Ingegneria Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni
MATEMATICA 2 A. A. 2018/2019
ESAME 22 Gennaio 2019

Nome e Cognome	N. Matricola

Problema	Punti
1	
2	
3	
4	
5	
Totale	

Note: Non si possono utilizzare calcolatori o appunti. Il valore in punti (su 100) di ogni esercizio è indicato sul margine sinistro.

Formule per la trasformata di Laplace

$y = f(t)$	$\mathcal{L}(y) = \int_0^\infty f(t)e^{-pt}dt = F(p)$	
1	$\frac{1}{p}$	Re $p > 0$
e^{at}	$\frac{1}{p-a}$	Re $(p+a) > 0$
$\sin at$	$\frac{a}{p^2+a^2}$	Re $p > \lvert\text{Im } a\rvert$
$\cos at$	$\frac{p}{p^2+a^2}$	Re $p > \lvert\text{Im } a\rvert$
$\sinh at$	$\frac{a}{p^2-a^2}$	Re $p > \lvert\text{Re } a\rvert$
$\cosh at$	$\frac{p}{p^2-a^2}$	Re $p > \lvert\text{Re } a\rvert$
t^n	$\frac{n!}{p^{n+1}}$	Re $p > 0, \quad n \geq 0$
te^{at}	$\frac{1}{(p-a)^2}$	Re $(p+a) > 0$
$e^{at}\sin \omega t$	$\frac{\omega}{(p-a)^2+\omega^2}$	Re $(p-a) > \lvert\text{Im } \omega\rvert$
$e^{at}\cos \omega t$	$\frac{p-a}{(p-a)^2+\omega^2}$	Re $(p-a) > \lvert\text{Im } \omega\rvert$
$t \sin at$	$\frac{2ap}{(p^2+a^2)^2}$	Re $p > \lvert\text{Im } a\rvert$
$t \cos at$	$\frac{p^2-a^2}{(p^2+a^2)^2}$	Re $p > \lvert\text{Im } a\rvert$

Operazioni di trasformazione di Laplace

Operazioni	
1. Trasformata di una derivata	$\mathcal{L}\{f'(t)\} = pF(p) - f(0)$
2. Sostituzione	$\mathcal{L}\{f(t)e^{at}\} = F(p-a)$
3. Traslazione	$\mathcal{L}\{f(t-b)\} = F(p)e^{-bp}$

(4) **1.a** (MB 1.13.9, p. 32) Trovare i primi termini della serie di MacLaurin della funzione

$$\frac{1+x}{1-x}$$

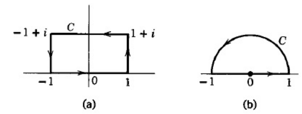
(3) **1.b** Trovare il termine generale e scrivere la serie in forma di somma

(3) **1.c** Determinare l'intervallo di convergenza della serie.

(10) **1.c** (MB 2.14.12 p. 74 e 2.15.4 p.76) Esprimere i seguenti numeri in forma rettangolare $x+iy$:

(MB 14.3.3, p. 676) Calcolare il seguente integrale di linea nel piano complesso per integrazione diretta, cioè, come un integrale di linea in uno spazio a due dimensioni, *senza* usare teoremi sull'integrazione di funzioni complesse di variabili complesse, lungo i percorsi indicati nelle figure (a) e (b):

$$\oint_C z^2 dz$$



(8) **2.a** Percorso indicato in figura (a)

(8) **2.b** Percorso indicato in figura (b)

(4) **2.c** Se, nel caso in questione, si applica qualche teorema relativo all'integrazione di funzioni complesse di variabili complesse, enunciarlo e usarlo per verificare i risultati ottenuti.

(MB 8.13.30 p. 467) Una massa m cade per effetto della gravità (forza mg) in un liquido la cui viscosità diminuisce con il tempo in maniera tale che la forza viscosa di resistenza al moto è $-2mv/(1+t)$, dove v è la velocità di m. Se la massa parte da ferma, trovarne (in termini di g):

(10) **3.a** La velocità in funzione del tempo, ed il suo valore a $t = 1$;

(4) **3.b** L'accelerazione in funzione del tempo, ed il suo valore a $t = 1$;

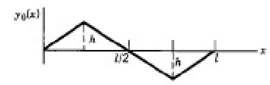
(6) **3.c** La posizione in funzione del tempo e di quanto sia caduta a $t = 1$.

(15) **4.a** (MB 8.9.23, p. 443) Risolvere con il metodo della trasformata di Laplace l'equazione differenziale $y'' + 2y' + 5y = 10\cos t$ con le condizioni iniziali $y_0 = 0; y_0' = 3$.

(5) **4.b** (MB 8.9.38, p. 444) Valutare il seguente integrale definito usando la tabella delle trasformate di Laplace

$$\int_0^\infty e^{-t}\,(1-\cos 2t)\,dt$$

(MB 13.4.4, p. 637) Una corda di lunghezza l ha velocità iniziale nulla e lo spostamento $y_o(x)$ mostrato in figura. Trovare lo spostamento in funzione di x e t.



(4) **5.a** Scrivere l'espressione della funzione $f(x)$ che rappresenta la forma iniziale della corda.

(8) **5.b** Descrivere la tecnica di soluzione dell'equazione differenziale alle derivate parziali (in questione) e determinare le funzioni di base per questo problema

(8) **5.c** Scrivere la soluzione del problema come sovrapposizione delle funzioni di base e determinare i coefficienti