

# Compilation

## Analyse descendante

**SI4 — 2018-2019**

Erick Gallesio

# Introduction

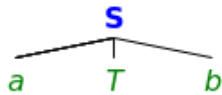
## Principe de l'analyse:

À partir de l'axiome de la grammaire, construire l'arbre d'analyse permettant d'obtenir la phrase à analyser.

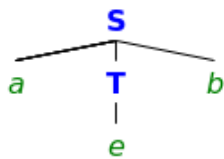
$S \rightarrow aTb \mid b$	$(r1, r2)$
$T \rightarrow cd \mid c \mid e$	$(r3, r4, r5)$

Analyse de la phrase  $P = aeb$ :

1. Le premier caractère de  $P$  permet de choisir  $r_1$ .



2.  $P = aeb$  et on est sur  $T$  dans l'arbre. On choisit  $r_5$ .



3.  $P = aeb$ . On est sur  $b$  dans le mot (et dans l'arbre)  $\Rightarrow$   
**SUCCÈS**

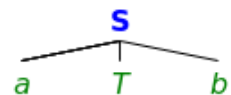
# Retours arrières

L'analyse descendante peut impliquer des retours en arrière:

$S \rightarrow aTb \mid b$	$(r_1, r_2)$
$T \rightarrow cd \mid c \mid e$	$(r_3, r_4, r_5)$

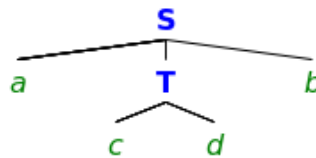
Analyse de la phrase  $P = acb$ :

1. Le premier caractère de  $P$  permet de choisir  $r_1$ .



2. Maintenant  $P = acb$  (on a le choix entre  $r_3$  et  $r_4$ )

- choix de  $r_3$



Ici,  $P = acb$  mais problème ( $d$  dans l'arbre mais  $b$  à analyser)  
 $\Rightarrow$  **RETOUR**

- choix de  $r_4$  ....  $\Rightarrow$  **SUCCÈS**

# Analyse descendante

Pour analyser la grammaire précédente, il faut:

- avoir un analyseur capable de faire des retours en arrière.
- pouvoir voir 2 caractères en même temps:
  - si  $c$  est suivi de  $d$  prendre  $r_3$
  - sinon prendre  $r_4$

Dans le cas général, cela peut être plus compliqué (2 caractères peuvent ne pas suffire):

$$S \rightarrow aSb \mid aSc \mid d$$

## Exemple:

$$S \rightarrow aSc \rightarrow aaSbc \rightarrow aaaSbbc \rightarrow aaaaScbbc \rightarrow aaaadcbbc$$

Ici, quand on lit le premier **a**, pour connaître la règle choisie, il faut regarder le **dernier** caractère du mot à analyser.

# Analyseur descendant ND

## (1 / 4)

---

On peut construire facilement un analyseur descendant **non déterministe**:

Soit

```
E → T + E | T
T → F * T | F
F → (E) | int
```

- Chaque non terminal de la grammaire est implémentée par une fonction
- Les lexèmes sont dans un tableau et *next* pointe le prochain lexème.
- Si on a une alternative, on décompose en sous fonctions.
- Les fonctions renvoient un booléen indiquant si l'analyse a réussi ou pas.
- La fonction `verify(token)` :
  - vérifie que *next* est bien égal à *token* et
  - avance *next*

# Analyseur descendant ND

## (2 / 4)

---

Pour la règle  $E \rightarrow T + E \mid T$ , on obtient:

```
bool E1() { return T() && verify(PLUS) && E(); }
bool E2() { return T(); }
bool E() {
    token *save = next;
    return (next = save, E1 ()) || // Affectation inutile (pour la symétrie)
           (next = save, E2 ());
}
```

avec

```
bool verify(token tok) {
    return *next++ == tok;
}
```

- l'expression `int+int` renvoie vrai
- l'expression `(int+-int` renvoie faux
- **MAIS** l'expression `(int)*` renvoie vrai!!

