

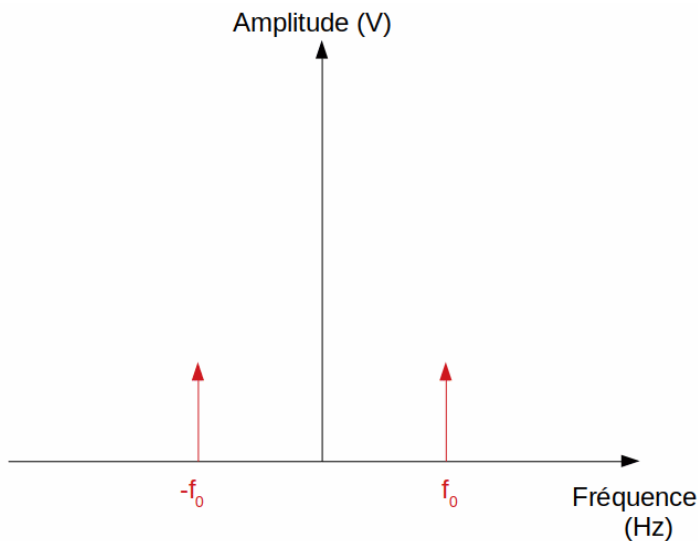
Question 2)4) :

La fréquence d'échantillonnage est inférieure à la fréquence maximale du signal. Le critère de Shannon n'est donc pas respecté. La fréquence observée est d'environ 100Hz. Il y a en fait eu un recouvrement et on observe donc la fréquence $F_e - f_0$ et $-(F_e - f_0)$ ce qui correspond à un cosinus de fréquence $1100 - 1000 = 100\text{Hz}$.

Question 3)1)a) :

Transformée de Fourier $X(f)$ d'un cosinus à f_0 :

$$x(f) = \frac{\delta(f - f_0)}{2} + \frac{\delta(f + f_0)}{2}$$

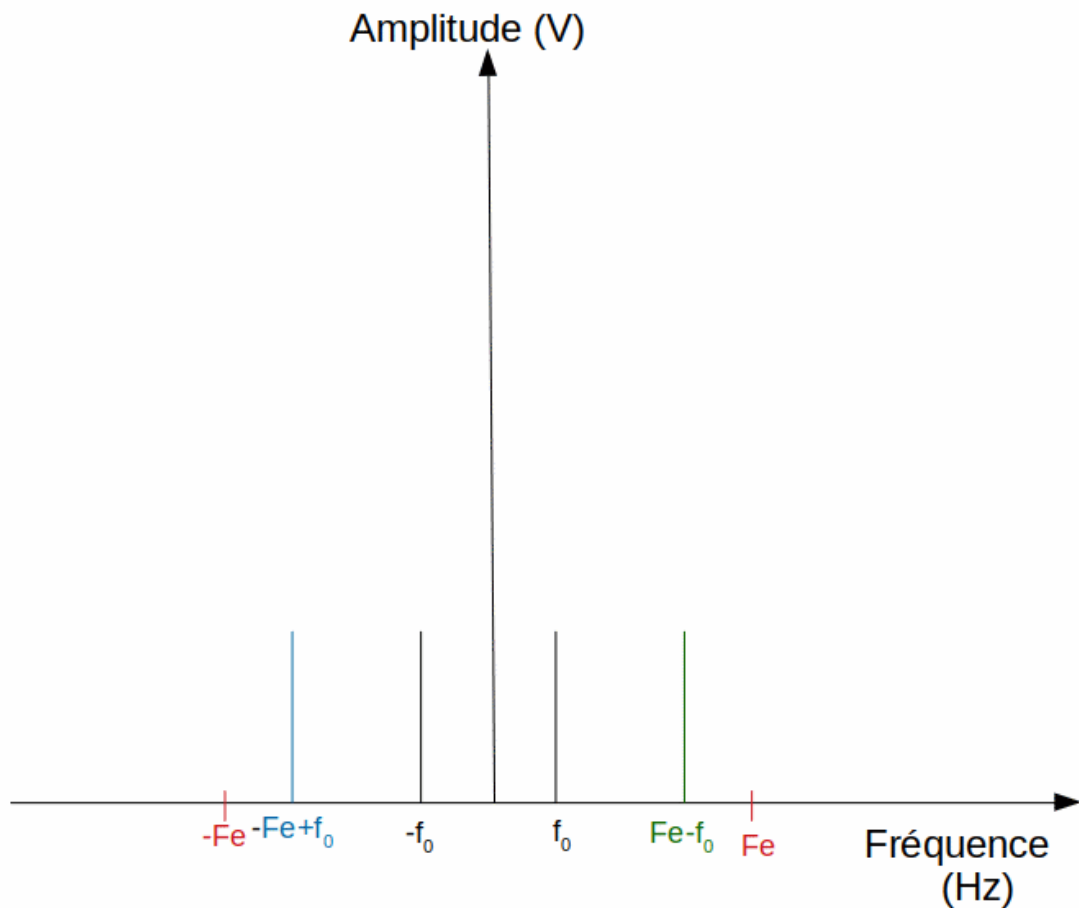


Question 3)1)b)

$$\begin{aligned} X_D(f) &= \sum_{k=0}^{N-1} x(kT_e) e^{-j2\pi f k T_e} \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} A \cos(2\pi f_0 k T_e) e^{-j2\pi f k T_e} \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} A \frac{e^{-2j\pi f_0 k T_e} + e^{2j\pi f_0 k T_e}}{2} e^{-2j\pi f k T_e} \end{aligned}$$

$$= \frac{A}{2} \sum_{k=0}^{N-1} e^{-2j\pi Te(f-f_0)k} + e^{2j\pi Te(f-f_0)k}$$

Question 3)1)c) : Module de $X_D(f)$



On constate une apparition de nouvelles fréquences à $Fe-f_0$ et $-Fe+f_0$. Ces nouvelles fréquences sont visibles dans l'expression analytique de $X_D(f)$. C'est donc l'échantillonnage qui est à l'origine de ces nouvelles fréquences.

Question 3)2)a) :

Le résultat obtenu est bien conforme à ce qui était attendu. On a bien 2 pics à $-f_0$ et f_0 .

Question 3)2)b) :

Etant donné que la figure 2 nous montrait un signal sinusoïdal à 100Hz, il est logique que l'on observe 2 pics à -100Hz et 100Hz. Le résultat est donc cohérent avec le tracé de la figure 2.

Question 3)3)1) :

Il est inutile de calculer la transformée pour les fréquences négatives car le spectre est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées placé en 0. De plus, l'échantillonnage provoque une périodisation du spectre ce qui fait que seule la partie du spectre comprise entre 0 et F_e est intéressante à calculer

Question 3)3)2) :

$$X\left(\frac{nF_e}{N}\right) = \sum_{k=0}^{N-1} x(kT_e) e^{-j2\pi f \frac{nF_e}{N}}$$

Question 3)3)5) :

Les pics observés sont plus proches des fréquences réelles du signal que pour le signal sans Zero Padding. L'intérêt de cette technique est donc le gain en précision pour les pics.

Question 4)2) :

On retrouve bien les pics aux bonnes fréquences. Néanmoins, les amplitudes ne sont pas les mêmes que celles de la transformée de Fourier.

Question 4)5) :

La méthode Hamming produit des pics de forte amplitude comparé aux autres méthodes tandis que Welch donne des pics très arrondis et larges. La méthode du périodogramme permet le meilleur compromis entre largeur du pic et amplitude du pic.