FYS2140 Kvantefysikk - Vår 2021
Oblig 8

(Versjon 18. mars 2021)

Dokumentet inneholder følgende tre deler:

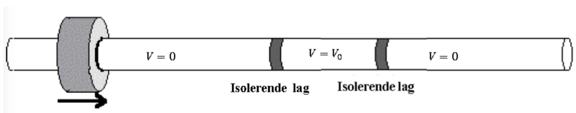
- A Diskusjonsoppgaver
- B Regneoppgaver
- C Tilleggsoppgaver (ikke obligatorisk)

Du finner frister for innlevering av obliger på Canvas. For å få obligen godkjent, må du vise at du har gjort et ordentlig forsøk på alle oppgavene. 6/11 obliger må være godkjent for å gå opp til eksamen.

A Diskusjonsoppgaver

Oppgave 1 Ladning på wire

Vi ser på en makroskopisk ring med positiv ladning q beveger seg horisontalt mot høyre langs en glatt wire (se figur 1). Det meste av wiren har $V = 0$, men på midten er det et parti med potensial $V = V_0 > 0$ som er atskilt fra resten av wiren med tynne isolerende lag. Anta at ringen er isolert fra wiren og at vi kan se bort fra friksjon.



Figur 1: Ladning som sklir på wire.

a) Beskriv bevegelsen til ringen hvis den starter med kinetisk energi $E < qV_0$.

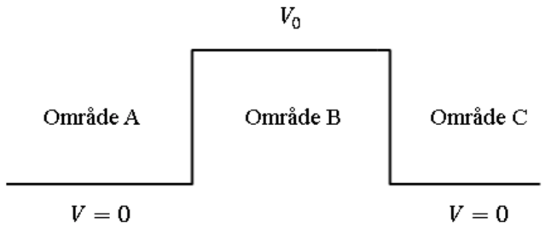
b) Beskriv bevegelsen til ringen hvis den starter med kinetisk energi $E > qV_0$.

c) Hva blir resultatet hvis du gjør dette 100 ganger der ringen hver gang starter med $E < qV_0$?

Vi setter nå opp et eksperiment der vi sender en strøm av elektroner med energi E mot et bokspotensial V_0, se Fig. 2. En detektor måler eventuelle elektroner som kommer inn i område C.

d) Forklar kvalitativt (uten regning) hvilke utfall du kan få av dette eksperimentet hvis $E < V_0$ og hvis $E > V_0$.

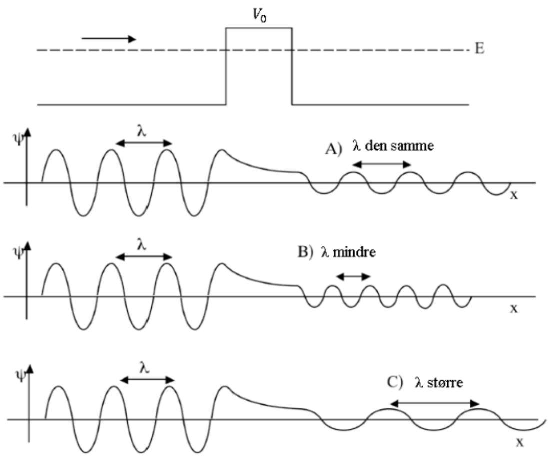
e) Beskriv med ord og/eller skisser hvordan romdelen $\psi(x)$ av bølgefunksjonene ser ut for område B for de to tilfellene $E < V_0$ og $E > V_0$.



Figur 2: Firkantpotensial med $V_0 > 0$.

Oppgave 2 Tunnellering

En planbølge kommer inn fra venstre og tunnellerer gjennom en potensialbarriere $V_0 > 0$, se Fig. 3. Hva er riktig utsagn om bølgefunksjonen Ψ (løsning av den tidsavhengige Schrödinger-likningen (TASL)) som er listet opp under?[1]. Begrunn svaret.



Figur 3: Bølgefunksjoner ved potensialbarriere.

[1]Det finnes en tilsvarende løsning ψ av den tidsuavhengige Schrödinger-likningen (TUSL).

A) Ψ har samme bølgelengde på begge sider av barrieren

B) Ψ har kortere bølgelengde etter tunnelleringen

C) Ψ har lenger bølgelengde etter tunnelleringen

B Regneoppgaver

Oppgave 3 Spredning mot potensialbarriere og tunnellering

Vi ser på (boks)potensialet

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & 0 \leq x \leq L \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}, \tag{1}$$

hvor $V_0 > 0$.

a) Tegn en figur som klart viser de forskjellige områdene i potensialet, og de innkommende og utgående bølgene som er relevante. Inkluder tilfellene der $E < V_0$ og $E > V_0$, og diskuter spesielt hva som skjer når $E = V_0$. E er partikkelens energi.

b) Løs Schrödingerligningen i alle relevante områder for de 3 tilfellene ($E < V_0, E = V_0, E > V_0$). Bruk grensebetingelsene til å sette opp ligningssett for de ulike koeffisientene. *Hint: For tilfellet $E > V_0$ er det hensiktsmessig å bruke løsninger på TUSL på sinusform inne i bokspotensialet.*

c) Finn (analytisk) sannsynligheten for transmisjon og refleksjon som funksjon av energien for en fri-partikkel planbølgeløsning $\psi(x) = Ae^{ikx}$ med energi $E > 0$, som kommer inn fra venstre. *Hint: For $E > V0$ er det hensiktsmessig å først bestemme R, og deretter finne $T = 1 - R$.*

d) Lag et plot av transmisjonskoeffisienten for de 3 tilfellene nevnt i a). Bruk et elektron sendt mot et potensial med verdiene $V_0 = 10.0$ eV og $L = 0.2$ nm som et eksempel.

Her er det mye regninger så vi angir sluttsvarene for henholdsvis $E < V_0$, $E = V_0$ og $E > V_0$:

$$T(E) = \frac{1}{1 + \frac{V_0^2}{4(V_0-E)E}\sinh^2\left(\frac{\sqrt{2m(V_0-E)}}{\hbar}L\right)}, \tag{2}$$

$$T(V_0) = \frac{1}{1 + \frac{mL^2}{2\hbar^2}V_0}, \tag{3}$$

$$T(E) = \frac{1}{1 + \frac{V_0^2}{4E(E-V_0)}\sin^2\left(\frac{\sqrt{2m(E-V_0)}}{\hbar}L\right)}. \tag{4}$$

C Tilleggsoppgave (ikke obligatorisk)

Oppgave 4 3D HO og degenerasjon (fra Griffiths, kap. 4)

Bruk separasjon av variable teknikken i *kartesiske* koordinater til å løse det kubiske uendelig brønn potensialet:

$$V(x, y, z) = \begin{cases} 0, & 0 < x, y, z < a \\ \infty, & \text{ellers.} \end{cases} \tag{5}$$

a) Finn de stasjonære tilstandene og de korresponderende energiene.

b) Kall de distinkte energiene E_1, E_2, E_3, $\ldots$, ordnet etter stigende energi. Finn E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 og E_6. Bestem degenerasjonsgraden til de ulike energiene (altså, antall tilstander med samme energi). *Kommentar:* I endimensjonale problemer opptrer ikke degenererte bundne tilstander (se Oblig 7), men i tre dimensjoner er de vanlige.

c) Hva er degenerasjonsgraden til E_{14}, og hvorfor er dette tilfellet interessant?