# Analyseur descendant ND

## (3 / 4)

---

- L'analyseur précédent renvoie vrai pour l'expression  $(int)^*$  qui est fausse!
- Le problème ici est que l'analyseur
  - reconnaît  $(int)$  comme étant une dérivation de  $E$ , et
  - s'arrête sur cette expression correcte
  - ne regarde pas ce qui arrive après une expression correcte
  - renvoie vrai sur  $int*int$  (mais en n'ayant analysé que  $int$  en fait).
- **$\Rightarrow$  Il faut vérifier que l'analyseur arrive à la fin de la phrase à analyser.**

On ajoute une règle:

$S \rightarrow E \$$

- $S$  devient l'axiome
- $\$$  est un lexème spécial qui dénote la fin de la phrase

# Analyseur descendant ND

## (4 / 4)

---

### Code complet de l'analyseur

```
// ----- Start symbol
bool S() { return E() && verify(END); }

// ----- F Non Terminal
bool F1() { return verify(OPEN) && E() && verify(CLOSE); }
bool F2() { return verify(INT); }
bool F() { token *save = next; return (next=save, F1()) || (next=save, F2());}

// ----- T Non Terminal
bool T1() { return F() && verify(MULT) && T(); }
bool T2() { return F(); }
bool T() { token *save = next; return (next = save, T1()) || (next = save, T2());}

// ----- E Non Terminal
bool E1() { return T() && verify(PLUS) && E(); }
bool E2() { return T(); }
bool E() { token *save = next; return (next = save, E1()) || (next = save, E2());}
```

Pour démarrer l'analyse, il suffit d'appeler S ( )



# Analyseur descendant ND: Problèmes (1/2)

## Réversivité à gauche:

Avec cette méthode d'analyse, on ne peut pas avoir de réversivité à gauche.

En effet  $E \rightarrow E + T \mid T \Rightarrow$

```
bool E1() { E() && verify(PLUS) && T(); }
bool E2() { T(); }
bool E()  { token *save = next; return (next = save, E1()) ... }
```

et donc  $E() \Rightarrow E1() \Rightarrow E() \Rightarrow E1 \Rightarrow \dots$

Une réversivité gauche *immédiate* peut être éliminée facilement:

$S \rightarrow Sa \mid b$  devient  $S \rightarrow bS'$   
 $S' \rightarrow aS' \mid \epsilon$

Mais la réversivité peut ne pas être immédiate (plus difficile).

# Analyseur descendant ND: Problèmes (2/2)

---

## L'analyse d'une règle du type

```
INSTR → if ( EXPR ) then INSTR  
      | if ( EXPR ) then INSTR else INSTR
```

peuvent provoquer un retour arrière de  $k$  lexèmes ( $k$  non borné)  $\Rightarrow$  analyse inefficace.

## Factorisation à gauche:

Elle consiste à introduire un nouveau terminal après le plus long préfixe commun d'une alternative.

Ce nouveau non terminal produit ensuite une alternative avec les suffixes respectifs.

```
INSTR → if ( EXPR ) then INSTR SUITE  
SUITE → else INSTR |  $\epsilon$ 
```

# Analyseur à table

---

Analyseur ND n'est pas praticable sur de gros langages / grosses entrées.

On voudrait construire un analyseur tel que: étant donnés

- le terminal  $a$  que l'on vient de lire et
- le non terminal  $A$  en cours de dérivation,

on puisse connaître de façon sûre la règle à appliquer.

On va pour cela construire une table d'analyse. Pour cela, on aura besoin de:

- notion d'annulables
- notion de premiers
- notion de suivants

# Notion d'annulables

---

On appelle *Annulables*, l'ensemble des non terminaux de la grammaire qui peuvent se dériver en la chaîne vide ( $\varepsilon$ ).

$$\text{Annulables} = \{ X \in N \mid X \xrightarrow{*} \varepsilon \}$$

## Construction de *Annulables*:

1. Si  $X \rightarrow \varepsilon$ , alors  $X \in \text{Annulables}$
2. Si  $X \rightarrow Y_1 Y_2 \dots Y_n$  et que tous les non terminaux de  $Y_i$  sont annulables,  
alors  $X \in \text{Annulables}$ .

# Calcul de PREMIER (1 / 3)

---

La fonction PREMIER est une fonction associée à une grammaire  $G$ .

