场景下, 我们需要在一组待选择的选项中进行决策, 但是我们对这些选项的效果了解有限, 需要通过实际尝试来获取更多的信息。多臂老虎机算法的用处包括:
 1. 广告投放优化: 在广告投放中, 我们需要在多个广告选项中选择最佳的广告, 并持续优化投放策略。多臂老虎机算法可以帮助我们在探索新广告效果和利用已知广告效果之间取得平衡, 从而最大化广告的点击率或转化率。
 2. 推荐系统优化: 在推荐系统中, 我们需要根据用户的兴趣和行为进行个性化推荐。多臂老虎机算法可以帮助我们在不同的推荐策略之间做出选择, 并根据用户的反馈不断调整推荐策略, 提高用户满意度和点击率。
 3. 临床试验设计: 在医学领域, 我们需要设计临床试验来评估不同的治疗方案或药物的效果。多臂老虎机算法可以帮助我们在不同的治疗方案之间进行平衡, 快速找到最佳的治疗方案。
 4. 网络资源分配: 在网络中, 我们需要根据用户的需求和网络条件来分配资源, 例如带宽、服务器等。多臂老虎机算法可以帮助我们在不同的资源分配方案之间找到平衡, 提高网络的性能和用户体验。

.....

<https://zhuanlan.zhihu.com/p/125658638> (Re: 从零开始的Multi-armed Bandit)

2023年8月29日 星期二

- 鞍函数 (saddle function)

定义 7.1: 鞍函数 (Saddle function)

当一个函数 $f: \bar{X} \times \mathcal{W} \rightarrow \mathbb{R}$ 满足以下性质时:

- 给定 $x \in \bar{X}$, $f(x, w)$ 是关于 w 的凹函数,
- 给定 $w \in \mathcal{W}$, $f(x, w)$ 是关于 x 的凸函数,

称之为定义在 $\bar{X} \times \mathcal{W}$ 上的鞍函数。



2023年8月30日 星期三

- Sub-Gaussian Distribution (亚高斯分布)

<https://www.stat.cmu.edu/~arinaldo/36788/subgaussians.pdf>; https://en.wikipedia.org/wiki/Sub-Gaussian_distribution