Les données numériques: compression des images

Diane Lingrand



2022 - 2023

Au programme:

- Idées pour la compression
- Codages utilisés dans les formats GIF, PNG et JPEG :
 - Codage LZW
 - Codage d'Huffman
- Algorithmes utilisés pour la compression GIF, PNG et JPEG
- Principe de compression video et nouveaux formats de compression d'images

Ce qui est attendu des algorithmes de compression

- Rapidité de la compression / décompression
- Robustesse lors de la décompression (pertes éventuelles de données)
- Taux de compression (taille du fichier compressé)
- Qualité :
 - meilleur possible (humain / matériel)
 - suffisante pour distinguer certains éléments
 - suffisante pour appliquer des traitements dessus
- Quantité d'informations
 - avec ou sans pertes

Idées intuitives pour la compression

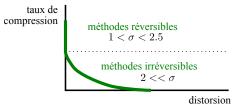
- Réduire le nombre de couleurs
 - quantification
- Réduire le nombre de pixels
 - scaling
 - réduction des canaux chromatiques par rapport à l'intensité
- Mémoriser les motifs répétitifs
- Codage entropique
 - les éléments fréquents sont stockés sur moins de bits que les éléments rares
- Espace de représentation plus compact
 - transformée en cosinus discrète
 - ondelettes

Ordres de grandeur

- taille des supports
 - CD: 650 Mo
 - DVD: 4.7Go / 8.5Goclef USB: 8Go / 512Go
 - carte mémoire (compact, SD) : 256 Go
 - disque dur : 16 To
- taille des images
 - appareil photo numérique : 20 millions de pixels
 - sans compression, RGB, 1 octet par composante
 - \bullet 1 image = 60 Mo
 - 1 CD : 11 images
 - carte mémoire : 4250 images
 - un disque de 16To : 270 000 images

Taux de compression et distorsion

 \bullet Taux de compression σ : rapport taille image originale / taille image compressée



- Distorsion :
 - erreur quadratique moyenne (EQM ou MSE) :

$$EQM = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (\hat{n}_i - n_i)^2$$

• rapport signal à bruit crête (PSNR), en dB :

$$PSNR = 10\log_{10}(\frac{255^2}{EOM})$$

Codage LZW (Lempel Ziv Welch)

- plusieurs versions : LZ77, LZ78, LZW
- utilisé dans : gif(LZW, 8 bits), tiff (LZ77, optionnel), png (LZ77, optionnel), .Z, .gzip
- LZW a fait l'objet d'un copyright. Domaine libre depuis au moins 2006!
- compression sans pertes
- fonctionne bien pour des images avec zones homogènes (horizontales)
- principe : découpage des pixels en mots de longueurs différentes et attribution d'un code, de même longueur, à chaque mot

Algorithme de codage LZW

```
mot <- ""
tant que (lecture c)
  si concat(mot,c) dans dic
   mot <- concat(mot,c)
  sinon
   ajouter concat(mot,c) dans dic
  retourner code(mot)
  mot <- c</pre>
```

Codage de : ABRACADABRACADA...

	mot	С	mot + c	existe?	retour	entrée	@
С	Α	В	AB	non	@(A)	AB	@ 0
	В	R	BR	non	@(B)	BR	$@_0+1$
	R	Α	RA	non	@(R)	RA	$@_0 + 2$
	Α	C	AC	non	@(A)	AC	$@_0 + 3$
	C	Α	CA	non	@(C)	CA	$@_0+4$
	Α	D	AD	non	@(A)	AD	$@_0 + 5$
	D	Α	DA	non	@(D)	DA	$@_0+6$
	Α	В	AB	oui			
		R	ABR	non	$@(AB) = @_0$	ABR	$@_0 + 7$
	R	Α	RA	oui			
		C	RAC	non	$@(RA) = @_0 + 2$	RAC	$@_0 + 8$
	C	Α	CA	oui			
		D	CAD	non	$@(CA) = @_0 + 4$	CAD	0_0+9

