Tema 8: Fluctuacions Econòmiques i Creixement Econòmic a Llarg Termini

Miquel Oliver i Vert

Universitat de Girona

Curs 2025-26

Presentació

- **Professor:** Miquel Oliver i Vert
  - Doctor en Economia (University of Nottingham, 2025)
  - MSc Economia (Universitat de Barcelona, 2020)
  - Grau en Matemàtiques (UNED, 2025)
  - Grau en Economia (UdG, 2018)
- **Correu:** miquel.oliver@udg.edu
- **Tutories:** hores a convenir per correu
- **Despatx:** 303

Avaluació

- Nota final Intro Eco $= 0.5\cdot$ (Nota 1r Quad.) $+0.5\cdot$ (Nota 2n Quad.)
- Per aprovar cal complir ambdues condicions:
  - Almenys un 5 de Nota final;
  - Almenys un 4 en cada Quadrimestre.
- Nota 2n Quad.:
  - 60% examen al final del quadrimestre;
  - 30% examen parcial (26 de març)
  - 10% valoració de la resolució de problemes i participació a classe.
- **Recuperació:**
  - Els dos exàmens finals de cada part (gener i juny) son les **úniques activitats recuperables**. Es poden recuperar conjuntament o per separat.
  - La nota de recuperació es calcula igual que la nota ordinària. Si s'aprova, a l'expedient hi quedarà un 5 (Apte).

Tema 8: Fluctuacions Econòmiques i Creixement Econòmic a Llarg Termini

Capítols 23 i 24 de Mankiw.

1. Introducció a la macroeconomia
2. Fluctuacions (curt termini) i creixement econòmic (llarg termini)
3. Regularitats empíriques
4. Models sobre cicles i creixement econòmic

De la Microeconomia a la Macroeconomia

- **Microeconomia:** Estudi del comportament d'un agent (consumidor, empresa, estat) o d'un mercat determinat (ignorant els efectes en altres mercats)
- **Macroeconomia:** s'interessa per l'economia en el seu conjunt, de manera agregada.
  - És a dir: la macroeconomia mira què passa quan ajuntem totes les decisions dels agents de l'economia.
  - Exemple: la microeconomia estudiaria si l'ocupació d'una empresa o sector disminueix; la macroeconomia, si la taxa d'ocupació del país disminueix.
    - Observa que és compatible que baixi l'ocupació en un sector, però que l'ocupació nacional pugi (si l'augment d'un altre sector ho compensa).

Alguns temes importants de la macroeconomia

- Per què les economies tendeixen a crèixer?
- Quines són les causes i les conseqüències de les fluctuacions econòmiques?
- Què poden fer els governs/bancs centrals per evitar les recessions?
- Com afecten la política fiscal i la política monetària en el nivell de producció i preus?
- Quin efecte té un augment dels tipus d'interès en el consum i la inversió?

Variables d'interès més típiques

La macroeconomia analitza el comportament de l'economia respecte:

- **Producció total de béns i serveis:** PIB, taxa de creixement del PIB;
- **Mercat de treball:** Taxa d'ocupació i atur;
- **Preus i inflació:** IPC (Índex de Preus al Consum) i taxa d'inflació;
- **Diners i finances:** tipus d'interès, oferta monetària;
- **Sector exterior:** tipus de canvi, balança comercial (exportacions menys importacions);
- **Sector públic:** Despesa pública, dèficit, deute públic;

Polítiques d'interès més típiques

La macroeconomia estudia l'efecte de polítiques en l'economia agregada.

- **Polítiques monetàries:** canvis en la quantitat de diners o el tipus d'interès;
- **Polítiques fiscals:** canvis en els impostos o les despeses governamentals;
- **Polítiques d'oferta:** canvis en la regulació laboral, canvis en el salari mínim, subsidis a la recerca;
- **Política exterior:** canvis en els aranzels, acords de lliure comerç, manipulació del tipus de canvi;

Com es mesura la producció?

- Com definim la producció total de l'economia?
    - Si només existís un tipus de producte, fàcil: total d'unitats produïdes a l'economia.
    - Però es produeixen una gran varietat de productes i serveis diversos... Com els agreguem?
- **PIB (Producte Interior Brut):** El valor de mercat dels béns i serveis finals produïts en l'interior del país durant un període de temps determinat.
    - Valor de mercat: preu per quantitat.
    - Béns i serveis finals: que es destinen ús final (consum, inversió o despesa pública), no com a material per produir altres béns o serveis (el valor d'aquests productes intermedis ja està incorporat en el valor del producte final; per això, incloure els productes intermedis en el càlcul del PIB implicaria una doble comptabilització).
    - Produïts en l'interior del país: importa on s'ha produït (observa que les multinacionals poden manipular el valor del que han produït en un país).
        - **PNB (Producte Nacional Brut):** valor dels béns i serveis finals produïts pels factors de producció d'un país, independentment que estiguin dins o fora del país.

