

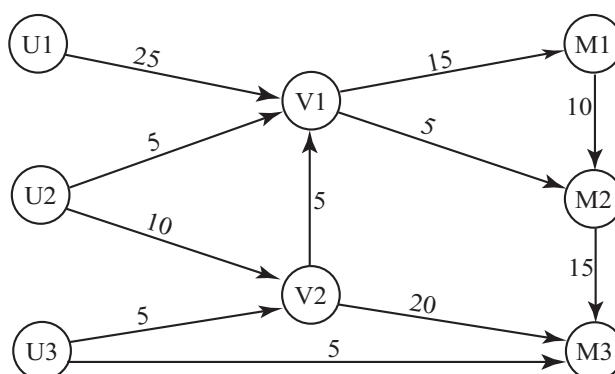
Flots

Feuille de travaux dirigés n°4

3 novembre 2020

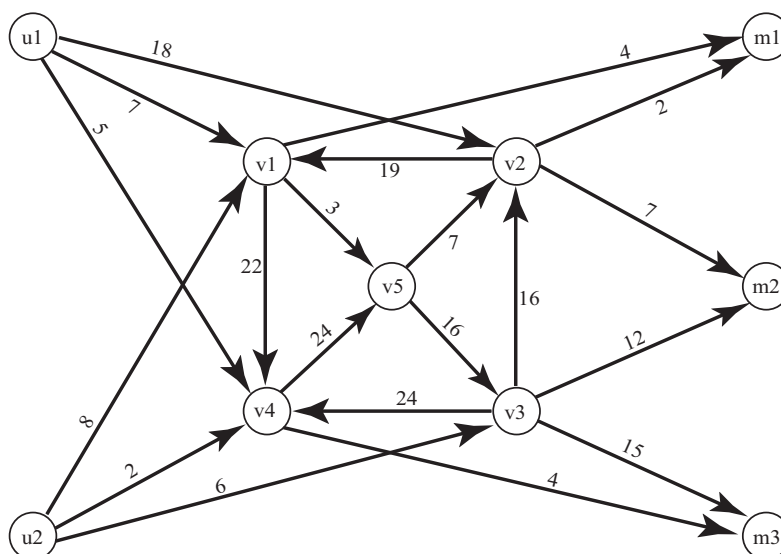
1. Trois magasins M_1, M_2, M_3 sont approvisionnés en une certaine marchandise à partir des usines U_1, U_2, U_3 au moyen de camions dont les trajets possibles sont données sur la carte ci-dessous (V_1, V_2 sont des villes). Les contraintes sont les suivantes :

- chaque usine U_i produit au plus une quantité u_i de marchandise ($u_1 = 25, u_2 = 15, u_3 = 20$),
- chaque magasin M_i peut entreposer au plus une quantité m_i de marchandise ($m_1 = 20, m_2 = 20, m_3 = 25$),
- le tonnage maximum des camions sur chaque portion possible de parcours est donnée sur la carte.



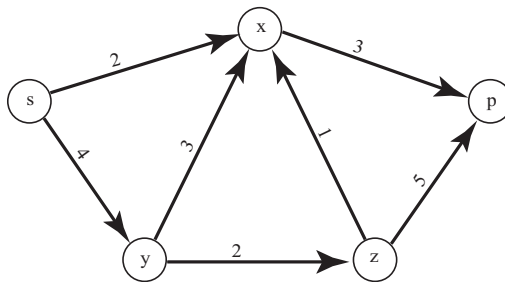
Associer aux données un réseau et appliquer la méthode de Ford et Fulkerson pour trouver la quantité totale maximale de marchandises pouvant être envoyée des usines aux magasins.

2. Trois magasins m_1, m_2, m_3 sont approvisionnés en une certaine marchandise à partir des usines u_1, u_2 au moyen de camions dont les trajets et les tonnages maximum possibles sont données sur la carte ci-dessus (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 sont des villes).



Associer aux données un réseau et appliquer la méthode de Ford et Fulkerson pour trouver la quantité totale maximale de marchandises pouvant être envoyée des usines aux magasins.

