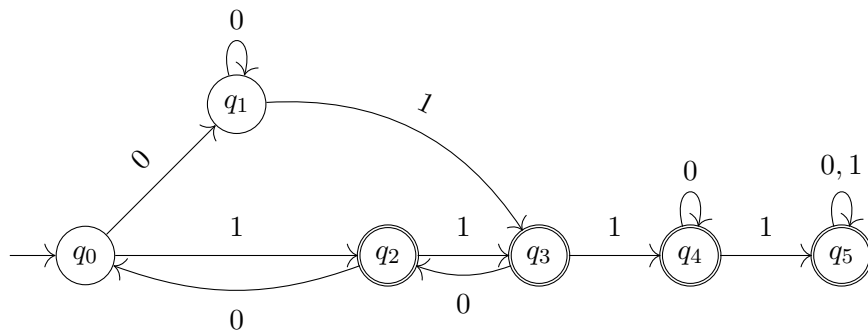


**TD 02 – minimisation, AFI et déterminisation**

**Exercice 1.**

*Minimiser un AFD*

On considère l'AFD  $A$  suivant sur l'alphabet  $\{0, 1\}$  :

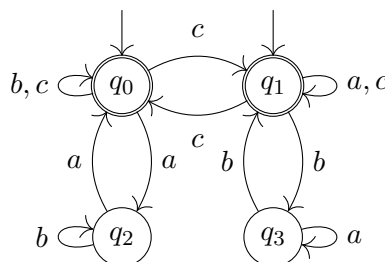


1. Minimiser cet AFD.

**Exercice 2.**

*Complexité des AFI*

On considère l'AFI  $A$  suivant sur l'alphabet  $\{a, b, c\}$  :



1. Donner explicitement le quintuplet qui définit  $A$ .
2. Dessiner l'arbre des transitions possibles pour le mot  $bbcab$  sur l'AFI  $A$ . Est-ce que le mot est accepté? Même question pour  $acbab$ .
3. Dans votre langage de programmation préféré, écrire une fonction récursive booléenne naïve qui prend en entrée un mot  $w$  (une chaîne de caractère) et retourne vrai si et seulement si l'AFI  $A$  accepte le mot  $w$ .
4. Quelle est la forme de l'arbre des transitions possibles sur le mot  $c^n$  (la lettre  $c$  répété  $n$  fois)? Sa hauteur? Son nombre de feuilles? Son nombre de sommets?
5. Quelle est la complexité en temps et en espace de votre programme au pire des cas?
6. Déterminiser l'AFI  $A$ . On nomme  $B$  l'AFD obtenu.
7. Dans votre langage de programmation préféré, écrire une fonction booléenne qui prend en entrée un mot  $w$  (une chaîne de caractère) et retourne vrai si et seulement si l'AFD  $B$  (et donc l'AFI  $A$ ) accepte le mot  $w$ .

8. Quelle est la complexité en temps et en espace de votre programme au pire des cas ? D'une manière générale, étant donné un AFI  $A$  à  $|Q|$  état, quelle est la complexité en temps en espace de savoir si un mot  $w$  appartient à  $L(A)$  ?

**Exercice 3.**

*Concevoir un AFI*

1. Écrire un AFI  $A$  en 4 états qui reconnaît le langage suivant

$$L = \{w = w_1w_2 \dots w_n \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 3 \text{ et } w_{n-2} = a\}.$$

2. Déterminez votre AFI.  
3. Minimiser l'AFD obtenu.  
4. Essayez de trouver une signification aux états de votre AFD (en une ou deux phrases).  
5. Plus généralement, on s'intéresse maintenant au langage

$$L_k = \{w = w_1w_2 \dots w_n \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq k \text{ et } w_{n-k+1} = a\}.$$

Combien d'états a le plus petit AFD qui reconnaît  $L_k$  ? Prouvez-le.

6. Concluez sur la différence de taille qui peut exister entre un AFI  $A$  et un AFD  $B$  qui reconnaît le même langage.