

# Universidad Autónoma de Madrid

## Escuela Politécnica Superior



### Grado en Ingeniería Informática

## TRABAJO FIN DE GRADO

### DESARROLLO DE UN SISTEMA DE CUESTIONARIOS ADAPTATIVOS PARA EL APOYO AL APRENDIZAJE

Pablo Molins Ruano  
Tutor: Pilar Rodríguez Marín

JUNIO 2015



# Abstract

**Abstract** — TODO: Resumen en inglés, 250-500 palabras.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Aliquam malesuada libero auctor sapien volutpat, sed fringilla enim tristique. Aliquam varius lorem in risus tempus egestas. Aenean accumsan elementum diam vel commodo. Nulla lectus sapien, finibus ac mauris non, efficitur venenatis felis. Donec at rutrum dolor, a lobortis arcu. In fermentum hendrerit bibendum. Phasellus eget arcu quam. Maecenas vulputate sapien eu dictum pulvinar. Suspendisse sit amet neque a turpis efficitur dapibus ut et turpis.

Vestibulum commodo faucibus tellus vitae consequat. Donec purus enim, hendrerit vitae feugiat sed, sagittis in tortor. Duis sed ex non ligula cursus dapibus. Etiam pellentesque suscipit dolor, vel facilisis est ornare sed. Nullam eleifend tellus non elementum efficitur. Donec semper felis ac porttitor ultricies. Vestibulum sodales justo nisl, in egestas lacus egestas nec. Fusce faucibus felis lacus, sit amet placerat justo porta vitae. Nullam volutpat viverra lorem quis euismod. Duis felis erat, dictum et sem vitae, fringilla ultrices dui. Morbi mattis arcu at orci accumsan facilisis. Aenean tortor velit, hendrerit id vulputate ac, sagittis nec libero. Donec elementum dolor orci, a mattis augue lobortis nec. Suspendisse vulputate, diam vel accumsan pellentesque, ex purus volutpat ipsum, vel luctus urna sem non turpis. Donec vitae molestie odio.

Donec lobortis, eros non sodales dapibus, ex eros sollicitudin tortor, ut vulputate massa nibh sit amet ipsum. Sed a lectus eu diam pretium vestibulum. Pellentesque finibus, felis ac finibus vulputate, libero mauris placerat nulla, ut vestibulum ante metus ut neque. Aliquam tempus tortor ac mauris pulvinar iaculis. Vivamus pretium id libero sed tempus. Donec tincidunt turpis tempor vehicula egestas. Vestibulum elementum, urna non tincidunt tempus, risus ipsum posuere felis, ac suscipit diam nunc et neque. Vestibulum faucibus leo vel nibh tempor tincidunt. Nullam nunc augue, aliquet in congue nec, gravida at risus. Proin semper iaculis nisi vitae imperdiet. Suspendisse sed risus feugiat, dapibus sapien quis, pulvinar turpis.

Maecenas convallis aliquet euismod. Donec sollicitudin ligula nec lorem dignissim, sit amet finibus felis mollis. Fusce eget sapien eu sapien blandit congue quis a odio. Fusce accumsan condimentum dapibus. Aliquam eu ante porttitor nulla pellentesque feugiat pharetra nec mauris. Ut tincidunt urna vitae ligula mattis malesuada. Interdum et malesuada fames ac ante ipsum primis in faucibus. Integer pretium tincidunt nisi, in pulvinar velit dapibus et.

**Key words** — TODO: Palabras clave en inglés, separadas por coma.



# Resumen

**Resumen** — TODO: Resumen en español, 250-500 palabras.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Aliquam malesuada libero auctor sapien volutpat, sed fringilla enim tristique. Aliquam varius lorem in risus tempus egestas. Aenean accumsan elementum diam vel commodo. Nulla lectus sapien, finibus ac mauris non, efficitur venenatis felis. Donec at rutrum dolor, a lobortis arcu. In fermentum hendrerit bibendum. Phasellus eget arcu quam. Maecenas vulputate sapien eu dictum pulvinar. Suspendisse sit amet neque a turpis efficitur dapibus ut et turpis.