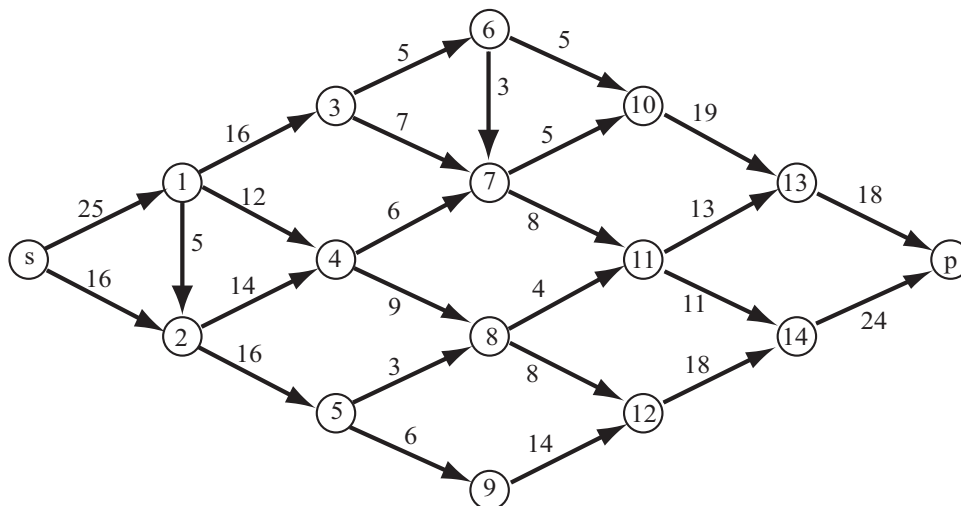
3. Déterminer dans le réseau ci-dessous toutes les coupes séparant s de p , et leur capacités.



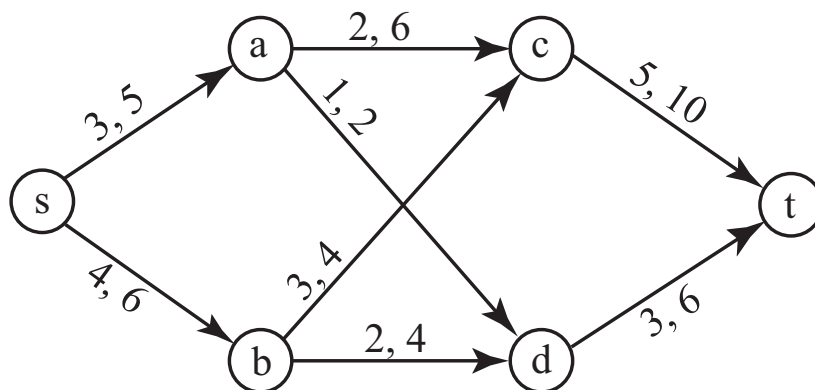
4. Problèmes concernant les coupes de capacité minimum

- Montrer que le nombre de coupes séparant s de p peut ne pas être polynomial. Est-ce vrai pour les coupes de capacité minimum aussi ?
- Montrer que si (S, \overline{S}) et (T, \overline{T}) sont des coupes de capacité minimum, alors $(S \cup T, \overline{S \cup T})$ et $(S \cap T, \overline{S \cap T})$ sont aussi des coupes de capacité minimum.
- Ainsi l'union (respectivement l'intersection) de toutes les coupes de capacité minimum est aussi une coupe de capacité minimum. En déduire un algorithme polynomial qui calcule ces coupes.
- Déduire un algorithme qui teste si un réseau admet une unique coupe de capacité minimum.

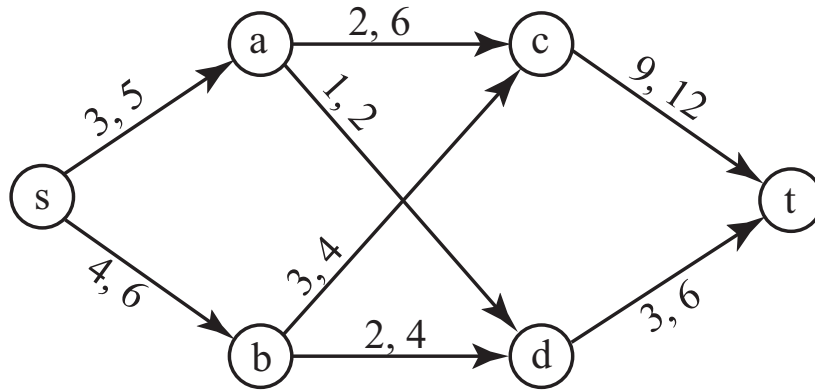
5. Trouver toutes les coupes de capacité minimum dans le réseau suivant :



