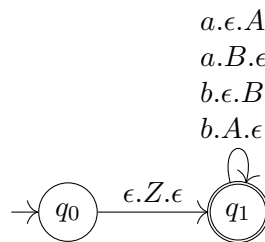


TD 08-09 – Automates à pile

Exercice 1.

AP vers Grammaire hors-contexte

Considérons l'automate à pile A suivant



- ★ 1. Donner le septuplet qui définit l'AP A .
- ★ 2. Donner l'arbre des transitions possible pour le mot $aabb$. Est-ce que le mot est accepté? (on représente à chaque étape l'état courant + la pile)
- ★ 3. Quel langage est reconnu par cet automate à pile?
- ★ 4. En utilisant l'algorithme vu en cours, transformer cet AP en grammaire hors contexte.
- ★ 5. Proposer un arbre de dérivation du mot $abba$ avec votre grammaire.
- ★ 6. Est-ce que votre grammaire est ambiguë?
- ★ 7. Montrer que la grammaire hors-contexte suivante est également ambiguë :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aB \mid bA \mid a \mid b \mid \epsilon \\ A &\rightarrow aS \mid bAA \\ B &\rightarrow bS \mid aBB \end{aligned}$$
- ★ 8. Proposer une grammaire hors-contexte non-ambiguë qui reconnaît le même langage que votre AP.

Exercice 2.

Grammaire hors-contexte vers AP

- ★ 1. Écrire un automate à pile qui engendre les mots palindromes sur l'alphabet $\{a, b\}$. **Attention : les mots peuvent être de taille pair ou impaire.**
- ★ 2. Écrire une grammaire hors-contexte qui engendre les mots palindromes.
- ★ 3. En appliquant l'algorithme vu en cours, transformer cette grammaire en automate à pile à un seul état.

Exercice 3.

$$L = \{a^n b^m c^k \mid m = n + k\}$$

On considère le langage $L = \{a^n b^m c^k \mid m = n + k\}$.

- ★ 1. Dessiner un automate à pile qui reconnaît le langage L .

- ★ 2. Écrire une grammaire hors-contexte qui engendre L .

Exercice 4.

Mots bien parenthésés

- ★ 1. Dessiner un automate à pile qui reconnaît les mots sur l'alphabet $\{ (,), [,] \}$ qui sont bien parenthésés.
- ★ 2. Donner une grammaire hors-contexte équivalente.

Exercice 5.

Addition

Sur l'alphabet $\Sigma = \{1, 2, +, =\}$, on considère l'ensemble des mots représentant une égalité numérique (vraie!) sur des sommes de 1 et de 2. Par exemple :

- $1 + 1 = 2$
- $1 + 2 = 1 + 2$
- $1 + 2 + 1 = 2 + 2$

(Pour être claire $12 + 1 = 1 + 12$ n'est pas accepté, les additions sont sur des nombres qui sont 1 ou 2).

- ★ 1. Montrer que ce langage est hors-contexte en construisant un automate à pile qui l'engendre.
- ★ 2. *Optionnel.* En utilisant l'algorithme vu en cours, construire une grammaire hors-contexte qui produit ce langage à partir de l'automate. (*Vous n'êtes bien-sûr pas obligé d'écrire explicitement les centaines de règles de votre grammaire*).
- ★ 3. *Optionnel.* Proposer une grammaire plus simple qui engendre le même langage.