Les tres maneres de calcular el PIB

Hi ha tres maneres equivalents (a la pràctica hi poden haver discrepàncies, per errors de mesurament)

1. **Mètode de la despesa:** suma de totes les despeses finals fetes pels agents de l'economia: Consum + Inversió + Despesa pública + Exportacions netes (exportacions menys importacions).
2. **Mètode del valor afegit:** suma dels valors afegits de totes les empreses.
    - El valor afegit és el valor de les vendes de l'empresa menys les compres per part de l'empresa de béns intermedis fets per altres empreses.
3. **Mètode de les rendes:** ingressos (rendes) rebuts pels treballadors, beneficis dels propietaris del capital físic o financer, i impostos nets (impostos menys subvencions)

Què no mesura el PIB?

- **Treball no remunerat:** feines de la casa, producció per al consum propi, o voluntariat.
- **Economia submergida**.
- **Desigualtats:** no diu com es reparteix la producció entre la població.
- **L'impacte ambiental:** un major PIB venir a costa de major destrucció de recursos naturals o contaminació.
- No mesura el **benestar**, tot i que sol estar positivament correlacionat amb variables lligades a benestar.

PIB nominal, real i per capita

Diem 'nominal' per dir que ho expressem en termes de diners; i 'real' per referir-nos a quantitat (de béns i serveis).

- **PIB nominal:** Valor total de la producció en un període usant els preus del mateix període.
  - Observa que un augment del PIB nominal pot ser degut a un augment de quantitats, però també a un augment de preus.
  - Si el que volem és mesurar quant produïm, hem de corregir el PIB nominal pel canvi degut a preus.

- **PIB real:** Valor total de la producció en un període usant els preus d'un any de referència.
  - La idea: PIB $\text{real}_t = \sum_{i=1}^{n} p_{i,t_0} y_{i,t}$, on t_0 és l'any de referència, i $y_{i,t}$ i $p_{i,t}$ la quantitat produïda i el preu, respectivament, del producte i en el període t.
  - Observa que la comparabilitat temporal no està exempta de crítica: productes nous, o canvis de qualitat.

- Renda per capita o **PIB per capita**$= \frac{PIB}{\text{població}}$

Índex de preus

Un **índex de preus** és un número que ens serveix per resumir i comparar l'evolució d'un conjunt de preus.

Dos exemples destacats:

- **Deflactor del PIB** $= \frac{\text{PIB nominal}}{\text{PIB real}}$
  (és a dir, si el PIB real representa la quantitat de producció, el Deflactor del PIB és el preu que fa que el valor monetari d'aquesta producció sigui la indicada pel PIB nominal)

- **IPC (Índex de Preus de Consum):** Nivell de preus d'una cistella determinada de béns i serveis.
  - La idea: $IPC_t = \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot p_{i,t}$.
  - Observa que l'IPC_t és el que costa comprar la cistella $\{a_1, \ldots, a_n\}$ en el període t, on a_i és la quantitat del bé i en la cistella.

Cicles i tendència

- Un **cicle** és una seqüència d'esdeveniments que es repeteix en el temps.
- Els cicles econòmics són la successió de períodes d'expansió i recessió que es van alternant.
  - **Expansió (o recuperació):** períodes de creixement sostingut de la producció.
  - **Recessió:** períodes de disminució sostinguda de la producció.
    - Una **depressió** és una recessió més profunda i duradora.
    - Diem que estem en recessió quan el PIB real decreix durant 2 trimestres consucutius, per dir que estem en depressió cal que decreixi durant 4 trimestres consecutius.
- La **tendència** fa referència a l'evolució que sembla seguir una variable a llarg termini.
  - Tot i l'existència de cicles, s'observa que a llarg termini el PIB tendeix a crèixer. (World Bank: evolució del PIB a Espanya)

