

Contatori

Conteggio numeri binari

Il terzo ogni quattro numeri....

0	0	0		Il bit meno
0	0	1		significativo cambia
0	1	0		ogni numero
0	1	1		Il successivo cambia
1	0	0		ogni due numeri
1	0	1		
1	1	0		
1	1	1		

Contatori Sincroni

Un contatore **sincrono** è costruito mediante **flip-flop pilotati da un impulso di clock in comune**

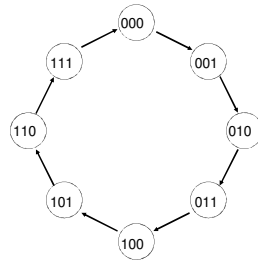
Ciò **evita ritardi di propagazione**

...Ma richiede una **circuiteria più complessa**

Progettazione contatori sincroni

1. Creare **un'automa a stati che descriva il funzionamento del contatore**
 - A questo punto, dato il **numero di bit necessari per codificare gli stati, abbiamo bisogno di un flip-flop per bit**
2. Creare una **tabella degli stati che descriva le relazioni tra stato corrente e stato successivo**, e i relativi ingressi dei flip flop che codificano gli stati
3. Derivare **le mappe di Karnaugh per ciascun flip-flop**

Automa a stati finiti



Contatore binario a 3 bit

Usiamo un flip-flip T

Tabella degli Stati

Stato corrente			Stato successivo			Ingressi flip-flip		
C	B	A	C ⁺	B ⁺	A ⁺	T _C	T _B	T _A
0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	1	0	0	0	1	1	1

Sono a 1 gli ingressi del flip flop T che vede un cambio del corrispondente bit.
T_A è sempre a 1 perchè il bit meno significativo cambia sempre ad ogni step

Present State			Next State			Flip-Flop Inputs		
C	B	A	C ⁺	B ⁺	A ⁺	T _C	T _B	T _A
0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	1	0	0	0	1	1	1

Mappe di Karnaugh

		C	
BA		0	1
00		0	0
01		0	0
11		1	1
10		0	0

T_C

$$T_C = BA$$

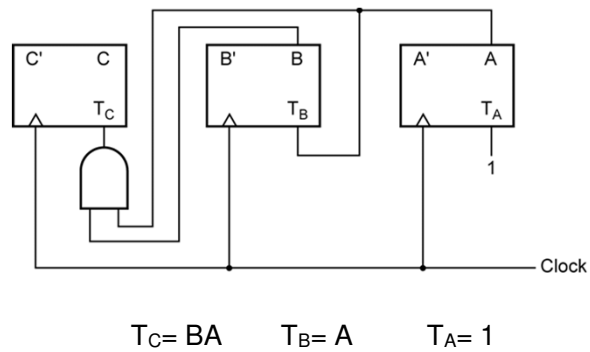
		C	
BA		0	1
00		0	0
01		1	1
11		1	1
10		0	0

T_B

$$T_B = A$$

$$T_A = 1$$

Diagramma Circuito



Usiamo un flip-flop D

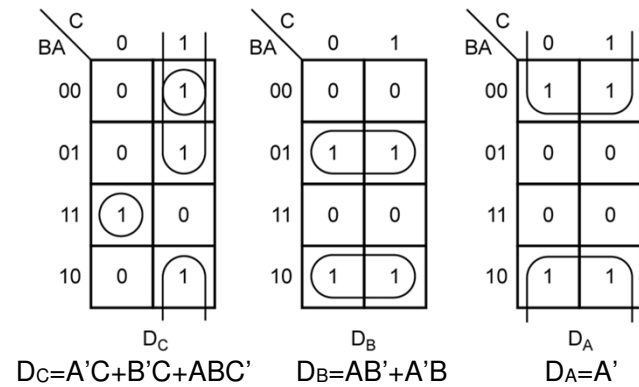
Tabella degli Stati

Stato corrente			Stato successivo		
C	B	A	C ⁺	B ⁺	A ⁺
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0

Uscite FUTURE (+) sono uguali a ingressi in FF D

Mappe Karnaugh

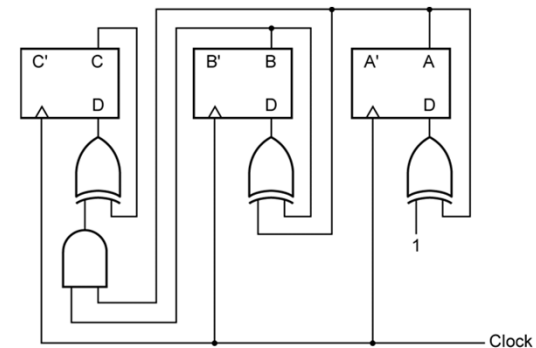
C	B	A	C ⁺	B ⁺	A ⁺
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0



