Ricardo Montiel Manriquez

7 de Julio del 2020

1

Algorithm

```
double resultado = 0;
for (int i = 0;  i ≤ n;  i + 1)
    resultado = resultado + 2^i;
return resultado;
```

Invariante de ciclo: $\sum_{i=0}^{n} 2^i$

Caso Base:

Primera iteración

$K = 1 \Rightarrow i = 0$ y exPo $= 0$

$\Rightarrow \sum_{i=0}^{n} 2^i - 2^i = 0$, por lo tanto cumple con exPo $= 0$.

Hipotesis

El invariante se satisface tal y como esta planteado

Paso Inductivo:

Demostraremos que el invariante se cumple despues de una iteración mas. Suponemos que el ciclo si fue ejecutandose, es decir $i \leq n$.

Sean expo' e i' los valores de las variables expo e i, respectivamente, al inicio de la iteración (K + 1)- esima.

Por Hipotesis al inicio de la iteración K- esima, expo es $\sum_{i=0}^{n} 2^i - 2^i$

Se incrementa expo en 2^i, por lo que $expo' = expo + 2^i$ y ademas despues se incrementa i, es decir $i' = i + 1$

Podemos observar que lo que ocurre cada vez que se desarrolla el ciclo, lo que hacemos es cancelar la resta original de 2^i que le haciamos a $\sum_{i=0}^{n} 2^i$, por desigualdades podemos tambien observar que esto seria igual a (suma i') de $j=0$ a $i' - 2^{i'}$

debido a que $i' = i + 1$

Se rompe la condición cuando $i=n+1$.
En este momento el invariante debe de seguir cumpliendose

$$(\text{suma } i)\ 2^j - 2^i = (\text{suma } n+1)\ 2^j - 2^{n+1}$$

Y por algebra sabemos que eso equivale a

$$(\text{suma } n)\ 2^j$$

Que era lo que queriamos