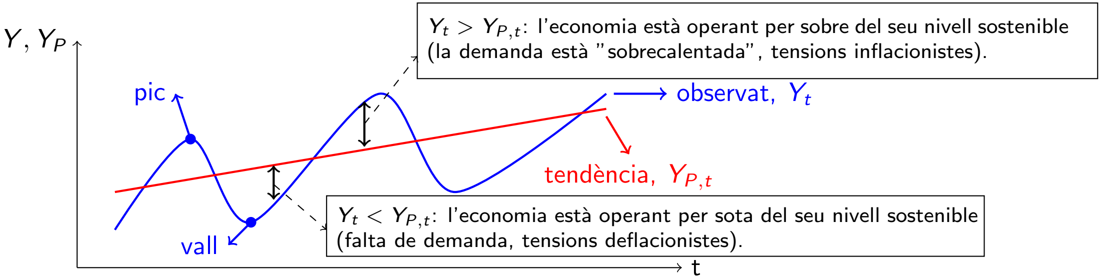
Variables cícliques

- Diem que una variable és **procíclica** quan sol augmentar en els períodes d'expansió i disminuir en els de recessió.
  Exemples: Inflació, ocupació, consum, inversió.
- Diem que una variable és **anticíclica** quan sol augmentar en els períodes de recessió i disminuir en els d'expansió.
  Exemples: Atur, dèficit públic, tancament d'empreses.
- Hi ha variables més sensibles al cicle (que fluctuen més, o major amplitud); per exemple: la inversió és més sensible que el consum; i dins del consum, el consum de béns duradors és més sensible que el consum ordinari.
- Hi ha variables que no tenen una relació clara amb els cicles (**acícliques**) o que responen amb retard (**retardades** o *lagging*) o anticipadament (**adelantades** o *leading*).

Producció potencial i la bretxa de producció (*output gap*)

- La **producció potencial**, $Y_{P,t}$ és el nivell més alt de producció que podria ser sostingut en una economia, donats els seus factors de producció.
  - No s'observa; és una estimació.

- La **bretxa de producció** és la diferència entre la producció observada i la potencial: $Y_t - Y_{P,t}$. (o en termes relatius: $\frac{Y_t - Y_{P,t}}{Y_{P,t}}$).



Taxa d'atur natural

- És normal que hi hagi atur en l'economia: joves que s'incorporen al mercat laboral, persones que canvien de feina... la búsqueda de feina requereix temps.
- La **taxa d'atur natural**, U_N, és la taxa d'atur "normal"; la compatible amb la plena ocupació dels recursos productius. Estretament relacionat amb l'output gap:
  - $Y = Y_P \longleftrightarrow U = U_N$.
  - $Y > Y_P \longleftrightarrow U < U_N$ (intuïció: per produir més s'ha d'emplear més gent).
  - $Y < Y_P \longleftrightarrow U > U_N$.

Causes dels cicles

- **Variables monetàries** (com un augment del tipus d'interès o de l'oferta monetària)
- **Variables fiscals** (com un augment d'impostos o de la despesa pública)
- **Cicles reals o shocks de l'oferta agregada** (e.g. augment del preu del petroli, pujada d'aranzels)
- **Causes exògenes** (e.g. COVID, guerres, catàstrofes naturals)
- **Canvis d'expectatives** (una expectativa generalitzada de recessió pot portar, per si sola, a una recessió real (*self-fulfilling prophecy*))
- **Importació de cicles** (la globalització facilita que una crisi en un país es propaga en altres)

Models macroeconòmics dels cicles

Els models macroeconòmics intenten respondre preguntes com:

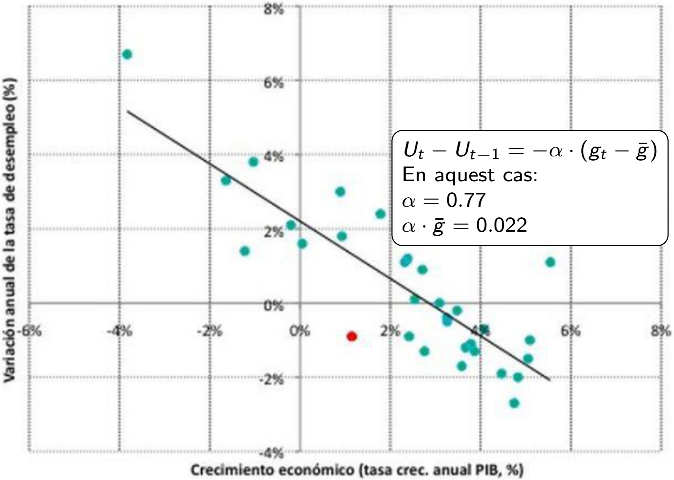
- Per què es produeixen els cicles?
- Per quins mecanismes s'amplifiquen o se suavitzen els shocks?
- Què podem fer per evitar (o fer més curtes, menys intenses) les recessions.

