

TD 03 – expressions régulières et langages rationnels

Exercice 1.

Comprendre des expressions régulières

- Donner une description en français des langages reconnus par les expressions régulières ci-dessous puis donner un AFD équivalent.
 - $(a + b)^*$
 - $a(a + b)^*$
 - $(a + b)^*b$
 - $(b + ab^*a)^*$
 - (question difficile)** $(aa + bb)^*((ab + ba)(aa + bb)^*(ab + ba))^*(aa + bb)^*$

Exercice 2.

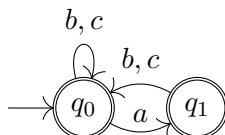
Écrire les expressions régulières

- Pour chacun des langages suivants, écrire une expression régulière qui le reconnaît :
 - Les nombres entiers en binaire : 0, 1, 10, 11 ...
 - Les nombres entiers en binaire multiple de 2
 - Les mots sur l'alphabet $\{a, b\}$ avec le facteur $abba$.
 - Les mots sur l'alphabet $\{a\}$ avec un nombre multiple de 3 de a
 - Les mots sur l'alphabet $\{a, b\}$ avec un nombre multiple de 3 de a
 - Les mots sur l'alphabet $\{a, b\}$ de taille au moins 3 avec a comme avant dernière lettre ($\{w = w_1 \dots w_n \in \{a, b\}^n \mid n \geq 3 \text{ et } w_{n-2} = a\}$).

Exercice 3.

AFD vers expressions régulières

- En utilisant l'algorithme vu en cours, transformer l'AFD ci-dessous en une expression régulière équivalente.



Exercice 4.

Langages non rationnels

- Pour tous les langages suivants, dites s'ils sont rationnels ou non et prouver votre affirmation.
 - $L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$ avec $|w|_a$ (resp. $|w|_b$) le nombre de a (resp. b) dans w .

- (b) L_2 : l'ensemble des nombres premiers entre 2 et 10^{1000} encodé sur l'alphabet décimal $\{0, 1, \dots, 9\}$.
- (c) L_3 : l'ensemble des mots sur $\{a, b\}$ qui sont des palindromes, c'est-à-dire qu'ils se lisent de la même façon de gauche à droite ou de droite à gauche. (exemple, $a, aa, aba, ababa$)
- (d) L_4 : L'ensemble des mots sur l'alphabet $\{\epsilon, a, b, +, *, (,)\}$ qui correspondent à des expressions régulières valides.
- (e) L_5 : L'ensemble des mots sur l'alphabet $\{\epsilon, a, b, +, * \}$ qui correspondent à des expressions régulières valides (sans parenthèses donc).