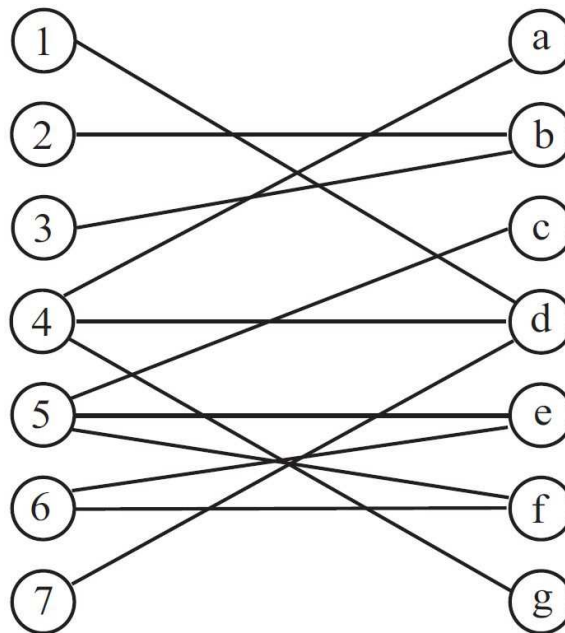
6. Trouver un flot admissible maximum dans le réseau ci-dessous :



Et si on change les capacités de l'arc ct de 5,10 en 9,12 ?



7. Trouver un couplage de cardinalité maximum dans le graphe biparti suivant



8. Dans ce problème vous devez affecter des valeurs entières non-négatives aux cases blanches, pour maximiser la somme de ces valeurs. Dans chaque ligne et dans chaque colonne la somme ne doit pas dépasser la valeur indiquée.

	5	27	20	8	15	30
15						
12						
20						
16						
25						
24						

Formuler le problème en termes de flots dans les graphes et chercher la solution.

