组成原理矩阵乘法作业报告

实验名称	矩阵乘法			班级	李涛老师
学生姓名	曹瑜	学号	2212794	指导老师	董前琨
实验地点	实验楼 A 区 306		实验时间	2024.05.16	

1、实验目的

参考课程中讲解的矩阵乘法优化机制和原理,在自己电脑上(windows 系统、其他系统也可以)以及 Taishan 服务器上使用相关编程环境,完成不同层次的矩阵乘法优化作业。

2、实验内容说明

- 1、在自己电脑上完成矩阵乘法编程,不仅限于 visual studio、vscode;
- 2、在 Taishan 服务器上完成矩阵乘法编程,使用 Putty 等远程软件在校内登录使用,服务器 IP: 222.30.62.23,端口 22,用户名 stu+学号,默认密码 123456,登录成功后可自行修改密码:
- 3、在完成矩阵乘法优化后(使用 AVX 库进行子字优化在 Taishan 服务器上的软件包环境不好配置,可以不进行此层次优化操作,注意原始代码需要调整),测试矩阵规模在 1024~4096,或更大维度上,至少进行 4 个矩阵规模维度的测试;
- 4、在作业中需总结出不同层次,不同规模下的矩阵乘法优化对比,对比指标包括计算耗时、运行性能、加速比等;
- 5、在作业中需对比 Taishan 服务器和自己个人电脑上程序运行时间等相关指标,分析一下不同电脑上的运行差异的原因,总结在优化过程中遇到的问题和解决方式。

3、实验原理

1、子字并行(avx)

利用 128 位宽的字节寄存器,可一次性处理四个数据单元,理论上实现四倍的运算效率提升;

2、指令级并行(pavx)

通过 SIMD (单指令多数据) 技术,如 AVX 指令集,在矩阵乘法中并行执行多个数据元素的运算。一次指令执行即能完成多个乘法和累加操作,显著提高计算性能;

3、分块处理(block)

面对大型矩阵,为避免 Cache 命中率下降导致的性能损失,采用分块策略。将矩阵切分成小块后独立计算,以此减少内存访问的跨度,并利用局部性原理提升 Cache 的命中率和计算效率:

4、多处理器并行的分块处理(cache)

利用多核处理器或多计算节点的优势,将大型矩阵划分为多个小块,并分配给不同的处理器或节点进行计算。这种分布式处理方式能够充分利用并行计算资源,大幅提高矩阵乘法的整体计算速度。

4、实验步骤

本机 visualstudio 编译代码:

Main.cpp

```
#include"basic.h"
int main() {
    srand( int( time(0) ) );
    REAL_T *A, *B, *C, *a, *b, *c;
    clock_t start, stop;
    int n = 1024; // 矩阵规模
    A = new REAL_T[n*n]; a = new REAL_T[n*n];
    B = new REAL_T[n*n]; b = new REAL_T[n*n];
    C = new REAL T[n*n]; c = new REAL T[n*n];
    initMatrix(n, A, B, C); //构造原始矩阵
    copyMatrix(n, A, B, C, a, b, c); // 从原始矩阵拷贝数据
    cout<< "origin caculation begin...\n";</pre>
    start = clock();
    origin_gemm(n, a, b, c);
    stop = clock();
    printFlops( n, n, n, start, stop );
    copyMatrix(n, A, B, C, a, b, c); // 从原始矩阵拷贝数据
    cout<< "avx caculation begin...\n";</pre>
    start = clock();
    avx_gemm( n, a, b, c );
    stop = clock();
    printFlops( n, n, n, start, stop );
    copyMatrix(n, A, B, C, a, b, c); // 从原始矩阵拷贝数据
    cout<< "pavx caculation begin...\n";</pre>
    start = clock():
    pavx_gemm( n, a, b, c );
    stop = clock();
    printFlops( n, n, n, start, stop );
    copyMatrix(n, A, B, C, a, b, c); // 从原始矩阵拷贝数据
    cout<< "block caculation begin...\n";</pre>
    start = clock();
    block_gemm(n, a, b, c);
    stop = clock();
    printFlops( n, n, n, start, stop );
```