Regularitats empíriques

Una **regularitat empírica** és algun patró que se sol observar en les dades. Alguns exemples:

- Sobre els cicles: solen durar entre 2 i 7 anys, amb una mitjana d'uns 5 anys.
- Sobre el creixement: els països occidentals tendeixen a crèixer entre un 2% i un 4%.
- **Llei d'Okun:** ens diu que hi sol haver una relació negativa entre la taxa de creixement del PIB i la taxa d'atur.
  - La intuïció: per tal d'augmentar més la producció, es requereix emplear més treballadors (és a dir, baixar l'atur).
  - $\underbrace{U_t - U_{t-1}}_{\text{Canvi atur}} = -\alpha(g_t - \bar{g})$, on g_t és la taxa de creixement del PIB, $\bar{g}$ és la taxa de creixement deguda a l'avanç tecnològic, i $\alpha > 0$.
  - Intuïció: l'avanç tecnològic empeny el PIB a crèixer a la taxa $\bar{g}$; un creixement major requereix més treball (una disminució de l'atur).

Llei d'Okun Espanya, 1984-2014



$U_t - U_{t-1} = -\alpha \cdot (g_t - \bar{g})$
En aquest cas:
$\alpha = 0.77$
$\alpha \cdot \bar{g} = 0.022$

- Com interpretem $\alpha = 0.77$? que per cada unitat que augmenta la taxa de creixement, l'atur sol baixar 0.77 unitats.
- Quina és la taxa de creixement exogen $\bar{g}$ estimada? directe a partir de $0.022 = 0.77 \cdot \bar{g} \implies \bar{g} = \frac{0.022}{0.77} = 0.0286$ (i.e., 2.8%).
  Gràficament: $\bar{g}$ és el valor en què la llei d'Okun intercepta l'eix horitzontal.

Models sobre el cicle i el creixement econòmics

- **Macroeconomia de les fluctuacions cícliques:** enfocada en el curt termini, per explicar, entendre i prevenir les fluctuacions i suggerir polítiques econòmiques.

  Podem utilitzar el model d'Oferta Agregada i Demanda Agregada OA/DA. La DA és

  $$DA = C \text{ (Consum) } + I \text{ (Inversió) } + G \text{ (Despesa pública) } + XN \text{ (Exportacions netes)}$$

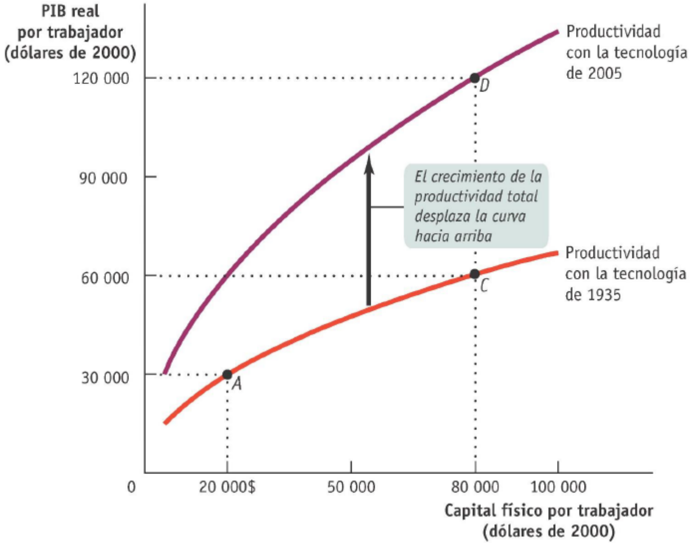
- **Macroeconomia del creixement econòmic:** enfocada en el llarg termini, per estudiar per què es produeix el creixement i què es pot fer per afavorir-lo. A llarg termini, la clau és l'oferta: una

  economia pot crèixer si:

  - Creixement extensiu: Augmenten els seus factors productius (per exemple, més treballadors).
  - Creixement intensiu: augment de la productivitat (apareix una nova tecnologia o tècnica que ens permet produir més amb els mateixos factors)

  A llarg termini, és difícil pensar que una economia pugui crèixer indefinidament en extensió. El motor principal del creixement a llarg termini és la innovació.

Progrés tecnològic i augment de la productivitat



Variables d'estoc i variables de flux

- Una **variable de flux** mesura una quantitat durant un període determinat.
- Una **variable d'estoc** mesura la quantitat disponible en un moment determinat.
- Exemples:
  - L'estalvi que has fet durant un any és una variable de flux. quants diners tens al banc és una variable d'estoc.
  - La inversió en un any (és a dir, capital nou que s'ha creat durant l'any) és una variable de flux. El total de capital disponible actualment és una variable d'estoc.
  - El dèficit públic d'un any (despeses menys ingressos del govern durant un any) és una variable de flux. El deute públic és una variable d'estoc.

