

Ricardo Montiel Manriquez

30 de Junio del 2021

①

Algoritmo 1 misterio(n)

```
1: total=0;
2: for i=0 to n-1 do
3:   for j=n-1 to i down by 1 do
4:     total=total+1
5:   end for
6: end for
7: return total;
```

En la linea 1 tenemos un acceso y 1 una asignación = 2.

En la linea 2 el ciclo se repite n veces. = n

En la linea 3 el ciclo se repite $(n) + (n-1) + (n-2) + \dots = 0$
y esto nos da $n(n+1)/2$

En la linea 4 tenemos 2 accesos, 1 asignación y
1 suma = 4

En la linea 7 tenemos un acceso y un retorno de
valor = 2

$$\therefore f(n) = \left(\frac{n(n+1)}{2} * 4 \right) + 4$$

②

$$a) 2^{n+1} \in \Omega(2^n)$$

Verdadero

$$\exists c \in \mathbb{R}^+ \text{ y } \exists n_0 \in \mathbb{N} \cup \{0\} \mid \forall n \geq n_0,$$

$$0 \leq c g(x) \leq f(x)$$

$$g(n) = 2^n$$

$$f(n) = 2^{n+1}$$

$$\text{Tomamos } n_0 = 1$$

$$\text{P.D: } 0 \leq (2^n) \leq 2^{n+1}$$

$$2^n > 0$$

$$c(2^n) \leq 2^{n+1}$$

$$c = 1$$

$$\Rightarrow 1 \cdot (2^n) \leq 2$$

b) $\log_2 2^n \in O(n \log 2^n)$

Para $n \geq 2$ tenemos que $n \log 2^n \geq \log_2 2^n$

\therefore Tomando $n_0 = 1$, se cumple que

$$\log_2 2^n \geq n \log 2^n$$

③

a) $f(n) = (n^2 - 2n + 1)/2$; $g(n) = 4n$.

$$g(n) = 4n \in O(n)$$

$$f(n) = n^2 - 2n + 1$$

$$n^2 \in O(n^2), \quad 2n \in O(n), \quad 1 \in O(1)$$

$$O(1) \in O(n) \quad y$$

$$O(n) \in O(n^2)$$

$$\therefore (n^2 - 2n + 1)/2 \in O(n^2)$$

y por dominancia

$$g(n) \in O(f(n)) \text{ pero } f(n) \notin O(g(n)).$$

$$b) f(n) = n \log_2 n \quad g(n) = n^3 \sqrt{n} / 2$$

$$f(n) = n \log_2 n$$

$$n \in O(n^2) \quad \text{por propiedad 5}$$

$$\log_2 n \in O(n)$$

$$n \cdot \log_2 n \in O(n^2) \quad \text{por regla del producto}$$

$$g(n) = n^3 \sqrt{n} / 2$$

$$n^3 \in O(n^3), \quad \sqrt{n} \in O(2^n)$$

$$1/2 \in O(1) \quad \text{por regla del producto}$$

$$n^3 \sqrt{n} / 2 \in O(2^n \cdot n^3)$$

$$\text{por dominancia } f(n) \in O(g(n)).$$