Vestibulum commodo faucibus tellus vitae consequat. Donec purus enim, hendrerit vitae feugiat sed, sagittis in tortor. Duis sed ex non ligula cursus dapibus. Etiam pellentesque suscipit dolor, vel facilisis est ornare sed. Nullam eleifend tellus non elementum efficitur. Donec semper felis ac porttitor ultricies. Vestibulum sodales justo nisl, in egestas lacus egestas nec. Fusce faucibus felis lacus, sit amet placerat justo porta vitae. Nullam volutpat viverra lorem quis euismod. Duis felis erat, dictum et sem vitae, fringilla ultrices dui. Morbi mattis arcu at orci accumsan facilisis. Aenean tortor velit, hendrerit id vulputate ac, sagittis nec libero. Donec elementum dolor orci, a mattis augue lobortis nec. Suspendisse vulputate, diam vel accumsan pellentesque, ex purus volutpat ipsum, vel luctus urna sem non turpis. Donec vitae molestie odio.

Donec lobortis, eros non sodales dapibus, ex eros sollicitudin tortor, ut vulputate massa nibh sit amet ipsum. Sed a lectus eu diam pretium vestibulum. Pellentesque finibus, felis ac finibus vulputate, libero mauris placerat nulla, ut vestibulum ante metus ut neque. Aliquam tempus tortor ac mauris pulvinar iaculis. Vivamus pretium id libero sed tempus. Donec tincidunt turpis tempor vehicula egestas. Vestibulum elementum, urna non tincidunt tempus, risus ipsum posuere felis, ac suscipit diam nunc et neque. Vestibulum faucibus leo vel nibh tempor tincidunt. Nullam nunc augue, aliquet in congue nec, gravida at risus. Proin semper iaculis nisi vitae imperdiet. Suspendisse sed risus feugiat, dapibus sapien quis, pulvinar turpis.

Maecenas convallis aliquet euismod. Donec sollicitudin ligula nec lorem dignissim, sit amet finibus felis mollis. Fusce eget sapien eu sapien blandit congue quis a odio. Fusce accumsan condimentum dapibus. Aliquam eu ante porttitor nulla pellentesque feugiat pharetra nec mauris. Ut tincidunt urna vitae ligula mattis malesuada. Interdum et malesuada fames ac ante ipsum primis in faucibus. Integer pretium tincidunt nisi, in pulvinar velit dapibus et.

**Palabras clave** — TODO: Palabras clave en español, separadas por coma.



# Agradecimientos

TODO: Agradecimientos.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Phasellus laoreet dolor at sodales porta. Morbi facilisis hendrerit lacus vel sollicitudin. Aenean eleifend urna metus, eget vestibulum libero dictum tincidunt. Curabitur quis ultrices lorem. Duis ultricies, eros eget condimentum pharetra, tellus eros lobortis nulla, vel mattis nibh dui et felis. Interdum et malesuada fames ac ante ipsum primis in faucibus. Nam non lorem et ligula condimentum molestie. Fusce quis dolor non metus suscipit commodo. Praesent vel pulvinar lectus. Nullam ac dui eget magna accumsan volutpat. Aliquam sed purus quis lorem dictum rutrum auctor eu enim. Pellentesque a urna ac ligula cursus lacinia. Aenean sodales justo massa, vel imperdiet justo imperdiet ut. Nulla euismod pulvinar arcu eu convallis. Vivamus a tempus nunc, et vulputate nulla.

Sed dapibus aliquam imperdiet. Vivamus est quam, fermentum vitae augue id, ultricies tincidunt massa. Praesent tincidunt ex sem, ut aliquet nulla imperdiet eu. Duis ac ultricies lorem. Aenean consequat ipsum nec arcu aliquam, sit amet interdum quam tempus. In justo odio, bibendum vel nulla nec, aliquet tristique justo. In vel metus ut libero suscipit ultricies.

Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos himenaeos. Proin urna elit, iaculis id quam at, pretium laoreet ipsum. Phasellus ultricies faucibus ex et eleifend. Quisque facilisis erat dolor, ac rhoncus erat convallis et. Aliquam semper eleifend imperdiet. Sed eros ipsum, sagittis in pellentesque vel, vestibulum a augue. Duis sapien mauris, fringilla a tortor ut, sollicitudin volutpat nunc. Pellentesque vestibulum vel arcu in molestie. Nullam fermentum dolor luctus metus efficitur pulvinar. Pellentesque risus enim, tempus id ullamcorper in, maximus id nisl. Cras rhoncus consequat augue eu gravida. Ut efficitur mauris vitae orci dignissim sagittis. Suspendisse vitae massa eget nunc bibendum interdum.