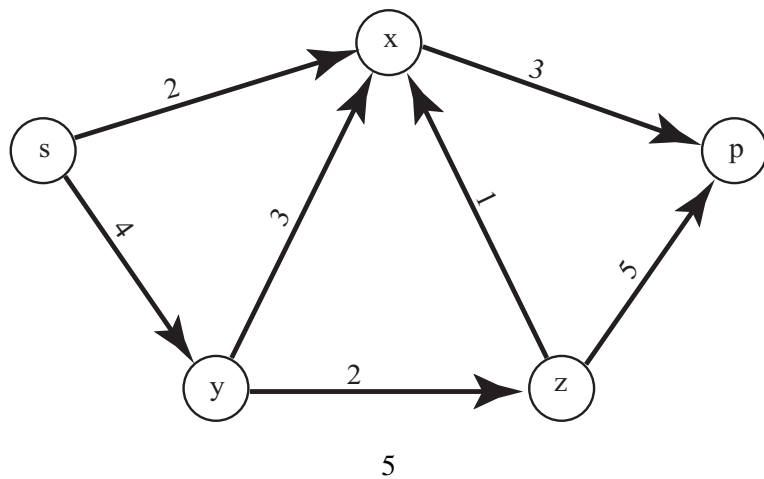
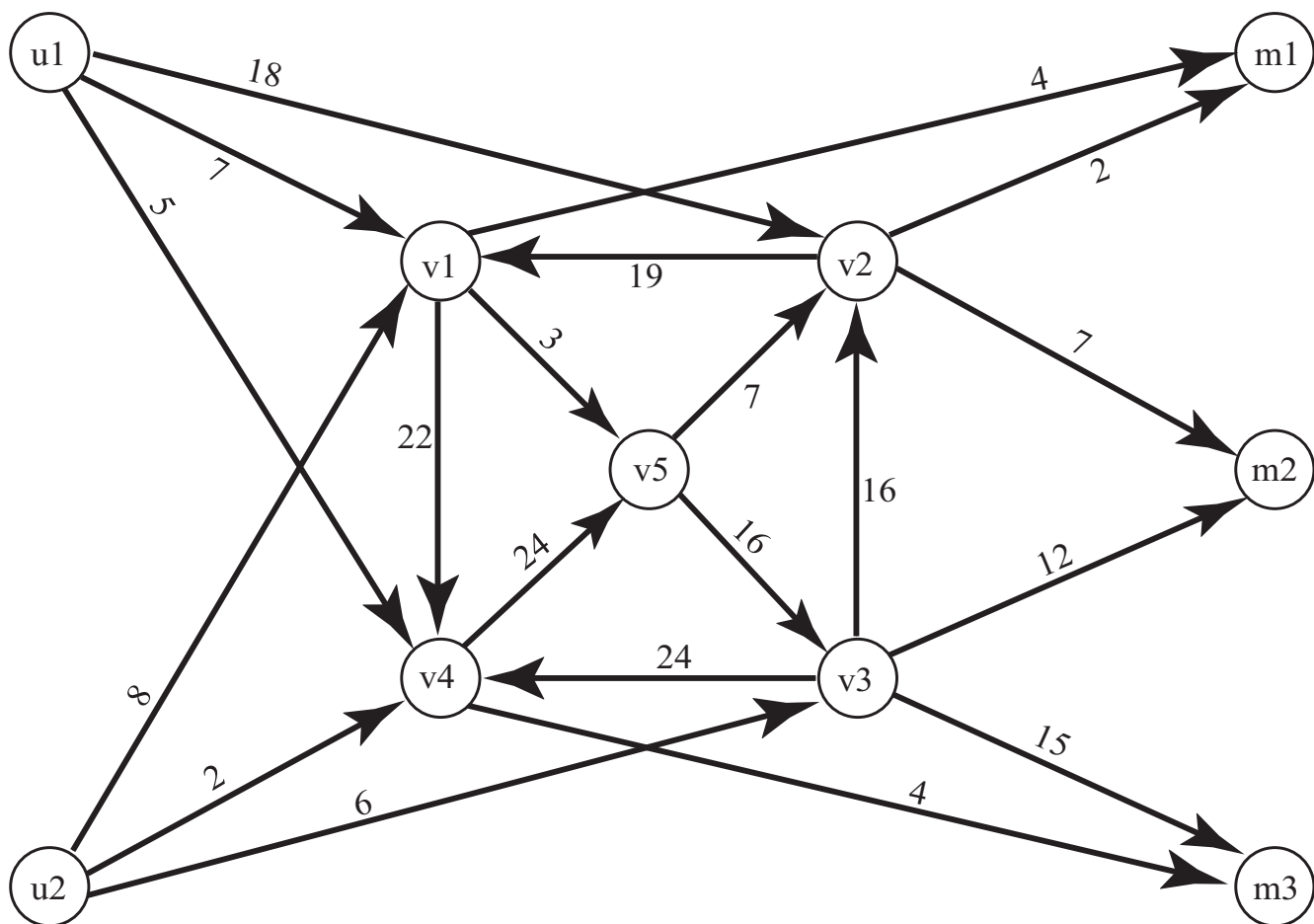
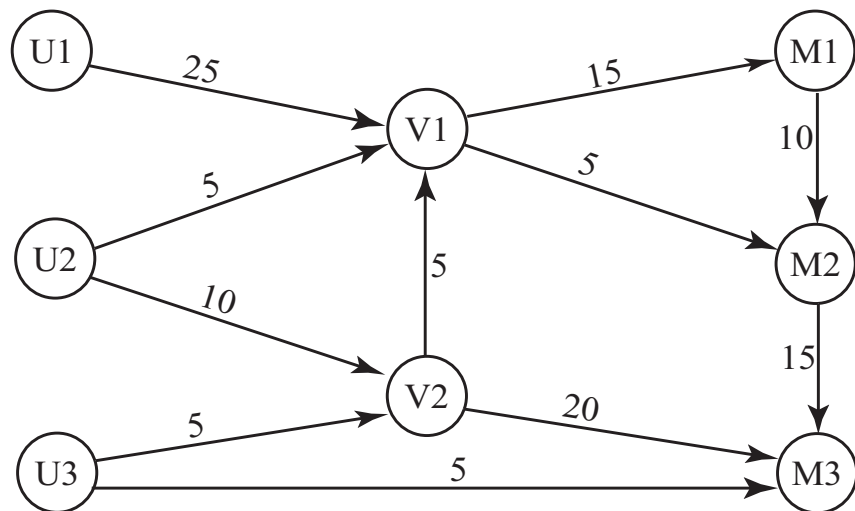
9. Une usine emploie les ouvriers A, B, C et D, qui peuvent utiliser les outils a, b, c, d et e. Selon les compétences des ouvriers, l'ouvrier A sait utiliser les outils a et b, B sait utiliser l'outil c, C sait utiliser tous les outils sauf a et D ne sait utiliser que l'outil c. Affecter les outils aux ouvriers de manière à maximiser le nombre d'ouvriers qui travaillent ?