Algorithme de décodage LZW

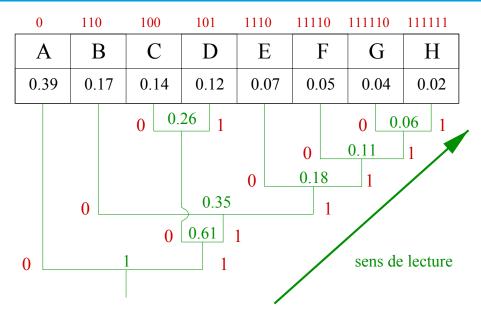
```
prec <- ""
tant que (lecture d'un code)
  mot <- contenu stocké à @ code
  retourner mot
  c <- 1er caractère de mot
  à la 1ère adresse libre :
    stocker concat(prec,c)
  prec <- mot</pre>
```

					_	
code	mot	sortie	С	entrée	@	mot
reçu (courant					
Α	Α	Α				Α
В	В	В	В	AB	Q_0	В
R	R	R	R	BR	$@_0 \ +1 \\$	R
Α	Α	Α	Α	RA	$@_0 + 2$	Α
C	C	C	C	AC	$@_0 + 3$	C
Α	Α	Α	Α	CA	$0_0 + 4$	Α
D	D	D	D	AD	$@_0 +5$	D
100	AB	AB	Α	DA	$@_0 + 6$	AB
102	RA	RA	R	ABR	$@_0 + 7$	RA
104	CA	CA	C	RAC	@ ₀ +8	CA

Codage d'Huffman

- codage entropique (longueur variable)
- code préfixe (aucun code n'est préfixé par un autre code)
- 2 phases :
 - phase descendante : construction de l'arbre
 - phase ascendante : codage de l'information

Codage d'Huffman : construction de l'arbre et codage



compression

Codage d'Huffman : exemple

- Codage d'un mot
 - codage ordinaire : sommes des $p(n_i) * 3$ bits
 - codage d'Huffman : somme des $p(n_i) * l_i$ bits
 - pour notre exemple : 3 bits contre 2.57 bits
 - pour une image (640*480) : économie de 132096 bits soit environ 13 kO
- Codage de l'arbre
 - statique : pas besoin de coder l'arbre
 - semi-statique : arbre calculé 1 fois pour toutes les données
 - adaptatif: modifications d'un arbre non transmis

Format PNG

Différentes possibilités :

- sans compression
- avec compression (sans pertes)
 - prédiction des données (DPCM = Differential pulse-code modulation)
 - algorithme Deflate = combinaison de LZW puis Huffman (arbre prédéfini ou non)

Transformée en cosinus discrète (DCT)

- o coefficients rééls et plus petits
- espace DCT plus approprié à la dynamique des images

$$n_{\mathsf{dct}}(u,v) = \frac{2}{N}C(u)C(v)\sum_{i=0}^{N-1}\sum_{j=0}^{N-1}\cos\left[\frac{\pi}{N}u(i+\frac{1}{2})\right]\cos\left[\frac{\pi}{N}v(j+\frac{1}{2})\right]n(i,j)$$

avec
$$C(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
 et $\forall \alpha \ C(\alpha) = 0$

Codage JPEG

- Découpage de l'image en blocs de 8x8 pixels
- Sur chaque bloc :
 - transformée DCT
 - quantification des valeurs
 - parcours en zigzag
 - RLC sur les zéros
 - codage d'Huffman
 - codage de tous les coefficients (1) par différence entre blocs voisins
 - codage des autres coefficients (2) à (64) par bloc
 - arbres prédéfinis pour les 2 types de coefficients

1	_2	6	_ 7	15	_16	28	_29
3	5	8	14	17	27	30	43
4	9	13	18	26	31	42	44
10	12	19	25	32	41	45	54
11	20	24	33	40	46	53	55
21	23	34	39	47	52	56	61
22	35	38	48	51	57	60	62
36	37	49	50	58	5 9	63	6 4

Exemples de compression JPEG

image originale (640x480) : JPEG 88kO (900kO non compressée) $\sigma=10.2$



Compression JPEG à 50%; 68kO; $\sigma=13.2$



Compression JPEG à 25%; 36kO; $\sigma=25$



Compression JPEG à 12% ; 20kO ; $\sigma =$ 45



Compression JPEG à 5% ; 12kO ; $\sigma = 75$



Compression JPEG à 1% ; 8kO ; $\sigma=112.5$



Les ondelettes

Base orthogonale :

$$\psi_{m,n}(x) = 2^{-\frac{m}{2}} \psi(2^m(x-n))$$

Coefficients d'ondelettes :

$$c_{m,n}(f) = \langle f, \psi_{m,n} \rangle = \int f(x) \overline{\psi}_{m,n}(x) dx$$