Vestibulum quis turpis sed diam facilisis convallis. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos himenaeos. Vivamus congue tellus nec lobortis feugiat. Nam hendrerit ullamcorper tempus. Proin maximus, lacus at tempor pellentesque, sem nisi facilisis lorem, sagittis tristique mauris dui at est. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos himenaeos. Mauris pellentesque lobortis leo, ac dictum urna tempus id. Curabitur sed ante leo. Proin laoreet nisi nec dictum auctor. Mauris lacinia erat ut massa viverra, nec tempus metus elementum. Cras ut blandit justo, in pretium massa. In hac habitasse platea dictumst. Donec malesuada viverra quam, in ultricies libero. Phasellus finibus velit in sem tempus mattis at tristique ligula.

*“TODO: Cita relevante”* TODO: Autor de la cita





# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	1
1.2. Marco . . . . .	2
1.3. Alcance y objetivos . . . . .	2
1.4. Estructura del documento . . . . .	2
<b>2. Estado del Arte</b>	<b>3</b>
<b>3. Diseño y desarrollo</b>	<b>5</b>
3.1. Análisis de requisitos . . . . .	5
3.1.1. Análisis funcional . . . . .	5
3.1.2. Análisis no funcional . . . . .	5
3.2. Diseño . . . . .	5
3.2.1. Interfaz de navegación . . . . .	6
3.2.2. Modelo de los usuarios . . . . .	6
3.2.3. Modelo del dominio . . . . .	7
3.2.4. Modelo de adaptación . . . . .	8
3.2.5. Motor de adaptación . . . . .	8
3.3. Desarrollo: e-valUAM . . . . .	8
<b>4. Pruebas y resultados</b>	<b>11</b>
4.1. Comparativa con otras soluciones . . . . .	11
4.2. Covadonga ¿Trabajo preliminar? . . . . .	11
4.3. Test sobre conocimientos informáticos . . . . .	11
4.4. Caso real. Asignatura en el Grado en Educación Infantil . . . . .	11
4.4.1. Aprendizaje . . . . .	11
4.4.2. Examen final . . . . .	11
4.4.3. Trabajo final . . . . .	11
<b>5. Conclusiones</b>	<b>13</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>15</b>
<b>Apéndices</b>	<b>17</b>
<b>A. Clasificación de las preguntas en niveles. Motivación y metodología</b>	<b>19</b>
<b>B. Ejemplos de bloques y comandos útiles en LaTeX</b>	<b>21</b>
B.1. Ejemplo de sección . . . . .	21



# Índice de tablas



# Índice de figuras

3.1. División en módulos de un sistema adaptativo . . . . .	5
3.2. Modelo del dominio . . . . .	8
3.3. Modelo de adaptación. . . . .	9
B.1. Logo de la Universidad Autónoma de madrid. . . . .	21



---

```

ifpackagewithbabeldebugtempa
@ifshorthand'activeacutebabel @ifshorthand'activegravebabel @addto@macroresetactivechars@ty
@language@x@opt@headfoot ifundefinedbbl@opt@safe ifpackagewithbabelshowlangua-
gesanguages languages afterlangloadedempty errorLocal config file
'pt@config.cfg' not foundPerhaps you misspelled it.orempanguage@optsifundefinedds@empaempty
orempaclassoptionslistifundefinedds@empaemptyempty loadmain@@opt@mainopt@main*

```





# 1 Introducción

En esta sección se detallará qué ha motivado la realización de este Trabajo Fin de Grado. A continuación, se explicará en qué marco se ha llevado a cabo, así como el alcance del proyecto, especificando sus objetivos y sus límites. Por último, se expondrá la estructura que sigue el resto del presente documento.

DEJAR PARA EL FINAL

## 1.1 Motivación

**¿Por qué son necesarios los test adaptativos? ¿Qué puede aportar un sistema informático a los test adaptativos? ¿Dónde se pueden utilizar? Listar ejemplos: MOOCs, AEH, educación clásica, contextos donde el usuario no dispone de conocimiento informático.**

Desde su creación, los ordenadores han sido introducidos de forma progresiva en cada vez más sectores, con grandes beneficios. La educación es un ejemplo de ello, aunque aún todavía es un ejemplo incompleto. El aprendizaje asistido por tecnologías, TEL, y en concreto, el aprendizaje asistido por ordenador, CAL, es cada vez más habitual y ha sido aplicada con éxito a la educación presencial, semipresencial o a distancia, aportando grandes ventajas en cada modalidad. La reciente aparición y popularización de los MOOC ha vuelto a demostrar la necesidad de seguir ampliando estas áreas CITA.