Taxa de creixement

- Definim la **taxa de creixement** de la variable x entre el període t i $t+s$ com: $\frac{x_{t+s}-x_t}{x_t}$ (és a dir: quant ha canviat durant aquest temps en relació al valor inicial)
  - El més comú és que el període de temps sigui un any: taxa de creixement anual.
  - Exemple: si l'IPC del desembre 2024 era 116 i el de desembre 2025 era 119, quina és la taxa de creixement anual de l'IPC (i.e., la inflació interanual)? $\frac{IPC_{2025}-IPC_{2024}}{IPC_{2024}}$
  - Per expressar-ho com a percentage (%), multiplica per 100.
- Si sabem que el PIB va crèixer un 2.8% l'any 2025 i un 3.5% l'any 2024, quina va ser la taxa de creixement en el període de dos anys?
  - Primer, definim l'objecte que volem trobar: $g_{2023,2025} = \frac{PIB_{2025}-PIB_{2023}}{PIB_{2023}} = \frac{PIB_{2025}}{PIB_{2023}} - 1$
  - Segon, notem que ho podem expressar com a funció de les taxes de creixement anuals que coneixem:
    $g_{2023,2025} = \frac{PIB_{2025}}{PIB_{2023}} - 1 = \frac{PIB_{2025}}{PIB_{2024}} \frac{PIB_{2024}}{PIB_{2023}} - 1 = (1+g_{2024,2025})(1+g_{2023,2024}) - 1 = 1.028 \cdot 1.035 - 1.$

Taxa de creixement

- Ara, suposem que la taxa anual de creixement va ser igual a $g = 0.02$ els dos anys. En aquest cas, la taxa de creixement en aquests dos anys seria (seguint l'expressió anterior): $g_{2023,2025} = (1+g)\cdot(1+g) - 1 = (1+g)^2 - 1$.

- Extenent, si suposem que el PIB creix a una taxa de creixement anual de $g = 0.02$ durant k anys, llavors la taxa de creixement del PIB en aquests k anys és: $g_{t,t+k} = \frac{PIB_{t+k}}{PIB_t} - 1 = \frac{PIB_{t+k}}{PIB_{t+k-1}} \cdots \frac{PIB_{t+1}}{PIB_t} - 1 = (1+g)\cdots(1+g) - 1 = (1+g)^k - 1$

- També podem fer el camí invers! Si sabem que cada $\frac{1}{k}$ anys el PIB creix a la mateixa taxa g_k (però no sabem el valor) i que la taxa de creixement anual es $g = 0.02$, quant val g_k?
  - Observa que és similar a lo anterior: si començo amb 1 unitat, al cap de $\frac{1}{k}$ anys tindré $(1+g_k)$ unitats; al cap de $\frac{2}{k}$ anys tindré $(1+g_k)(1+g_k)$; $\ldots$; i al cap de $\frac{k}{k}$ anys (1 any) tindré $(1+g_k)^k$ unitats.
  - L'enunciat ens diu que al cap d'un any haurà crescut a una taxa $g = 0.02$ (i.e., començant amb 1 unitat, al cap d'un any tenim 1.02 unitats); per tant el g_k buscat ha de complir $1.02 = (1+g_k)^k \implies 1 + g_k = 1.02^{\frac{1}{k}}$.

Taxa de creixement en temps discret i continu

- Ens referim a temps continu quan els intervals de temps que considerem són infinitesimals (més petit que qualsevol número positiu que puguis pensar); és a dir, considerant els intervals de temps $\frac{1}{k}$, temps continu equivaldria a fer $k \to \infty$.

- Què ens aporta tenir una taxa de creixement en temps continu? Suposa que sabem que una variable ha crescut un 10% en un any:

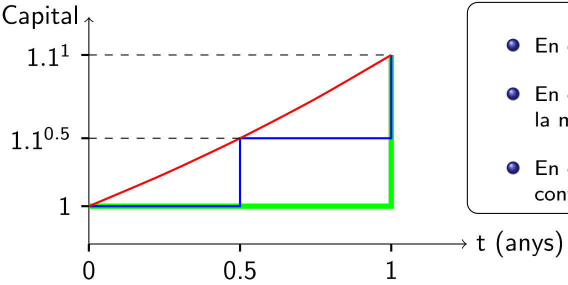
  - Si em preguntes quant ha crescut en mig any et diré que em falta informació... Si em dius que cada mig any creix a la mateixa taxa, ho puc calcular (com en la diapositiva anterior, fent $k = \frac{1}{2}$, ha crescut $g_2 = 1.1^{0.5} - 1$); però si després em demanes quant ha crescut en un trimestre, et tornaré a dir que em falta informació...

