① DAL GRAFICO È POSSIBILE NOTARE I DUE POLI ~~IN~~ COMPLESSI E CONIUGATI IN $\boxed{S=-3\pm 7j}$

LA F.D.T. È DEL SECONDO ORDINE CON POLI C.C.

$$G(s)=\frac{N}{(s+3)^2+49}=$$

PUNTO ①

CALCOLO IL GUADAGNO N, DATO DAL PROBLEMA

$$(N)_{dB}=6 \quad \rightarrow \quad N=10^{\frac{6}{20}}\approx 2$$

PUNTO ③

$$\omega_m=\sqrt{\sigma^2+\omega^2}=\sqrt{9+49}=\sqrt{58}\cong 7.61$$

$$\xi=\frac{\sigma}{\omega_m}=\frac{3}{\sqrt{58}}\cong 0.39$$

PUNTO 2

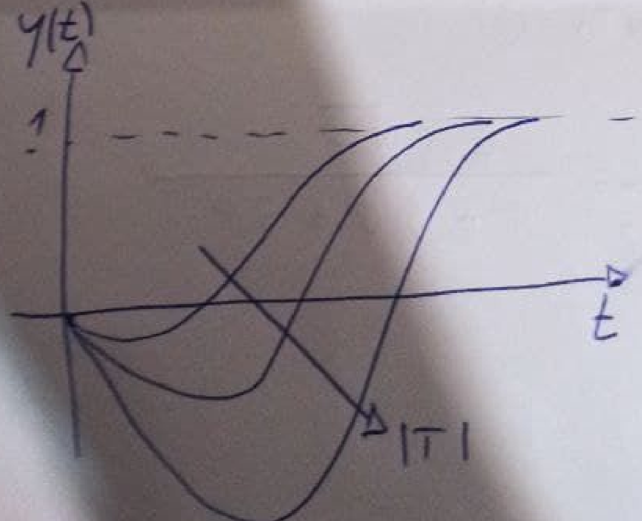
$$M_p = 100\, e^{\frac{-\pi \xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \cong 26.01\%$$

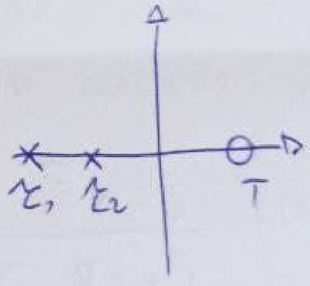
$$T_{a,\varepsilon\%} \approx -\frac{\ln(0.01\varepsilon)}{\xi \omega_n} = 1.53\,s \quad \boxed{\overset{\text{VALORI TIPICI}}{\varepsilon = \{1,2,5\}}}$$

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} \cong 0.44\,s$$

PUNTO 4

IL SISTEMA DIVIENE A FASE NON MINIMA E QUESTO COMPORTA LA PRE~~S~~ENZA DI UNA SOTTOELONGAZIONE NELLA RISPOSTA. QUEST'ULTIMA SARÀ TANTO PIÙ GRANDE, QUANTO PIÙ GRANDE ~~SAR~~ È LA COSTANTE DI TEMPO ASSOCIATA