Usiamo porte XOR

- $D_A = A' = A \oplus 1$
- $D_B = AB' + A'B = A \oplus B$
- $D_C = A'C + B'C + ABC' = C(A' + B') + C'(AB) =$
 $= C(AB)' + C'(AB) = AB \oplus C$

Diagramma Circuito



Usiamo Flip Flop JK...

Tabella Degli Stati

Q2	Q1	Q0	Q2+	Q1+	Q0+	J2	K2	J1	K1	J0	K0
0	0	0	0	0	1	0	-	0	-	1	-
0	0	1	0	1	0	0	-	1	-	-	1
0	1	0	0	1	1	0	-	-	0	1	-
0	1	1	1	0	0	1	-	-	1	-	1
1	0	0	1	0	1	-	0	0	-	1	-
1	0	1	1	1	0	-	0	1	-	-	1
1	1	0	1	1	1	-	0	-	0	1	-
1	1	1	0	0	0	-	1	-	1	-	1

Mappe: J₂ K₂

Q ₂	Q ₁	Q ₀	J ₂	K ₂	J ₂		K ₂	
					Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0 1	Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0 1
0	0	0	0	-	00	0 0	00	- -
0	0	1	0	-	01	0 1	01	- -
0	1	0	0	-	11	- -	11	0 1
0	1	1	1	-	10	- -	10	0 0
1	0	0	-	0				
1	0	1	-	0				
1	1	0	-	0				
1	1	1	-	1				

Mappe: J₂ K₂

Q ₂	Q ₁	Q ₀	J ₂	K ₂	J ₂		K ₂	
					Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0 1	Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0 1
0	0	0	0	-	00	0 0	00	- -
0	0	1	0	-	01	0 1	01	- -
0	1	0	0	-	11	- -	11	0 1
0	1	1	1	-	10	- -	10	0 0
1	0	0	-	0				
1	0	1	-	0				
1	1	0	-	0				
1	1	1	-	1				

J₂=Q₁Q₀ K₂=Q₁Q₀

Mappe: J₁ K₁

Q ₂	Q ₁	Q ₀	J ₁	K ₁	J ₁		K ₁	
					Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0 1	Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0 1
0	0	0	0	-	00	0 1	00	- -
0	0	1	1	-	01	- -	01	0 1
0	1	0	-	0	11	- -	11	0 1
0	1	1	-	1	10	0 1	10	- -
1	0	0	0	-				
1	0	1	1	-				
1	1	0	-	0				
1	1	1	-	1				

Mappe: J₁ K₁

Q ₂	Q ₁	Q ₀	J ₁	K ₁	J ₁		K ₁	
					Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0 1	Q ₂ Q ₁ \ Q ₀	0 1
0	0	0	0	-	00	0 1	00	- -
0	0	1	1	-	01	- -	01	0 1
0	1	0	-	0	11	- -	11	0 1
0	1	1	-	1	10	0 1	10	- -
1	0	0	0	-				
1	0	1	1	-				
1	1	0	-	0				
1	1	1	-	1				

