Nome e cognome:

Dipartimento di Ingegneria

Università del Sannio

Sistemi dinamici

Matricola ed anno di corso:

Tempo a disposizione: 3 ore *Prova scritta* 4 Febbraio 2019

Gli studenti che hanno seguito il corso negli anni accademici precedenti sono tenuti a svolgere i seguenti esercizi: **Esercizio 1**, **Esercizio 3**, **Esercizio 4**, **Esercizio 5** ed **Esercizio 6**, mentre gli studenti che hanno frequentato il corso nell'anno accademico corrente (a.a. 2018/2019) sono tenuti a svolgere l'**Esercizio 2** piuttosto che l'**Esercizio 5**.

Esercizio 1

Si consideri il sistema di serbatoi rappresentato in Figura 1. La variabile di controllo (che rappresenta l'ingresso del sistema) è la portata volumetrica ϕ, mentre la variabile misurata (quindi la variabile d'uscita del sistema) è il livello del fluido h_2 del secondo serbatoio. Le superfici di base dei due serbatoi sono indicate rispettivamente con A_1 e A_2, mentre, le superfici degli orifizi sono indicate con a_{12}, a_{13} ed a_{23} rispettivamente. I serbatoi sono riempiti con un fluido perfetto ed incomprimibile, inoltre, la pressione esterna è costante.

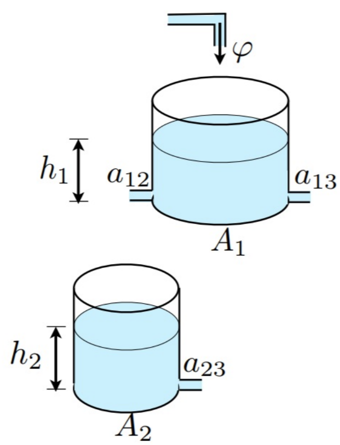

Figura 1: Sistema di serbatoi.

- Determinare una rappresentazione nello spazio di stato del modello matematico del sistema dinamico in Figura 1.
- Considerando i seguenti valori numerici dei paramteri del sistema: $a_{12} = a_{23} = a_{13} = 1\ \mathrm{m}^2$, $A_1 = 200\ \mathrm{m}^2, A_2 = 100\ \mathrm{m}^2$, ricavare lo stato di equilibrio con l'ingresso $\bar{u} = 10\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ (per la forza di gravità si consideri la seguente approssimazione $g = 10\ \mathrm{m}/\mathrm{s}^2$).
- Determinare il sistema linearizzato (A, B, C, D) intorno al punto di equilibrio e studiarne la stabilità.
- Ricavare la funzione di trasferimento del sistema corrispondente al modello linearizzato ricavato al punto precedente indicando guadagno statico, zeri e poli.

Esercizio 2

L'equazione alle differenze che descrive un sistema dinamico tempo discreto è la seguente:

$$x[k+1] = \begin{bmatrix} 1.5 & -0.56 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x[k] + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u[k] \tag{1}$$

$$y[k+1] = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.08 \end{bmatrix} x[k] \tag{2}$$

- Calcolare la funzione di trasferimento $H(z)$ e determinare guadagno statico, poli e zeri.
- Discutere la stabilità del sistema.
- Fornire una rappresentazione del sistema tramite un'equazione alle differenze che lega $u[k]$ e $y[k]$.
- Fornire lo schema a blocchi partendo dalla rappresentazione in forma di stato del sistema discreto.

Esercizio 3

Si consideri lo schema a blocchi nella Figura 2:

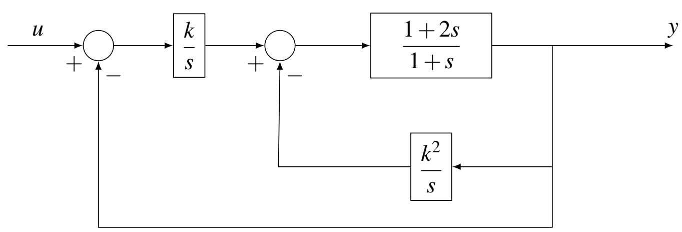

Figura 2: Schema a blocchi.

