

# Les machines de Turing

## Feuille de travaux dirigés n°1

1 septembre 2020

1. Décrire en détail une machine de Turing déterministe à un seul ruban qui reconnaît le langage des mots de la forme  $n_2 = n_0 + n_1$  avec  $n_i$  des nombres en base 2, si l'addition est correcte.
2. Décrire en détail une machine de Turing déterministe à un seul ruban qui reconnaît le langage des mots composés d'un nombre en binaire répété deux fois.
3. Décrire en détail une machine de Turing déterministe à deux rubans qui reconnaît le langage des mots composés d'un nombre en binaire répété deux fois.
4. Décrire en détail une machine de Turing déterministe à deux rubans qui reconnaît le langage des mots dont la longueur est un carré parfait sur un alphabet à une lettre  $a$ . Les mots,  $a, aaaa, aaaaaaaaaa, aaaaaaaaaaaaaaaaaa$  forment les premiers éléments de ce langage.
5. On considère le problème du calcul de la longueur en binaire d'un mot sur l'alphabet  $\{0, 1\}$  donné en entrée.
  - a) Décrire une machine de Turing déterministe à deux rubans qui effectue le calcul et en évaluer la complexité.
  - b) Décrire une machine de Turing déterministe à un seul ruban qui effectue le calcul et en évaluer la complexité.
  - c) Améliorer la complexité de la machine pour que sa complexité soit en  $O(n \log n)$
  - d) Utiliser l'amélioration utilisée en c) pour obtenir une machine en temps linéaire pour la question a).
6. Nous nous intéressons au problème de la reconnaissance du langage  $L = \{0^k 1^k : k \geq 0\}$ .
  - a) Décrire une machine de Turing déterministe à deux rubans pour reconnaître  $L$ . Quelle est sa complexité ?
  - b) Décrire une machine de Turing déterministe à un ruban pour reconnaître  $L$ . Quelle est sa complexité ?
  - c) Appliquer l'amélioration de l'exercice précédent pour améliorer la complexité des machines obtenues.
7. Décrire une machine de Turing à un ruban qui reconnaît les mots  $w \in \{0, 1\}^*$  tels que  $|w|_0 = |w|_1$ .