J₁=Q₀ K₁=Q₀

Mappe: J_0 K_0

Q2	Q1	Q0	J0	K0		
0	0	0	1	-		
0	0	1	-	1		
0	1	0	1	-		
0	1	1	-	1		
1	0	0	1	-		
1	0	1	-	1		
1	1	0	1	-		
1	1	1	-	1		

J₀

Q ₂ \ Q ₁	Q ₀	0	1
00	1	-	
01	1	-	
11	1	-	
10	1	-	

K₀

Q ₂ \ Q ₁	Q ₀	0	1
00	-	1	
01	-	1	
11	-	1	
10	-	1	

Mappe: J_0 K_0

Q2	Q1	Q0	J0	K0
0	0	0	1	-
0	0	1	-	1
0	1	0	1	-
0	1	1	-	1
1	0	0	1	-
1	0	1	-	1
1	1	0	1	-
1	1	1	-	1

Q₂Q₁

Q₀

0

1

00

01

11

10

1

-

1

-

1

-

1

-

J₀

J₀=1

Q₂Q₁

Q₀

0

1

00

01

11

10

-

1

-

1

-

1

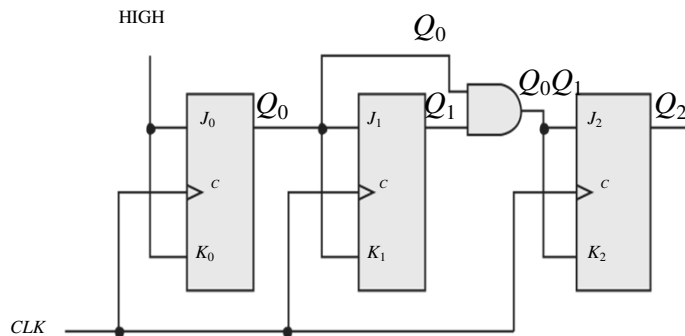
-

1

K₀

K₀=1

Circuito



Ricapitolando

- Ogni numero decimale (codificato in binario) rappresenta uno stato
- Il diagramma degli stati (e la tabella degli stati) rappresentano le transizioni da uno stato all'altro (cioè da un numero al successivo)
- Per **implementare il circuito, ci occorrono tanti flip-flop quante sono le cifre binarie del contatore (bit per rappresentare gli stati)**
 - Ognuno "memorizza" una cifra
- Infine **dobbiamo realizzare dei circuiti che pilotano le transizioni di ogni flip-flop**

Come determinare gli ingressi dei flip-flop corrispondenti alle transizioni di stato?

A seconda se la cifra del flip flop cambia o meno nella transizione di stato, il flip flop va pilotato diversamente con input diversi

	J	K	T	D
	J	K		
0→0	0	-	0	0
0→1	1	-	1	1
1→0	-	1	1	0
1→1	-	0	0	1

Circuito di pilotaggio

- Per ogni flip flop tracciamo mappe di Karnaugh (nel J-K ne occorrono due, una per J e una per K) in cui
 - Le variabili rappresentano lo stato in cui si trova il contatore (stato precedente)
 - I valori rappresentano il valore da inviare **all'ingresso del flip-flop per portarlo nello stato successivo** (vedi tabella precedente)
- Risolta la mappa, otteniamo il circuito di pilotaggio di ciascun flip-flop

Esercizio

- Realizziamo un BCD decade counter
- Ovvero, un contatore a 4 bit che torna a 0 dopo aver raggiunto 9 (1001)
 - Usiamo un flip-flop J-K connesso in modalità T
- Proviamo a connettere il contatore al 7-segment decoder e quindi a un display a 7 segmenti

Tabella Degli Stati

Q3	Q2	Q1	Q0	Q3+	Q2+	Q1+	Q0+	T3	T2	T1	T0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1
0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1

T₃

Q3 Q2 Q1 Q0 T3

0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1

Q3Q2 \ Q1Q0	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	0
11	-	-	-	-
10	0	1	-	-

T₃

Q3 Q2 Q1 Q0 T3

0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1

Q3Q2 \ Q1Q0	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	0
11	-	-	-	-
10	0	1	-	-

$$T_3 = Q_3Q_0 + Q_2Q_1Q_0$$

T₂

Q3 Q2 Q1 Q0 T2

0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0

Q3Q2 \ Q1Q0	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	1	0
11	-	-	-	-
10	0	0	-	-

T₂

Q3 Q2 Q1 Q0 T2

0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0

Q3Q2 \ Q1Q0	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	1	0
11	-	-	-	-
10	0	0	-	-

