Lengde, hastighet og akselerasjon

Dag Kristian Dysthe and Anja Røyne Fysisk institutt, UiO

Nina Jeppesen Edin (Revidert: Februar, 2020)

Målet er å få et forhold til sammenhengen mellom lengde, hastighet og akselerasjon, og hvordan en størrelse kan beregnes ved å måle to av de andre. Dere lærer også å beregne usikkerheter i sammensatte størrelser og å tilpasse teoretiske modeller til måledata.

I. BAKGRUNN

Måling av lengde er like dagligdags som å se på klokka. Kan man måle lengde og tid kan man også i prinsippet måle hastighet og akselerasjon. Der finnes et utall måter å måle disse størrelsene på, vi skal bare prøve ut noen få. Avsnittene 16.6 - 16.8 i Young and Freedman "University Physics 11th ed." gir teorien for Doppler-effekten. Fouriertransformasjonen gjennomgås i FYS2130 "svingninger og bølger" og er illustrert i youTube-videoen som er lenket til på Canvas.

A. Doppler-skift og FFT

Lydhastigheten i tørr luft er (til 0.1% nøyaktighet) $c = 331.1 + (0.606\ T_c)$ m/s, der T_c er lufttemperaturen i Celsius. En lydkilde sender ut en lydbølge med frekvens f. Når lydkilden beveger seg med hastighet v i forhold til en mikrofon i ro (positiv v for bevegelse mot mikrofonen), så vil mikrofonen registrere lydbølgen med frekvens f_m:

$$f_m = f + \Delta f = \frac{c}{c-v} f, \tag{1}$$

der Δf er Doppler-skiftet. Ved å måle f og f_m, kan man beregne hastigheten, v, til lydkilden ved hjelp av (1).

I labøvingen skal dere bruke denne metoden til å måle hastighet. For å bestemme frekvensen skal dere bruke Fast Fourier Transform (FFT) som er en rask numerisk implementering av den Diskrete Fourier Transformasjonen (DFT).

Når vi måler et tidsvarierende signal så gjør vi vanligvis det med faste mellomrom $t_s = 1/f_s$, der f_s er målefrekvensen eller samplingsfrekvensen. Vi måler over en endelig tid T. Nyquist' teorem sier at den høyeste frekvensen man kan bestemme er halvparten av samplingsfrekvensen, dvs. $f_s/2$.

I oppgave 2 i denne øvelse skal dere først gjøre opptak mens dere synger en tone. I dette opptaket vil det være en del støy og det kan være vanskelig å holde tonen på samme frekvens. I den diskrete fouriertransformasjonen deler vi frekvensspektret opp i B=2^{wp2} frekvensintervaller (bins) (wp2 er et helt tall). For hvert frekvensintervall plottes mengden av energi (y-aksen), som signalet i det bestemte frekvensintervallet. Fouriertransformasjonen skal identifisere signaler med forskjellige frekvenser. Når frekvensene blir små krever det mere måletid for å skjelne på frekvensene og å plassere dem i riktig bin. Frekvensoppløsningen for fouriertransformasjonen er

$$\Delta f = 1/T. \tag{2}$$

I den neste delen av oppgaven, skal vi bruke dopplerskiftet til å måle hastighet og akselerasjon. Da tar vi opp signal fra en bil over en viss tid. I skriptet **FFThastighet.m** deler vi denne tiden opp i et antall målepunkter $N_p = T \cdot f_s/B$. Skriptet **stykkevisFFT.m** gjør en fouriertransformasjon på data som er tatt opp i hvert av disse tidsintervallene. Da får vi altså N_p målepunkter med en tidsoppløsning på

$$\Delta t = {}^{B}\!/_{f_s} \tag{3}$$

og en frekvensoppløsning på

$$\Delta f_b = {}^{f_s}\!/_{B}. \tag{4}$$

Dette er ikke den samme frekvensoppløsning som ovenfor, som sa noe om hvor godt FFT klarer å separere frekvensene. Δf_b er et resultat av at frekvens-bins dekker et intervall, så vi kan ikke se endringer i frekvensen mindre enn denne oppløsningen. Bilene vi skal måle på sender ut et rent sinussignal med en frekvens på ca 11000 Hz. I skriptet kan vi legge inn en minimumsverdi for frekvensen, som er litt under bilens frekvens. Det betyr at frekvensoppløsningen for fouriertransformasjonen i denne sammenhengen er neglisjerbar og i målingene kan vi nøye oss med å bruke Δf_b .

Når man ønsker å finne ut hvordan frekvensene i et signal endrer seg med tid, $f_i(t)$, må man altså gjøre en avveining mellom tidsoppløsningen i målepunktene (hvor ofte man skal bestemme $f_i(t)$) og frekvens-oppløsningen (hvor små Δf man kan bestemme). Når dere skal måle akselerasjonen til en "bil" med en lydkilde må dere ha tilstrekkelig frekvensoppløsning til å måle endringene i hastighet fra ett tidspunkt til det neste og dere må ha tilstrekkelig tidsoppløsning til å bestemme hvordan hastigheten endrer seg mens bilen akselererer.

II. LABORATORIEØVING

I alle oppgavene: Oppgi svar med feilestimat (absolutte og relative). Kommenter hva som er tilfeldige og systematiske feil. I alle disse oppgavene er det viktig å være effektiv, se rådene som er oppsummert på side 50 i Squires.

