

Ingegneria Elettronica per l'Automazione e le
Telecomunicazioni
A. A. 2017/2018
MATEMATICA 2 Esempio di esercizi di esame

Nome e Cognome	N. Matricola

Problema	Punti
1	
2	
3	
4	
5	
Totale	

Note: Non si possono utilizzare calcolatori o appunti. Il valore in punti (su 100) di ogni esercizio è indicato sul margine sinistro.

- (5) 1. (a) Utilizzando il criterio del rapporto stabilire la convergenza o meno della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n (n!)^2}{(2n)!}$$

- (5) 1. (b) Determinare l'intervallo di convergenza della seguente serie, discutere i punti estremi.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{3}\right)^n$$

- (5) 1. (c) Trovare un'approssimazione in due termini del seguente integrale

$$\int_0^t e^{-x^2} dt$$

- (5) 1. (d) e dare una stima dell'errore commesso nella sua valutazione sull'intervallo $0 < t < 0.1$

- (3) 2. (a) Esprimere in forma rettangolare il numero complesso $\frac{1}{3+2i}$.
- (3) (b) Esprimere in forma polare il numero complesso $1-i$.
- (3) (c) Esprimere in forma rettangolare il numero complesso $(1-i)^8$.
- (3) (d) Trovare due numeri reali a, b tali che $b > 0$ e $a+bi$ è una radice cubica di -1 .
- (3) (e) Esprimere in forma rettangolare il numero complesso $e^{\ln 2 + i\pi}$.
- (5) (f) Scrivere $f(t) = 2\cos(4t) - 2\sin(4t)$ nella forma $A\cos(\omega t - \phi)$.

(3) **3. (a)** È data la funzione

$$f(t) = \begin{cases} -t, & -\pi < t < 0, \\ t, & 0 < t < \pi. \end{cases}$$

disegnare, in maniera schematica, alcuni periodi della funzione periodica di periodo 2π .

(7) **3. (b)** Sviluppare la funzione data in serie di Fourier.

(10) **3. (c)** Si forzi un oscillatore armonico non smorzato con la funzione $hf(t)$ di **3. (a)**:
 $x''(t) + \omega^2 x(t) = f(t)$. Trovare una soluzione periodica come serie di Fourier. Per quali frequenze l'oscillatore risuona?

- (8) 4. (a) In un ambiente ideale, la popolazione di una particolare specie di ratto, che si sta sviluppando nel paese X, aumenta di un fattore $e \simeq 2.718281828459045 \dots$ ogni anno. Rappresentare questa crescita naturale con un'equazione differenziale. Qual è il tasso di crescita k ?
- (4) (b) Il paese X non rappresenta un ambiente ideale per la crescita dei ratti ed è in grado di reggerne una popolazione massima sostenibile di $R = 1000$ ratti. Scrivere l'equazione logistica che modella questa situazione. (È possibile utilizzare “ k ” per il tasso di crescita naturale in questo caso se non si è riusciti a determinarlo in (a)).
- (8) (c) Il servizio di igiene e profilassi del paese X intende controllare questi ratti, uccidendoli a un tasso costante di a ratti all'anno. Se vuole limitare la popolazione dei ratti al 75% della popolazione massima sostenibile, quanto deve essere il tasso di soppressione a (in ratti all'anno) che deve riuscire a raggiungere?

(5) 5. (a) Trovare una soluzione particolare dell'equazione $y'' + 3y' + 2y = e^x$.

(5) (b) Trovare la soluzione particolare della stessa equazione che soddisfa le seguenti condizioni iniziali $y(0) = 0$ e $y'(0) = 3$

(7) (c) Risolvere lo stesso problema usando la trasformata di Laplace.

(3) (d) Trovare la trasformata inversa di Laplace della funzione

$$\frac{2p+1}{p^2+9}$$