$$\dot{y}(0) = \frac{T}{\tau_1 \tau_2} \rightarrow \text{NEGATIVA}$$

② BODE

SISTEMA SENZA POLI
E ZERI NELL'ORIGINE

$$G(s) = 100 \frac{(s+1)}{(s+10)(s+100)}$$

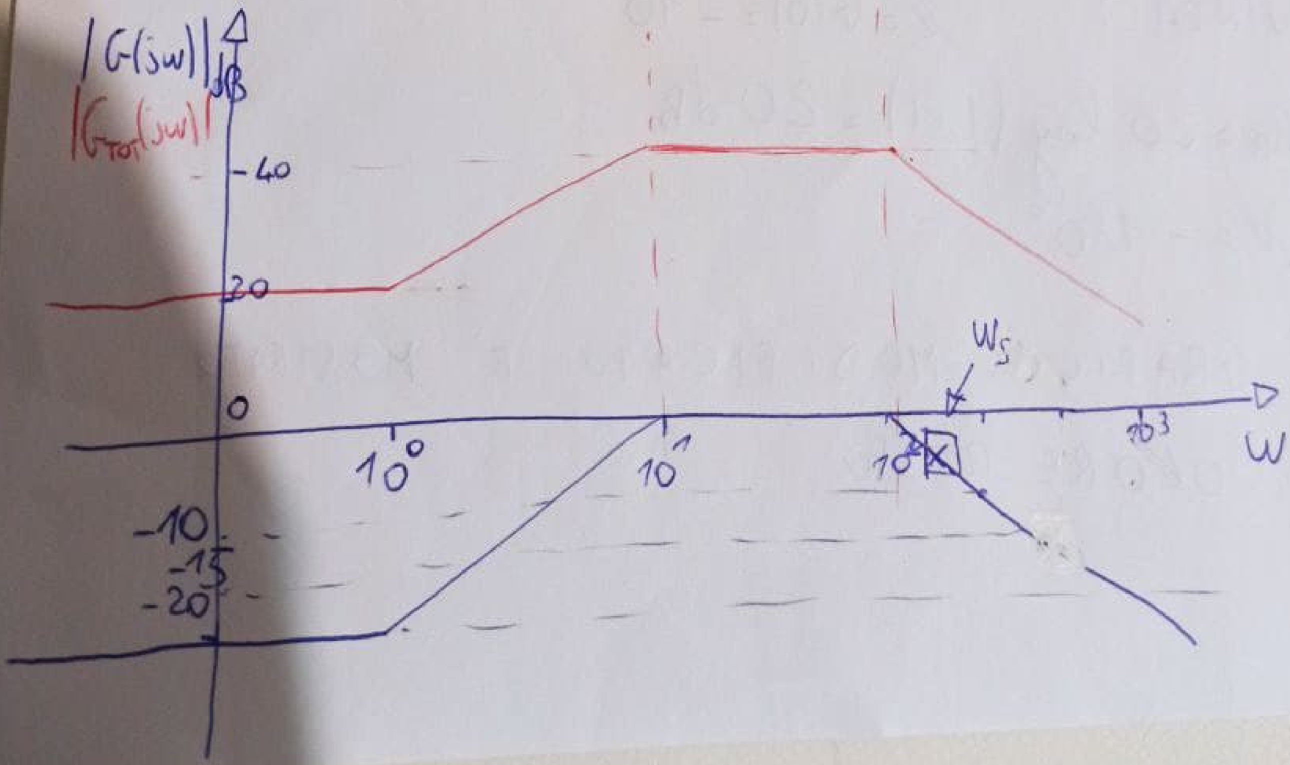
$$\mu = \lim_{s \to 0} G(s) = \frac{100}{1000} = 0.1$$