  - Si em dius que creix de forma continuada en el temps a la mateixa taxa, llavors et puc dir quant ha crescut en qualsevol moment. Per exemple, en 200 dies haurà crescut (observa que 200 dies equival a $\frac{200}{365}$ anys; per tant fent $k = \frac{365}{200}$ i usant l'expressió de la diapositiva anterior, tenim): $g_k = 1.10^{\frac{1}{k}} - 1$.

Taxa de creixement en temps discret i continu

Per visualitzar el punt anterior, potser ajuda pensar en diners: Suposa que vols posar 1€ de capital en un dels següents tres dipòsits:

- Tots tres dipòsits ofereixen un interès anual (taxa de creixement anual) del 10%, però varien en cada quant creix el capital (et paguen els interessos i es reinverteixen en el dipòsit):



- En el dipòsit A (en verd), el capital no creix fins al final;
- En el dipòsit B (en blau), el capital creix cada mig any a la mateixa taxa;
- En el dipòsit C (en vermell) el capital creix de forma continuada en el temps a la mateixa taxa.

Taxa de creixement en temps continu, forma exponencial

- Tot i que hem vist que podem obtenir la taxa de creixement en qualsevol moment del temps (i.e., per qualsevol número $k > 0$, no cal que sigui enter), quan treballem en temps continu solem treballar amb la funció exponencial e^x (simplifica càlculs):
  - Per què són equivalents? Si r satisfà $e^r = 1 + g_1$, on g_1 és la taxa de creixement anual, llavors la taxa de creixement en k anys és g_k donada per $1 + g_k = (1 + g_1)^k = (e^r)^k = e^{r \cdot k}$.
  - Observa que r i g_1 són diferents! (tot i que, per r petit, $1 + r$ és una bona aproximació de e^r)
  - En aquesta assignatura, per defecte, treballarem amb la forma exponencial: Quan un exercici digui que la taxa de creixement és (per exemple) 0.05 (o 5%), s'està referint a r; és a dir, que la taxa de creixement anual és $\frac{x_{t+1}}{x_t} - 1 = g_1 = e^{0.05 \cdot 1} - 1$.
- **Exemple 1:** Si ens diuen que el PIB ha crescut un 10% en 3 anys, quina és la taxa de creixement anual en temps continu? Sabem que s'ha de complir $1.1 = e^{r \cdot 3}$. Com aïllem r? Usem que la funció logaritme $\ln x$ és la inversa de l'exponencial (és a dir, $e^x = y \iff x = \ln y$); per tant: $\ln 1.1 = r \cdot 3 \implies r = \frac{\ln 1.1}{3}$.

Taxa de creixement en temps continu, forma exponencial

- **Exemple 2:** Si ens diuen que el PIB creix a una taxa de creixement contínua anual de 5%, quants dies han de passar per assolir un creixement del PIB del 20%?
  - Primer trobem quants anys han de passar (després ja convertirem en dies): Volem trobar k tal que $\frac{PIB_{t+k}}{PIB_t} = 1.2 = e^{0.05 \cdot k}$. Aïllem k aplicant logaritme, com abans: $k = \frac{\ln 1.2}{0.05}$ anys.
  - Passem d'anys a dies: k (anys) $\cdot\, 365$ (dies/any) $= d$ dies.

- **Exemple 3:** Si ens diuen que el PIB ha crescut un 15% els últims 5 anys i que va crèixer a taxa contínua anual de 2% els dos primers anys i de $(z \cdot 100)\%$ els darrers 3 anys. Troba z:
  - Primer, els dos primers anys el PIB es va multiplicar per $\frac{PIB_{t+2}}{PIB_t} = e^{0.02 \cdot 2}$, i els tres anys següents es va multiplicar per $\frac{PIB_{t+5}}{PIB_{t+2}} = e^{z \cdot 3}$.
  - Segon, sabem que en els 5 anys, el PIB es va multiplicar per $1.15 = \frac{PIB_{t+5}}{PIB_t} = \frac{PIB_{t+2}}{PIB_t} \frac{PIB_{t+5}}{PIB_{t+2}} = e^{0.02 \cdot 2} \cdot e^{z \cdot 3} = e^{0.02 \cdot 2 + z \cdot 3}$.
  - Finalment, aïllem z aplicant logaritme, com abans: $\ln 1.15 = 0.02 \cdot 2 + z \cdot 3 \implies z = \frac{\ln 1.15 - 0.02 \cdot 2}{3}$

Taxa de creixement, dos països

- **Exemple 4:** Considera dos països A i B. Sabem que a l'any t el PIB del país A és 2 vegades més gran que el PIB de B. També sabem que tant el país A com el B creixen a taxa contínua 0.02 i 0.05, respectivament. Quin és el PIB d'A relatiu al de B al cap de 5 anys? el PIB de B serà igual al d'A en algun moment? quan?