Basic.h

```
#include iostream>
#include<time.h>
using namespace std;
#define REAL_T double
void printFlops(int A_height, int B_width, int B_height, clock_t start, clock_t stop );
void initMatrix( int n, REAL T *A, REAL T *B, REAL T *C );
void copyMatrix(int n, REAL_T *S_A, REAL_T *S_B, REAL_T *S_C, REAL_T *D_A, REAL_T *D_B,
REAL T *D C);
// 原始 GEMM
void origin_gemm( int n, REAL_T *A, REAL_T *B, REAL_T *C);
// 子字并行, AVX 版 GEMM
void avx gemm(int n, REAL T *A, REAL T *B, REAL T *C);
// 指令级并行, parallel AVX 版 GEMM
void pavx gemm(int n, REAL T *A, REAL T *B, REAL T *C);
// 考虑 cache 缓存的分块矩阵乘法, blockGEMM
void block gemm(int n, REAL T *A, REAL T *B, REAL T *C);
// 使用 openMP 的多核分块并行矩阵乘法
void omp_gemm(int n, REAL_T *A, REAL_T *B, REAL_T *C);
```

Block.cpp

```
#include"basic.h"
#include<immintrin.h>
#define UNROLL (4)
#define BLOCKSIZE (32)
void do_block( int n, int si, int sj, int sk, REAL_T *A, REAL_T *B, REAL_T *C) {
    for( int i = si; i < si + BLOCKSIZE; i+=UNROLL*4 )</pre>
         for ( int j = sj; j < sj + BLOCKSIZE; ++j) {
             __m256d c[4];
             for ( int x = 0; x < UNROLL; ++x)
                  c[x] = mm256 load pd(C+i+4*x+j*n);
             for ( int k = sk; k < sk + BLOCKSIZE; ++k ) {
                  __m256d b = b = _mm256_broadcast_sd( B+k+j*n );
                  for ( int x = 0; x < UNROLL; ++x)
                       c[x] = _mm256_add_pd(
                           c[x],
                           _{mm256}mul_{pd}(_{mm256}load_{pd}(A+i+4*x+k*n), b));
             }
```

Avx.cpp

Pavx.cpp

```
#include"basic.h"
#include<immintrin.h>
#define UNROLL (4)
void pavx_gemm(int n, REAL_T *A, REAL_T *B, REAL_T *C) {
    for( int i = 0; i < n; i+=4*UNROLL )
         for (int j = 0; j < n; ++j)
              __m256d cij[4];
              for ( int x = 0; x < UNROLL; ++x)
                  cij[x] = _mm256\_load\_pd(C+i+j*n);
              for ( int k = 0; k < n; k^{++} ) {
                  //cij += A[i+k*n] * B[k+j*n];
                  /*cij = _mm256_add_pd(
                            cij,
                            mm256 mul pd( mm256 load pd(A+i+k*n),
_{\tt mm256\_load\_pd(B+i+k*n)} )
                            );*/
                   <u>__m256d</u> b = <u>_mm256_broadcast_sd(B+k+j*n)</u>;
                  for ( int x = 0; x < UNROLL; ++x)
                       cij[x] = mm256 add pd(
                            cij[x],
                            _{mm256}mul_{pd}(_{mm256}load_{pd}(A+i+4*x+k*n), b));
              for ( int x = 0; x < UNROLL; ++x)
                  _{mm256\_store\_pd(C+i+x*4+j*n, cij[x])};
         }
```