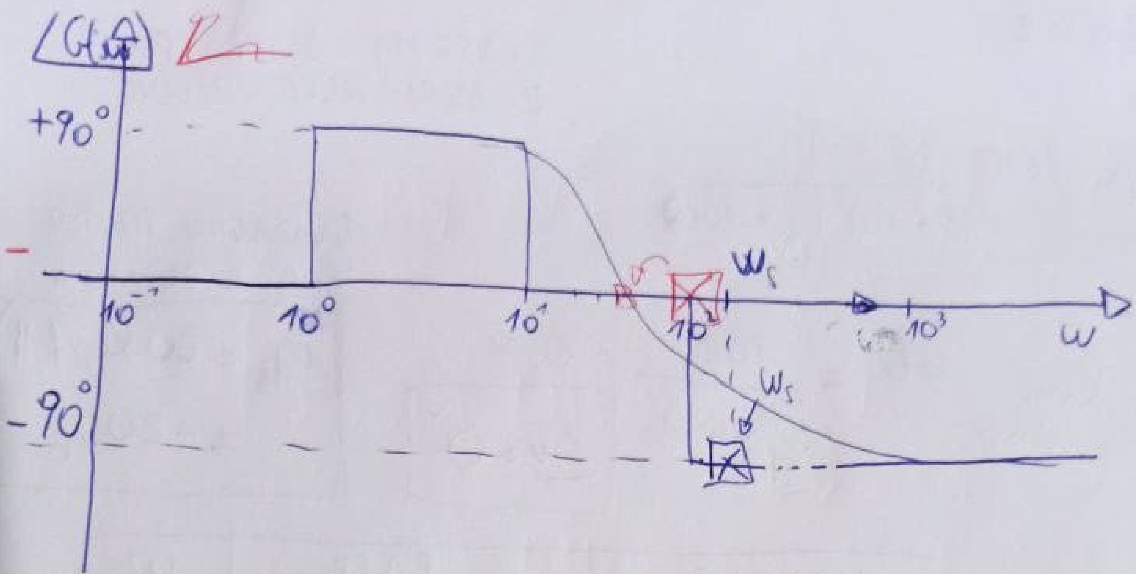
$\boxed{\angle\mu = 0^\circ}$

GUADAGNO IN DB
SUL DIAGRAMMA

$$\boxed{\mu_{dB} = 20 \log(|\mu|) = -20\,dB}$$

	MODULO	FASE	W
POLI			
$-10 \Rightarrow$	-20 dB/decade	-90°	10
-100	-20 dB/decade	-90°	100
ZERI			
$-1 \Rightarrow$	$+20$ dB/decade	$+90^\circ$	1





SE IL SISTEMA FOSSE MESSO IN CASCATA CON

$h(t) = -100\,\delta(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} H(s) = -100$.

CIO' IMPLICA UN GUADAGNO NEGATIVO, RISULTANDO

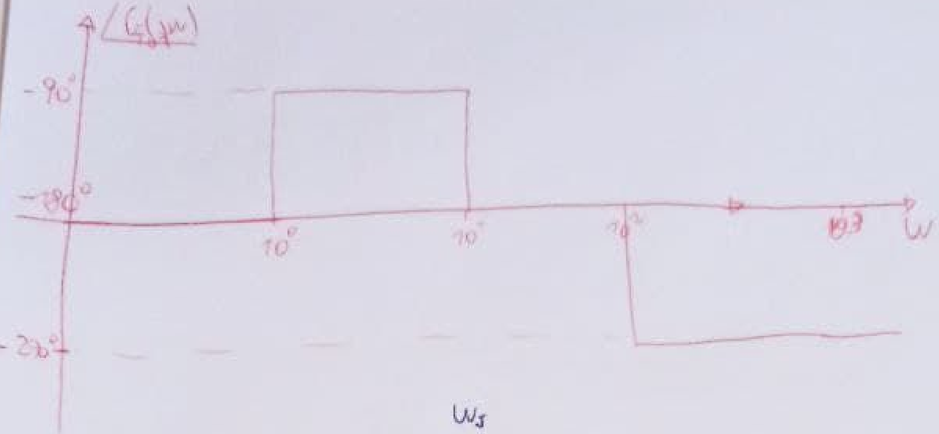
$$G_{TOT}(s) = G(s)\,H(s) = -10000\,\frac{s+1}{(s+10)(s+100)}$$

QUINDI: $\mu = G(0) = -10$

$$\mu_{dB} = 20\log(|\mu|) = 20\,dB$$

$$\angle\mu = -180^\circ$$

IL GRAFICO MODIFICATO È MOSTRATO IN COLORE ROSSO



(b) $u(t) = 10 \sin(\overbrace{45\pi}^{\omega_s} t - 10)$

$\omega_s = 45\pi \approx 140$ rad/s

VEDO DAI DIAGRAMMI DI BODE SEGNO CON UNA $\boxed{X}$ (VEDI GRAFICO)

$|A|_{dB} \cong -3\,dB \Rightarrow A = 10^{-\frac{15}{20}} = 0.17$

$\angle G(j\omega_s) \cong -\frac{\pi}{4}$

QUINDI

SIAMO PROSSIMI AL PUNTO DI ROTTURA, C'È UNA CORREZIONE DI $-3\,dB$ PER IL MODULO E $-45°$ DI FASE

(c) VEDERE SUL DIAGRAMMA IL SEGNO $\boxed{X}$ RISULTA ESSERE $\omega = 10^2$ DAL DIAGRAMMA ASINTOTICO. MA PER SIMMETRIA, SI TROVA A METÀ STRADA (GRAFICO REALE) TRA 10 e 100 rad/s, CIOÈ CIRCA A 30 rad/s

ERCIZIO

$$\begin{cases} x_1(k+1) = 0{,}1\, x_1(k) + u(k) \\ x_2(k+1) = 0{,}2\, x_2(k) + 5u(k) \\ y(k) = x_1(k) + 3x_2(k) \end{cases}$$

$$\bar{x}(k+1) = A\,\bar{x}(k) + B\,u(k)$$
$$y(k) = C\,\bar{x}(k) + D\,u(k)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}1 & 0 \\ 0 & 0{,}2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$D = 0$$