Si  $\alpha$  est une chaîne de symboles terminaux ou non terminaux,  $\text{PREMIER}(\alpha)$  est l'ensemble de tous les **terminaux** qui peuvent commencer une dérivation de  $\alpha$ .

On a donc  $x \in \text{PREMIER}(\alpha)$  si:

- $x \in T$  et
- $\alpha \xrightarrow{*} x\beta_1\beta_2\ldots\beta_n$  (avec  $\beta_i \in T \cup N$ )

**Note:**

Si  $\alpha \xrightarrow{*} \varepsilon$ , alors  $\varepsilon \in \text{PREMIER}(\alpha)$

# Calcul de PREMIER (2 / 3)

---

## Algorithme de construction des ensembles PREMIER:

Pour calculer  $\text{PREMIER}(X)$ , répéter tant qu'on ne peut plus ajouter de terminal (ou  $\varepsilon$ ) à aucun ensemble de PREMIERs.

1. si  $X \in T$  alors  $\text{PREMIER}(X) = \{ X \}$
2. si  $X \rightarrow \varepsilon$  alors ajouter  $\varepsilon$  à  $\text{PREMIER}(X)$
3. si  $X \in N$  et  $X \rightarrow Y_1 Y_2 \dots Y_n$ 
  1. ajouter les éléments de  $\text{PREMIER}(Y_1)$  (sauf  $\varepsilon$ ) à  $\text{PREMIER}(X)$
  2. si  $\exists j$  ( $j \in \{2, \dots, n\}$ ) où  $\forall i$  ( $i \in \{1, \dots, j-1\}$ ) on a  $\varepsilon \in \text{PREMIER}(Y_j)$ 
    - ajouter  $\text{PREMIER}(Y_j)$  (sauf  $\varepsilon$ ) à  $\text{PREMIER}(X)$
  3. Si  $\forall i$  ( $i \in \{1, \dots, n\}$ )  $\varepsilon \in \text{PREMIER}(Y_i)$ 
    - ajouter  $\varepsilon$  à  $\text{PREMIER}(X)$

# Calcul de PREMIER (3 / 3)

```
S → E $  
E → TE'  
E' → +TE' | -TE' | ε  
T → FT'  
T' → *FT' | /FT' | ε  
F → (E) | int
```

En appliquant l'algorithme précédent, on obtient:

```
PREMIER(S) = PREMIER(S) = PREMIER(T) = PREMIER(F) = { '(', int }  
PREMIER(E') = { '+', '-', ε }  
PREMIER(T') = { '*', '/', ε }
```

# Calcul de SUIVANT (1 / 3)

---

La fonction SUIVANT est une fonction associée à une grammaire  $G$ .

Pour un non terminal  $A$ ,

- $SUIVANT(A)$  est l'ensemble des terminaux  $x$  qui peuvent apparaître immédiatement à droite de  $A$  dans une dérivation:  $S \xrightarrow{*} \alpha A x \beta$

**Note:**

Si  $A$  peut se trouver complètement à droite (càd  $S \xrightarrow{*} \alpha A$ ), alors  $\$ \in SUIVANT(A)$



# Calcul de SUIVANT (2 / 3)

---

## Algorithme de construction des ensembles SUIVANT:

1. Placer  $\$$  dans SUIVANT( $S$ ), où
  - $S$  est l'axiome de la grammaire et
  - $\$$  est le marqueur de fin d'entrée.
2. Pour chaque production  $A \rightarrow \alpha B \beta$  où  $B \in N$ , ajouter PREMIER( $\beta$ ) à SUIVANT( $B$ ) (sauf  $\epsilon$ )
3. Pour chaque production  $A \rightarrow \alpha B$ , ajouter SUIVANT( $A$ ) à SUIVANT( $B$ )
4. Pour chaque production  $A \rightarrow \alpha B \beta$  où  $\epsilon \in \text{PREMIER}(\beta)$ , ajouter SUIVANT( $A$ ) à SUIVANT( $B$ )

Itérer sur 3 et 4 jusqu'à ce qu'on ajoute plus rien dans les ensembles suivants.