Origin.cpp

Basic.cpp

```
#include"basic.h"
//计算并输出计算时间和每秒浮点运算次数
void printFlops(int A height, int B width, int B height, clock t start, clock t stop ) {
    cout<<"SECOND:\t"<<(stop - start)/CLOCKS_PER_SEC<<"."<<(stop -</pre>
start)%CLOCKS PER SEC<<"\t\t";
    REAL T flops = (2.0 * A \text{ height } * B \text{ width } * B \text{ height }) / 1E9 / ((stop - B))
start)/(CLOCKS_PER_SEC * 1.0));
    cout<<"GFLOPS:\t"<<flops<<endl;</pre>
// 随机生成浮点数构造原始矩阵
void initMatrix( int n, REAL_T *A, REAL_T *B, REAL_T *C ) {
    for( int i = 0; i < n; ++i)
         for ( int j = 0; j < n; ++ j ) {
             //A[i+j*n] = (i+j + (i*j)%100) %100;
              //B[i+j*_{n}] \ = \ ((i-j)*(i-j) \ + \ (i*j) \%200 \ ) \ \%100;
             A[i+j*n] = rand() / REAL T(RAND MAX);
             B[i+j*n] = rand() / REAL_T(RAND_MAX);
             C[i+j*n] = 0;
```

taishan 服务器 vim+gcc 编译代码:

由于 avx 库不便在 Taishan 服务器上进行配置编译,故不作此层子字优化,在代码中使用普通的循环和标准数据类型来代替 avx 指令,将__m256d 类型改为 double,以便能在 Taishan 服务器上运行代码;

GEMM.cpp

```
#include <iostream>
#include <cstring>
#include <time.h>

using namespace std;

#define REAL_T double
```

```
void avx_gemm(int n, REAL_T* A, REAL_T* B, REAL_T* C) {
    for (int i = 0; i < n; i += 4)
        for (int j = 0; j < n; ++ j) {
            double cij = C[i + j * n];
            for (int k = 0; k < n; k++) {
                cij += A[i + k * n] * B[k + j * n];
           C[i + j * n] = cij;
        }
#define UNROLL (4)
void pavx_gemm(int n, REAL_T* A, REAL_T* B, REAL_T* C) {
    for (int i = 0; i < n; i += 4 * UNROLL)
        for (int j = 0; j < n; ++ j) {
            double cij[4];
            for (int x = 0; x < UNROLL; ++x)
                cij[x] = C[i + j * n];
            for (int k = 0; k < n; k++) {
                double b = B[k + j * n];
                for (int x = 0; x < UNROLL; ++x)
                    cij[x] += A[i + 4 * x + k * n] * b;
            for (int x = 0; x < UNROLL; ++x)
                C[i + x * 4 + j * n] = cij[x];
void origin_gemm(int n, REAL_T* A, REAL_T* B, REAL_T* C) {
    for (int i = 0; i < n; ++i)
        for (int j = 0; j < n; ++ j) {
            double cij = C[i + j * n];
            for (int k = 0; k < n; k++) {
               cij += A[i + k * n] * B[k + j * n];
           C[i + j * n] = cij;
#define BLOCKSIZE (32)
void do_block(int n, int si, int sj, int sk, REAL_T* A, REAL_T* B, REAL_T* C) {
    for (int i = si; i < si + BLOCKSIZE; i += UNROLL * 4)
```

```
for (int j = sj; j < sj + BLOCKSIZE; ++j) {
            double c[4];
            for (int x = 0; x < UNROLL; ++x)
                c[x] = C[i + 4 * x + j * n];
            for (int k = sk; k < sk + BLOCKSIZE; ++k) {
                double b = B[k + j * n];
                for (int x = 0; x < UNROLL; ++x)
                    c[x] += A[i + 4 * x + k * n] * b;