Base d'ondelettes de Haar :

$$f(x) = \sum_{m,n} c_{m,n}(f) \psi_{m,n}(x)$$

avec

$$\psi(x) = \begin{cases} 1 & \text{si} & x \in [0, \frac{1}{2}[\\ -1 & \text{si} & x \in [\frac{1}{2}, 1[\\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



JPEG 2000

- la décomposition DCT est remplacée par une décomposition sur base d'ondelettes de Haar
- autres propriétés :
 - organisation progressive du train binaire
 - taux de compression sans pertes meilleur que JPEG
 - possibilité de faire varier le taux de compression selon les régions de l'image

Comparaison JPEG / JPEG 2000



JPEG à 65 % : 80 kO



JPEG 2000: 80 kO

Comparaison JPEG / JPEG 2000



JPEG à 30 % : 40 kO



JPEG 2000: 40 kO

Comparaison JPEG / JPEG 2000



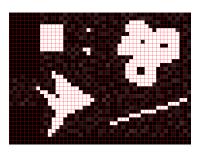
JPEG à 12 % : 20 kO



JPEG 2000: 20 kO

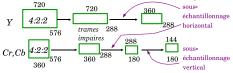
Conclusion (provisoire)

- GIF (1987) : pour les logos de petites tailles avec peu de couleurs
- PNG (1997) : pour n'avoir aucune perte
- JPEG (1992): pour compresser plus (pas de transparence, sauf JPEG XR)
- animations : GIFs ou extentions de PNG (APNG, MNG)
- JPEG 2000 : peu adopté au final

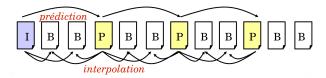


Principe de codage video - MPEG

- GOP (*Group Of Pictures*) : 3 types d'images
 - I (intra) : au format SIF (Source Intermediate Format)
 - réduction de moitié de la résolution spatiale et temporelle



- P (prédite) : vecteurs de mouvement par macroblocs
 - 4 blocs de luminance
 - 2 ou 4 blocs de chrominance
- B (bidirectionnelle) : interpolation I ou P passée et future



Diversion: codage luminance/chrominance

- 4 correspond à une référence (fréquence d'echantillonnage de 13.5MHz).
- DVD: 4:2:0



4:4:4

4:2:2

4:2:0

4:1:1

WebP par Google (2010)

- volonté de regrouper dans un même format
 - compression sans perte
 - compression avec pertes
 - animations (GIFs, ...)
 - gestion de la transparence
- mais aussi augmenter le taux de compression à "qualité équivalente".
 - notamment pour le web
- format globalement bien supporté
 - il faudra néanmoins ajouter des extensions ou plugins pour certaines applications
 - ou les convertir, par exemple :
 - ffmpeg -i monImage.webp monImage.jpg
- Certains l'ont utilisé pour le TP en 2020 (en nommant les fichiers .jpg!)

WebP avec pertes

- basé sur le codage video VP8
 - 8-bit, YUV, format 4:2:0
 - utilisation de macro-blocs (4x4 et 16x16 en luminance, 8x8 en chrominance)
 - prédiction de blocs selon plusieurs types : horizontale (copie de la colonne de gauche), verticale (copie de la ligne du dessus), moyenne (de la colonne de gauche et ligne du dessus), mouvement.
 - quantification adaptative des blocs (en fonction de l'entropie des blocs)
 - codage arithmétique binaire

Codage arithmétique

- Codage entropique qui, contrairement à Huffman, code un ensemble de symboles et non pas les symboles individuellement et peut ainsi être plus efficace.
- algorithme de codage des symboles
 - on découpe l'intervalle [0 1] en intervalles pour chaque symbole, de taille proportionnelle à son occurence (probabilité)
 - initialisation : min = 0 et max = 1
 - lecture d'un symbole s (selon sa valeur, on recherche les bornes smin et smax)
 - calcul de la taille de l'intervalle : I = max min
 - $min \leftarrow min + l * smin$
 - $max \leftarrow min + l * smax$
 - quand tous les symboles sont lus, on renvoie un réel r dans l'intervalle [min max]
- algorithme de décodage du symbole r
 - chercher son intervalle : [min max] et le symbole associé s
 - remplacer r par (r min)/(max min)
 - jusqu'au symbole de fin