  Sabem que al temps t es compleix $\frac{PIB_{A,t}}{PIB_{B,t}} = 2$. També:
  $\frac{PIB_{A,t+k}}{PIB_{B,t+k}} = \frac{PIB_{A,t}e^{0.02\cdot k}}{PIB_{B,t}e^{0.05\cdot k}} = 2\frac{e^{0.02\cdot k}}{e^{0.05\cdot k}} = 2e^{(0.02-0.05)\cdot k}$.
  Llavors, per respondre la primera pregunta només cal substituir $k = 5$ a $\frac{PIB_{A,t+k}}{PIB_{B,t+k}} = 2e^{-0.03\cdot k}$.

  La segona pregunta ens demana si en algun moment futur $t + k$ serà $\frac{PIB_{A,t+k}}{PIB_{B,t+k}} = 1$. Sí, seran iguals en algun moment, ja que A comença per sobre de B, i B creix a ritme més ràpid i, per tant eventualment tindrà un PIB major que el d'A.
  Quan passarà? només cal aïllar k de $1 = \frac{PIB_{A,t+k}}{PIB_{B,t+k}} = 2e^{-0.03\cdot k}$. Aplica logaritme (recorda que $\ln(1) = 0$): $\ln(1) = 0 = \ln(2) - 0.03 \cdot k \implies k = \frac{\ln(2)}{0.03}$.

Per què importa el creixement?

País	1870	1913	1950	1996	Taxa anual de creixement (1870-1996)
Alemanya	1.300	2.606	3.339	15.313	2,0
Austràlia	3.123	4.523	5.931	15.076	1,3
Canadà	1.347	3.560	6.113	17.453	2,1
E.E.U.U.	2.247	4.854	8.611	19.638	1,7
França	1.571	2.734	4.149	14.631	1,8
Japó	618	1.114	1.563	17.346	2,7
Regne Unit	2.610	4.024	5.651	14.440	1,4
Suècia	1.316	2.450	5.331	14.912	1,9

Extret del llibre d'Abel i Bernanke (2004)

- Observa que països com Japó, que començaven bastant enrere, poden atrapar i superar altres països.
- Qualsevol factor que afecti el creixement pot tenir efectes enormes a llarg termini.
- Per què són diferents les taxes de creixement?
  - Estalvi i inversió
  - Protecció dels drets de propietat
  - Confiança entre persones
  - Infraestructures
  - Educació
  - Recerca i desenvolupament
  - Estabilitat política

Càlculs de percentatge

Després de 16 anys d'escolarització, la majoria dels estudiants universitaris s'equivoquen en aquesta pregunta:

Quin és el canvi percentual total en la següent situació? Disminució del 40%, seguida d'un augment del 60%.

A) Increment del 10%
B) Increment del 20%
C) Disminució del 4%
D) Cap de les anteriors

Resum taxa de creixement

- Definició taxa de creixement anual: $g = \frac{x_{t+1}}{x_t} - 1$, quant ha crescut la variable x en un any en relació al valor inicial.
    - Si ho vols en percentatge (%), multiplica per 100.
- Si et diuen que la taxa de creixement anual és $g = 0.1$ i et demanen calcular la taxa de creixement en k anys: g_k, has de fer: $g_k = (1+g)^k - 1$.
    - k pot ser qualsevol número! Si $k = 0.5$, g_k és la taxa de creixement semestral, si $k = 3$, g_k és la taxa de creixement en 3 anys.
- A macro, normalment utilitzarem la forma exponencial:
    - Si et diuen la taxa de creixement anual és del 10%, t'estan dient que $\frac{x_{t+1}}{x_t} = e^{0.1}$.
    - En k anys: $\frac{x_{t+k}}{x_t} = e^{0.1 \cdot k}$.
    - Propietats a usar: (1) $\ln e^x = x$; (2) $e^x e^y = e^{x+y}$; (3) $\frac{1}{e^y} = e^{-y}$.

Exercici 1

- **Exercici 1:** En el moment d'entrar a la UE, el PIB del país A era $8,513$€, un 72% de la mitjana europea. Si 20 anys després el PIB del país A coincideix amb la mitjana europea, calcula el diferencial de creixement que li ha permès aconseguir-ho.