            }
            for (int x = 0; x < UNROLL; ++x)
                C[i + x * 4 + j * n] = c[x];
void block gemm(int n, REAL T* A, REAL T* B, REAL T* C) {
    for (int sj = 0; sj < n; sj += BLOCKSIZE)
for (int sj = 0; sj < n; sj += BLOCKSIZE)</pre>
        for (int si = 0; si < n; si += BLOCKSIZE)</pre>
            for (int sk = 0; sk < n; sk += BLOCKSIZE)</pre>
                do_block(n, si, sj, sk, A, B, C);
void omp_gemm(int n, REAL_T* A, REAL_T* B, REAL_T* C) {
#pragma omp parallel for
    for (int sj = 0; sj < n; sj += BLOCKSIZE)</pre>
        for (int si = 0; si < n; si += BLOCKSIZE)</pre>
            for (int sk = 0; sk < n; sk += BLOCKSIZE)
                do_block(n, si, sj, sk, A, B, C);
//计算并输出计算时间和每秒浮点运算次数
void printFlops(int A_height, int B_width, int B_height, clock_t start, clock_t stop)
    cout << "SECOND:\t" << (stop - start) / CLOCKS PER SEC << "." << (stop - start) %
CLOCKS PER SEC << "\t\t";
    REAL_T flops = (2.0 * A_height * B_width * B_height) / 1E9 / ((stop - start) /
(CLOCKS PER SEC * 1.0));
    cout << "GFLOPS:\t" << flops << endl;</pre>
}
```

```
// 随机生成浮点数构造原始矩阵
void initMatrix(int n, REAL_T* A, REAL_T* B, REAL_T* C) {
    for (int i = 0; i < n; ++i)
        for (int j = 0; j < n; ++j) {
           A[i + j * n] = rand() / REAL_T(RAND_MAX);
           B[i + j * n] = rand() / REAL_T(RAND MAX);
           C[i + j * n] = 0;
       }
// 拷贝矩阵
void copyMatrix(int n, REAL_T* S_A, REAL_T* S_B, REAL_T* S_C, REAL_T* D_A, REAL_T* D_B,
REAL T* D C) {
   memcpy (D_A, S_A, n * n * sizeof(REAL_T));
   memcpy (D B, S B, n * n * sizeof(REAL T));
   memcpy(D_C, S_C, n * n * sizeof(REAL_T));
int main() {
   srand(int(time(0)));
   REAL_T* A, * B, * C, * a, * b, * c;
   clock_t start, stop;
   int n = 3072; // 矩阵规模
   A = new REAL_T[n * n]; a = new REAL_T[n * n];
   B = new REAL T[n * n]; b = new REAL T[n * n];
   C = new REAL T[n * n]; c = new REAL T[n * n];
    initMatrix(n, A, B, C); //构造原始矩阵
    copyMatrix(n, A, B, C, a, b, c); // 从原始矩阵拷贝数据
    cout << "origin caculation begin...\n";</pre>
    start = clock();
    origin_gemm(n, a, b, c);
    stop = clock();
    printFlops(n, n, n, start, stop);
    copyMatrix(n, A, B, C, a, b, c); // 从原始矩阵拷贝数据
    cout << "pavx caculation begin...\n";</pre>
    start = clock();
    pavx_gemm(n, a, b, c);
    stop = clock();
    printFlops(n, n, n, start, stop);
    copyMatrix(n, A, B, C, a, b, c); // 从原始矩阵拷贝数据
```

```
cout << "block caculation begin...\n";
    start = clock();
    block_gemm(n, a, b, c);
    stop = clock();
    printFlops(n, n, n, start, stop);

copyMatrix(n, A, B, C, a, b, c); // 从原始矩阵拷贝数据
    cout << "openmp caculation begin...\n";
    start = clock();
    omp_gemm(n, a, b, c);
    stop = clock();
    printFlops(n, n, n, start, stop);
}</pre>
```

