FYS2140 Kvantefysikk - Vår 2021
Oblig 4

(Versjon 10. februar 2021)

Dokumentet inneholder følgende tre deler:

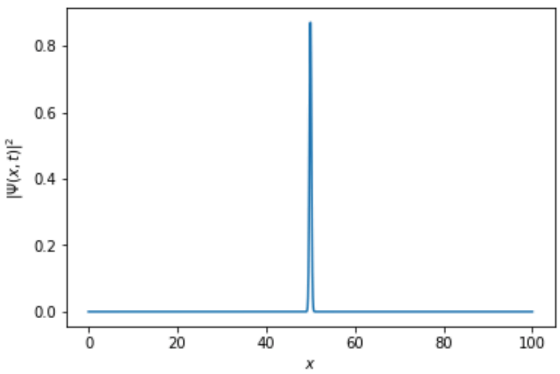
- A Diskusjonsoppgaver
- B Regneoppgaver
- C Tilleggsoppgaver (ikke obligatorisk)

Du finner frister for innlevering av obliger på Canvas. For å få obligen godkjent, må du vise at du har gjort et ordentlig forsøk på alle oppgavene. 6/11 obliger må være godkjent for å gå opp til eksamen.

A Diskusjonsoppgaver

Oppgave 1 Tolkning av $|\Psi(x,t)|^2$

Hvordan vil du fysisk tolke den kvadrerte bølgefunksjonen i Fig. 1? Diskutér påstandene i A, B, C, D og E og skriv hvilken dere synes passer best. Begrunn hvorfor. Kommenter gjerne de andre alternativene også.



Figur 1: Kvadratet av bølgefunksjonen som funksjon av posisjon x.

A: Dette ser ikke særlig fysisk ut i det hele tatt

B: Kvantemekanikken lar oss egentlig ikke «tolke» bølgefunksjonen $\Psi(x,t)$

C: $|\Psi(x,t)|^2$ beskriver en stor partikkel

D: $|\Psi(x,t)|^2$ beskriver en liten partikkel

E: $|\Psi(x,t)|^2$ beskriver at det er størst sannsynlighet for å finne en bestemt partikkel i nærheten av $x = 50$

Oppgave 2 Tolkning av bølgefunksjonen

Bølgefunksjonen $\Psi(x,t)$ er en løsning av kvantefysikkens bevegelsesligning (Schrödinger-ligningen), mens funksjonen $x(t)$ er løsning av den klassiske fysikkens bevegelsesligning (Newtons andre lov).

a) Hvordan kan du tolke hhv. $\Psi(x,t)$, $|\Psi(x,t)|^2$ og $x(t)$ fysisk?

b) Hva slags prediksjoner kan vi gjøre på bakgrunn av de to funksjonene, og på hvilken måte er prediksjonene forskjellige?

Oppgave 3 Forventningsverdier

Diskuter og kommenter følgende utsagn (flere kan være riktige):

A: Forventningsverdien $\langle x \rangle$ er den verdien det er mest sannsynlig å få hvis vi gjør en måling av posisjonen x til partikkelen.

B: Sannsynligheten for å måle forventningsverdien kan være 0.

C: Forventningsverdien $\langle x \rangle$ er gjennomsnittet vi ville fått hvis vi kunne måle posisjonen til (uendelig) mange partikler som alle var i samme tilstand Ψ.

B Regneoppgaver

Oppgave 4 Sannsynlighetsfordeling av posisjon

Vi betrakter bølgefunksjonen

$$\Psi(x,t) = Ae^{-\lambda|x|}e^{-i\omega t}, \tag{1}$$

hvor A, λ og ω er positive reelle konstanter.

a) Finn normaliseringen til Ψ.

b) Bestem forventningsverdien til x og x^2.

c) Finn standardavviket til x. Plott grafen til $|\Psi|^2$ numerisk som en funksjon av x (bruk f.eks. `python` og sett benevning på aksene). Marker punktene $x_1 = \langle x \rangle + \sigma$ og $x_2 = \langle x \rangle - \sigma$ for å illustrere hvordan σ representerer "spredningen" i x av bølgefunksjonen. Hva er sannsynligheten for at partikkelen befinner seg utenfor dette intervallet?

Oppgave 5 Uskarphetsrelasjonen

En partikkel med masse m befinner seg i tilstanden

$$\Psi(x,t) = Ae^{-a[(mx^2/\hbar)+it]}, \tag{2}$$

hvor A og a er positive reelle konstanter.

a) Finn A.

b) For hvilken potensiell energi funksjon $V(x)$ tilfredsstiller Ψ Schrödingerligningen?

c) Beregn forventningsverdiene til x, x^2, p, og p^2.

d) Finn σ_x og σ_p. Er disse konsistente med uskarphetsrelasjonen?

C Tilleggsoppgaver (ikke obligatorisk)

Oppgave 6 Konstant tillegg i potensiell energi

Anta at du legger til en konstant V_0 til den potensielle energien i et problem (med konstant mener vi her uavhengig av både x og t). I *klassisk mekanikk* så endrer det ingenting, problemet har samme løsning, men hva skjer i *kvantemekanikken*? Vis at bølgefunksjonen plukker opp en tidsavhengig fasefaktor: $\exp(-iV_0t/\hbar)$. Hva slags effekt har dette på forventningsverdier til dynamiske variable i problemet?

Oppgave 7 Oppgave 1.7 i Griffiths