# Calcul de SUIVANT (3 / 3)

```

S  → E$
E  → TE'
E' → +TE' | -TE' | ε
T  → FT'
T' → *FT' | /FT' | ε
F  → (E) | int

```

En appliquant l'algorithme précédent, on obtient:

```

SUIVANT(S)  = { '$' }
SUIVANT(E)  = { ')', '$' }
SUIVANT(E') = SUIVANT(E) = { ')', '$' }
SUIVANT(T)  = PREMIER(E') ∪ SUIVANT(E) (sans ε) = { ')', '$', '+', '-' }
SUIVANT(T') = SUIVANT(T) = { ')', '$', '+', '-' }
SUIVANT(F)  = PREMIER(T') (sans ε) ∪ SUIVANT(T) = { '*', '/', ')', '$', '+', '-' }

```

# Table d'analyse (1 / 2)

---

A l'aide des PREMIERS et des SUIVANTS, on peut construire une table d'analyse.

Cette table est un tableau **T** à deux dimensions qui permet de déterminer la production à appliquer pour un non terminal donné et le symbole terminal courant.

## Construction de la table d'analyse

Soit une production  $A \rightarrow \alpha$

- $\forall x \in \text{PREMIER}(\alpha) - \{\epsilon\}$ , ajouter la règle  $A \rightarrow \alpha$  à  $T[A, x]$
- si  $\epsilon \in \text{PREMIER}(\alpha)$ ,  $\forall x \in \text{SUIVANT}(A)$ , ajouter la règle  $A \rightarrow \alpha$  à  $T[A, x]$

Chaque case vide de T correspond à une erreur.

# Table d'analyse (2 / 2)

	int	+	-	*	/	(	)	\$
E	$E \rightarrow TE'$					$E \rightarrow TE'$		
E'		$E' \rightarrow +TE'$	$E' \rightarrow -TE'$				$E' \rightarrow \varepsilon$	$E' \rightarrow \varepsilon$
T	$T \rightarrow FT'$					$T \rightarrow FT'$		
T'		$T' \rightarrow \varepsilon$	$T' \rightarrow \varepsilon$	$T' \rightarrow *FT'$	$T' \rightarrow /FT'$		$T' \rightarrow \varepsilon$	$T' \rightarrow \varepsilon$
F	$F \rightarrow \text{int}$					$F \rightarrow (E)$		

avec **PREMIERs** et **SUIVANTs**:

```

PREMIER(E) = { '(', int }
PREMIER(E') = { '+', '-', ε }
PREMIER(T) = { '(', int }
PREMIER(T') = { '*', '/', ε }
PREMIER(F) = { '(', int }

SUIVANT(E) = { ')', '$' }
SUIVANT(E') = { ')', '$' }
SUIVANT(T) = { ')', '$', '+', '-' }
SUIVANT(T') = { ')', '$', '+', '-' }
SUIVANT(F) = { '*', '/', ')', '$', '+', '-' }

```

# Analyse avec une table

---

- On utilise une pile contenant initialement  $\$S$
- En entrée on a un mot  $m = m_1m_2\dots m_n$  terminé par  $\$$
- On pointe le premier caractère du mot  $m$  (càd  $m_1$ )

## Algorithme:

Soit  $X$  le sommet de la pile et  $m_i$  le caractère courant de  $m$ ;

- si  $X$  est un terminal:
  - si  $X = \$$  alors si  $m_i = \$$  alors *ACCEPTER* sinon *ERREUR*
  - si  $X = m_i$  alors enlever  $X$  de la pile et avancer sur l'entrée sinon *ERREUR*
- si  $X$  est un non terminal
  - si  $T[X, m_i] = X \rightarrow Y_1 \dots Y_n$ 
    - dépiler  $X$  et empiler  $Y_n \dots Y_1$  (càd à l'envers)
    - indiquer en sortie la production  $X \rightarrow Y_1 \dots Y_n$
  - si  $T[X, m_i]$  est vide *ERREUR*

# Exemple d'analyse

Soit la phrase (int) à analyser:

Pile	Entrée	Sortie
\$E	(int)\$	$E \rightarrow TE'$
\$E'T	(int)\$	$T \rightarrow FT'$
\$E'T'F	(int)\$	$F \rightarrow (E)$
\$E'T')E(	(int)\$	
\$E'T')E	int)\$	$E \rightarrow TE'$
\$E'T')E'T	int)\$	$T \rightarrow FT'$
\$E'T')E'T'F	int)\$	$F \rightarrow \text{int}$
\$E'T')E'T'int	int)\$	
\$E'T')E'T'	)\$	$T' \rightarrow \varepsilon$
\$E'T')E'	)\$	$E' \rightarrow \varepsilon$
\$E'T')	)\$	
\$E'T'	\$	$T' \rightarrow \varepsilon$
\$E'	\$	$E' \rightarrow \varepsilon$
\$	\$	ACCEPTER

	int	+	-	*	/	(	)	\$
E	$E \rightarrow TE'$					$E \rightarrow TE'$		
E'		$E' \rightarrow +TE'$	$E' \rightarrow -TE'$			$E' \rightarrow \varepsilon$	$E' \rightarrow \varepsilon$	
T	$T \rightarrow FT'$					$T \rightarrow FT'$		
T'		$T' \rightarrow \varepsilon$	$T' \rightarrow \varepsilon$	$T' \rightarrow *FT'$	$T' \rightarrow /FT'$	$T' \rightarrow \varepsilon$	$T' \rightarrow \varepsilon$	
F	$F \rightarrow \text{int}$					$F \rightarrow (E)$		

# Grammaire LL(1)

---

Une grammaire pour laquelle la table d'analyse n'a aucune case contenant plus d'une production est une **grammaire LL(I)**

**L:**

pour *Left to Right Scanning* car on parcourt le texte de la gauche vers la droite

**L:**

pour *Leftmost derivations* car on utilise des dérivations gauches

**(I):**

car un **(I)** seul lexème d'avance (*lookahed*) est utilisé pour prendre une décision.

# Grammaire LL(1)?

Soit la grammaire

$S \rightarrow aAb$   
 $A \rightarrow cd|c$

$\text{PREMIER}(S) = \{ a \}$        $\text{SUIVANT}(S) = \{ \$ \}$   
 $\text{PREMIER}(A) = \{ c \}$        $\text{SUIVANT}(A) = \{ b \}$

	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b>d</b>	<b>\$</b>
<b>S</b>	$S \rightarrow aAb$				
<b>A</b>			$A \rightarrow cd$ $A \rightarrow c$		

Pour  $T[A, c]$ , on a deux règles  $\Rightarrow$  la grammaire n'est pas LL(1)

Par contre, si on a 2 lexèmes d'avance, on peut choisir (en fait cette grammaire est LL(2))



# Construction d'un analyseur déterministe (1/3)

La table d'analyse LL(1) peut aussi être utilisée pour construire un analyseur *à la main*.

On prend la grammaire simplifiée d'expressions suivante:

```

E  → TE'
E' → +TE' | ε
T  → FT'
T' → *FT' | ε
F  → (E) | int
  
```

	int	+	*	(	)	\$
E	E → TE'			E → TE'		
E'		E' → +TE'			E' → ε	E' → ε
T	T → FT'			T → FT'		
T'		T' → ε	T' → *FT'		T' → ε	T' → ε
F	F → int			F → (E)		

# Construction d'un analyseur déterministe (2/3)

---

On modifie un peu la fonction `verify`:

```
bool verify(token tok) {  
    if (*next != tok) {  
        fprintf(stderr, "Invalid token '%c'\n", *next);  
        return false;  
    }  
    next++;  
    return true;  
}
```

- on écrit une fonction par non terminal
- la table d'analyse nous donne les cas à traiter

## Remarque:

La détection d'erreur sera plus précise puisque la table nous indique ce que nous attendons.

# Construction d'un analyseur déterministe (3/3)

	int	+	*	(	)	\$
E	$E \rightarrow TE'$			$E \rightarrow TE'$		
E'		$E' \rightarrow +TE'$			$E' \rightarrow \varepsilon$	$E' \rightarrow \varepsilon$

```

bool E() {
    switch (*next) {
        case INT:
        case OPEN: return T() && Ep();
        default:   fprintf(stderr, "Expected INT or OPEN\n"); return false;
    }
}

bool Ep() {
    switch (*next) {
        case PLUS: return verify(PLUS) && T() && Ep();
        case CLOSE:
        case END: return true;
        default: fprintf(stderr, "Expected PLUS or CLOSE\n"); return false;
    }
}

```