5、实验结果分析

(一) 本机 visual studio 编程:

1024*1024

```
int n = 1024; // 矩阵規模

Microsoft Visual Studio 调试控制台 - X

origin caculation begin...
SECOND: 3. 401 GFLOPS: 0.631427
avx caculation begin...
SECOND: 1. 977 GFLOPS: 1.08623
pavx caculation begin...
SECOND: 1. 8 GFLOPS: 2.13044
block caculation begin...
SECOND: 0. 945 GFLOPS: 2.27247
openmp caculation begin...
SECOND: 0. 153 GFLOPS: 14.0358
F:\桌面\24年组成原理GEMM资料\testGEMM\Debug\testGEMM.exe (进程 20840)已退出,代码为 0.
按任意键关闭此窗口...
```

2048*2048

3072*3072

```
int n = 3072; // 矩阵规模

Microsoft Visual Studio 调试控制台 - 

Noting a caculation begin...
SECOND: 156.143 GFLOPS: 0.371339
avx caculation begin...
SECOND: 128.245 GFLOPS: 0.452119
pavx caculation begin...
SECOND: 47.769 GFLOPS: 1.2138
block caculation begin...
SECOND: 24.17 GFLOPS: 2.41421
openmp caculation begin...
SECOND: 3.208 GFLOPS: 18.0742
F:\桌面\24年组成原理GEMM资料\testGEMM\Debug\testGEMM.exe (进程 21448)已退出,代码为 0。
按任意键关闭此窗口...
```

4096*4096

```
int n = 4096; // 矩阵规模

Microsoft Visual Studio 调试控制台 - X

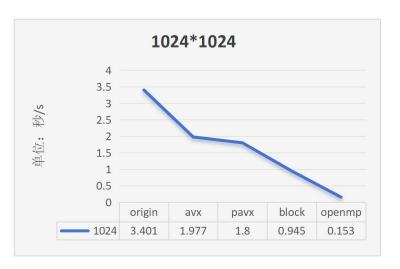
origin caculation begin...
SECOND: 806.979 GFLOPS: 0.170313
avx caculation begin...
SECOND: 63.577 GFLOPS: 0.521438
pavx caculation begin...
SECOND: 166.340 GFLOPS: 0.826253
block caculation begin...
SECOND: 58.721 GFLOPS: 2.34054
openmp caculation begin...
SECOND: 8.456 GFLOPS: 16.2534

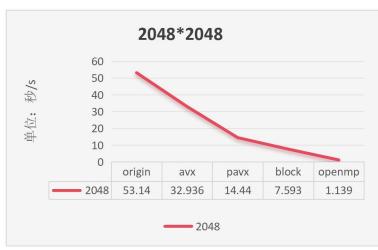
F:\果面\24年组成原理GEMM资料\testGEMM\Debug\testGEMM.exe (进程 10568)已退出,代码为 0。

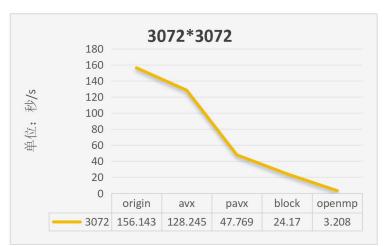
按任意键关闭此窗口...=
```

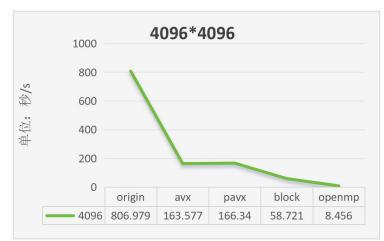
执行时间对比:



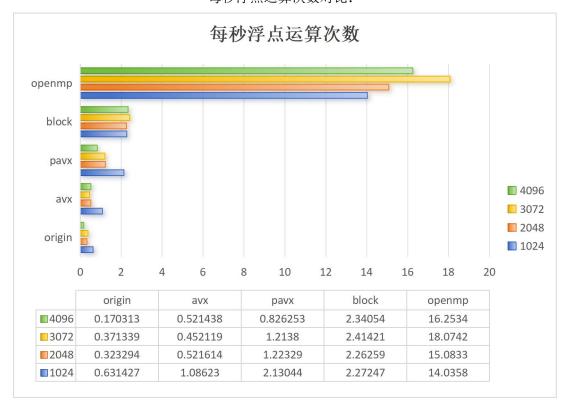




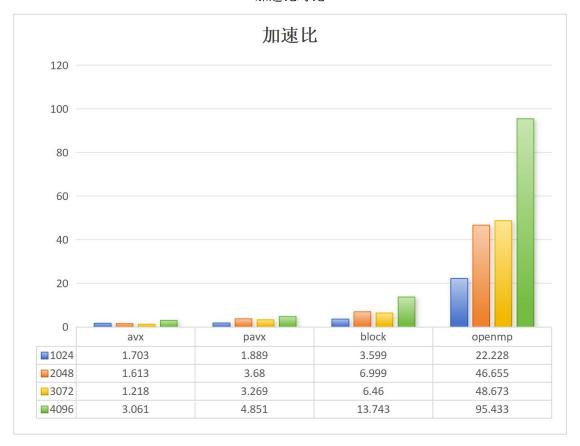




每秒浮点运算次数对比:



加速比对比



由实验结果可知: (本机 vs 编译环境)

- 1、原始矩阵乘法的执行时间随着矩阵 size 的增长有近似 n³的增幅,而进行优化后执行时间有明显的大幅下降;
- 2、大规模矩阵上的优化效果更加明显,4096矩阵上的优化加速比和其他规模矩阵不在一个数量级;
- 3、子字并行优化的加速比理论值为 4, 事实上却达不到 4, 尤其是小规模矩阵,分析原因可能为函数调用和循环控制的开销占比较大,而实际计算的比例相对较小,在小规模矩阵上,循环展开和向量化的收益较小,计算量不足以掩盖这些优化所需的开销,即使每次能并行处理多个元素,但整体的计算时间仍然受到其他因素(如加载、存储、缓存访问)的限制,因此小规模矩阵上的加速比不理想;4、分块操作在大规模矩阵上的优化效果更明显,分析原因可能为在小规模矩阵上,缓存未命中的代价较小,数据量不大时缓存可以较好地容纳全部数据,因此分块优化的效果不如在大规模矩阵上明显;
- 5、多核处理器的优化效果是稳定且显著的;

(二) Taishan 服务器 vim+gcc 编程:

1024*1024:

stu2212794@paralle1542-taishan200-1:~\$./test origin caculation begin... SECOND: 17.566540 GFLOPS: 0.122249 pavx caculation begin... SECOND: 3.215660 GFLOPS: 0.66782 block caculation begin... SECOND: 1.831374 GFLOPS: 1.17261 openmp caculation begin... SECOND: 1.831449 GFLOPS: 1.17256

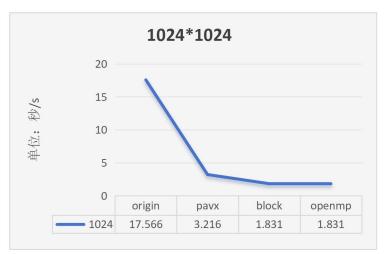
2048*2048:

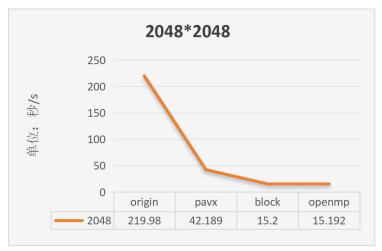
3072*3072:

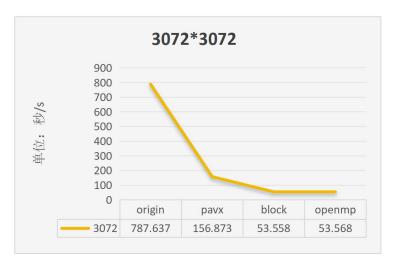
4096*4096:

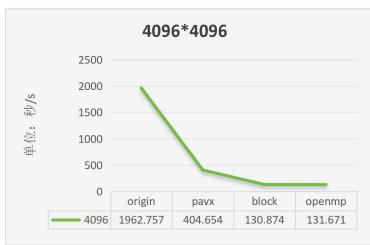
执行时间对比:



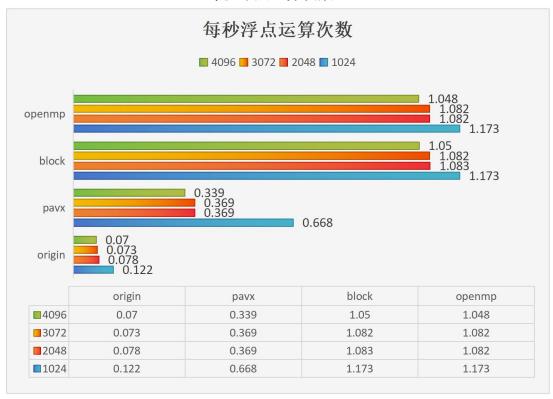




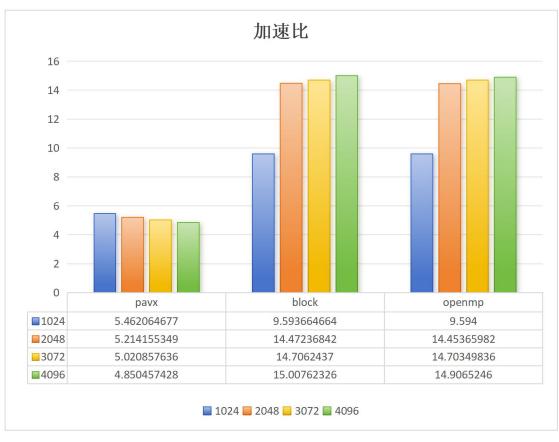




每秒浮点运算次数:



加速比对比:



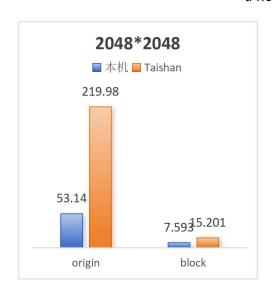
由实验结果可知: (Taishan 服务器 vim+gcc 编译环境)

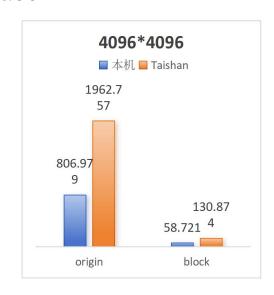
- 1、原始矩阵乘法的执行时间随着矩阵 size 的增长有近似 n³的增幅,而进行优化后执行时间有明显的下降;
- 2、矩阵规模对优化效果的影响不是特别显著,不同规模的矩阵优化加速比差不多在同一个数量级;
- 3、多核处理器并行操作几乎没有优化效果,实验时我已经使用 g++ -fopenmp -o test test. cpp 命令启用 openmp,但最终多处理器和单处理器的并行分块时间是相同的,不知道是否为未分配多核处理器或分配的 cache 数不够的问题;

(三) 对比分析:

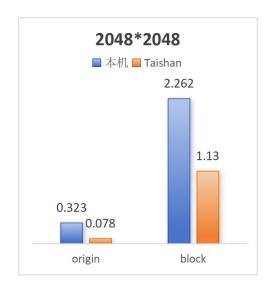
以矩阵规模为 2048 和 4096 为例: 对比 origin 和 block 的执行时间及 GFLOPS

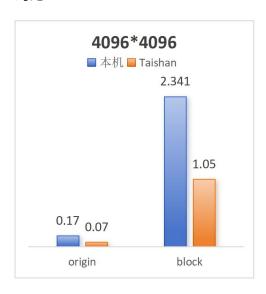
执行时间对比:





GFLOPS 对比:





由对比结果可知:

- 1、Taishan 服务器的计算速度远不及本机,在矩阵乘法优化代码的编译性能上明显比本机要差,而且似乎没有实现多核并行的优化效果;
- 2、我的计算机设备配置如下:

处理器 12th Gen Intel(R) Core(TM) i7-12700H 2.30 GHz

机带 RAM 16.0 GB (15.7 GB 可用)

系统类型 64 位操作系统,基于 x64 的处理器

Taishan 服务器规格如下:

处理器: 支持 2 路处理器, 处理器包含 64 核, 48 核, 40 核, 32 核三种配置, 频率均为 2.6GHz, L3 Cache 容量最大为 64MB;

内存: 最多 32 个 DDR4 内存插槽, 支持 RDIMM。

内存设计速率最大可达 2933MT/s。

内存保护支持 ECC、SEC/DED、SDDC、Patrol scrubbing 功能。

单根内存条容量支持 16GB/32GB/64GB/128GB。

3、从处理器和内存的角度来看,泰山服务器在核心数、内存容量和内存速率方面性能都更好,但不知为何运算速度不如本机,猜测可能是本机 vs 编译器调试后支持多核并行使得优化能高效进行:

6、实验总结

通过在本机 visual studio 和 Taishan 服务器 vim+gcc 环境下完成不同层次的矩阵乘法优化,对比不同矩阵规模、不同优化方式及不同硬件配置对优化效果的影响,更深入地理解了处理思路和硬件配置对程序优化的决定性作用。