Codage arithmétique : un exemple

- codage d'une image à 4 couleurs : ROUGE, VERT, BLEU, JAUNE.
 - 50% des pixels sont ROUGES, 25% BLEUS, 12.5% VERTS et 12.5% JAUNES



on utilise les probabilités pour diviser l'intervalle [0 1]

- puis on va lire l'image de gauche à droite et de haut en bas :
 - initialisation : min = 0 et max = 1
 - ullet 1er pixel rouge : smin = 0 et smax = 0.5 donc min prend 0 et max 0.5
 - 2ème pixel bleu : smin = 0.5 et smax = 0.75 et l = 0.5 donc min prend 0.25 et max prend 0.375 . . .
- décodage : on considère l'image dont le code vaut 0.765
 - le premier pixel est donc jaune avec min = 0.75 et max = 0.875
 - r prend alors pour valeur 0.015/0.125=0.12: le pixel suivant est rouge avec min=0 et max=0.5
 - r prend alors pour valeur 0.12/0.5=0.24 : encore rouge, puis 0.48 rouge puis 0.96 vert . . .

Better Portable Graphics (BPG), 2014

- codage avec ou sans pertes
- reprend le codage des images dans le codage video HECV
 - mais encodage et décodage sous license libre
- 4:4:4, 4:2:2, 4:2:0
- différents espaces de couleurs avec/sans transparence
 - 8 à 14 bits par canal
- animations
- meilleurs performances que JPEG (comparer avec http://xooyoozoo.github.io/yolo-octo-bugfixes/#fruits& jpg=t&webp=t)
- CABAC

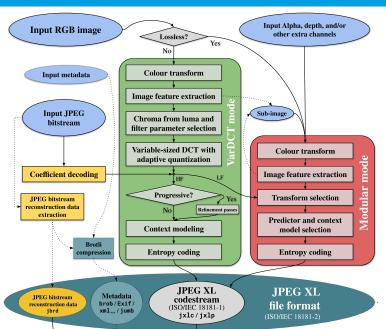
CABAC: Context-Adaptative Binary Arithmetic Coding

- utilisé en video (H.264/MPEG4 AVC, HEVC)
- sans pertes
- codage entropique
- plusieurs étapes :
 - binarisation: 1 symbole est converti en une suite de 0 ou 1, de longueur variable
 - choix d'un modèle statistique (contexte local)
 - codage arithmétique du message binaire en fonction du contexte (0 ou 1)
 - mise à jour du contexte

JPEG XL (.jxl)

- voudrait remplacer JPEG (et conserver cette place aussi longtemps;-)
 - 'L' : long term
- basé sur PIK (Google) et FUIF, successeur de FLIF (Cloudinary)
- Propriétés :
 - avec ou sans pertes
 - très hautes résolutions (1Tpixels)
 - large gamme de valeur (jusqu'à 32 bits par composantes)
 - grand nombre de canaux (RGBAD...)
 - décodage progressif
 - plusieurs frames : animation, édition (layers,...)
 - possibilité de coder des images JPEG sans perte supplémentaire mais avec gain en compression
- papier de référence (2023): https://ds.jpeg.org/whitepapers/jpeg-xl-whitepaper.pdf
- démo : https://eclipseo.github.io/image-comparison-web/ #swallowtail*1:1&Original=s&MOZJPEG=t&subset1

JPEG XL



Détails

modèle de couleurs adapté à la perception humaine

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L \\ M \\ S \end{bmatrix}$$

Où LMS (Long Medium Short) correspond aux réponses des trois types de cônes (S les moins présents.

- DCT sur des tailles variables (2 à 256)x(2 à 256)
- caractéristiques des images
 - détection des motifs répétitives
 - détection des courbes fines (ex :cheveux) pour représentation par splines
 - modélisation du bruit
 - filtre pour la préservation des contours (8x8)
- Performances
 - taux de compression entre 20 :1 et 50 :1
 - environ 20% de moins pour les images JPEG
 - au moins aussi rapide que JPEG en compression/décompression