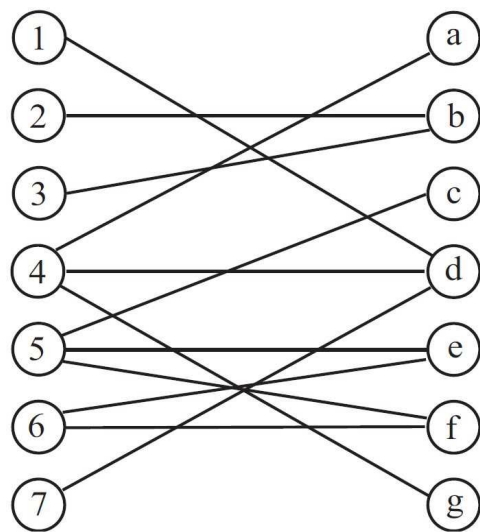
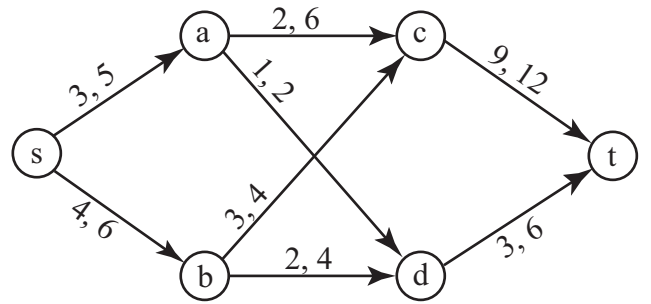
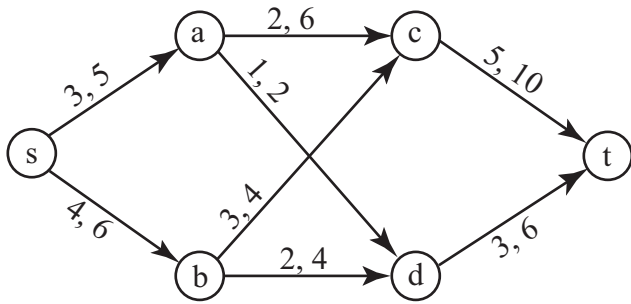
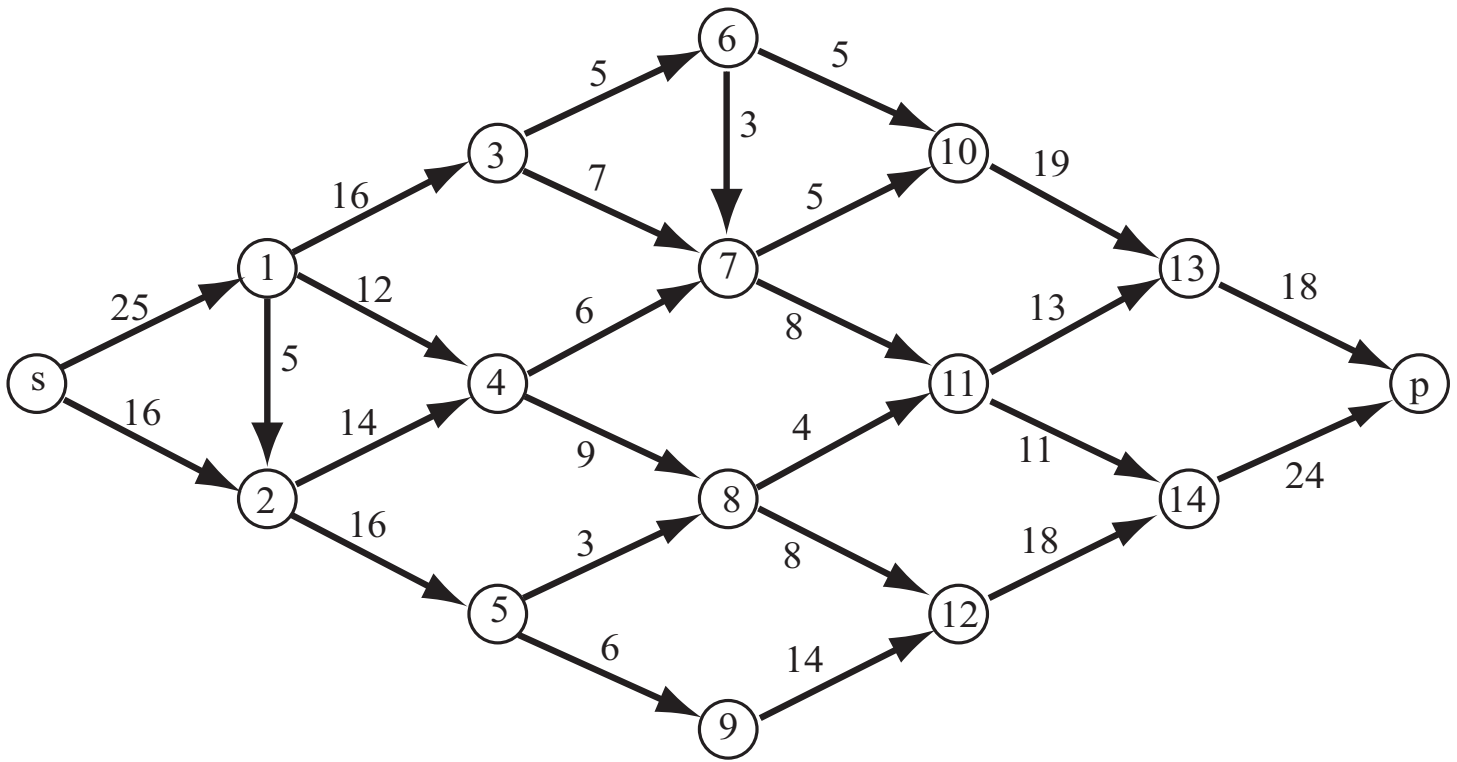
10. Le but de cet exercice est de montrer qu'on peut utiliser un tableur pour estimer des calculs de récurrence.