- si fornisca la funzione di trasferimento da u ad y;
- si discuta la stabilità del sistema a ciclo chiuso al variare del parametro k.

Esercizio 4

Sia data la funzione $f(t)$ periodica, definita nell'intervallo $[0, \pi)$ come:

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad 0 < t < \dfrac{\pi}{5} \\ \pi - t & \text{se} \quad \dfrac{\pi}{5} \leq t \leq \pi \end{cases}.$$

- Fornire una rappresentazione grafica del segnale nell'intervallo $[-3\pi, 3\pi]$.
- Determinare parità/disparità ed il periodo della funzione $f(t)$.
- Scrivere la serie di Fourier di $f(t)$.

Esercizio 5

Sia dato lo schema di controllo in retroazione in Figura 3:

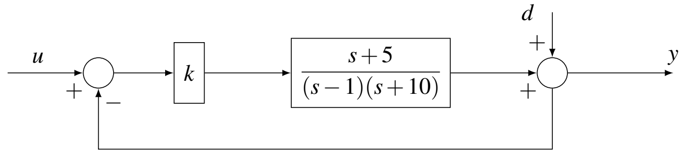

Figura 3: Schema a blocchi.

- determinare per quali valori del parametro k il sistema retroazionato è asintoticamente stabile (considerando il disturbo $d(t) = 0$);
- posto $k = 10$, si determini l'andamento dell'uscita a regime corrispondente ad un riferimento nullo ed ad un disturbo costante $d(t) = 1$.

Esercizio 6

Facendo riferimento ai diagrammi di Bode mostrati in Figura 4:

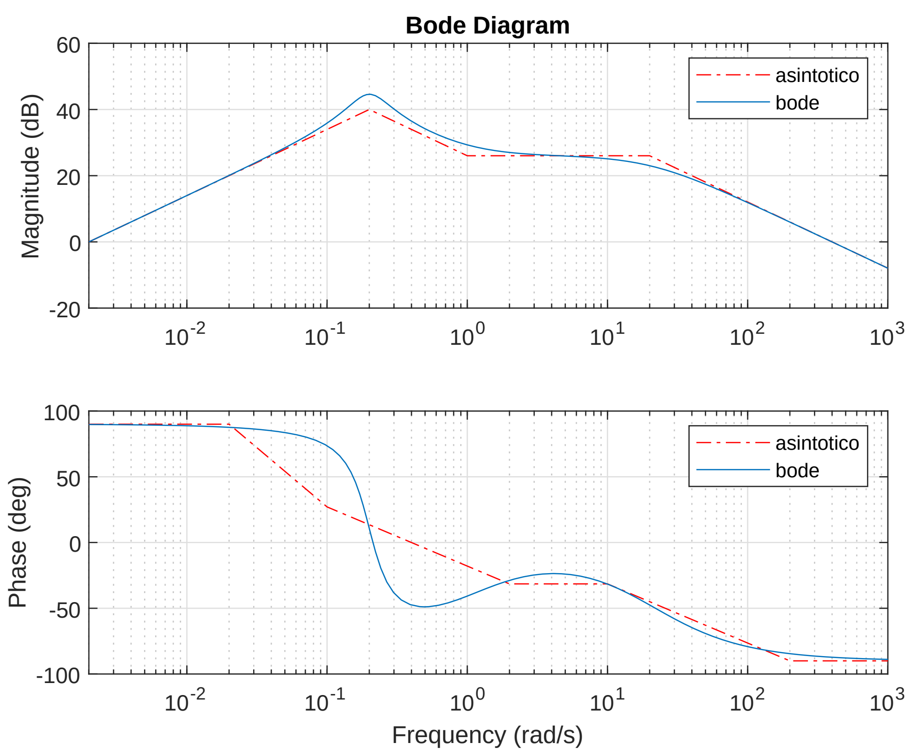

Figura 4: Diagrammi di Bode.

- determinare l'espressione analitica della funzione di trasferimento $G(s)$;
- calcolare l'uscita a regime considerando in ingresso il seguente segnale: $u(t) = 5\sin(0.02\,t) + 3\cos(400\,t)$.