Dentro de las CAL una de las ramas de interés es la conocida como tests adaptativos por ordenador, o CAT. Los CAT se han utilizado para múltiples propósitos, como puntuación instantánea [1], la mejora de competencias lingüísticas [2], identificación de estilos de aprendizaje [3], la habilidad matemática [4], o la evaluación del estado de salud [5].

**¿Cuál ha sido exactamente el trabajo? ¿Motivación? Creo que no ¿evalUAM? Sí ¿Modelo de estudiantes? Sí ¿Protocolo para crear las preguntas? También ¿Exámenes con duda? Sí.**

sirve para múltiples objetivos, como aumentar la motivación de los alumnos CITA, sus resultados académicos CITA o su

---

## **1.2 Marco**

En qué investigación se engloba el proyecto. ¿Citar financiación?

## **1.3 Alcance y objetivos**

¿Qué pretende lograr el sistema? ¿Qué NO pretende lograr el sistema?

## **1.4 Estructura del documento**

TODO: Descripción de la estructura del documento

## 2 Estado del Arte

TODO: Estado del arte

DEJAR PARA EL FINAL

AEH MOOC



## 3 Diseño y desarrollo

### 3.1 Análisis de requisitos

#### 3.1.1 Análisis funcional

#### 3.1.2 Análisis no funcional

### 3.2 Diseño

Los sistemas adaptativos pueden abstraerse como una serie de módulos como los cinco descritos en la figura 3.1.

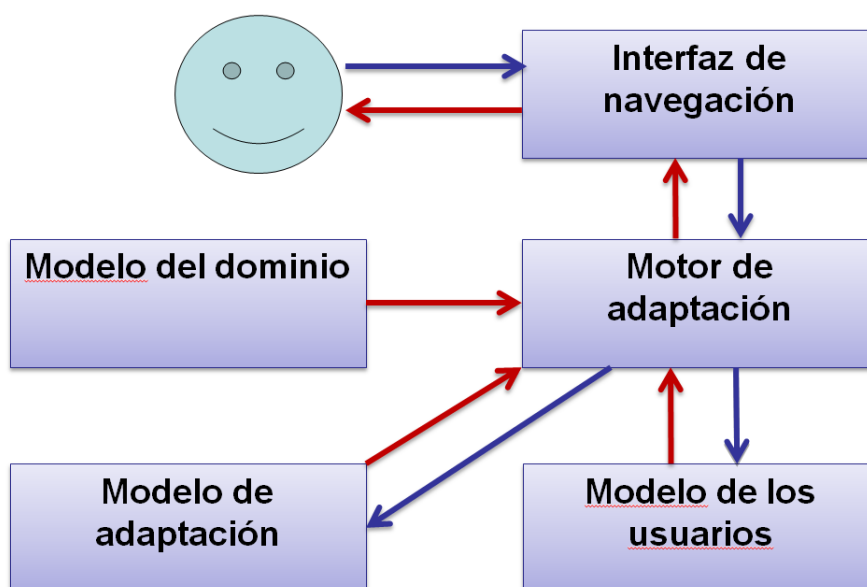


Figura 3.1: División en módulos de un sistema adaptativo

El usuario (representado arriba a la izquierda en la imagen) interactúa con el sistema a través de una interfaz de navegación que representa el estado del motor de adaptación, componente que articula a todos los módulos. El modelo del dominio, de adaptación y el modelo de los usuarios son las herramientas de las que el motor de adaptación obtiene la información que le permite dar una respuesta adecuada a cada situación. Mientras que el modelo del dominio es fijo, en el sentido de que solo ha de fijarse durante la creación del

---

sistema, el modelo de adaptación y el modelo de los usuarios van sufriendo variaciones, en función de la entrada que produzcan los usuarios.

Durante las siguientes secciones se dará una descripción más detallada de los módulos.