1. Lengde

I denne oppgaven kan det være en fordel å tegne skisser og å sette opp målefunksjon og usikkerhetsbudsjett.

I. To aluminiumsstenger, A og B, ligger fremme på et bord. Vi skal måle lengdeforskjellen både direkte og som differansen mellom lengden av hver stang med meterstokk, laser og skyvelær.

- Hver gruppe skal måle lengden av begge stengene, l_A og l_B, med meterstokk og lasermåler. Hva er den relative usikkerheten i lengden til hver av stengene? Hva er usikkerheten til forskjellen i lengden, $l_{A-B} = l_A - l_B$, til de to stengene?
- Alle gruppene skal nå måle l_{A-B} direkte med tommestokk og skyvelær. Hva er usikkerheten til $l_{A-B}$for disse målingene?

II. Neste deløvelse foregår i foajeen i fysikkbygget. Bruk stoppeklokke, meterstokk og lasermåler til å bestemme hvor høyt over taket i foajeen Foucaultpendelen er festet, l_p. Festepunktet er **OVER** taket som vi kan se! Optimer målingene med sikte på å få usikkerheten ned.

NB! Det er **IKKE** lov å klatre over gjerdet og det er **IKKE** lov å ta på pendelen!!

Tips: finn beste måter å sikte på for å finne høyden av massesenteret over gulvet.

- Hvor nøyaktig må dere bestemme pendelperioden og posisjonen til massesenteret for at bidraget til den endelige feilen skal være like stor som for lasermåleren?
- Oppgi l_p med feilestimat, s, til veileder som skriver resultatene på tavlen.
- Bruk vektet midling av resultatene på tavlen for å finne $\overline{l_p}$ med feilestimat, s. Vekten for hver måling er en over usikkerheten i måleresultatet i annen, dvs.

$$\overline{l_p} = \sum_i \frac{l_i}{s_i^2} / \sum_i \frac{1}{s_i^2} \qquad \text{og} \qquad \frac{1}{s^2} = \sum_i \frac{1}{s_i^2}$$

2. Hastighet

Vi har fire luftputebaner med tilhørende "biler", som kan settes i "relativt jevn" hastighet mot eller fra mikrofonen. Dere skal bruke lydkilden på bilen, mikrofon og lydkort til å måle hastigheten. Bruk skriptet **FFThastighet.m** (**initDaqSession.m** og **stykkevisFFT.m** må også lastes ned) til å måle og til å beregne frekvens som funksjon av tid.

- Kjør **FFThastighet.m** en gang uten at lydkilden står på for å se på støybakgrunnen. Bruk zoomfunksjonen i figurvinduet! Hva forteller rådataene og energispekteret dere?
- Syng en ren tone mens dere kjører **FFThastighet.m** igjen. Hva forteller rådataene og energispekteret dere?
- Skru på lydkilden, kjør **FFThastighet.m** mens bilen står i ro og finn frekvensen.
- Sett parameteren "fmin" i skriptet, kjør skriptet mens bilen kjører med konstant hastighet.
- Beregn hastigheten som funksjon av tid, bruk ligning 1.
- Hva er tidsoppløsningen og frekvensoppløsningen for målingene dine?
- Hva blir resulterende usikkerheten for den målte hastigheten?

3. Akselerasjon

Nå skal dere gjøre en variant av Gallileo Gallilei sitt klassiske eksperiment. Dere skal måle akselerasjonen både ved hjelp av stoppeklokke og dopplerforskyvningen samtidig.

- Sett opp luftputebanen i en liten vinkel (5-10 grader), γ, og still opp mikrofonen ved enden av skråplanet. Beregn γ.
- Start skriptet **FFThastighet.m** (med passende parametre) og start stoppeklokka i det dere slipper den pipende bilen utfor skråplanet.
- Mål passeringstid, t_x ved enden av skråplanet og mål avstanden, x langs banen fra startpunkt til der tiden blir målt. Estimer usikkerhetene Δt_x og Δx (dere har blant annet målt presisjonen i deres bruk av stoppeklokke i øvelse 1).
- Beregn akselerasjonen, a_t, langs banen fra tidsmålingen.
- Beregn usikkerheten i a_t.
- Bruk frekvensene i hvert målepunkt til å beregne hastigheten ved hjelp av Doppler-forskyving og plot hastigheten $v_D(t)$ som funksjon av tid.
- Beregn akselerasjonen av langs banen vha. lineær regresjon.
- Beregn usikkerheten i a_v.
- Gjenta målingene av $a_v(\gamma)$ og $a_t(\gamma)$ for to andre vinkler γ på skråplanet.
- Finn den teoretiske akselerasjon fra g og γ.
- Plott de målte akselerasjonene, $a_v(\gamma)$ og $a_t(\gamma)$ mot teoretisk akselerasjon.
- Bruk funksjonen errorbar i Matlab til å presentere usikkerhetene grafisk.
- Er avviket mellom de målte akselerasjonene og den teoretiske større eller mindre enn ett standardavvik? Kommenter.

III. UTSTYRSLISTE

- To aluminiumstenger
- Skyvelær
- Meterstokk
- Lasermåler
- Stoppeklokke
- "Bil" med lydkilde
- Mikrofon
- PC med lydkort og Matlab
- Luftputebane
- MATLAB-skripter:

  FFThastighet.m

  stykkevisFFT.m

  initDaqSession.m