(1) SI DISCUTA LA STABILITÀ DEL SISTEMA

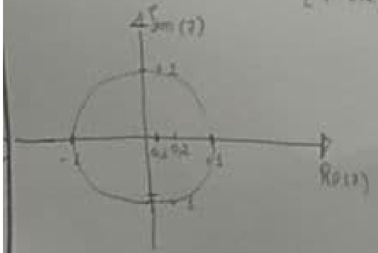
La funzione di trasferimento del sistema è data da

$$G(z) = C(zI - A^{-1})B + D$$

$$G(z) = \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z-0{,}1 & 0 \\ 0 & z-0{,}2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} + 0 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{(z-0{,}1)} & 0 \\ 0 & \frac{1}{(z-0{,}2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cancel{1} \\ 5 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{z-0{,}1} \\ \frac{5}{z-0{,}2} \end{bmatrix} = \frac{1}{z-0{,}1} + \frac{15}{z-0{,}2} = \frac{(z-0{,}2) + 15(z-0{,}1)}{(z-0{,}1)(z-0{,}2)}$$

FD



Un sistema è asintoticamente stabile se i poli sono in modulo minore di 1 quindi all'interno della circonferenza di raggio unitario

$$G(z) = \frac{N(z)}{D(z)} \underset{\text{POLI}}{\Rightarrow} D(z) = 0 \qquad (z-0{,}1)\,(z-0{,}2) = 0$$

$$z_1 = 0{,}1 \qquad z_2 = 0{,}2$$

(b) RISPOSTA ALL'INGRESSO $(-1)^k$ E VALORE NUMERICO PER $K = 5$

$$u(k) = \begin{cases} 1 & k \text{ PARI} \\ -1 & k \text{ DISPARI} \end{cases} \Rightarrow u(k) = (-1)^k \underset{Z\text{-TRASF}}{\Longrightarrow} U(z) = \frac{z}{z+1}$$

$$Y(z) = G(z)\cdot U(z) = \frac{(z-0{,}2) + 15(z-0{,}1)}{(z-0{,}1)(z-0{,}2)}\,\frac{z}{(z+1)} = \frac{16z - 1{,}7}{(z-0{,}1)(z-0{,}2)}\,\frac{z}{(z+1)}$$

Esercizio 3, parte (b)

$$\frac{(16z - 1.7)z}{(z-0.1)(z-0.2)(z+1)} = A\frac{z}{z-0.1} + B\frac{z}{z-0.2}$$

$$+ C\frac{z}{z+1}$$

e dunque

$$\frac{16z - 1.7}{(z-0.1)(z-0.2)(z+1)} = \frac{A}{z-0.1} + \frac{B}{z-0.2} + \frac{C}{z+1}$$

$$A = \left.\frac{1.6z - 1.7}{(z-0.2)(z+1)}\right|_{z=0.1}$$

$$B = \left.\frac{1.6z - 1.7}{(z-0.1)(z+1)}\right|_{z=0.2}$$

$$C = \left.\frac{1.6z - 1.7}{(z-0.1)(z-0.2)}\right|_{z=1}$$

$$\frac{Y(z)}{z} = \frac{-\frac{1}{11}}{(z-0,1)} + \frac{12,5}{(z-0,2)} + \frac{134}{(z+1)}$$

$$Y(z) = \frac{-\frac{1}{11} z}{(z-0,1)} + \frac{12,5\, z}{(z-0,2)} + \frac{134\, z}{(z+1)}$$

$$Z^{-1}\left(\frac{z}{z+p_i}\right) = (-p_i)^k \, \delta_0(k)$$

$$\boxed{y(k) = 0 - \frac{1}{11}(0,1)^k + 12,5\,(0,2)^k + 134\,(-1)^k}$$

sostituisco $k = 5$

$$y(5) =$$

E) Guadagno statico

Nel caso t.d. il guadagno statico è dato da

$$G(z)\Big|_{z=1} = G(1) = \frac{16\cdot(1) - 1,7}{(1-0,1)(1-0,2)} = \frac{14,3}{(0,9)(0,8)} = 19,86$$