



Tempo a disposizione: 2,5 ore

6 Dicembre 2019

Matricola: Candidato(a):

1. Si consideri il sistema massa-molla-smorzatore in Figura 1, dove $u(t)$ è la forza applicata, k_1 e k_2 sono le costanti della molla, β è il coefficiente di smorzamento, $d_1(t)$ e $d_2(t)$ indicano lo spostamento della massa rispettivamente m_1 e m_2 .

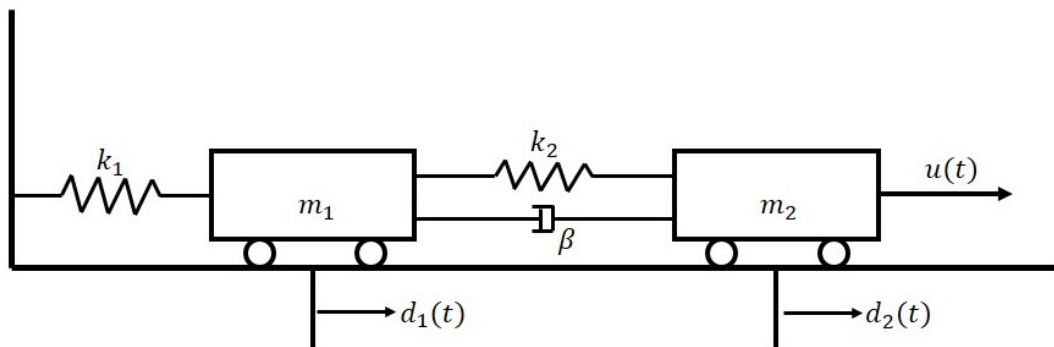


Figura 1

- (a) Scrivere il sistema in forma di spazio di stato, con output $d_2(t)$.
- (b) Trova il punto di equilibrio per $u(t) = \delta_{-1}(t)$, assumendo che tutti i parametri sconosciuti siano unità.
- (c) Trova il punto(i) di equilibrio del sistema di cui sopra, se la costante della molla dipende dall'allungamento come $k(d_1(t)) = k_1 + d_1(t)$. Si supponga che tutti i parametri siano gli stessi di cui al punto 2.
- (d) Linearizzare il sistema ottenuto in (c) intorno ai punti di equilibrio.

2. Si consideri il sistema di Figura 2

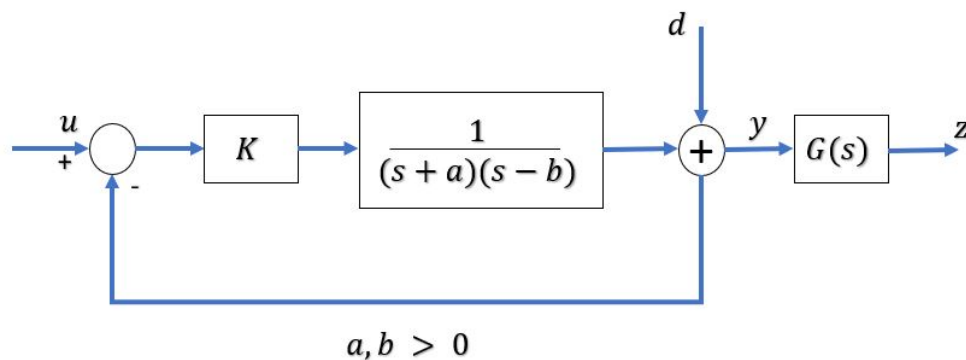


Figura 2

- (a) Calcolare le funzioni di trasferimento $W_{u \rightarrow y}$ e $W_{d \rightarrow y}$ (il polinomio caratteristico dovrebbe essere lo stesso).
- (b) Sotto quali condizioni per a , b e K il sistema è asintoticamente stabile?
- (c) Scelti a , b , e K in base al punto precedente, sia

$$G(s) = \frac{\mu}{1 + sT}.$$

Scegliere μ e T in modo che la funzione di trasferimento $u \rightarrow z$ abbia guadagno statico 1 e costante di tempo dominante T .

- (d) Calcolare il guadagno statico e la costante di tempo dominante della funzione di trasferimento $W_{d \rightarrow z}$
3. Considerare il seguente sistema di primo ordine con input $u(t)$ e output $y(t)$:

$$10\dot{y} + y(t) = u(t) \quad (1)$$

- (a) Calcolare la risposta all'input tracciato in Figura 3 con condizione iniziale $y(0) = 5$.

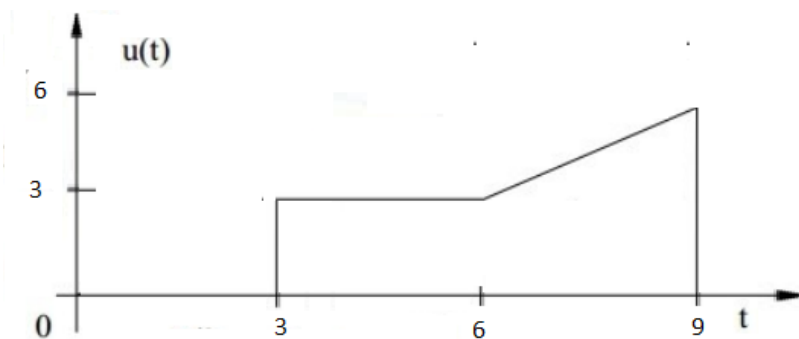


Figura 3

- (b) Determinare (se esiste) l'istante di tempo t^* in cui la risposta libera sarà pari ad 1.

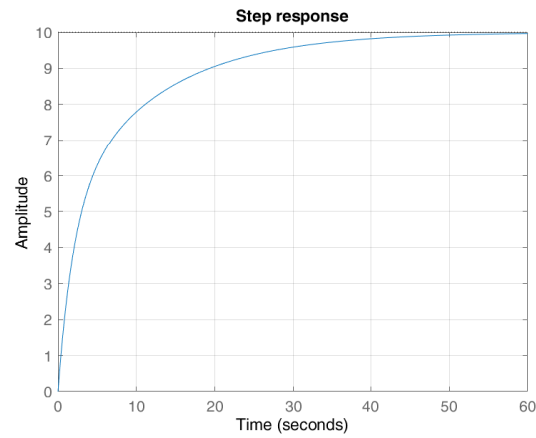


Figura 4

4. Si consideri la risposta al gradino in Figura 4.
- (a) Si definisca qualitativamente la funzione di trasferimento sapendo che il sistema è del secondo ordine motivando la risposta in termini di guadagno statico , poli e zeri;
 - (b) A partire dal grafico si ricavi in maniera approssimata il valore della costante di tempo dominante
5. Si valuti per quali valori del parametro k il sistema descritto dalla seguente equazione differenziale è asintoticamente stabile

$$k\dot{x} + (k - 5)x + (k + 10)x^{(3)} + \ddot{x} = u \quad (2)$$