### 3.2.1 Interfaz de navegación

La interfaz de navegación es la parte del sistema encargada de permitir la interacción entre el sistema y el usuario. Debe representar ante el usuario la información del sistema que este deba conocer, además de recibir la entrada que el usuario genere para que el motor de adaptación pueda incorporarla.

En el diseño seguido para este trabajo se decidió utilizar las tecnologías web como base sobre la que construir, por lo que las funciones de la interfaz de navegación recaen principalmente en el navegador web del usuario. Aún así, el sistema debe crear y, sobre todo, adaptar los ficheros html que envía al navegador del cliente. Para ello se han utilizado también tecnologías web estándar: HTML, Javascript, CSS y PHP. Más información sobre las tecnologías utilizadas en 3.3.

### 3.2.2 Modelo de los usuarios

El sistema tiene dos roles de usuarios claramente diferenciados: rol docente y rol estudiante. Las necesidades que tienen ambos roles respecto de la aplicación, son radicalmente distintas. Mientras que a los docentes se les debe mostrar herramientas para la creación y gestión de cuestionarios, motorización de resultados y recuperación de exámenes, los estudiantes deben acceder a la ejecución de los cuestionarios, a cierta retroalimentación y a sus resultados.

En ninguno de los dos roles podemos presuponer conocimientos informáticos avanzados, como se recoge en **Influir cita a RNF**. Además, desde las fases iniciales del proyecto se planteó que el sistema debería ser fácil de usar para docentes y estudiantes de todas las etapas educativas, desde la primera infancia hasta la edad adulta. Al ser una aplicación potencialmente disponible a niños y niñas muy jóvenes, tampoco podemos presuponer que el estudiante sepa leer, debiendo dotar en consecuencia al rol del docente la habilidad de incluir ficheros multimedia con los que suplir dicha carencia.

---

### 3.2.3 Modelo del dominio

La aplicación pretende ser una ayuda al aprendizaje y por lo tanto, su dominio es la actividad educativa. Más concretamente, aquellas actividades relacionadas con comprobar, por parte del propio estudiante o de un docente, si el estudiante ha adquirido correctamente ciertos conocimientos. Para ello, a grandes rasgos, el equipo docente de una asignatura creará una serie de preguntas y respuestas, agrupadas por contenidos en materias, que utilizará para crear cuestionarios a los que los estudiantes tendrán acceso. Del resultado de dichos cuestionarios, tanto el estudiante como los docentes podrán conocer cómo están realizando su actividad y realizar los cambios que fueran necesarios.

La asignatura es la primera división que se utiliza normalmente en los entornos educativos. Un docente se encarga de unas asignaturas en concreto y los estudiantes van explorando por asignaturas. Así, cada asignatura tiene asociados un listado de usuarios, algunos como docentes y otros como estudiantes. Es importante notar que un usuario podría ser docente en una asignatura pero estudiante en otra, por lo que el rol es un atributo de la unión usuario y asignatura, y no solo del usuario.

Dentro de cada asignatura, existen una serie de materias, que son las entidades que clasifican los conocimientos por similitud dentro de una asignatura. El concepto de materia en este modelo se utiliza para representar los conceptos del lenguaje común de *temas* o *partes* en los que se divide una asignatura. Dentro de cada materia existe un conjunto de preguntas, ordenadas por un nivel de relevancia.

La división de las preguntas en niveles de relevancia es una de las características novedosas del modelo propuesto. Con ello se busca facilitar que el estudiante adquiera los conocimientos en el orden más adecuado, asegurando que no se enfrenta a conceptos que dependen de otros hasta que domina los conceptos base. Esta división también ayuda a evitar que un estudiante obtenga una buena calificación en un examen porque haya aprendido a realizar los ejercicios, pero aún así carezca de entendimiento sobre los conceptos básicos. Una discusión más detallada sobre el sistema de clasificación de las preguntas en niveles puede encontrarse en el apéndice A.

Cada pregunta lleva asociada una serie de respuestas y solo una es la válida. Tanto las preguntas como las respuestas llevan asociadas mucha información, como el enunciado, imágenes opcionales... En la figura 3.2 se encuentran detallada toda la información asociada a cada entidad que compone el modelo.

---

Figura 3.2: Modelo del dominio

Una vez escrito un número suficiente de preguntas, el equipo docente puede crear cuestionarios. Los cuestionarios pueden ser de autoevaluación para los alumnos o de evaluación clásica, aunque para el sistema son casos idénticos.

