



南开大学

Nankai University

作业纸

系别

班级

姓名

第

页

已知 $X \rightarrow Y \rightarrow Z$

$$\text{即 } P(X, Y, Z) = P(X) \cdot P(Y|X) \cdot P(Z|Y)$$

$\therefore X$ 与 $Y|Z$ 独立:

$$P(X, Y|Z) = P(X|Z) \cdot P(Y|Z) \quad ①$$

$$\therefore P(X, Y|Z) = \frac{P(X, Y, Z)}{P(Z)} \quad ②$$

$\therefore X$ 与 Z 独立:

$$\therefore P(X, Z) = P(X) \cdot P(Z) \quad \therefore P(X|Z) = P(X) \quad ③$$

$$\text{②: } P(X, Y|Z) = \frac{P(X) \cdot P(Y|X) \cdot P(Z|Y)}{P(Z)}$$

$$= \frac{P(X|Y) \cdot P(Y) \cdot P(Z|Y)}{P(Z)}$$

$$= \frac{P(X|Y) \cdot P(Y, Z)}{P(Z)}$$

$$= P(X|Y) \cdot P(Y|Z)$$

由 ① = ② 得: $P(X|Z) = P(X|Y)$

由 ③ 得: $P(X) = P(X|Y)$

$\therefore X$ 与 Y 独立



Quark 夸克

高清扫描 还原文档



南开大学

Nankai University

作业纸

系别

班级

姓名

第

页

T₂ 证明: 已知 $X \rightarrow Y \rightarrow Z \rightarrow T$

且 Y 与 $Z|T$ 独立

可得: $P(Y, Z|T) = P(Y|T) \cdot P(Z|T)$ $\therefore P(Y|Z, T) = P(Y|T)$
 $P(Z|Y, T) = P(Z|T)$

$\therefore X \rightarrow Y \rightarrow Z \rightarrow T$

$\therefore P(X, Y, Z, T) = P(X) \cdot P(Y|X) \cdot P(Z|Y) \cdot P(T|Z)$

要证 Y 与 $Z|(X, T)$ 独立

即证 $P(Y, Z|(X, T)) = P(Y|X, T) \cdot P(Z|X, T)$

$\therefore P(Y, Z|(X, T)) = \frac{P(X, Y, Z, T)}{P(X, T)}$

$= \frac{P(X) \cdot P(Y|X) \cdot P(Z|Y) \cdot P(T|Z)}{P(X, T)}$

$= \frac{P(X, Y) \cdot P(Z|Y) \cdot P(Y, Z|T) \cdot P(T)}{P(X, T) \cdot P(Z) \cdot P(Y|T)}$

$= \frac{P(X|Y) \cdot P(Y) \cdot P(Y, Z, T) \cdot P(T)}{P(X, T) \cdot P(Z) \cdot P(Y|Z, T)}$

$= \frac{P(X, Y) \cdot P(Z, T) \cdot P(T)}{P(X, T) \cdot P(Z)}$

$= \frac{P(Z|X, T) \cdot P(X, Y) \cdot P(Z, T) \cdot P(T)}{P(X, Z, T) \cdot P(Z)}$

$= P(Z|X, T) \cdot \frac{P(X, Y) \cdot P(Z, T) \cdot P(T)}{P(Y, Z|T) \cdot P(T) \cdot P(Z)}$

$= P(Z|X, T) \cdot \frac{P(X, Y) \cdot P(Z, T)}{P(Y|T) \cdot P(Z|T) \cdot P(Z)}$

$= P(Z|X, T) \cdot P(Y|X, T)$

即证.



Quark 夸克

高清扫描 还原文档



南开大学

Nankai University

作业纸

系别 _____ 班级 _____ 姓名 _____ 第 _____ 页

T3 由信息处理不等式: $X \rightarrow Y \rightarrow Z \rightarrow T$ $\nearrow X \rightarrow Y \rightarrow Z$
 $\searrow Y \rightarrow Z \rightarrow T$

可得 $I(X; Y) \geq I(X; Z)$ ①

$I(Y; Z) \geq I(Y; T)$ ②

(1) $I(X; T) + I(Y; Z) \geq I(X; Z) + I(Y; T)$ $\because I(X; T) \leq I(X; Z)$ ③

由③②可知: 不恒成立,

(2) $I(X; T) + I(Y; Z) \geq I(X; Y) + I(Z; T)$

$\because \cancel{I(X; T) \leq I(X; Y)}$ $\because I(Y; Z)$ 与 $I(X; Y)$ 无法比较)

由③可知: 不恒成立

(3) $I(X; Y) + I(Z; Y) \geq I(X; Z) + I(Y; T)$

由①②可知: 恒成立



Quark 夸克

高清扫描 还原文档