Exercici 1

- **Exercici 1:** En el moment d'entrar a la UE, el PIB del país A era 8, 513€, un 72% de la mitjana europea. Si 20 anys després el PIB del país A coincideix amb la mitjana europea, calcula el diferencial de creixement que li ha permès aconseguir-ho.
  - Definim l'objecte que volem trobar: si la mitjana europea ha crescut a una mitjana r_{UE} anual (contnua), i el país A a r_A; el diferencial que busquem és $r_A - r_{UE}$.
  - Sigui PIB_{UE} la mitjana europea inicial.
  - Mitjana europea al cap de 20 anys: $PIB_{UE} \cdot e^{r_{UE} \cdot 20}$.
  - PIB de A al cap de 20 anys: $0.72 \cdot PIB_{UE} \cdot e^{r_A \cdot 20}$.
  - Condició que coincideixen: $PIB_{UE} \cdot e^{r_{UE} \cdot 20} = 0.72 \cdot PIB_{UE} \cdot e^{r_A \cdot 20}$.
  - Dividim ambdós costats per $PIB_{UE} \cdot e^{r_{UE} \cdot 20} \cdot 0.72$: $\frac{1}{0.72} = e^{(r_A - r_{UE}) \cdot 20}$
  - Apliquem logaritme i dividim per 20: $r_A - r_{UE} = \frac{\ln(1/0.72)}{20} = 0.0164$.

Exercici 2

- **Exercici 2:** El país A creix a un ritme del 5% i el país B només a 2%. Després de 10 anys els dos països tenen el mateix PIB. Quina era la diferència de renda dels dos països inicialment?

Exercici 2

- **Exercici 2:** El país A creix a un ritme del 5% i el país B només a 2%. Després de 10 anys els dos països tenen el mateix PIB. Quina era la diferència de renda dels dos països inicialment?
  - Definim l'objecte que volem trobar: $\frac{PIB_A}{PIB_B}$.
  - PIB de A al cap de 10 anys: $PIB_A \cdot e^{0.05 \cdot 10}$.
  - PIB de B al cap de 10 anys: $PIB_B \cdot e^{0.02 \cdot 10}$.
  - Condició que coincideixen: $PIB_B \cdot e^{0.02 \cdot 10} = PIB_A \cdot e^{0.05 \cdot 10}$.
  - Dividim ambdós costats per $PIB_B \cdot e^{0.05 \cdot 10}$: $\frac{PIB_A}{PIB_B} = e^{(0.02-0.05) \cdot 10} = 0.741$.

Repàs de com solucionar equacions de 1r grau

- Definició d'equació de primer grau: $a_1 + b_1 \cdot x = a_2 + b_2 \cdot x$, on a_1, a_2, b_1, b_2 són números (positius o negatius, i també poden ser fraccions com $\frac{1}{3}$), i x és la incògnita (es diu de primer grau perquè la incògnita està elevada a 1: $x = x^1$).

- Propietats que fem servir:

  1. Si es compleix que $a = b$, també s'ha de complir que $a + c = b + c$, per qualsevol número c.
  2. Si es compleix que $a = b$, també s'ha de complir que $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$, per qualsevol número c diferent de 0.

- Exemple: $2.2 + \frac{3}{4}x = 0.8$

  1. Apliquem la propietat (1): restem 2.2 a ambdós costats:
  $2.2 + \frac{3}{4}x - 2.2 = 0.8 - 2.2 \implies \frac{3}{4}x = -1.4$
  2. Apliquem la propietat (2): dividim per $\frac{3}{4}$ (que equival a multiplicar per $\frac{4}{3}$), que no val 0:
  $\frac{3}{4}x \cdot \frac{4}{3} = -1.4 \cdot \frac{4}{3} \implies x = -1.4 \cdot \frac{4}{3} = -1.867.$

Repàs: les propietats que cal saber

1. $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
2. $a = b \iff a^c = b^c$, per qualsevol número $c \neq 0$.
3. $(a^b)^c = a^{b \cdot c}$
4. $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$
5. $\frac{1}{a^b} = a^{-b}$ (ajuntant aquesta propietat amb l'anterior: $\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$)
6. $a^c \cdot b^c = (a \cdot b)^c$ (que és una implicació de $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$)

Més les que hem mencionat abans:

1. $a = b \iff a + c = b + c$
2. $a = b \iff \frac{a}{c} = \frac{a}{c}$, per qualsevol número $c \neq 0$.
3. $\ln(e^x) = x = e^{\ln x})$ (la funció logaritme és la inversa de l'exponencial)