### 3.2.4 Modelo de adaptación

El sistema contempla dos tipos de adaptación. Primero, tenemos la adaptación de navegación, que es aquella que busca guiar al usuario por el sistema, facilitando su uso. En nuestro caso, la navegación del estudiante es sencilla, por lo que no aplica. Donde sí que es necesario este tipo de adaptación es en el área del docente. A la hora de crear las materias, las preguntas y los cuestionarios existe un orden de trabajo más sencillo que otros y el sistema deberá guiar al usuario por ese recorrido utilizando elementos variables de la interfaz.

El otro tipo de adaptación, la adaptación del contenido, es la más relevante para el sistema. Al igual que la de navegación afecta principalmente al docente, la de contenido afecta sobre todo al estudiante. Las preguntas a las que un estudiante se enfrenta en un cuestionario depende de las respuestas que haya dado a las anteriores.

En concreto, cuando un docente crea un cuestionario establece dos parámetros,  $N_l$ , que es el número de niveles en los que una pregunta se puede clasificar y  $N_v$ , que es el número de preguntas que debe responder cada alumno en cada intento del cuestionario. Todos los estudiantes empiezan respondiendo a preguntas del primer nivel y solo se enfrentarán a preguntas de niveles más avanzados cuando hayan respondido correctamente a suficientes preguntas. En concreto, a  $\frac{N_v}{N_l}$  preguntas.

Por último, el docente puede decidir que los estudiantes reciban feedback al responder una pregunta o no. Si lo hacen, cuando el alumno responda se indicará si la respuesta es correcta o no, además de un mensajes de feedback escrito por el profesor para cada pregunta.