$$T_2 = Q_1Q_0$$

T_1

Q3 Q2 Q1 Q0 T1

0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0

Q ₃ Q ₂ \ Q ₁ Q ₀					
		00	01	11	10
00	0	1	1	0	
01	0	1	1	0	
11	-	-	-	-	
10	0	0	-	-	

 T_1

Q3 Q2 Q1 Q0 T1

0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0

Q ₃ Q ₂ \ Q ₁ Q ₀					
		00	01	11	10
00	0	1	1	0	
01	0	1	1	0	
11	-	-	-	-	
10	0	0	-	-	

$$T_1 = Q_3'Q_0$$

 T_0

Q3 Q2 Q1 Q0 T0

0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1

Q ₃ Q ₂		Q ₁ Q ₀			
		00	01	11	10
Q ₃ Q ₂	00	1	1	1	1
	01	1	1	1	1
	11	-	-	-	-
	10	1	1	-	-

 T_0

Q3 Q2 Q1 Q0 T0

0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1

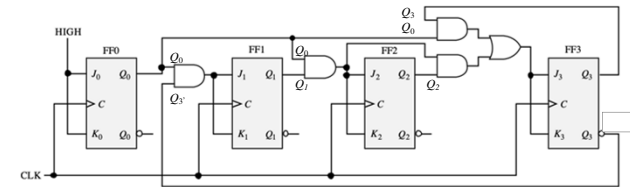
Q ₃ Q ₂ \ Q ₁ Q ₀					
		00	01	11	10
00	1	1	1	1	
01	1	1	1	1	
11	-	-	-	-	
10	1	1	-	-	

$$T_0 = 1$$

Sommario

- $T_3 = Q_3 Q_0 + Q_2 Q_1 Q_0$
- $T_2 = Q_1 Q_0$
- $T_1 = Q_3' Q_0$
- $T_0 = 1$

Circuito



$$\begin{aligned} T_3 &= Q_3 Q_0 + Q_2 Q_1 Q_0 \\ T_2 &= Q_1 Q_0 \\ T_1 &= Q_3' Q_0 \\ T_0 &= 1 \end{aligned}$$

Contatore Up/Down

Dotato di ingresso UP/ $\overline{\text{DOWN}}$

- Se HIGH, il contatore conta in avanti (incrementa di 1)
- Se LOW, il contatore conta all'indietro (decrementa di 1)

Automa

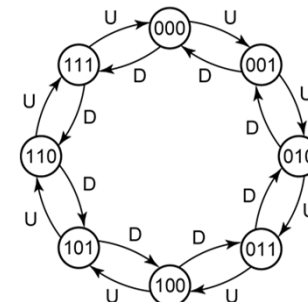


Tabella degli stati

Q2	Q1	Q0	UP/DOWN	Q2+	Q1+	Q0+	T2	T1	T0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	0	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	1	1	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1	1	0	0	1
1	1	1	1	0	0	0	1	1	1

1 up
0 down

Mappe di Karnaugh

A questo punto costruiamo mappe per ogni flip flop che modellano **lo stato successivo (e uscite) in base a:**

- Stato corrente
- Ingresso $\overline{\text{UP/DOWN}}$ (in breve U)

T₂

Q2	Q1	Q0	UP/DOWN	T2
0	0	0	0	1
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	1
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

		Q ₀ U			
Q ₂ Q ₁		00	01	11	10
		00	01	11	10
00		1	0	0	0
01		0	0	1	0
11		0	0	1	0
10		1	0	0	0

T₂

Q2	Q1	Q0	UP/DOWN	T2
0	0	0	0	1
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	1
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

		Q ₀ U			
Q ₂ Q ₁		00	01	11	10
		00	01	11	10
00		1	0	0	0
01		0	0	1	0
11		0	0	1	0
10		1	0	0	0

$$T_2 = Q_1'Q_0'U' + Q_1Q_0U$$

T_1

Q2	Q1	Q0	UP/DOWN	T1
0	0	0	0	1
0	0	1	0	0
0	1	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	0	0	1
1	0	1	0	0
1	1	0	0	1
1	1	1	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

		Q_0U			
Q_2Q_1		00	01	11	10
00		1	0	1	0
01		1	0	1	0
11		1	0	1	0
10		1	0	1	0

T_1

Q2	Q1	Q0	UP/DOWN	T1
0	0	0	0	1
0	0	1	0	0
0	1	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	0	0	1
1	0	1	0	0
1	1	0	0	1
1	1	1	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

		Q_0U			
Q_2Q_1		00	01	11	10
00		1	0	1	0
01		1	0	1	0
11		1	0	1	0
10		1	0	1	0

$$T_1 = Q_0'U' + Q_0U$$

T_0

Q2	Q1	Q0	UP/DOWN	T0
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

$$T_0 = 1$$

Sommario

$$T_2 = Q_1'Q_0'U' + Q_1Q_0U$$

$$T_1 = Q_0'U' + Q_0U$$

$$T_0 = 1$$

Circuito

$$T_2 = Q_1 Q_0 U + Q_0' Q_1' U'$$

$$T_1 = Q_0' U' + U Q_0$$

$$T_0 = 1$$