- On a la relation de récurrence $y_{i+1} = t_i(t_i - 1) + 1$. Estimer la valeur de t_i .
- Estimer la valeur de a_n qui vérifie la relation $a_0 = 1$, $a_1 = 1$ et $a_{n+2} = a_{n+1} + 2a_n$.
- Les suites x_i , y_i et z_i vérifient : $x_0 = y_0 = z_0 = 1$ et $x_{i+1} = x_i + 2y_i + 3z_i$, $y_{i+1} = x_i + 4y_i + 9z_i$ et $z_{i+1} = x_i + 8y_i + 27z_i$. Estimer les valeurs de x_i , y_i , et z_i .
- Estimer $s_i = \frac{z_i}{x_i} + \frac{z_i}{y_i} + \frac{y_i}{x_i}$.
- On a les mesures suivantes du nombre de transitions d'une machine de Turing :

taille	transitions
10	3319
20	25627
30	82839
40	196847
50	385059
60	655267
70	1043779
80	1561687
90	2203299
100	3030107
200	24160207
300	81180307
400	192480407
500	376000507
600	648720607
700	1030470707
800	1538560807
900	2188620907
1000	3003001007

Quel est la complexité de la machine ?





	5	27	20	8	15	30
15						
12						
20						
16						
25						
24						