El modelo de adaptación depende

### 3.2.5 Motor de adaptación

## 3.3 Desarrollo: e-valUAM



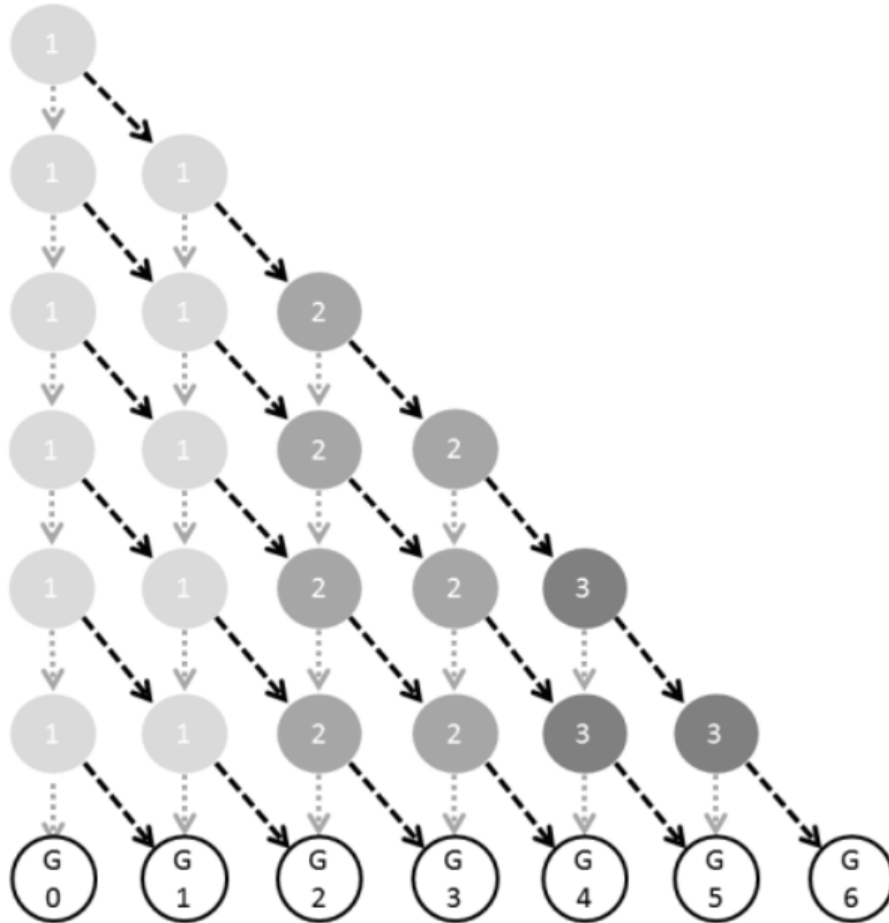


Figura 3.3: Diagrama que representa todos los posibles recorridos para un cuestionario con  $N_l = 3$  y  $N_v = 6$ . Todos los alumnos entran por la pregunta de la esquina superior izquierda. El número dentro de las circunferencias representa la dificultad de la pregunta. Cuando un alumno responde, toma el camino de la flecha oscura cuando acierta y de la flecha clara cuando falla. La última fila del diagrama representa las posibles notas que un estudiante puede sacar, ordenadas de menor a mayor de izquierda a derecha.



## 4 Pruebas y resultados

TODO: Pruebas y resultados del proyecto

### 4.1 Comparativa con otras soluciones

### 4.2 Covadonga ¿Trabajo preliminar?

### 4.3 Test sobre conocimientos informáticos

### 4.4 Caso real. Asignatura en el Grado en Educación Infantil

#### 4.4.1 Aprendizaje

#### 4.4.2 Examen final

#### 4.4.3 Trabajo final



## 5 Conclusiones

TODO: Conclusiones sobre el trabajo realizado

Especificar que no se ha desarrollado nada de interfaz humano-ordenador. Dejar como trabajo futuro.



# Bibliografía

- [1] H. Wainer, N. J. Dorans, D. Eignor, R. Flaugher, B. F. Green, R. J. Mislevy, L. Steinberg, and D. Thissen, *Computer-Adaptive Testing: A Primer*, Routledge, Ed. Mahwah, NJ, USA: Lawrence Erlbaum Associates, 2000.
- [2] C. A. Chapelle and D. Douglas, *Assessing language through computer technology*. Ernst Klett Sprachen, 2006.
- [3] A. Ortigosa, P. Paredes, and P. Rodriguez, “Ah-questionnaire: An adaptive hierarchical questionnaire for learning styles,” *Computers & Education*, vol. 54, no. 4, pp. 999–1005, 2010.
- [4] S. Klinkenberg, M. Straatemeier, and H. Van der Maas, “Computer adaptive practice of maths ability using a new item response model for on the fly ability and difficulty estimation,” *Computers & Education*, vol. 57, no. 2, pp. 1813–1824, 2011.
- [5] D. Revicki and D. Cella, “Health status assessment for the twenty-first century: item response theory, item banking and computer adaptive testing,” *Quality of Life Research*, vol. 6, no. 6, pp. 595–600, 1997.





# Apéndices



# A Clasificación de las preguntas en niveles. Motivación y metodología



## B Ejemplos de bloques y comandos útiles en LaTeX

### B.1 Ejemplo de sección

La DARPA creo el protocolo de Internet [?].

Citamos el acrónimo Field-Programmable Gate Array (FPGA).

Bitstream es una secuencia de bits.



Figura B.1: Logo de la Universidad Autónoma de madrid.

La figura B.1 se utiliza en la portada.

---

Código B.1: Algoritmo de ordenación Quicksort

```
#include <stdio.h>

void quick_sort (int *a, int n) {
    int i, j, p, t;
    if (n < 2)
        return;
    p = a[n / 2];
    for (i = 0, j = n - 1;; i++, j--) {
        while (a[i] < p)
            i++;
        while (p < a[j])
            j--;
        if (i >= j)
            break;
        t = a[i];
        a[i] = a[j];
        a[j] = t;
    }
    quick_sort(a, i);
    quick_sort(a + i, n - i);
}
```

---

```
#include <stdio.h>

void quick_sort (int *a, int n) {
    int i, j, p, t;
    if (n < 2)
        return;
    p = a[n / 2];
    for (i = 0, j = n - 1;; i++, j--) {
        while (a[i] < p)
            i++;
        while (p < a[j])
            j--;
        if (i >= j)
            break;
        t = a[i];
        a[i] = a[j];
        a[j] = t;
    }
    quick_sort(a, i);
    quick_sort(a + i, n - i);
}
```

---

La ecuación de Euler ( $e^{\pm i\theta} = \cos \theta \pm i \sin \theta$ ) es citada frecuentemente como un ejemplo de belleza matemática.

$$a^2 + b^2 = c^2 \tag{B.1}$$